

Differensial tenglamalarni yechishda matematik dastulardan foydalanish

¹Karimov I.M., ²O'rolov O'.A.

¹TKTI "Oliy matematika" kafedrası dotsenti

²TKTI "Oliy matematika" kafedrası stajyor tatqiqotchisi

ANNOTATSIYA:

Zamonaviy jamiyatning intellektual imkoniyatlarini belgilovchi omillardan biri uning kompyuter texnologiyalari bilan jihozlanganligidir. Hozirgi vaqtda kompyuterlardan foydalanish doirasi shunchalik kengki, undan foydalanish nomaqbul bo'ladigan soha yo'q. **Mazkur maqola matematik tenglamalar yechimlarini naqfaqat analitik, balki WolframAlpha dasturi va Maple amaliy dasturlar paketi yordamida ham osongina olish mumkinligiga qaratilgan.**

Tayanch so'zlar: Purjina, blok, massa, tebranish, differensial tenglama, funksiya, siljish, vaqt, bikrlilik, muvozanat, koeffitsiyent, boshlang'ich shartlar.

WolframAlpha dasturi [1] o'zida ko'plab imkoniyatlarni jamlagan dastur hisoblanib, bu dastur orqali matematika, tabiiy fanlar, ijtimoiy va madaniy soha hattoki bizni o'rab turgan olamdagi kundalik hayotimizda sodir bo'ladigan hodisa va jarayonlar haqida ham ma'lumot olish, bilim va ko'nikmalarni boyitish mumkin. Tevarak atrofimizdagi har qanday harakat yoki sodir bo'layotgan hodisa, albatta, biror qonuniyat, ya'ni funksiya asosida sodir bo'ladi. Fuksiyalar va ularni to'la tekshirish haqidagi ma'lumotlarni [2] o'quv-uslubiy qo'llama orqali batafsil bilib olish mumkin. Bu funksiyalar esa qandaydir tenglamalarning yechimlari hisoblanadi. Shu kabi oddiy ayrim oddiy differensial tenglamalar yaqin-yaqingacha asosan analitik usulda ishlab kelingan. Bu tenglamalarning umumiy va xususiy yechimlarni WolframAlpha dasturidan foydalanib ham olish mumkin.

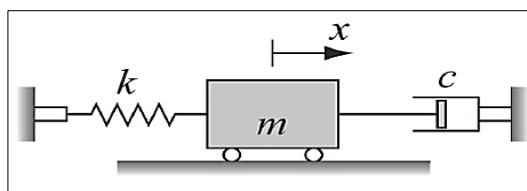
Maple amaliy dasturlar paketi ham dasturlashsiz katta hajmdagi masalalarni yechish imkoniyatiga ega. Faqat masalalarni yechish algoritmini yozish va uni bir necha bo'laklarga bo'lish kerak. Bundan tashqari yechish algoritmlari funksiya va sistema buyruqlari ko'rinishida hal qilingan minglab masalalar mavjud. Maple matematik va injener-texnik hisoblashlarni o'tkazishga mo'ljallangan dasturlashning integrallashgan tizimi hisoblanadi. U formula, son, matn va grafika bilan ishlash uchun keng imkoniyatli tizimdir.

Quyidagi masala berilgan bo'lsin [3].

Prujinaga va amortizatorga biriktirilgan m massali blokni siljitib, erkin qo'yib yuborilgandagi tebranishi masalasi berilgan. Nyutonning ikkinchi qonuniga asosan differensial tenglamadan massaning vaqt funksiyasi sifatidagi x siljishini aniqlash mumkin.

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + c \frac{dx}{dt} + kx = 0,$$

bu yerda k – prujinaning bikrligi va c – amortizatorning dempfirlash koeffitsiyentini bildiradi. Agar massani muvozanat holatidan siljitib, keyin qo'yib yuborilsa, u tebranishni boshlaydi. Tebranishning tabiati massa kattaligiga, k va c koeffitsiyentlarning qiymatlariga bog'liq.



Rasmda ko'rsatilgan sistema uchun $m = 2 \text{ kg}$ va $k = 20 \text{ N/m}$ bo'lsin. Boshlang'ich $t = 0$ vaqtda massa $x = 0.1 \text{ m}$ masofaga siljitilib, qo'yib yuboriladi. Amortizatorning dempfirlash koeffitsiyenti $c = 4 \text{ N} \cdot \text{sek/m}$ bo'lgan holda massa siljishini vaqtning funksiyasi sifatida ifodalang.

Yechish (*Analytik usulda*): Qaralayotgan masalada differensial tenglamaning ko'rinishi quyidagicha:

$$2 \frac{d^2x}{dt^2} + 4 \frac{dx}{dt} + 20x = 0, \quad x(0) = 0.1; \quad x'(0) = 0.$$

Yechim $x = e^{kt}$ ko'inishida qidiriladi va mos tartibli hosilalar olinib, tenglamaga qo'yiladi.

$$2k^2 e^{kt} + 4k e^{kt} + 20e^{kt} = 0$$

$$e^{kt}(2k^2 + 4k + 20) = 0$$

$$e^{kt} \neq 0 \text{ demak, } 2k^2 + 4k + 20 = 0.$$

$$k_1 = -1 + 3i; \quad k_2 = -1 - 3i$$

Umumiy yechim $x = C_1 e^{-t} \sin(3t) + C_2 e^{-t} \cos(3t)$ ko'inishda bo'ladi. $x(0) = 0.3; \quad x'(0) = 0$ boshlang'ich shartlar orqali C_1 va C_2 lar topiladi va xususiy yechim

$$x = \frac{1}{30} e^{-t} \sin(3t) + \frac{1}{10} e^{-t} \cos(3t) \quad \text{ko'inishda bo'ladi.}$$

Bu differensial tenglamani *WolframAlpha* dasturi yordamida yechish uchun dastlab

<https://www.wolframalpha.com> saytiga kiriladi va asosiy oynadan $y''(x)$ *Differential Equations* menyusi tanlanadi va namunaviy tenglama o‘rniga yuqorida berilgan tenglama klaviatura yordamida kiritilib, Enter tugmasi bosiladi. Natija esa quyidagicha ko‘rinishda bo‘ladi:

$2x''+4x'+20x=0, x'(0)=0, x(0)=0.1$

NATURAL LANGUAGE
MATH INPUT
EXTENDED KEYBOARD
EXAMPLES
UPLOAD

Input

 $\{2x''(t) + 4x'(t) + 20x(t) = 0, x'(0) = 0, x(0) = 0.1\}$

ODE names

Autonomous equation

 $2x''(t) = -20x(t) - 4x'(t)$

Autonomous equation »

Sturm-Liouville equation

 $\frac{d}{dt}(e^{2t}x'(t)) + 10e^{2t}x(t) = 0$

Sturm-Liouville equation »

ODE classification

second-order linear ordinary differential equation

Alternate forms

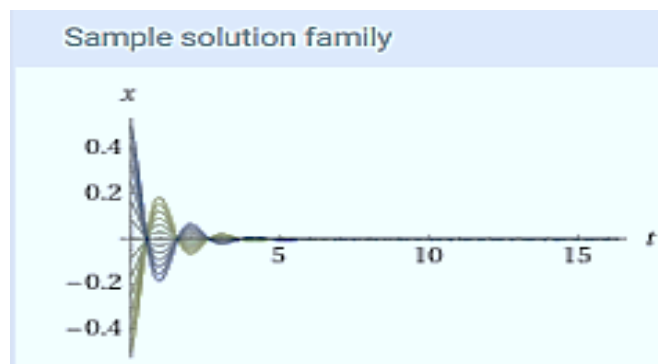
 $\{x''(t) = -2x'(t) - 10x(t), x'(0) = 0, x(0) = 0.1\}$

 $\{x''(t) + 2x'(t) + 10x(t) = 0, x'(0) = 0, x(0) = 0.1\}$

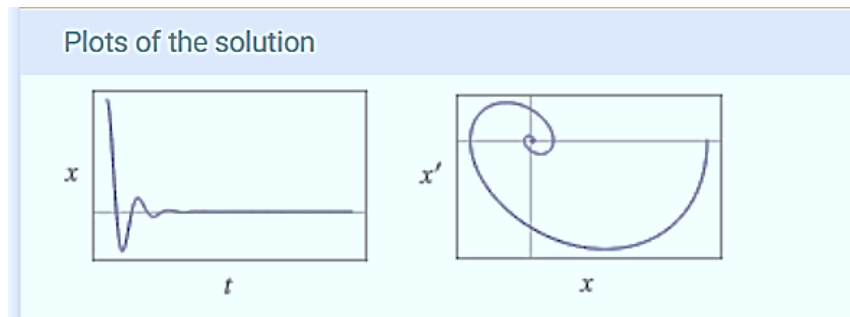
Differential equation solution Step-by-step solution

 $x(t) = e^{-t} (0.0333333 \sin(3t) + 0.1 \cos(3t))$

Umumiy yechimlar oilasi



$x'(0)=0, x(0)=0.1$ boshlg‘ich shartlarni qanoatlantiruvchi xususiy yechim va uning grafigi quyida keltirilgan:



Bu differensial tenglamani yechish uchun Maple amaliy dasturlar paketi ishchi oynasi ochiladi va buyruqlar quyidagi ketma-ketlikda kiritiladi. Dastlab eng kerakli bo'lgan uchta asosiy kutubxonalar buyrug'i kiritiladi:

> with(plots):

> with(students):

> with(linalg):

Berilgan oddiy differensial tenglama quyidagicha kiritiladi:

> ode1:=diff (2*x(t), t, t) + diff (4*x(t), t) + 20*x(t)=0;

$$ode1 := 2 \left(\frac{d^2}{dt^2} x(t) \right) + 4 \left(\frac{d}{dt} x(t) \right) + 20 x(t) = 0$$

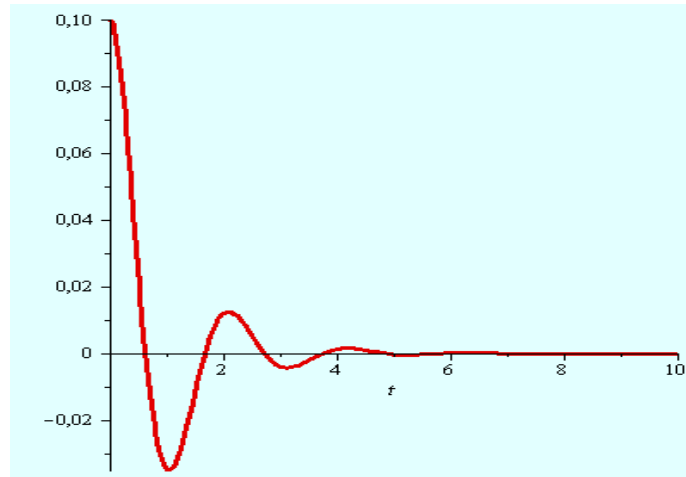
dsolve buyrug'i yordamida berilgan differensial tenglamaning umumiy yechimi olinadi.

$$r := x(t) = \frac{1}{30} e^{-t} \sin(3 t) + \frac{1}{10} e^{-t} \cos(3 t)$$

> r:=dsolve({ode1, x(0)=0.1, D(x)(0)=0});

Olingan yechimning grafigi *plot* buyrug'i yordamida chiziladi.

> plot((1/30)*exp(-t)*sin(3*t)+(1/10)*exp(-t)*cos(3*t),t=0..10);



XULOSA

Xulosa qilib shuni aytish mumkinki, differensial tenglamalarni yechishning bugungi kunda ko‘plab usullari mavjud. Ma‘lumki, differensial va integral hisobning tatbiqi ko‘p predmetlar bilan bog‘liq. Differensial tenglamalarga oid masalalarni yechishda *Wolframalpha* va *Maple* dasturlaridan foydalanib, umumiy va xususiy yechimni olish va grafiklarni chizish imkoniyatlari ko‘rsatib o‘tildi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. www.wolframalpha.com
2. Karimov I.M. **Funksiyalarni to‘liq tekshirishda WolframAlpha dasturidan foydalanish.** T.: 2023.
3. Safarov I.I., Karimov I.M. **MATEMATIKA (MatLab tizimi asosida) II qism.** T.: 2023.