

PHYSICS AND MATHEMATICS

О КПД ТЕРМОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ГЕНЕРАТОРОВ

Охрем В.Г.

Кандидат физмат наук

ON THE EFFICIENCY OF THERMOELECTRIC GENERATORS

Okhrem V.

Candidate of Physics and Mathematics

АННОТАЦИЯ

В настоящей работе получено и проанализировано выражение для КПД термоэлектрического генератора с учетом эффекта Томсона. Оценен вклад эффекта Томсона в величину КПД. Получено также аналитическое выражение для КПД анизотропного термоэлектрического генератора. В обоих случаях произведена числовая оценка величин КПД. Сделаны выводы по работе.

ABSTRACT

In the present work, an expression for the efficiency of a thermoelectric generator is obtained and analyzed taking into account the Thomson effect. The contribution of the Thomson effect to the efficiency is estimated. An analytical expression for the efficiency of an anisotropic thermoelectric generator has also been obtained. In both cases, a numerical estimate of the efficiency values was made. Conclusions are drawn from the work

Ключевые слова: эффективность работы термоэлектрических генераторов, анизотропный термоэлектрический генератор., кинетические параметры висмута.

Keywords: efficiency of thermoelectric generators, anisotropic thermoelectric generator, kinetic parameters of bismuth.

ВВЕДЕНИЕ

В основе работы термоэлектрического генератора (ТЭГ) лежит эффект Зеебека. Преобразование тепловой энергии в электрическую сопровождается появлением тока через сопротивление нагрузки. Для материалов ветвей p - и n - проводимостей используются материалы на основе теллуридов и селенидов свинца, висмута и сурьмы [1]. Эти материалы характеризуются высокими термоэдс, которые в широком интервале температур сохраняют практически постоянное значение.

Тепло Q_0 подводится к ТЭГ от нагревателя 1 при температуре T_0 через коммутационную переключку 4 к торцам ветвей p - и n - проводимостей 3 (рис. 1, а). Часть этого тепла Q_1 стекает в холодильник 2 при температуре T_1 , а часть превращается в электрическую мощность, которая выделяется на сопротивлении R (а также на внутреннем сопротивлении). Внешняя цепь присоединена к токоподводам 5.

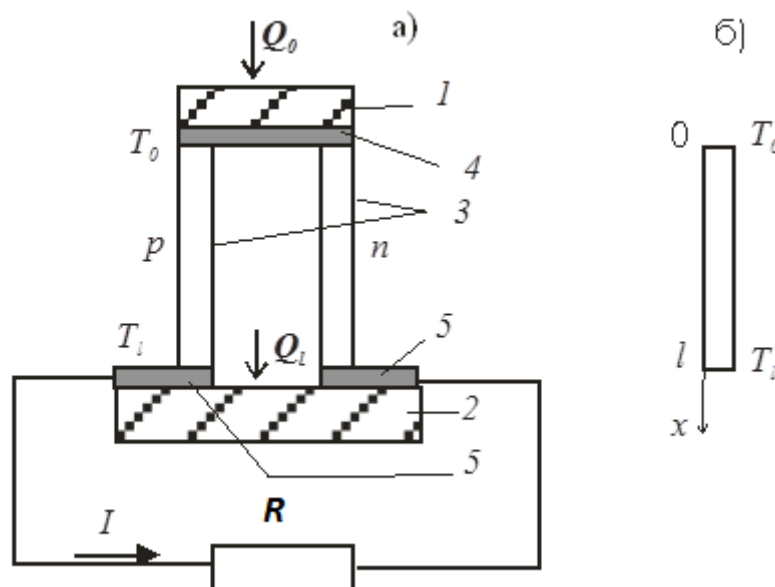


Рис. 1. а - принципиальная схема полупроводникового ТЭГ, б - схема i - ветви для расчета распределения температуры

Теорию термоэлектрического преобразования энергии можно найти, например, в работах А. Ф. Иоффе с сотрудниками (см., например, [2-4]). Она разработана давно и с тех пор практически не изменялась. Она основана на предположении, что кинетические параметры материалов ветвей считаются постоянными. Следует заметить, что эта теория дает хорошее согласие с экспериментом для указанных выше термоэлектриков.

Учение о термоэлектричестве с начала его возникновения и до настоящего времени развивается и совершенствуется путем поиска новых термоэлектриков с большей термоэлектрической добротностью. При этом исходные предпосылки физических основ термоэлектричества, которые были заложены А. Ф. Иоффе, остаются неизменными. Вместе с тем, как представляется автору настоящей статьи, возможно и другое направление термоэлектрических исследований. О нем и пойдет речь в настоящей работе.

В работе найдено также выражение для КПД анизотропного термоэлектрического генератора (АТГ). АТГ начали интенсивно изучать и искать им применения в шестидесятых-семидесятых годах прошлого столетия. Усилиями группы исследователей под руководством проф. Самойловича А. Г. была создана теория генерирования термоэдс АТГ [5] и предложены некоторые его применения. Результаты этих исследований собраны и обобщены в

обзоре [6], а также в работе [7], которая вышла в 1997 году и в которую включены новые результаты. В [6,7] изложены физические основы работы АТГ. АТГ упоминается также в работе [8].

КПД АТГ не исследовался поскольку считалось что он ничтожно мал поскольку мала анизотропная термоэлектрическая добротность. В настоящей работе показано, что указанная добротность не является величиной определяющей эффективность работы нагруженного АТГ.

ОСНОВНЫЕ ПРЕДПОСЫЛКИ НОВОГО НАПРАВЛЕНИЯ ИССЛЕДОВАНИЙ

1. Коэффициент полезного действия с учетом эффекта Томсона

Полагается, что наряду с термоэдс имеет место также эффект Томсона, который будем характеризовать коэффициентом эффекта Томсона τ_i . Индекс i будет означать материал ветви: для p -ветви $i=p$, для n - $i=n$. Ниже принимается простая модель термоэлектрика – считается, что его кинетические характеристики – теплопроводность κ_i , удельное сопротивление ρ_i и коэффициент Томсона τ_i являются величинами постоянными. Полагается также, что температура одномерна. Тогда для i -й ветви уравнение теплопроводности в стационарном случае запишется в виде (рис. 1,б):

$$\kappa_i \frac{d^2 T_i}{dx^2} - \tau_i j_i \frac{dT_i}{dx} + \rho_i j_i^2 = 0,$$

где T_i – температура, j_i – плотность электрического тока.

Граничные условия: $T_i(0) = T_0$, $T_i(l) = T_l$,

где T_0 и T_l – температуры концов ветвей. Решение этой задачи имеет вид

$$T_i = T_0 - \left(\Delta T + \frac{b_i}{a_i} l \right) \cdot \frac{1 - e^{a_i x}}{1 - e^{a_i l}} + \frac{b_i}{a_i} x,$$

где

$$\Delta T = T_0 - T_l, \quad a_i = \frac{\tau_i}{\kappa_i} \cdot j, \quad b_i = \frac{\rho_i}{\kappa_i} \cdot j^2.$$

Исходя из соотношением Томсона

$$\tau = T \cdot \frac{d\alpha}{dT}$$

при постоянстве τ получим $\alpha = \alpha_0 + \tau \cdot \ln \frac{T}{T_0}$, где α_0 – термоэдс горячего конца ветви, а T_0 – его температура.

Вычислим коэффициент полезного действия ТЭГ. По определению он равен $\eta = \frac{Q_0 - Q_l}{Q_0}$, где

Q_0 – тепло поступившее на горячую сторону ТЭГ (рис.1,а), Q_l – тепло отданное холодильнику при температуре T_l . Задача далее сводится к вычислениям величин Q_0 и Q_l .

$$Q_0 = -\kappa_p \cdot \frac{dT_p(0)}{dx} S_p + \alpha_{p0} T_p(0) j S_p - \kappa_n \frac{dT_n(0)}{dx} S_n - \alpha_{n0} T_n(0) j S_n,$$

$$Q_l = -\kappa_p \frac{dT_p(l)}{dx} S_p + \alpha_{pl} T_p(l) j S_p - \kappa_n \frac{dT_n(l)}{dx} S_n - \alpha_{nl} T_n(l) j S_n.$$

В этих выражениях: κ_p и κ_n — теплопроводности материалов p - и n - ветвей, S_p и S_n — поперечные сечения ветвей, далее будем считать их одинаковыми,

α_{p0} и α_{n0} — термоэдс горячих концов ветвей, α_{pl} и α_{nl} — термоэдс холодных концов ветвей, j — плотность электрического тока. Далее учтем, что $T_{p0} = T_{n0} = T_0$ и $T_{pl} = T_{nl} = T_l$. Найдем производную

$$\frac{dT_i}{dx} = \left(\Delta T + \frac{b_i \cdot l}{a_i} \right) \cdot \frac{a_i \cdot e^{a_i x}}{1 - e^{a_i l}} + \frac{b_i}{a_i}.$$

И далее найдем теплоты Q_0 и Q_l .

$$Q_0 = -\kappa_p \left(\Delta T + \frac{b_p l}{a_p} \right) \frac{a_p}{1 - e^{a_p l}} S - \kappa_p \frac{b_p}{a_p} S + \alpha_{p0} T_0 j S -$$

$$-\kappa_n \left(\Delta T + \frac{b_n l}{a_n} \right) \frac{a_n}{1 - e^{a_n l}} S - \kappa_n \frac{b_n}{a_n} S - \alpha_{n0} T_0 j S,$$

$$Q_l = -\kappa_p \left(\Delta T + \frac{b_p l}{a_p} \right) \frac{a_p e^{a_p l}}{1 - e^{a_p l}} S - \kappa_p \frac{b_p}{a_p} S + \alpha_{pl} T_l j S -$$

$$-\kappa_n \left(\Delta T + \frac{b_n l}{a_n} \right) \frac{a_n \cdot e^{a_n l}}{1 - e^{a_n l}} S - \kappa_n \frac{b_n}{a_n} S - \alpha_{nl} T_l j S,$$

$$Q_0 - Q_l = -\kappa_p \left(\Delta T + \frac{b_p l}{a_p} \right) a_p S - \kappa_n \left(\Delta T + \frac{b_n l}{a_n} \right) a_n S +$$

$$+ (\alpha_{p0} - \alpha_{n0}) \Delta T j S - (\tau_p - \tau_n) \ln \frac{T_l}{T_0} T_l j S.$$

Подставив в это выражение найденные выше теплоты, получим

$$\eta = \frac{-\left(\Delta T + \frac{\rho_p j l}{\tau_p} \right) \tau_p + \left(\Delta T - \frac{\rho_n j l}{\tau_n} \right) \tau_n + (\alpha_{p0} - \alpha_{n0}) \Delta T - (\tau_p - \tau_n) \ln \frac{T_l}{T_0} T_l}{-\left(\Delta T + \frac{\rho_p j l}{\tau_p} \right) \frac{\tau_p e^{\frac{\tau_p j l}{\kappa_p}}}{1 - e^{\frac{\tau_p j l}{\kappa_p}}} - \kappa_p \frac{\rho_p}{\tau_p} + \left(\Delta T - \frac{\rho_n j l}{\tau_n} \right) \frac{\tau_n e^{\frac{\tau_n j l}{\kappa_n}}}{1 - e^{\frac{\tau_n j l}{\kappa_n}}} + \kappa_n \frac{\rho_n}{\tau_n} + (\alpha_{pl} - \alpha_{nl}) T_l}.$$

Используя закон Ома в дифференциальной форме, найдем

$$-\left(\Delta T + \frac{\rho_p j l}{\tau_p}\right)\tau_p + \left(\Delta T - \frac{\rho_n j l}{\tau_n}\right)\tau_n + (\alpha_{p0} - \alpha_{n0})\Delta T - (\tau_p - \tau_n)\ln \frac{T_l}{T_0} T_l = jSR_n,$$

откуда получим выражение для плотности тока

$$j = \frac{(\alpha_{p0} - \alpha_{n0} - \tau_p + \tau_n)\Delta T - (\tau_p - \tau_n)\ln \frac{T_l}{T_0} T_l}{SR_n + (\rho_p + \rho_n)l}$$

или

$$j = \frac{(\alpha_{p0} - \alpha_{n0})\Delta T - (\tau_p - \tau_n)\left(\Delta T + T_l \ln \frac{T_l}{T_0}\right)}{SR_n + (\rho_p + \rho_n)l}.$$

С учетом этого выражения получаем выражение для η

$$\eta = \frac{jSR_n}{-\left(\Delta T + \frac{\rho_p j l}{\tau_p}\right)\frac{\tau_p e^{\frac{\tau_p j l}{\kappa_p}}}{1 - e^{\frac{\tau_p j l}{\kappa_p}}} + \left(\Delta T - \frac{\rho_n j l}{\tau_n}\right)\frac{\tau_n e^{\frac{\tau_n j l}{\kappa_n}}}{1 - e^{\frac{\tau_n j l}{\kappa_n}}} - \kappa_p \frac{\rho_p}{\tau_p} + \kappa_n \frac{\rho_n}{\tau_n} + (\alpha_{pl} - \alpha_{nl})T_l}.$$

Это выражение отличается тем, что в нем содержится коэффициент эффекта Томсона. Как и следовало ожидать эффект Томсона не играет заметной роли при вычислении КПД ТЕГ, поскольку коэффициент Томсона очень мал. Он составляет величину порядка $10^{-5} \text{ мкВ} / \text{К}$. На рис. 2 представлена зависимость КПД от сопротивления внешней нагрузки. При вычислении использованы кинетические параметры стандартных термоэлектриков [1] $\alpha_{n0} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ мкВ} / \text{К}$, $t_n = t_p = 10^{-5} \text{ мкВ} / \text{К}$, $r_n = r_p = 10^{-3} \text{ Ом}\cdot\text{см}$, $l = 1 \text{ см}$, $S = 0.02 \text{ см}^2$, $\Delta T = 20 \text{ К}$, $T_0 = 300 \text{ К}$, $T_l = 280 \text{ К}$.

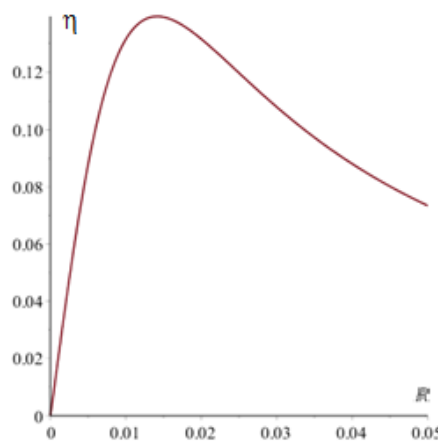


Рис. 2. Зависимость КПД ТЕГ от внешнего сопротивления нагрузки.

2. Анизотропный термоэлектрический генератор

Рассмотрим наиболее простую модель АТГ. Будем считать, что, материал АТГ однородный, температура одномерна и зависит только от ординаты y (см. рис. 3). Тогда закон Ома в дифференциальном виде можно записать так

$$r_{11}j_1(y) = E_1 - a_{12} \frac{dT(y)}{dy}, \quad (1)$$

где r_{11} - компонента тензора удельного сопротивления, a_{12} - компонента тензора термоэде, $T(y)$ - температура, $j_1(y)$ - плотность электрического тока в АТГ, E_1 - электростатическое поле в образце, создаваемое генератором. При расчетах мы полагаем, что кинетические параметры материала термоэлектрика не зависят от координат и температуры. Выясним далее зависимость поля E_1 от координат. Выпишем для этого выражение для поперечного поля в АТГ

$$E_2 = r_{21}j_1(y) + a_{22} \frac{dT(y)}{dy}.$$

Отсюда видно, что поперечное поле зависит только от координаты y . Но, поскольку, должно выполняться равенство $\frac{\nabla E_1}{\nabla y} = \frac{\nabla E_2}{\nabla x}$, то получаем постоянство поля E_1 .

Выпишем далее закон сохранения энергии с учетом того, что температура зависит только от координаты y . Этот закон или по-другому обобщенное уравнение теплопроводности имеет вид

$$\frac{d^2T(y)}{dy^2} + \frac{r_{11}j_1^2(y)}{k_{22}} = 0, \quad (2)$$

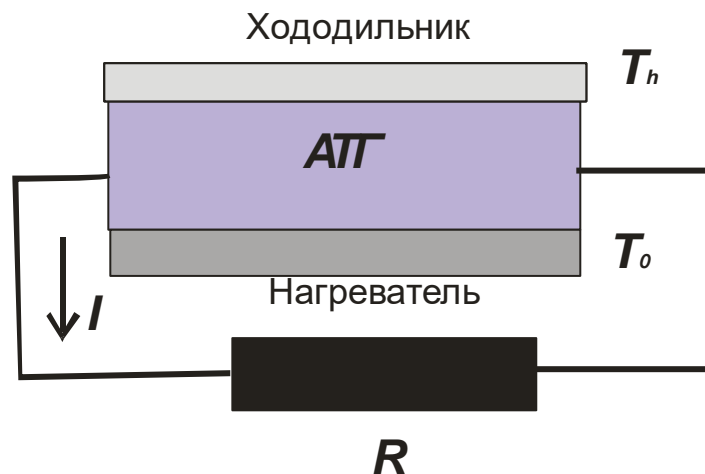


Рис. 3. Принципиальная схема нагруженного АТГ

где k_{22} - диагональная компонента тензора теплопроводности. Таким образом, уравнения (1) и (2) нужно рассматривать совместно. С помощью пакета математических программ *Maple* легко находим выражения для $T(y)$ и $j_1(y)$

$$T(y) = \frac{\ln \left(\frac{\alpha_{12}^2 (-C_2 y + C_1)}{k\rho_{11}} \right) k\rho_{11} + \alpha_{12} E_1 y}{\alpha_{12}^2}, \quad j_1(y) = \frac{C_2 k}{\alpha_{12} (-C_2 y + C_1)},$$

где C_1 и C_2 = постоянные, которые находятся из граничных условий $T(0)=T_0$ и $T(h)=T_h$. Они легко находятся с помощью *Maple*:

$$C_1 = \frac{e^{-\frac{T_0 \alpha_{12}^2}{\kappa \rho_{11}}}}{\alpha_{12}^2}, \quad C_2 = -\frac{\kappa \rho_{11} \left(e^{\frac{\alpha_{12} (h E_1 - T_h \alpha_{12})}{\kappa \rho_{11}}} - e^{-\frac{T_0 \alpha_{12}^2}{\kappa \rho_{11}}} \right)}{h \alpha_{12}^2}.$$

Рассмотрим вопросы, связанные с длиной образца АТГ и контакты токоподводящих проводов на торцах. Чтобы контакты не влияли на процессы протекающие в средней части АТГ образец должен быть достаточно длинный: в идеале длина должна быть больше высоты в 9-10 раз. Контакты и токоподводящие провода должны быть такими, чтобы они не влияли на эффект генерации тока. В идеале торцы должны быть адиабатически изолированы от внешней среды, а это означает, что провода должны быть достаточно тонкими.

Рассмотрим далее выражение для поперечного термоэлектрического поля. Оно имеет вид

$$E_2 = r_{21} j_1(y) + a_{22} \frac{dT(y)}{dy}.$$

Несложные расчеты приводят к выражению

$$E_2 := \frac{-\rho_{21} \kappa^2 \rho_{11} \left(e^{\frac{\alpha_{12} (h E_1 - T_h \alpha_{12})}{\kappa \rho_{11}}} - e^{-\frac{T_0 \alpha_{12}^2}{\kappa \rho_{11}}} \right)}{h \alpha_{12}^3 \left(\frac{\kappa \rho_{11} \left(e^{\frac{\alpha_{12} (h E_1 - T_h \alpha_{12})}{\kappa \rho_{11}}} - e^{-\frac{T_0 \alpha_{12}^2}{\kappa \rho_{11}}} \right) y}{h \alpha_{12}^2} + \frac{e^{-\frac{T_0 \alpha_{12}^2}{\kappa \rho_{11}}}}{\alpha_{12}^2} \right)} + \alpha_{22} \left(\frac{\kappa \rho_{11}}{\left(\frac{h}{\left(e^{-\frac{\alpha_{12} (h E_1 + T_0 \alpha_{12} - T_h \alpha_{12})}{\rho_{11} \kappa}} - 1 \right)} + y \right) \alpha_{12}^2} + \frac{E_1}{\alpha_{12}} \right)$$

Как видно из этого выражения поперечное поле линейно зависит от y : с ростом y спадает. Однако эта зависимость, как показывают числовые расчеты, очень слабая, т. е. практически поперечное поле от y не зависит.

И напоследок вычислим КПД АТГ. Его можно определить по формуле $\eta = \frac{Q_0 - Q_l}{Q_0}$, где Q_0 –

тепло поступившее на горячую сторону АТГ (рис.3), Q_l – тепло отданное холодильнику при температуре T_l . Задача далее сводится к вычислениям теплот Q_0 и Q_l :

$$Q_0 = -\kappa_{22} \frac{dT(0)}{dy} S + \alpha_{12} j_1(0) T_0 S, \quad Q_l = -\kappa_{22} \frac{dT(l)}{dy} S + \alpha_{12} j_1(l) T_l S.$$

$$\eta = \frac{-\kappa_{22} \frac{dT(0)}{dy} + \alpha_{12} j_1(0) T_0 - \left(-\kappa_{22} \frac{dT(l)}{dy} + \alpha_{12} j_1(l) T_l \right)}{-\kappa_{22} \frac{dT(0)}{dy} + \alpha_{12} j_1(0) T_0},$$

где распределения температуры и плотности тока в АТГ найдены выше. На рис 4 изображена зависимость КПД от электрического поля имеющего место вдоль тока (см. рис 3). Для числовой оценки КПД

были использованы такие значения кинетических параметров материала АТГ

$$\kappa_{22} = 0.02 \frac{Вт}{см \cdot К}, \alpha_{21} = \alpha_{12} = -40 \cdot 10^{-6} \frac{мВ}{К}, \rho = 10^{-3} Ом \cdot см, h = 0.4 см, T_0 = 500 К,$$

$$T_h = 480 К.$$

(От термоэлектрического поля E_1 при желании легко перейти к сопротивлению внешней нагрузки R).

Использованные числовые значения кинетических параметров близки к числовым параметрам висмута. Расчетные данные представлены на рис.4. Как видно из этого рисунка, КПД имеет достаточно большое значение. Поэтому у сведущих читателей может возникнуть вопрос: как понимать такое большое значение КПД. У автора имеется такой ответ. Никто из анизотропщиков не исследовал нагруженный АТГ поскольку изначально считалось, что поскольку анизотропная добротность мала, то этим не следует заниматься. Наши же исследования показывают, что добротность здесь не причем.

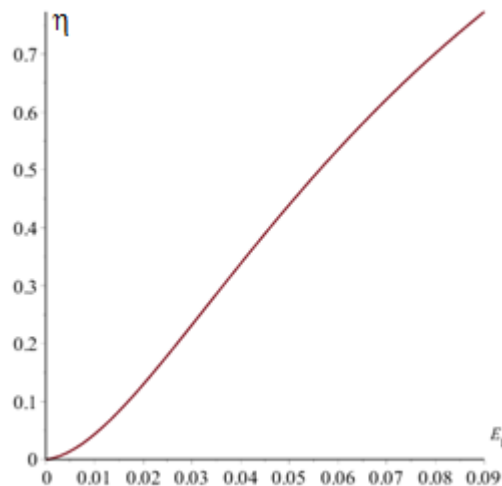


Рис. 4. Зависимость КПД нагруженного АТГ от величины продольного термоэлектрического поля

Отметим, что если бы удалось подтвердить экспериментально изложенные теоретические результаты, то это бы дало возможность внедрить в арсенал термоэлектрических приборов АТГ, который бы имел ряд преимуществ перед широко используемыми стандартными термоэлектрическими генераторами Зеебека. Основные из этих преимуществ состоят в следующем.

1. АТГ состоит из одной ветви, которая выполнена из одного материала, причем технология выращивания анизотропного материала (висмут, висмут-висмут сурьма) хорошо отлажена.

2. По эффективности (числовые значения КПД) предложенный АТГ в области комнатных температур и выше не уступает стандартному ТЕГ Зеебека.

3. Предложенный АТГ более прост в конструктивном и технологическом отношении по сравнению со стандартным ТЕГ.

ВЫВОДЫ

Найдено выражение для КПД стандартного термоэлектрического генератора с учетом эффекта Томсона, из которого следует, что он практически не влияет на его величину.

Исследован ЕПД анизотропного термоэлектрического генератора. Показано, что он не зависит от анизотропной добротности. Числовые значения

КПД АТГ могут существенно превышать величину стандартного АТГ.

Литература

1. Л. И. Анатычук, Термоэлементы и термоэлектрические устройства. Справочник, Киев, наукова думка, 1979. С. 766
2. А.Ф. Иоффе, Полупроводниковые термоэлементы, М.-Л.: Из-во АН СССР, 1960
3. А.Ф. Иоффе, Полупроводники в современной физике, Изд. АН СССР, М., 1955
4. А.Ф. Иоффе, Физика полупроводников, Изд. АН СССР, М.-Л., 1957
5. Самойлович А.Г. Термоэлектрические и термомангнитные методы превращения энергии. Конспект лекций. – М.: Издательство ЛКИ, 2007. 224 с.
6. Korolyuk S.L., Pilat I.M., Samoïlovich A.G., Slipchenko V.N., Snarskiï A.A., Tsar'kov E.F. Anisotropic thermoelements, 1973, Sov. Phys. Semicond, P. 725-733
7. Снарский А.А., Пальти А.М., Ашеулов А.А. Анизотропные термоэлементы // ФТП.-1997.- Т. 31, № 11.- С. 1287 - 2113.
8. Harman T.C., Honig J.M. Thermoelectric and thermomagnetic effects and applications. - New-York: Mc Graw-Hill book Company, 1967. - 377 p.