

О КОРРЕКТНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ ТЕНЗОРНОГО РАЗЛОЖЕНИЯ ДЛЯ АНАЛИЗА СПЕКТРОВ ЭЭГ

Новотоцкий-Власов В.Ю.

Институт Высшей нервной деятельности и нейрофизиологии РАН, Национальный медицинский исследовательский центр психиатрии и наркологии им. В.П. Сербского

Ковалев В.П.

Национальный медицинский исследовательский центр психиатрии и наркологии им. В.П. Сербского

Тихонов В.А.

Национальный медицинский исследовательский центр психиатрии и наркологии им. В.П. Сербского

ON THE CORRECTNESS OF THE APPLICATION OF TENSOR DECOMPOSITION FOR EEG SPECTRA ANALYSIS

Novototsky-Vlasov V.,

*Institute of Higher nervous activity and neurophysiology of RAS,
V. Serbsky National Medical Research Centre of Psychiatry and Narcology*

Kovalev V.,

V. Serbsky National Medical Research Centre of Psychiatry and Narcology

Tikhonov V.

V. Serbsky National Medical Research Centre of Psychiatry and Narcology

Аннотация

В нашей предыдущей работе было выдвинуто предположение, что спектры ЭЭГ испытуемого в разных функциональных состояниях обладают структурой тензора третьего порядка, и для выделения из них физически и физиологически осмысленных компонентов может быть использовано тензорное разложение PARAFAC. Однако корректность применения тензорного разложения для анализа спектров ЭЭГ в разных физиологических состояниях не была обоснована экспериментально или теоретически. В настоящей работе мы использовали невязку аппроксимации данных тензором низкого ранга и доказали корректность применения тензорного разложения PARAFAC для анализа спектров ЭЭГ человека.

Abstract

In our previous work, it was suggested that the subject's EEG spectra in different functional states have a third-order tensor structure, and the PARAFAC tensor decomposition can be used to isolate physically and physiologically meaningful components from them. However, the correctness of using tensor decomposition to analyze EEG spectra in different physiological states has been substantiated neither experimentally nor theoretically. In this paper, we used the residual of data approximation by a low-rank tensor and proved the correctness of the application of the PARAFAC tensor decomposition for the analysis of human EEG spectra.

Ключевые слова: спектр ЭЭГ, тензорное разложение PARAFAC, невязка.

Keywords: EEG spectrum, PARAFAC tensor decomposition, residual.

Введение

Понятие “ритма” широко используется в физиологической литературе для компактного описания электроэнцефалограммы (ЭЭГ) при анализе различных функциональных состояний и сравнении разных групп испытуемых в норме и при различных патологиях [7]. Тем не менее, до сих пор в нейрофизиологии отсутствует общепринятое и объективное определение ритмов или базовых компонентов спектров ЭЭГ [4, 13, 14]. Достоинства и недостатки существующих методов определения ритмов ЭЭГ были описаны нами ранее [14].

Главным недостатком всех использованных подходов является субъективизм, будь то (достаточно произвольно) устанавливаемые фиксированные границы диапазонов [9] или адаптивные, подстраиваемые по пиковой частоте альфа-ритма границы диапазонов фиксированной ширины [4].

В нашей предыдущей работе [13] было выдвинуто предположение, что спектры ЭЭГ испытуемого в разных функциональных состояниях обладают структурой тензора третьего порядка, т.е., что составляющие их базовые компоненты обладают постоянными спектрами и топографией, не зависящими от функционального состояния и, соответственно, для выделения из них физически и физиологически осмысленных компонентов может быть использовано тензорное разложение PARAFAC.

В электрофизиологической литературе имеются как работы, поддерживающие мнение, что топография ритмов ЭЭГ и МЭГ зависит от функционального состояния [5], так и работы прямо противоположного направления [11].

В литературе по применению современных математических методов в анализе ЭЭГ [8, 10, и др.] используется тензорное разложение для анализа динамических спектров ЭЭГ (полученных путем вэйвлет анализа или преобразования Фурье со

скользящим окном). При этом третьим измерением тензора (кроме частоты и топографии) становится плавно меняющееся время, и все данные относятся к одному функциональному состоянию. В работе Miwakeichi et al. [6] использованы два функциональных состояния, но они анализируются раздельно, не в рамках одного тензорного разложения.

Однако до сих пор корректность применения тензорного разложения для анализа спектров ЭЭГ не была обоснована экспериментально или теоретически. Настоящая работа посвящена экспериментальной проверке корректности малоранговой трilinearной аппроксимации [1] спектров ЭЭГ.

Для этого мы использовали невязку¹ аппроксимации данных тензором низкого ранга и показали, что при разложении тензора реальных данных указанная невязка меньше, чем при разложении тензора случайных данных, а также тензора, собранного из несвязанных матриц.

Методика

Исходные данные – спектры 41 здоровых испытуемых в десяти функциональных состояниях [3]. Частота квантования – 200 Гц, эпоха анализа для спектрального преобразования - 256 точек (1.28 с), частотное разрешение спектров - 0.78 Гц/точка.

Для каждого испытуемого индивидуальные спектры ЭЭГ организовывались в трехмерные массивы с координатами "частота" (129 значений), "топография" (20) и "состояние" (10) [13]. Для сравнения производили случайную перестановку спектров внутри каждого состояния, получая на выходе тензор из несвязанных матриц (относительно влияния перестановки строк матрицы на результаты ее сингулярного разложения см. [2]).

Для контроля использовались 32 тензора той же размерности (129x20x10), заполненные случайными числами.

Для всех вариантов вычислялись тензорные разложения (1) и невязки $\|\mathbf{E}\|$ для всех чисел факторов от 1 до 24 [13]:

$$(1) \mathbf{U} = \sum \mathbf{X}_p + \mathbf{E},$$

где \mathbf{U} – тензор исходных данных (третьего порядка), \mathbf{E} – погрешность аппроксимации, \mathbf{X}_p – составляющие (тензоры первого ранга), каждая из которых является декартовым произведением трех векторов

$$(2) \mathbf{X}_p = \mathbf{a}_p \otimes \mathbf{b}_p \otimes \mathbf{c}_p,$$

где \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} – векторы, а \otimes - знак внешнего (декартова) произведения.

В связи с большим динамическим диапазоном спектров мощности ЭЭГ во всех случаях использовалась относительная невязка [13].

В пилотной серии невязки разложения исходных данных («тензор») с помощью критерия U Манна-Уитни сравнивались с невязками разложения случайных тензоров. По результатам этой серии было сделано заключение о необходимости дополнительных сравнений.

Для каждого испытуемого попарно сравнивались невязки двух вариантов разложения (исходные данные («тензор») и несвязанные матрицы («матрица»)). Достоверность полученных различий оценивалась с помощью T-критерия Вилкоксона для связанных выборок.

Результаты

Зависимость распределения невязок при разложении исходных данных и случайных тензоров от числа факторов представлена на рис. 1. Необходимо обратить внимание, что две части рисунка представлены в разных масштабах. Также необходимо отметить, что невязки случайных данных изменяются при увеличении числа факторов практически по экспоненте, уменьшаясь ~ на 3% на каждый последующий фактор или вдвое на 23 фактора. Зависимость невязок реальных данных от числа факторов имеет резкий спад при числе факторов меньше 6, после чего постепенно выходит на плато.

Как видно из рисунка, инверсии невязок отсутствовали во всем исследованном диапазоне чисел факторов, и достоверность различий их величины была одинакова для всех чисел факторов: $U=0$, $p(32,41,0) = 3.05 \cdot 10^{-13}$.

Зависимость распределения разностей невязок для сравнений «матрица»-«тензор» от числа факторов представлена на рис. 2.

Как и в первом случае, достоверность различий величины невязок была одинакова для всех чисел факторов из интервала 1-24: $T=0$, $p(41,0) = 2.43 \cdot 10^{-8}$.

¹ Невязка – количественная мера несоответствия между правой и левой частями системы при подстановке в них вычисленного решения [12]

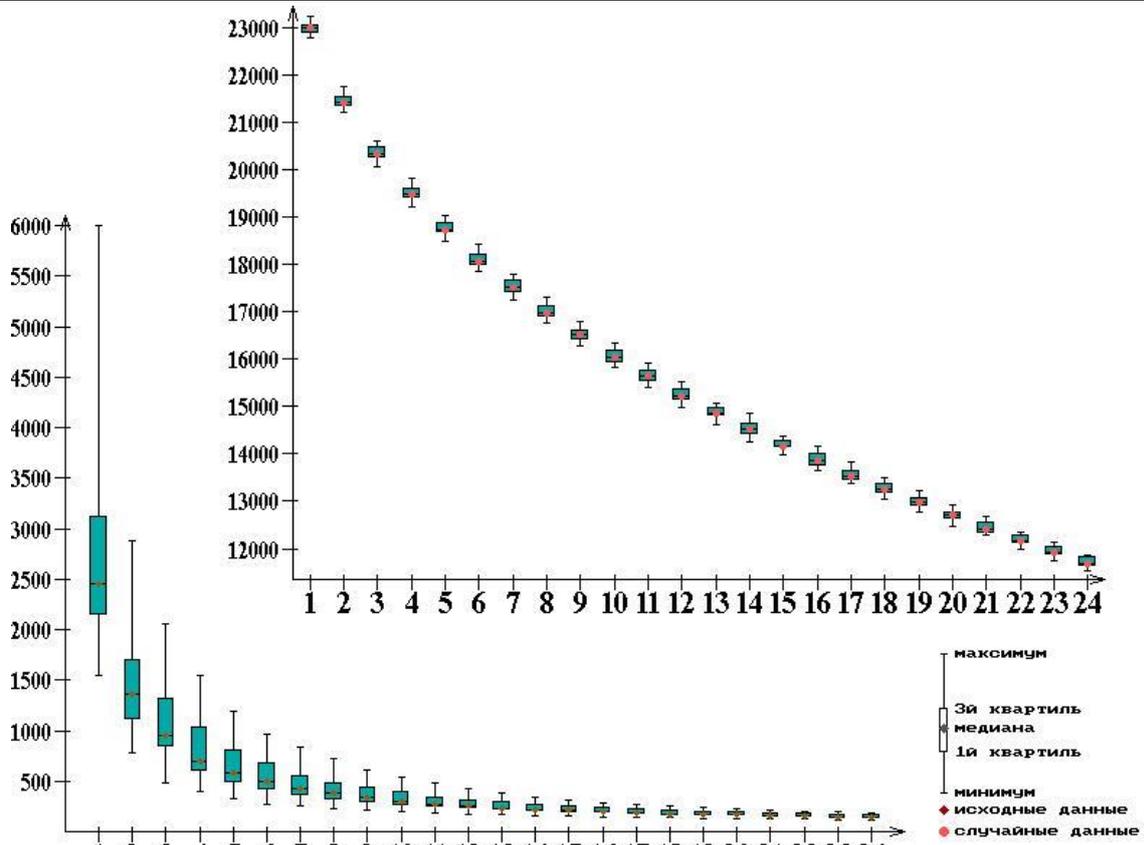


Рис. 1. Зависимость величины невязок от числа факторов для тензоров исходных (внизу) и случайных (вверху) данных.

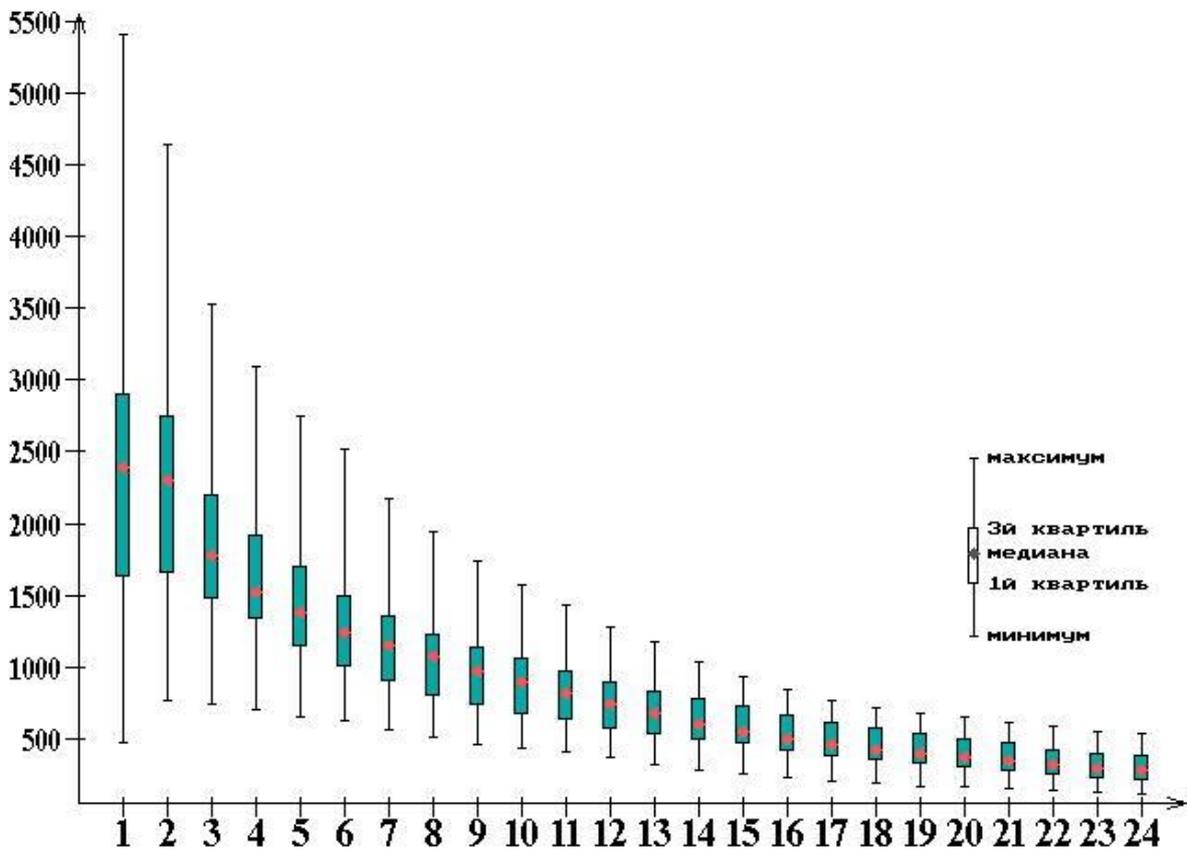


Рис. 2. Зависимость разности невязок «матрица» минус «тензор» от числа факторов. По оси абсцисс – число факторов, по оси ординат – разность невязок (отн. ед.).

Рис. 1 показывает, что невязки разложения тензоров реальных и случайных данных изменяются в разных масштабах: если невязка случайных данных при 24 факторах уменьшается до 12000 отн. ед., то невязка реальных данных начинается с 6000 отн. ед. (максимум, медиана – 2500 отн. ед.) при одном факторе.

Рис. 2 показывает, что невязка тензорного разложения реальных данных («тензор») при любом числе факторов меньше, чем у тензоров, собранных из случайных матриц (разности «матрица» минус «тензор» во всех случаях больше нуля). Т.е., реальные данные лучше соответствуют модели малорангового тензорного разложения, чем случайные комбинации из них. Т.о., спектры ЭЭГ человека имеют три степени связности: по частоте, по топографии и по функциональным состояниям.

Все вместе эти результаты свидетельствуют о корректности применения тензорного разложения для анализа спектров ЭЭГ человека.

Выводы

1) Спектры ЭЭГ человека имеют три степени связности: по частоте, по топографии и по состояниям.

2) Полученные результаты подтверждают корректность применения тензорного разложения PARAFAC для анализа спектров ЭЭГ человека.

Список литературы

1. Bro R., Kiers H.A.L. A new efficient method for determining the number of components in PARAFAC models. *J. Chemometrics*, 2003. 17: 274-286.
2. Brualdi R.A. *Combinatorial matrix classes*. Encyclopedia of Mathematics and Its Applications. Cambridge: Cambridge University Press, 2006. Pp. 2, 19.
3. Kirenskaya A.V., Novototsky-Vlasov V.Y., Chistyakov A.N., Zvonikov V.M. The relationship between hypnotizability, internal imagery, and efficiency of neurolinguistic programming. *Int. J. Clin. Exp. Hypn.*, 2011. 59 (2): 225–241.
4. Klimesch W. EEG alpha and theta oscillations reflect cognitive and memory performance: a review and analysis. *Brain Res. Rev.*, 1999. 29: 169–195.

5. McFarland D.J., Miner L.A., Vaughan T.M., Wolpaw J.R. Mu and beta rhythm topographies during motor imagery and actual movements. *Brain Topogr.*, 2000. 12 (3): 177–186.

6. Miwakeichi F., Martinez-Montes E., Valdes-Sosa P.A., Nishiyama N., Mizuhara H., and Yamaguchi Y. Decomposing EEG data into space-time-frequency components using Parallel Factor Analysis. *NeuroImage* 22 (2004) 1035-1045.

7. Niedermeyer E. The Normal EEG of the Waking Adult. In: *Electroencephalography: Basic Principles, Clinical Applications and Related Fields*. Eds Niedermeyer E., Lopes da Silva F.H. Philadelphia PA: Lippincott, Williams & Wilkins. 2005: 167–192.

8. Orekhova E.V., Elam M., Orekhov V.Yu. Unraveling superimposed EEG rhythms with multi-dimensional decomposition. *J. Neurosci. Methods*, 2011. 195: 47–60.

9. Steriade M., Gloor P., Llinas R.R., Lopes da Silva D.H., Mesulam M.-M. Basic mechanisms of cerebral rhythmic activities. *EEG Clin. Neurophysiol.*, 1990. 76: 481–508.

10. Wang X., Liu W., Toivainen P., Ristaniemi T., Cong F. Group analysis of ongoing EEG data based on fast double-coupled nonnegative tensor decomposition. *J. Neurosci. Methods*, 2020. 330: 108502.

11. Верхлютов В.М. Пространственная и временная вариабельность альфа-ритма магнитоэнцефалограммы у человека в норме. *Журн. высш. нерв. деят. им. И.П. Павлова*, 1990. 40 (5): 944-949.

12. Каханер Д., Моулер К., Нэш С. Численные методы и программное обеспечение. Пер. с англ. Изд. второе, стереотип. – М.: Мир, 2001. 575 с.

13. Новотоцкий-Власов В.Ю., Ковалев В.П., Тихонов В.А. Модификация метода тензорного разложения PARAFAC для нахождения базовых компонентов спектров ЭЭГ человека. *Журн. высш. нерв. деят. им. И.П. Павлова*, 2019. 69 (6): 768–776.

14. Новотоцкий-Власов В.Ю., Строганова Т.А., Ковалев В.П. Адаптивный метод разложения спектра ЭЭГ на компоненты. *Журн. высш. нерв. деят. им. И.П. Павлова*, 2012. 62 (2): 250–256.