

# Revista Especializada en Educación

---

ISSN 1315-4079 - Depósito legal pp 199402ZU41

# Encuentro

---

# Educacional

---

**Vol. 25**

---

**Nº 2**

Julio - Diciembre

---

2 0 1 8

Maracaibo - Venezuela

## Encuentro Educacional

ISSN 1315-4079 ~ Depósito legal pp 199402ZU41

Vol. 25 (2) julio - diciembre 2018: 169-185

---

# La planificación en la formación inicial de docentes de matemática: un estudio de casos

**Yaneth Ríos García**

*Centro de Estudios Matemáticos y Físicos. Facultad de Humanidades y Educación. Universidad del Zulia.*

*Maracaibo-Venezuela*

*yanriosgarcia@gmail.com*

---

## Resumen

Se han observado deficiencias en cuanto a la planificación de las clases de matemática en los docentes en formación. Tomando como fundamentos teóricos la Educación Matemática Realista (Bressan; Zolkower y Gallego, 2004 y Freudenthal, 1983), las clases planificadas quedan estructuradas en 4 fases: presentación de la actividad, desarrollo de la actividad, formulación de ideas y la institucionalización (Fe y Alegría, 2012), además de considerarse algunos organizadores del currículo como: la fenomenología, la modelación, las representaciones externas y la resolución de problemas (Segovia y Rico, 2001). El propósito de este trabajo fue caracterizar las planificaciones de las clases de matemática bajo este enfoque, realizadas por los docentes en formación, cursantes de la asignatura Didáctica Especial, del segundo período de 2017. La metodología utilizada fue cualitativa, de tipo etnográfico-estudio de casos. Los resultados mostraron que los futuros docentes presentan debilidades en las 4 fases de la planificación; las preguntas generadoras de la fase 1 no consideraron algunos indicadores y fueron de bajo nivel cognitivo; las fases 2 y 3 fueron trabajadas superficialmente, y la institucionalización se caracterizó por el esquema tradicional de presentación de la definición y ejemplificación sin considerar la actividad generadora de la fase uno por lo que no se evidenció el proceso de modelación.

**Palabras clave:** Formación de docentes; planificación de una clase; tarea matemática; fases de una clase.

---

Recibido: 27-08-2018 ~ Aceptado: 24-11-2018

## Planning in initial training of mathematics teacher: a case study

---

### Abstract

Deficiencies in the planning of mathematics classes have been observed in training teachers. Taking as theoretical foundations the Realistic Mathematical Education (Bressan; Zolkower and Gallego, 2004 and Freudenthal, 1983) the planned classes are structured in 4 phases: presentation of the activity, development of the activity, formulation of ideas and institutionalization (Fe y Alegría, 2012), in addition to considering some organizers of the curriculum such as: phenomenology, modeling, external representations and problem solving (Segovia and Rico, 2001). The purpose of this work was to characterize the planning of mathematics classes under this approach, performed by teachers in training, students of the Special Didactic subject of the second period of 2017. The methodology used was qualitative, ethnographic-case study type. The results showed that future teachers have weaknesses in the 4 phases of planning; the questions that generate phase 1 do not considered some indicators and were of a low cognitive level; phases 2 and 3 are superficially worked, and institutionalization is characterized by the traditional scheme of presentation of the definition and exemplification without considering the generating activity of phase one, so the modeling process was not evident.

**Keywords:** Teacher training; class planning; math homework; class phases.

### Introducción

Cualquier plan de formación de profesores de matemática considera el planificar, ya sea de una clase, una unidad didáctica o un curso, como una de las competencias más importantes a ser adquirida por un docente. Igualmente los diferentes modelos asociados al conocimiento didáctico o pedagógico del profesor de matemática (Ball; Thames y Phelps, 2008; Pino y Godino, 2015; Pino; Assis y Castro, 2015; Aguilar et al., 2013 y Da Ponte, 2011) en sus diversas dimensiones: conocimiento de la materia (común,

especializado, y de horizonte), conocimiento pedagógico (general y específico), conocimiento de los alumnos, conocimiento del currículo, entre otros, implícitamente suponen la planificación como un conocimiento indispensable del quehacer docente (Gómez, 2007).

Por tal razón, la planificación es la herramienta por excelencia que debería utilizar el docente para concretar la clase de matemática (Rico et al., 2008). En ésta se consideran elementos formales tales como los objetivos a ser logrados por los estudiantes, los contenidos a ser aprendidos, la metodología empleada

por el docente para que los estudiantes logren el aprendizaje y la evaluación del proceso de enseñanza aprendizaje. Indudablemente estos elementos son importantes, pero a la hora de ejecutar la clase son tan generales, que los docentes en formación manifiestan que estas planificaciones no responden a la realidad del aula.

Producto de la experiencia que tiene la investigadora de este trabajo desde el año 2008 con pasantes docentes en el área de matemática e investigaciones realizadas (Ríos, 2008, 2010), se ha observado que los docentes en formación presentan inquietudes con respecto al accionar educativo, que se traducen en preguntas como: ¿qué contenidos debo trabajar con mis alumnos?, ¿cómo debo secuenciar estos contenidos?, ¿qué situaciones reales puedo trabajar para explicar estos contenidos?, ¿cómo lograr que los estudiantes conecten los contextos con los contenidos matemáticos?, ¿qué preguntas puedo hacer para lograr que los alumnos modelen los contenidos matemáticos a aprender?, ¿qué tareas pueden desarrollar los estudiantes en la clase?, ¿cómo selecciono y estructuro las clases para que el alumno alcance los objetivos, competencias o indicadores planificados?, ¿cuáles son los posibles errores, dificultades y obstáculos que pueden presentar los estudiantes?, ¿cómo debo trabajar con los estudiantes sus errores, dificultades y obstáculos?, ¿cuáles son las representaciones externas asociados a los objetos matemáticos que trabajaré en la clase?,

¿qué recursos puedo utilizar?, ¿cómo los puedo utilizar?, ¿cómo evaluar si todos los estudiantes lograron los objetivos planteados?, entre tantas interrogantes que se plantean.

Cuando se indaga con los informantes de las investigaciones de Ríos (2008) y se confronta esta información con el pensum de la carrera (8 semestres), se observa que la Licenciatura en Educación, mención Matemática y Física, presenta solo tres asignaturas (de las 43 del pensum) que contemplan el desarrollo de competencias asociadas a la planificación. En el tercer semestre cursan “Planificación Educativa”, en el cuarto semestre “Evaluación” y en sexto semestre “Didáctica Especial”. En las dos primeras unidades curriculares se trabajan lineamientos generales de la planificación correspondientes a la rama de la Pedagogía, y en la última asignatura se aplica las dos primeras asignaturas en la planificación de algunas clases de matemática. La investigadora de este trabajo es profesora de la asignatura Didáctica Especial, por lo que ha podido evidenciar las inquietudes de los docentes en formación que se traducen igualmente en las preguntas mencionadas en párrafos anteriores.

Por otro lado, la experiencia que tuvo la autora de este trabajo en un proyecto de formación de docentes en el área de matemática llevado a cabo con Fe y Alegría (2012-2014) le permitió considerar un esquema diferente en cuanto a las planificaciones, por lo que le pareció conveniente implementarlo



en la asignatura de Didáctica Especial. En este sentido, pensamos que la secuencia de una clase, y por ende la planificación, debe considerar por parte del docente, algunos organizadores del currículo (Segovia y Rico, 2001), y por parte del alumno, las actividades matemáticas deben permitirle la modelación matemática.

Por tal motivo, considerando lo anteriormente descrito, el propósito de este trabajo fue caracterizar las planificaciones de las clases de matemática bajo este enfoque, realizadas por los docentes en formación, cursantes de la asignatura Didáctica Especial, del segundo período de 2017.

## Fundamentación teórica

La fundamentación teórica de esta investigación la componen dos elementos: fases de una clase de matemática y principios de la Matemática Realista.

### Fases de una clase de matemática

Para efectos de esta investigación las fases que deben ser consideradas en la planificación son las consideradas en un proyecto previo desarrollado con Fe y Alegría (2012) por la autora de este artículo; las fases son:

**a) Presentación de la actividad:** el profesor introduce la tarea y se asegura de que los estudiantes la comprendan y entiendan las preguntas generadoras y cuáles son las acciones a ejecutar para darle solución a la situación problema.

La tarea matemática es una situación problema, la cual se considera el punto de partida de la actividad matemática del alumno en aula. Está centrada en un fenómeno (Freudenthal, 1983) que debe generar una secuencia de acciones por parte del docente y del alumno que permitan dar cumplimiento de alguna(s) competencia(s), donde se pongan en práctica conceptos, procedimientos, y representaciones asociadas a algún contenido matemático.

La tarea está compuesta de un planteamiento inicial de contexto y unas preguntas generadoras: **el planteamiento inicial** gira en torno a un fenómeno que tiene como propósito motivar al estudiante a través de las posibles aplicaciones del contenido matemático a desarrollar; en este sentido el alumno tendrá que desarrollar procesos de pensamiento que le permitan conectar la situación con sus conocimientos previos matemáticos para darle solución al problema.

**Las preguntas generadoras** tienen como propósito centrar la atención del alumno en los aspectos matemáticos presentes en la situación problema planteada, lo cual permitirá el proceso de modelación de algún concepto, procedimiento, o propiedad asociado a un objeto matemático.

**b) Desarrollo de la actividad:** en esta fase los protagonistas son los

estudiantes, ellos resuelven la actividad, el profesor sólo hace el seguimiento y aclara las dudas que se presenten mediante preguntas orientadoras. En la planificación debe incluirse hipotéticas dificultades de los estudiantes en la resolución de la tarea y estrategias de acción para superar los obstáculos que se presenten, preguntas orientadoras que guíen a los estudiantes en sus rutas de aprendizaje.

- c) **Formulación de ideas:** está orientada a que los alumnos socialicen las respuestas encontradas a las preguntas planteadas en la tarea, mientras el profesor se dedica a recabar y organizar la información para su posterior validación. En la planificación, se deben tener presente distintas formas de resolución de la tarea, y distintas representaciones que puedan ayudar en la comprensión del problema.
- d) **Institucionalización:** supone la formalización, por parte del docente, de los conceptos, procedimientos y representaciones del contenido matemático que han surgido de las respuestas de los alumnos a la tarea. El profesor gestiona la comunicación matemática que se produce en el aula, siendo capaz de identificar y sintetizar las ideas más importantes, así como formular preguntas que inviten a explorar y producir explicaciones. En la planificación de esta fase el profesor debe estar atento a distintos aspectos como: los conocimientos necesarios para

nuestros estudiantes, cómo hacer la construcción de ese conocimiento a partir de las ideas planteadas por los estudiantes y en qué puntos del contenido se debe hacer énfasis durante la conclusión.

## Principios de la Matemática Realista

Es importante precisar que la clase de matemática, al igual que la planificación, se apega a los Principios de la Matemática Realista (Bressan; Zolkower y Gallego, 2004), donde el aprendizaje de esta ciencia está considerado como una actividad social (principio de la actividad) pues la interacción lleva a la reflexión (principio de la interacción) y al logro de niveles de comprensión más complejos (principio de niveles), la enseñanza debe estar conectada a la realidad (principio de la realidad) y esta realidad puede relacionarse con contenidos matemáticos y estos a la vez relacionarse con otros contextos (principio de interconectividad), los alumnos deben reinventar modelos, conceptos, operaciones y estrategias a partir de problemas contextualizados (principio de la reinención).

La clase de matemática está concebida para que los alumnos logren diferentes niveles de matematización y comprensión (Bressan et al., 2016). En este sentido podemos observar que las fases de la clase se acoplan a estos niveles de la siguiente forma: La **matematización horizontal** se

logra en las primeras dos fases, donde los alumnos interpretan la situación inicial (fase uno) y apoyándose en conocimientos previos, sentido común y conocimiento informal, pueden describir la matemática involucrada en la situación, descubriendo regularidades, relaciones y analogías (fase dos); en estas dos fases los alumnos lograrían el **nivel situacional de comprensión**.

La **matematización vertical** se logra en las tres últimas fases; en la segunda fase los estudiantes se apropian de representaciones, gráficos, esquemas, notaciones, conceptos y procedimientos personales logrando el **nivel referencial**; en la tercera fase los alumnos podrán generalizar lo utilizado en la fase anterior para aplicarlo en otros contextos logrando el **nivel general**; y en la cuarta fase se comprenden los conceptos, procedimientos y representaciones matemáticas logrando el **nivel formal**.

## Metodología

La metodología aplicada en el estudio fue de tipo cualitativa pues lo que pretendimos fue caracterizar las planificaciones de los estudiantes, comprender la secuencia instruccional desarrollada por los futuros docentes, establecer la coherencia entre las diferentes fases, evaluar cómo se desarrollan las diferentes fases de las planificaciones, entre algunas cosas. Tratamos de comprender una parte del proceso educativo desde la visión de los futuros docentes en matemática en el contexto de la una asignatura cuyo

propósito es enseñarlos a planificar.

Considerando la clasificación que hacen Hernández; Fernández y Baptista (2014) de los diseños de investigación cualitativa, este estudio se enmarcó en el diseño etnográfico pues nos interesó describir una de las herramientas primordiales de los docentes en general, como lo es la planificación; y dentro de este diseño trabajamos con el estudio de casos para profundizar en esta caracterización.

Los informantes claves fueron estudiantes de la Licenciatura en Educación, mención Matemática y Física de la Universidad del Zulia cursantes de la asignatura Didáctica Especial (segundo período de 2017), ubicada en el sexto semestre de la carrera (consta de 8 semestres).

Para efectos de este estudio se escogieron las planificaciones de dos informantes (**E1** y **E2**). Los contenidos desarrollados por cada estudiante en fueron asignados por la investigadora; estas planificaciones fueron presentadas por los estudiantes en una primera versión, la investigadora realizó algunas observaciones y fue regresada a ellos para realizar las respectivas correcciones. El estudio se realizó con la segunda versión de ambos trabajos.

Para el análisis de la información se consideraron como categorías de análisis las fases de la clase, las cuales se caracterizaron en función de sus propiedades y sub-propiedades (ver cuadro 1). Aunque en el cuadro no se explicita, cada principio se encuentra en cada una de las fases de la clase.

**Cuadro 1. Operacionalización de las categorías de análisis**

Categorías	Propiedades	Sub-propiedades
Presentación de la actividad  Caracterización de la tarea	Relación con las competencias, indicadores y contenido	Relación de la tarea con las competencias e indicadores declarados. Relación de la tarea con los contenidos.
	Partes de la tarea	Relación preguntas generadores e indicadores Comprensión de la tarea y las preguntas generadoras
	Fenomenología	Descripción del fenómeno. Tipo de fenómeno (personal, científico).
	Nivel de complejidad	Logro del nivel situacional (comprensión).
Desarrollo de la actividad	Dificultades hipotéticas de estudiantes y posibles estrategias de acción	Descripción de posibles errores y obstáculos de alumnos. Descripción de las posibles estrategias de acción por parte de los estudiantes. Conexiones con conocimientos previos. Logro de los niveles situacional, referencial y general.
Formulación de ideas	Posibles soluciones y representaciones externas	Descripción de las posibles soluciones de los alumnos. Descripción de las posibles representaciones externas utilizadas por los alumnos. Logro del nivel situacional, referencial y general. Posibles modelos a utilizar en la solución.
Institucionalización	Procesos de conceptualización	Definición los conceptos. Establecimiento de propiedades. Logro del nivel formal.
	Uso de representaciones externas	Tipos de representaciones externas (verbal, escrita, numérica, gráfica, simbólica). Operaciones cognitivas asociadas a las transformaciones entre representaciones. Logro del nivel formal.
	Modelación	Relación entre el problema y conceptos matemáticos (matematización horizontal). Construcción de los conceptos y procedimientos a partir de la actividad generadora (matematización vertical) Planteamiento de otros contextos donde se aplican estos conceptos. Logro del nivel formal.

## Resultados y discusión

Las planificaciones analizadas fueron realizadas para los niveles de primer año de educación media, para niños cuyas edades están comprendidas en 12 y 13 años. **E1** presentó los contenidos de: interpretación de la fracción como parte todo reparto cociente y **E2** trabajó los contenidos de: múltiplos, divisores, descomposición de factores primos, números primos y compuestos

### Presentación de la actividad. Caracterización de la tarea

Aunque la tarea se relaciona con la competencia e indicadores, se observó

en ambos casos que no se consideran algunos contenidos en las preguntas generadoras, donde además estas no son preguntas de alto nivel cognitivo que permiten la reflexión por parte del alumno. Las preguntas generadoras de ambos consideran vagamente los indicadores conceptuales y procedimentales.

Los indicadores conceptuales establecidos por E1 explicitan las nociones de parte todo y reparto, no así los indicadores procedimentales como se puede observar en la ilustración 1.

#### INDICADORES DE APRENDIZAJE

##### CONCEPTUALES :

- Define las fracciones como todo y como reparto
- Identifique las fracciones como reparte
- Interpreta el significado del denominador y numerador en parte todo y reparto

##### PROCEDIMENTAL

- El estudiante escribirá al lenguaje temático diferentes situaciones donde se involucren las fracciones
- Utilización de las fracciones en distintos contexto

##### ACTITUDINALES

- Exteriorizar la santificación al relacionar los temas aprendidos con sistemas de la vida real
- Trabajar de forma activa en clase en pareja
- Participa en forma activa en la clase

### Ilustración 1. Indicadores de E1

Fuente: Extraído de la planificación de E1 (2017)

En la actividad propuesta por E1 (ver ilustración 2) se entiende que ambas situaciones se asocian a la interpretación de reparto y la respuesta la identificamos con la interpretación de parte todo. Se observa que las preguntas generadoras no inducen al alumno

a reflexionar en la diferenciación de ambas interpretaciones; en este sentido quizás la última pregunta fue pensada en estos términos, pero no queda claro. Por otro lado, la situación presentada no trabaja la noción de cociente.

### Situación 1

En una fiesta se reparte equitativamente una pizza entre 8 niños y si reparten también dos barras de chocolate para cada uno de los niños. Ana se lleva su parte de la pizza a su casa y la comparte equitativamente con sus dos hermanos y las dos barras de chocolates para compartirlas también



- Representa gráficamente
- ¿Qué parte de la pizza se llevo Ana para su casa? y represéntalo gráficamente
- ¿Qué parte de ese pedazo de esa pizza se comerá? Representalo gráficamente
- ¿Que representa las pares de la fracción? Identificalos en la fracción
- ¿qué cantidad le tocara a cada uno de cada barra de chocolate por igual? Representalo gráficamente
- ¿Qué cantidad le tocara en total a cada niño de la barra de chocolate? represéntalo gráficamente
- En total cuantos pedazos se dividió las barras de chocolate en forma de fracción
- Porque la representación graficas de la torta y de los chocolates no fue la misma ¿explique

## Ilustración 2. Situación generadora de E1

Fuente: Extraído de la planificación de E1 (2017)

Los indicadores conceptuales establecen los cuatro conceptos que trabajó E2 en la clase: divisor, múltiplo, número primo y compuesto; por otro lado, los indicadores procedimentales

no explicita procesos asociados a la determinación de múltiplos y divisores asociado a un número entero (ver ilustración 3).

### INDICADORES DE APRENDIZAJE:

#### CONCEPTUALES:

- Definición de múltiplos y divisores.
- Diferencia las propiedades de los múltiplos y divisores.
- Distingue si un número es primo o compuesto.

#### PROCEDIMENTALES:

- Reconoce si un número es múltiplo o divisor de otro número dado.
- Aplica las estrategias para la descomposición de números en factores primos.

#### ACTITUDINALES:

- Participación en forma activa en clases.
- Respeto mutuo entre docente-alumno.
- Trabajar en forma activa en clases.
- Realiza la tarea asignada.

## Ilustración 3. Indicadores de E2

Fuente: Extraído de la planificación de E2 (2017)



En ambas actividades propuestas por E2 (ver ilustración 4) se observa que la noción de múltiplo y divisor están implícitas en la solución de ambas situaciones, pues mediante divisiones pueden resolverse; las preguntas no son de alto nivel cognitivo pues este tipo de actividades son propicias para

trabajarlas con niños de tercer grado de primaria (edades comprendidas entre 9 y 10 años), como bien lo señala E2 en su planificación. Por otro lado, las preguntas generadoras no se relacionan con los conceptos de primo, compuesto y descomposición de factores primos.

A continuación se te presentan las siguientes situaciones que debes resolver en 10 minutos.

Luego de ello, haremos una puesta en común sobre las respuestas encontradas.

**SITUACION 1:** ¿Cómo se pueden distribuir 240 franelas en 10 gavetas si en cada una de ellas debe ser el mismo número de franelas?

**SITUACION 2:** Luisa desea repartir 8 bolígrafos entre varias personas y quiere darle el mismo número de bolígrafos a cada una de ellas. ¿De cuantas formas puede hacerlo? Luis tiene 7 lápices y quiere hacer lo mismo que Luisa, repartir los lápices entre varias personas y dar a cada una la misma cantidad. ¿De cuantas formas puede hacerlo?

## Ilustración 4. Situación generadora de E2

Fuente: Extraído de la planificación de E2 (2017)

Los informantes solamente explicitan la tarea, pero no explican cómo han de cerciorarse que esta se entiende, en caso de presentarse dificultades en la comprensión de las preguntas cómo lo trabajarán o en caso de presentar deficiencia con respecto a los conocimientos previos cómo lo subsanarán.

En cuanto a la fenomenología, E1 plantea una situación donde se hacen repartos de torta y de chocolates y E2 plantea dos situaciones donde se reparte un conjunto de objetos en partes iguales. Ambas situaciones son personales; estas son definidas por el informe Pisa (OCDE, 2003) como

aquellas que están relacionadas con la vida diaria del estudiante y lo afecta inmediatamente.

## Desarrollo de la actividad

Los informantes en general aún y cuando explicitan la forma cómo los alumnos resolverán la actividad (ya sea individualmente o en grupo o pareja), y se sugiere aclarar las dudas de los estudiantes, no se explican las posibles dificultades que se pueden presentar ni las posibles estrategias de acción ni las conexiones que se deben establecer con los conocimientos previos, como lo podemos observar en las ilustraciones 5 y 6.

**Fase 2. Desarrollo de la actividad**

En pareja el alumno responderá las preguntas de las situaciones planteadas

**Fase 2. Desarrollo de la actividad**

**Tiempo: 10 minutos**

El alumno intentará resolver el problema de manera grupal.

**Ilustración 5. Desarrollo de la actividad de E1**

Fuente: Extraído de la planificación de E1 (2017)

**Formulación de ideas**

Aunque esta fase aparece en la planificación integrada con la fase 4 por ambos informantes, como se

**Ilustración 6. Desarrollo de la actividad de E2**

Fuente: Extraído de la planificación de E2 (2017)

observa en las ilustraciones 7 y 8, no se encuentra presente en el plan, pues no se describen las posibles soluciones o representaciones externas utilizadas por los alumnos.

**Fase 3 y 4 . Formulación de ideas e Institucionalidad**

El docente con ayuda del alumno guiará a través de la técnica de preguntas a los alumnos para responder de forma verbal y en pizarrón las situaciones planteadas de la actividad y en el caso que estén incorrectas, la profesora seguirá con la técnica preguntas para que los alumnos se den cuenta de las repuestas correctas

Luego la profesora le pedirá a un alumno que represente la grafica lo que hicieron en el cuaderno.

**Ilustración 7. Formulación de las ideas de E1**

Fuente: Extraído de la planificación de E1 (2017)

**Fase 3 y 4 . Formulación de ideas e Institunalización**

El docente guiará la discusión a través de la técnica de la pregunta. Los alumnos responderán de forma verbal y en el pizarrón las situaciones planteadas.

El profesor explicara que cuando la división entre dos números es exacta, decimos que existe entre ellas una relación de divisibilidad.

Ejemplo:  $240 \div 10 = 24$  entonces a es múltiplo de b y b es divisor de a.

Los múltiplos de un número son los que se obtienen al multiplicar dicho número por cualquier otro número entero.

**Ilustración 8. Formulación de las ideas de E2**

Fuente: Extraído de la planificación de E2 (2017)



## Institucionalización

Con respecto a la conceptualización E1 trabaja con los contenidos asociados a las nociones de parte todo, cociente y reparto de la fracción. Explica los significados del denominador y numerador para parte todo y reparto (ver

ilustración 9), explica en que consiste la noción de parte todo y cociente (ver ilustración 10), no así la de reparto y no se establecen diferencias entre las tres nociones. El nivel formal es logrado en la conceptualización de la noción parte todo y cociente, no así la de reparto.

**El numerador:** El número de arriba del símbolo  $a/b$  hace referencia a algunas de las partes congruentes de la totalidad elegida, es decir numera algunas de las partes denominadas de la totalidad. El numerador puede ser cero, pues en este caso no se consideran algunas de las partes congruentes.

**Denominador:** el número de abajo de la expresión  $a/b$  indica, en término generales denota o denomina, las partes congruentes (en referencia a su magnitud, no a su forma) en que se divide la totalidad. En el caso de que  $b$  sea igual a 1, se interpreta que la unidad no se ha dividido.

## Ilustración 9. Significados del numerador y denominador de E1

Fuente: Extraído de la planificación de E1 (2017)

La fracción, bajo esta interpretación (parte todo), hace referencia a una relación entre un número determinado de partes, y todas las partes congruentes en que ha sido dividida la unidad. El cociente en términos generales se entiende como el número que se obtiene al dividir otros dos números.

## Ilustración 10. Definición de cociente y parte todo trabajada de E1

Fuente: Extraído de la planificación de E1 (2017)

E2 determina inicialmente el procedimiento para hallar los múltiplos y divisores de un número natural, posteriormente define los números primos y compuestos (ver ilustración 11) y por último establece el procedimiento para realizar la descomposición en factores primos de un número entero. En todos los contenidos el docente

establece la definición o procedimiento asociado a cada concepto y luego ejemplifica cada uno. Por lo que se pudo observar el informante presenta un esquema tradicional de la clase donde se presentan todas las definiciones formales y posteriormente se ejemplifica cada uno.

### NUMEROS PRIMOS Y COMPUESTOS.

Los números naturales son todos aquellos números naturales mayores que 1 que tiene como divisores el mismo número y la unidad.

Son números primos: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29...

Para determinar si un número es primo o no, se divide entre todos los números primos menores que él y si se llega, sin obtener cociente exacto, a una división inexacta en la que el cociente es igual o menor que el divisor, el número dado es primo. Si hay alguna división exacta, el número dado es compuesto.

Un número es compuesto si tiene más de dos divisores.

Resolviendo la situación 2 se llega al análisis junto con los alumnos donde se logra resolver el ejemplo diciendo que Luisa solo puede dar a cada persona 1, 2, 4 u 8 bolígrafos, y no puede dar 3 porque 3 no es divisor de 8. Los divisores de 8 son 1, 2, 4 y 8. Se puede escribir que  $8 = 1 \times 8 = 2 \times 4$ .

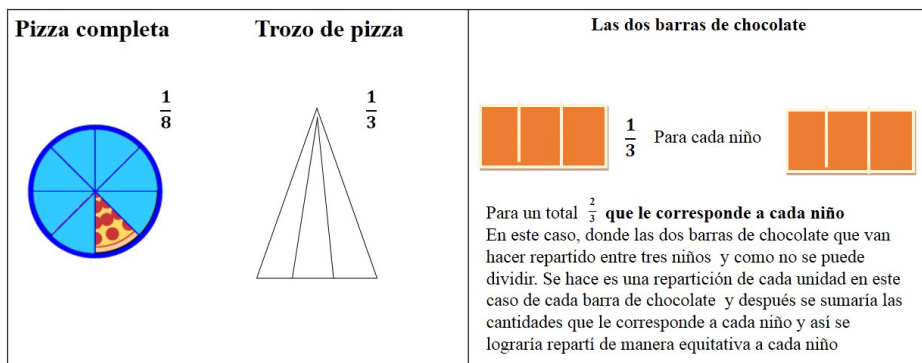
En el caso de Luis solo puede dar 7 lápices o 1 lápiz, porque los divisores del 7 son el 1 y el 7, entonces se puede decir que:  $7 = 1 \times 7$ . Los números como el siete, que solamente pueden escribirse como el producto de 1 y él mismo, se llaman números primos.

## Ilustración 11. Institucionalización de los conceptos de números primos y compuestos de E2

Fuente: Extraído de la planificación de E2 (2017)

Con respecto al uso de las representaciones externas, E1 utiliza las representaciones gráfica, verbal y numérica para dar respuesta a las situaciones planteadas (ver ilustración 12). Utiliza la noción de área de figuras geométricas (círculo, triángulo y rectángulo) para trabajar las nociones de parte todo y reparto, no así la de coci-

ente. En caso del reparto, se explica el proceso de la repartición de forma verbal pero no gráfico. Utiliza la simbología algebraica para describir los elementos de las fracciones. Trabaja simultáneamente las representaciones gráfica, verbal y numérica para desarrollar las nociones de parte todo y reparto.



## Ilustración 12. Algunas representaciones externas usadas por E1

Fuente: Extraído de la planificación de E1 (2017)

E2 en general utiliza representaciones verbales y numéricas (ver ilustración 13). Al trabajar la definición de múltiplo y divisor empieza con la representación verbal enunciando la definición en cada caso y posteriormente presenta dos ejemplos; en el caso de la definición de divisor complementa con una representación algebraica. Para el caso de los conceptos de primo y compuesto después de presentar la definición de primo

enumera los primeros 10 números primos naturales y en el caso del número compuesto presenta todos los divisores del número 8. Lo mismo ocurre con la descomposición de factores primos, presenta el algoritmo para determinar los números primos que dividen a un número natural luego presenta un ejemplo, pero no escribe el número como producto de las potencias de los números primos.

El profesor explicara que cuando la división entre dos números es exacta, decimos que existe entre ellas una relación de divisibilidad.

Ejemplo:  $240 \div 10 = 24$  entonces a es múltiplo de b y b es divisor de a.

Los múltiplos de un número son los que se obtienen al multiplicar dicho número por cualquier otro número entero.

Ejemplo:

- 24 es múltiplo de 6 porque se puede obtener al multiplicar 6 por el 4.
- 30 es múltiplo de 15 porque se puede obtener al multiplicar 15 por el 2.

Los divisores de un número son los números enteros obtenidos al dividir dicho número entre otro número entero, que también será un divisor (la división debe ser exacta).

Ejemplo:

- 8 es divisor de 24, porque la división  $24 \div 8$  es exacta o porque  $8 \times 3 = 24$

$$\frac{a}{b} = c \rightarrow a = b \cdot c$$

### Ilustración 13. Representaciones externas usadas por E2

Fuente: Extraído de la planificación de E2

Con respecto a la modelación E1 desarrolla los conceptos de las nociones parte todo y reparto a partir de la actividad planteada, no así la noción de

cociente para la cual creó otra situación de contexto como se observa en la ilustración 14. No ejemplifica en otros contextos los conceptos trabajados.

Si queremos repartir tres metros de cinta entre cuatro niñas, observamos que la representación grafica de la situación es la misma, por lo que a cada niña le corresponden  $\frac{3}{4}$  de metro de cinta, con la diferencia que en esta situación podríamos dar la respuesta como 0,75 metros, es decir, 75 centímetros.

La respuesta de la primera situación no puede ser expresada en números decimales, sería absurdo decir, 0,75 barras de chocolate.

## **Ilustración 14. Noción de cociente trabajada por E1 no relacionada a la situación generadora**

Fuente: Extraído de la planificación de E1 (2017)

E2, de los cinco conceptos trabajados, solo dos son relacionados con las situaciones colocadas al inicio de la clase. Ninguno de los conceptos y procedimientos es trabajado a partir

de las situaciones generadoras como se puede observar en la ilustración 15, y no se plantean otros contextos donde pueden ser aplicados los conceptos trabajados.

### **DESCOMPOSICION DE NUMEROS EN FACTORES PRIMOS.**

Descomponer un número en factores primos consiste en expresar como producto de números primos dicho número. para ello debemos adoptar las siguientes reglas:

- ❖ Se divide el número tantas veces como sea posible por el menor número primo que lo divide.
- ❖ A continuación se divide entre el divisor primo que le sigue y así sucesivamente hasta obtener un cociente igual a 1.
- ❖ El resultado de todos los divisores obtenidos son los factores primos del número dado, los cuales serán expresados en forma de productos de potencia.

Fíjate como se descompone el número 360 en factores primos;

360	2
180	2
90	2
45	3
15	3
5	5
1	

## **Ilustración 15. Noción de la descomposición de factores primos trabajada por E2 no asociada a la situación generadora**

Fuente: Extraído de la planificación de E2 (2017)

## Principios realistas

Ambos informantes se acoplan al principio de la interacción pues en la segunda fase establecen que la actividad se desarrollará en grupo lo que permitirá la reflexión por parte de los alumnos; por otro lado, también se manifiesta en sus planificaciones el principio de la realidad pues hacen el intento de relacionar los contenidos con situaciones reales. No se encuentran evidencias del principio de la actividad, de los niveles pues el nivel de complejidad de los problemas es elemental, tampoco de la interconectividad ni de la reinención.

## Conclusiones

Al caracterizar las planificaciones de los docentes en formación se observaron debilidades en todas las fases de la clase. En cuanto a la situación generadora presentada por ambos se relacionan a las competencias y los indicadores fijados por los informantes, pero las preguntas generadoras no consideran algunos contenidos e indicadores y por otro lado son de bajo nivel cognitivo. Ambas situaciones problemáticas son personales.

El desarrollo de la actividad (fase 2) en ambas planificaciones solo explicita la forma de trabajo de los estudiantes, pero no se explican las posibles dificultades que pueden presentar los alumnos, ni las estrategias de acción ni las conexiones con los conocimientos previos. La fase 3 no es desarrollada por los informantes.

La institucionalización de ambos informantes se caracteriza por: una conceptualización descontextualizada donde los docentes en formación no consideran la situación generadora ni las posibles respuestas aportadas por los estudiantes y se mantiene el esquema tradicional de la presentación de la definición y luego la ejemplificación; uso de varias representaciones externas donde uno de los informantes utiliza con frecuencia las operaciones cognitivas entre ellas y el otro informante los usa con menor frecuencia; el proceso de modelación no es logrado por los informantes debido a que solo uno de ellos relaciona en algunos momentos la conceptualización a la situación generadora y ninguno de los dos informantes aplica en otros contextos los contenidos desarrollados.

## Referencias bibliográficas

- Aguilar, A.; Carreño, E.; Carrillo, J.; Climent, N.; Contreras, L.; Escudero, D.; Flores, E.; Flores, P.; Montes, M. y Rojas, N. (2013). El conocimiento especializado del profesor de matemáticas: MTSK. **Memorias del VII CIBEM**, 16 al 20 de setiembre de 2013, Montevideo, Uruguay, pp. 5063 – 5069.
- Ball, Deborah; Thames, Mark y Phelps, Geoffrey. (2008). Content Knowledge for Teaching. What Makes It Special? **Journal of Teacher Education**. Vol. 59, N° 5, pp. 389 – 407.

- Bressan, Ana; Zolkower, Betina y Gallego, María. (2004). I Parte: La Educación Matemática Realista. Principios en que se sustenta. **Memorias de la Escuela de Invierno en Didáctica de la Matemática**. Disponible en: [www.pna.es](http://www.pna.es). Recuperado el 25 de mayo de 2017.
- Bressan, Ana; Gallego, María; Pérez, Silvia y Zolkower, Betina. (2016). **Educación Matemática Realista. Basesteóricas**. Disponible en: [http://gpdmatematica.org.ar/wp-content/uploads/2016/03/Modulo\\_teoría\\_EM-R-Final.pdf](http://gpdmatematica.org.ar/wp-content/uploads/2016/03/Modulo_teoría_EM-R-Final.pdf). Recuperado el 24 de enero de 2018.
- Da Ponte, Joao (2011). **Estudando o conhecimento e o desenvolvimento profissional do professor de matemática**. Disponible en: <http://www.ie.ulisboa.pt/pls/portal/docs/1/334377.PDF>. Recuperado el 25 de agosto 2017.
- Fe y Alegría. (2012). **Proyecto: Montados en hombros de gigantes**. Centro de Formación Fundación Padre Joaquín. Venezuela.
- Hernández, Roberto; Fernández, Carlos y Baptista Pilar. (2014). **Metodología de la investigación**. Sexta edición. McGraw-Hill Education. México D.F.
- Freudenthal, Hans. (1983). **Didactical Phenomenology of Mathematical Structures**. Holanda. D. Reidel Publishing Company.
- Gómez, Pedro. (2007). **Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial para profesores de secundaria** (Tesis doctoral). Universidad de Granada. España.
- Pino, Luis y Godino, Juan. (2015). Perspectiva ampliada del conocimiento didáctico-matemático del profesor. **Paradigma**. Vol. XXXVI, N° 1, pp. 87 – 109.
- Pino, Luis; Assis, Adriana y Castro, Walter. (2015). Towards a Methodology for the characterization of Teachers' Didactic Mathematical Knowledge. **Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education**. Vol. 11, N° 6, pp. 1429 – 1456.
- Rico, Luis; Marín, Antonio; Lupiáñez, José y Gómez, Pedro. (2008). Planificación de las matemáticas escolares en secundaria. El caso de los Números Naturales. **Revista Suma**. N° 58, pp. 7 – 23.
- Ríos, Yaneth. (2008). **Las fracciones: sus interpretaciones y representaciones** (Tesis doctoral). Universidad del Zulia. Venezuela.
- Ríos, Yaneth. (2010). **Los organizadores del currículo asociados a las fracciones** (Trabajo de ascenso para optar a la categoría de titular). Universidad del Zulia. Venezuela.
- Segovia, Isidoro y Rico, Luis. (2001). Unidades didácticas. Organizadores. En E. Castro (Editor). **Didáctica de las Matemática en la Educación Primaria**. España. Síntesis. pp. 83 – 104.





UNIVERSIDAD  
DEL ZULIA

---

Revista Especializada en Educación

# Encuentro Educativo

**AÑO 25, Nº 2 Julio - Diciembre 2018**

Esta revista fue editada en formato digital y publicada en Diciembre de 2018, por el **Fondo Editorial Serbiluz**, **Universidad del Zulia**. Maracaibo-Venezuela

[www.luz.edu.ve](http://www.luz.edu.ve)

[www.serbi.luz.edu.ve](http://www.serbi.luz.edu.ve)

[www.produccioncientificaluz.org](http://www.produccioncientificaluz.org)