TA'LIM FIDOYILARI
GUVOHNOMA № 1170
ISSN:2181-2160
SJIFACTOR: 4.27 RESEARCHBIB(I.F): 6.2 U.I.F: 6.8
WWW.REANDPUB.UZ

CHIZIQLI DIFFERENSIAL O'YINLARDA QOCHISH MASALASI

Shahrisabz davlat pedagogika instituti o'qituvchisi

Sultonov Sherzod Yusuf o'g'li

Annotatsiya. Ushbu maqolada doirada quvuvchi va qochuvchilar harakatlari sodda chiziqli differensial tenglamalar bilan berilgan o'yin o'rganilgan.

Ushbu differensial o'yinda ustma-ust tushish ma'nosida qochuvchi uchun quvuvchidan istalgancha vaqt qochib yura olishini ta'minlovchi strategiya qurilgan. Agar o'yin biror musbat atrofga tushish ma'nosida qaralsa, quvuvchi uchun o'yinni chekli vaqtda tugatish uchun quvish vaqti baholangan.

Annotation. In this article, the movement of the pursuer and the evaeder in the frame is studied by a simple linear differential equation. In this differential game, a strategy is built in which the evaeder can run away from the pursuer during the infinite time which end of the game in the sense of overlapping. If the game is viewed in terms of a positive neighbor, the chase time is estimated for the chaser to finish the game in a limited time.

Ushbu maqolada harakatiga tashqi kuch ta'sir etayotgan obyektlar ishtirokidagi sodda differensial o'yinda qochish masalasi atroflicha o'rganilgan.

R^2 tekislikdagi $N, N \subset R^2$ kompakt to'plamda P quvuvchi obyekt E qochuvchi obyektni quvlash masalasini qaraylik. Berilgan P, E obyektlarning harakat qonuniyatlari mos ravishda quyidagi tenglamalar bilan yozilgan bo'lsin:

$$\dot{x} = u, \quad \dot{y} = v, \quad \|u\| \le 1, \|v\| \le 1, \; x(0) = x_0, \; y(0) = y_0, \tag{1}$$

bu yerda, $x_0 \ne y_0$, $u, v-$boshqaruv parametrlari bo'lib; $u-$quvuvchi o'yinchining boshqaruv parametri, $v-$qochuvchi o'yinchining boshqaruv parametri.

Ta'rif. E qochuvchi o'yinchining pozitsion $\varepsilon-$ stratigiyasi deb, shunday t ga bog'liq $v(y(t), x(t))$, $t_j \le T \le t_{j+1}$ o'lchovli funksiyaga aytiladiki,

$$v(y(T), x(T)) = v(y(t_j), x(t_j)) \tag{2}$$

TA'LIM FIDOYILARI
GUVOHNOMA № 1170
ISSN:2181-2160
SJIFACTOR: 4.27 RESEARCHBIB(I.F): 6.2 U.I.F: 6.8
WWW.REANDPUB.UZ

bo‘ladi. Bu yerda, $0=t_1<t_2<...<t_j<...$ va $\lim\limits_{j\to\infty} t_j=+\infty$.

Bizga (1) differensial o‘yin berilgan bo‘lsin.

Ushbu paragrafda yuqoridagi (1) o‘yinda berilgan obyektlarning harakat tenglamalari chiziqli o‘zgartirilib, qochish masalasi atroflicha yoritilgan; qochish vaqtining cheksiz ekani ko‘rsatilgan va qochish satrategiyasi qurilgan.

Bizga R^2 tekislikda olingan $N=\left\{(z^1,z^2):(z^1)^2+(z^2)^2\le r^2\right\}$ doirada P - quvuvchi va E - qochuvchi ishtirokidagi differensial o‘yin berilgan bo‘lib, ularning harakat qonuniyatlari mos ravishda quyidagi chiziqli differensial tenglamalar bilan ifodalangan bo‘lsin.

$$\begin{aligned} &\dot{x}+\alpha x=u, \|u\|\le 1,\ x(0)=x_0, \\ &\dot{y}+\alpha y=v, \|v\|\le\|p\|=1, y(0)=y_0, \end{aligned} \tag{3}$$

bu yerda, $\alpha-\text{const}$, $x_0\ne y_0$.

Teorema. Agar α parametr musbat bo‘sa, u holda qochuvchida $t>0$ vaqtda quvuvchi bilan uchrashmaslikni ta’minlvochi ε-strategiya mavjud.

Isboti. *Qochuvchi strategiyasi.* $a=\sqrt{r^2-r_0^2}$ belgilashni kiritamiz, bu yerda r berilgan doiraning radiusi, r_0-qochuvchi turgan nuqtadan doira markazigacha bo‘lgan masofa. Bunda doim a ni musbat deb olish mumkin. Ya’ni, qochuvchi doiraning ichki nuqtasida turibdi deyish mumkin. Aks holda $x_0\ne y_0$ ekanligidan ma’lum (masalan: $\frac{d}{10}=\frac{|x_0-y_0|}{10}$) vaqt ichida qochuvchi quvuvchiga ushlanmasdan doiraning ichiga kirib olishi mumkin.

Endi qochuvchi o‘yinchining strategiyasini quramiz. Buning uchun birinchi qadamda qochuvchining dastlabki turgan nuqtasi $y(0)=y_0=E_0$ dan diametr o‘tkazamiz. Tushunarliki, doira markazi diametrda yotadi. Qochuvchi quvuvchining shu diametrdan qaysi tomonda ekanligiga qarab, unga qarama-qarshi tomonga diametrga perpendikular ravishda $v(t)=p_0$, $\|p_0\|=1$ vektor yo‘nalishida $\frac{a}{2}$ vaqtgacha yuradi va $y\left(\frac{a}{2}\right)=y_1=E_1$

nuqtaga o'tadi. Ikkinchi qadamda yana E_1 nuqtadan diametr o'tkazadi. Quvuvchining shu diametrdan qaysi tomonda ekanligiga qarab, unga qarama-qarshi tomonga diametrga perpendikular ravishda $v(t)=p_1,\ \|p_1\|=1$ vektor yo'nalishida $\frac{a}{3}$ vaqtgacha yuradi va $y\left(\frac{a}{2}+\frac{a}{3}\right)=y_2=E_2$ nuqtaga o'tadi. Va kokazo. Va umuman $n-$qadamda $y\left(\frac{a}{2}+\frac{a}{3}+...+\frac{a}{n}\right)=y_{n-1}=E_{n-1}$ nuqtadan diametr o'tkazadi. Quvuvchining shu diametrdan qaysi tomonda ekanligiga qarab, unga qarama-qarshi tomonga diametrga perpendikular ravishda $v(t)=p_n,\ \|p_n\|=1$ vektor yo'nalishida $\frac{a}{n+1}$ vaqtgacha yurib, E_n nuqtani egalladi. Va hokazo.

Endi qochuvchining yuqorida qurilgan stratigiyasida quvuvchidan istalgancha vaqt qochib yura olishini isbotlash uchun:

1) Har bir qadam davomida qochuvchi quvuvchiga ushlanmasligini ;

2) Qadamlardagi vaqtlar yig'indisi: $\frac{a}{2}+\frac{a}{3}+...+\frac{a}{n+1}+...$ ning cheksizga intilishini;

3) Qochuvchi nuqta yuqorida qurilgan stratygiyani qo'llaganda doiradan chiqib ketmasligini ko'rsatishimiz kerak.

Har bir qadam davomida qochuvchi quvuvchiga ushlanmasligini ko'rsatamiz.

Buning uchun quyidagicha belgilash kiritamiz: ya'ni, $z=y-x$ desak, u holda (3) tenglama quyidagi

$$\dot{y}-\dot{x}+\alpha(y-x)=v-u\ \ z_0=y_0-x_0\neq 0 \qquad (4)$$

ko'rinishga keladi. Belgilashimizga ko'ra,

$$\dot{z}+\alpha z=v-u,\ z_0\neq 0. \qquad (5)$$

differensial tenglamaning yechimi

$$z(t)=e^{-\alpha t}z_0+\int_0^t e^{-\alpha(t-\tau)}v(\tau)d\tau-\int_0^t e^{-\alpha(t-\tau)}u(\tau)d\tau$$

ko'rinishda bo'ladi.

Endi, $z(t)$ ning normasini qaraylik.

$$\|z(t)\|\geq\sqrt{\left|e^{-\alpha t}z_0\right|^2+2e^{-\alpha t}\int_0^t e^{-\alpha(t-\tau)}(p_0,z_0)+\left(e^{-\alpha t}\int_0^t e^{-\alpha(t-\tau)}d\tau\|p_0\|^2\right)}-\|\hat{u}(t)\|$$

Bu yerda,

$$\|\hat{u}(t)\|=\left\|\int_0^t e^{-\alpha(t-\tau)}u(\tau)d\tau\right\|\leq\int_0^t e^{-\alpha(t-\tau)}\|u(\tau)\|d\tau\leq\int_0^t e^{-\alpha(t-\tau)}d\tau\,,$$

Demak,

$$\|z(t)\|\geq\sqrt{\left|e^{-\alpha t}z_0\right|^2+2e^{-\alpha t}\int_0^t e^{-\alpha(t-\tau)}(p_0,z_0)+\left(\int_0^t e^{-\alpha(t-\tau)}d\tau\|p_0\|\right)^2}-\int_0^t e^{-(t-\tau)}d\tau$$

$(p,z_0)=(p_0,y_0)-(p_0,x_0)\geq 0$ ekanligidan,

$$\|z(t)\|\geq\sqrt{\left|e^{-\alpha t}z_0\right|^2+\left(\int_0^t e^{-\alpha(t-\tau)}d\tau\|p_0\|\right)^2}-\int_0^t e^{-(t-\tau)}d\tau$$

Xulosa qilish mumkinki, $z(t)>0$ ekan.

Endi, qadamlardagi vaqtlar yig'indisi cheksiz ekanini ko'rsatishimiz kerak. Boshqacha aytganda,

$$\frac{a}{2}+\frac{a}{3}+\ldots+\frac{a}{n+1}+\ldots$$

yig'indining cheksiz qiymatli ekanligini isbotlashimiz kerak. Bu yig'indini L_{n+1} ko'rinishida belgilab olaylik. Ya'ni, $L_{n+1}=\frac{a}{2}+\frac{a}{3}+\ldots+\frac{a}{n+1}+\ldots$. Endi, quyidagi tengsizliklardan foydalanamiz:

$$\frac{a}{3}+\frac{a}{4}>\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{8}>\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}=\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{9}+\frac{1}{10}+...+\frac{1}{15}+\frac{1}{16}>\frac{1}{16}+...+\frac{1}{16}=\frac{1}{2}$$

....

va hokazo.

Bundan $L_3>1$, $L_7>\frac{3}{2}$, $L_{15}>2,\ldots$ va umuman $n+1=2^k$ uchun $L_{n+1}>\frac{k}{2}$ tengsizlik o‘rinli bo‘ladi. Demak, $k\to\infty$ bo‘lganda, L_{n+1} ham cheksizga intilar ekan. Ya’ni, $\lim\limits_{k\to\infty}\frac{k}{2}=\infty$. Bundan kelib chiqadiki, n cheksiz ortishi bilan L_{n+1} qator ham cheksiz o‘sib borar ekan.

Nihoyat, qochuvchi obyekt yuqorida qurilgan stratigiyani qo‘llaganda doiradan chiqib ketmasligini ko‘rsatamiz. Buning uchun $n-$qadamda qochuvchi doiradan chiqib ketmasligini ko‘rsatish yetarli.

$$y(t)=e^{-\alpha t}y_{n-1}+\int_0^t e^{-\alpha(t-\tau)}p_n d\tau=e^{-\alpha t}y_{n-1}+p_n e^{-\alpha t}\int_0^t e^{\alpha\tau}d\tau=$$

$$=e^{-\alpha t}y_{n-1}+p_n e^{-\alpha t}\frac{e^{\alpha t}-1}{\alpha}=e^{-\alpha t}y_{n-1}+p_n\frac{1-e^{-\alpha t}}{\alpha}.$$

Endi, quyidagi sklayar ko‘paytmani qaraylik, ya’ni

$$\left(y(t),\frac{y_{n-1}}{\|y_{n-1}\|}\right)=e^{-\alpha t}\frac{\|y_{n-1}\|^2}{\|y_{n-1}\|}+(p_n,y_{n-1})\frac{1-e^{-\alpha t}}{\alpha}=e^{-\alpha t}\|y_{n-1}\|+(p_n,y_{n-1})\frac{1-e^{-\alpha t}}{\alpha}\le\|y_{n-1}\|.$$

Bunda, p_n vektor y_{n-1} ga perpendikular bo‘lganligi uchun (p_n,y_{n-1}) skalyar ko‘paytmaning qiymati nolga teng. Demak, $\left(y(t),\frac{y_{n-1}}{\|y_{n-1}\|}\right)\le\|y_{n-1}\|$. Bu yerda,

$$0\le t\le\frac{a}{n+1},\ y_{n-1}=y\left(\frac{a}{2}+\frac{a}{3}+,...,\frac{a}{n}\right).$$

Bundan har bir qadamda va demak, umuman o‘yin davomida qochuvchi o‘yinchi doiradan chiqib ketmasligi kelib chiqadi.

TA'LIM FIDOYILARI
GUVOHNOMA № 1170
ISSN:2181-2160
SJIFACTOR: 4.27 RESEARCHBIB(I.F): 6.2 U.I.F: 6.8
WWW.REANDPUB.UZ

Adabiyotlar:

[1]. Айзекс Р. Дифференциальные игры. -М.: Мир, 1967.-480с.

[2]. Маматов М.Ш., Зуннунов А.О., О задаче простое преследование-убегание на компакте //Актуальные проблемы гуманитарных и естественных наука. -М.: Наука, 2016, -№1-1. С.15-18.

[3]. Петросян Л.А., Рихсиев Б.Б, Преследование на плоскости. – Москва: Наука, 1991. серия “Популярные лекции по математике” выпуск 61-96с.

[4]. Понтрягин Л.С., “Линейные дифференциалъные игры преследования” *Матем.сб.,*112(154):3(7) (1980), 307-330.