

KONVEKTIV KO'CHISHGA EGA JARAYONLAR TAVSIFI

Raximov Quvvatali Ortikovich

PhD, Farg'ona davlat universiteti axborot texnologiyalari kafedrasini mudiri

Azizbek Samijonov Ismoiljon o'g'li

Magistrant, Farg'ona davlat universiteti

<https://doi.org/10.5281/zenodo.7958308>

Annotatsiya. Konvektiv uzatish-bu massa, energiya yoki impulsni vosita orqali uzatish bilan bog'liq muhim jarayon. Bu atrof-muhit zarralarining harakati va turli xil miqdorlarning mos ravishda uzatilishi tufayli amalga oshiriladi. Konvektiv uzatish jarayonlari fan va texnikaning turli sohalarida, shu jumladan fizika, kimyo, muhandislik va boshqalarda keng qo'llaniladi. Ushbu jarayonlarni tushunish atrof-muhit orqali massa, issiqlik yoki impulsni uzatish bilan bog'liq turli xil tizimlar va jarayonlarni ishlab chiqish va optimallashtirishga yordam beradi.

Kalit so'zlar: Konvektiv uzatish, zarralarining harakati, diffuziya, gaz harakati.

ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССОВ С КОНВЕКТИВНОГО ПЕРЕНОСА

Аннотация. Конвективный перенос является важным процессом, связанным с передачей массы, энергии или импульса через среду. Он осуществляется благодаря перемещению частиц среды и соответствующему переносу различных величин. Процессы конвективного переноса широко применяются в различных областях науки и техники, включая физику, химию, инженерию и другие. Понимание этих процессов помогает в разработке и оптимизации различных систем и процессов, связанных с передачей массы, тепла или импульса через среду.

Ключевые слова: конвективный перенос, движение частиц, диффузия, движение газа.

DESCRIPTION OF PROCESSES WITH CONVECTIVE TRANSPORT

Abstract. Convective transport is an important process associated with the transfer of mass, energy or momentum through a medium. It is carried out due to the movement of the particles of the medium and the corresponding transfer of various quantities. Convective transfer processes are widely used in various fields of science and technology, including physics, chemistry, engineering and others. Understanding these processes helps in the development and optimization of various systems and processes related to the transfer of mass, heat or momentum through the medium.

Keywords: convective transport, particle motion, diffusion, gas motion.

Konvektiv ko'chish deganda massa, energiya yoki boshqa miqdorlarning konveksiya orqali muhitdan uzatilishi tushuniladi. Bu atrof-muhit zarralarining harakatlanishi va ularga hamroh bo'lgan massa, issiqlik yoki impulsning uzatilishi tufayli amalga oshiriladi.

Konvektiv massa uzatish (diffuziya), konvektiv issiqlik uzatish va konvektiv impuls uzatish (masalan, suyuqlik yoki gaz harakati) kabi bir nechta konvektiv uzatish jarayonlari mavjud.

Konvektiv massa uzatish (diffuziya): bu jarayon konsentratsiya farqi tufayli moddaning massasini bir nuqtadan boshqasiga o'tkazishni anglatadi. Masalan, havodagi hidning tarqalishi yoki suyuqlikdagi molekulalarning tarqalishi kabi hodisalar ushbu jarayonni tavsiflaydi.

Konvektiv issiqlik uzatish: bu jarayon isitiladigan muhitning harakati natijasida issiqlik uzatilishini anglatadi. Isitilgan vosita harakatlanayotganda va issiqlikni o'zi bilan olib yurganda, bu tabiiy yoki majburiy aylanish konveksiyasi bo'lishi mumkin. Bunga ichki havo issiqligining harakatlanishi, qizdirilganda idishdagi suvning konveksiyasi yoki yer mantiyasining konveksiyasi kiradi.

Konvektiv impuls uzatish: bu jarayon impulsning (masalan, suyuqlik yoki gaz harakati) muhitda harakatlanishi bilan bog'liq. Masalan, shamolda havo harakati yoki daryoda suv harakatini misol keltirish mumkin.

Ushbu konvektiv uzatish jarayonlari fizika, kimyo, muhandislik va boshqa ko'plab sohalarda keng qo'llaniladi. Biz quyida ushbu jarayonlarni ifodalovchi tenglama bilan tanishamiz.

Quyidagi tenglamani qaraylik

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u^\mu}{\partial x^2} - \frac{b(t, x) \partial u^\lambda}{\partial x} - c(t, x) u^\alpha, \quad \mu > 1, \lambda \geq 1, \alpha > 0 \quad (1.1)$$

bu tenglama $\lambda \frac{b(t, x) u^{\lambda-1} \partial u}{\partial x}$ tezlikka ega konvektiv uzatishli nochiqli muhitda tuz ko'chish jarayonlarini ifodalaydi yoki $u^{\mu-1}$ issiqlik o'tkazuvchanlik koeffitsientli izotrop harakatlanuvchi muhitdagi issiqlik o'tkazuvchanlik va temperaturaga bog'liqlik $b(t, x) u^{\lambda-1}$ muhitning tezligi bilan x o'qi yo'nalishi buyicha harakatlanuvchi (aks holda x ni $-x$ ga o'zgartirib (1.1) tenglamani olamiz), ko'lamlari issiqlikning yutilishini mavjudligi paytida quvvat temperaturaning fazoviy koordinatalarining ya'ni $c(t, x) u^\alpha$, buerda $c(t, x) \geq 0$ vaqt funksiyasi bo'lib topiladi.

Koshi masalasining va $b(t, x) = c(t, x) = 0$ bo'lgandagi (1.1) tenglama uchun chegaraviy masalalar yechimlari xossalari [1-3] larda qaralgan, xususiyl hollarda $\mu > 1$ sharti bajarilganda chiziqli holatlardan holi va finitli boshlang'ich shartlarda temperatura fronti chekli tezlik bilan tarqaladi, ya'ni ixtiyoriy $t \in [0, \infty)$ uchun shunday $x_0(t)$ mavjud bo'ladiki, barcha $|x| \geq x_0(t)$ lar uchun $u(t, x) \equiv 0$ bo'ladi.

[15] da (1.1) tenglama uchun $b(t, x) = 0, c(t, x) = const$ bo'lganda temperaturaning fazoviy lokalizatsiyasi natijasi kuzatiladi, ya'ni shunday $L < +\infty$ mavjudki barcha $t \in [0, \infty)$ lar uchun $|x| \geq L$ bo'lganda $u(t, x) \equiv 0$ bo'ladi, bu yerda $L - t$ ga bog'liq bo'lmagan konstanta. [3] ishda

$$u_t = (u^\mu)_{xx} - b(u^\lambda)_x - cu^\alpha$$

tenglamasi uchun Koshi masalasining harakatini fazoviy lokalizatsiyaga keltiriladigan temperatura to'liqlarini frontini to'xtash effektini aniqlaydigan shart topildi.

Mazkur bo'lim (1.1) tenglamaning $D = \{(t, x): 0 \leq t < \infty, x \in R^1\}$ dagi

$$u(0, x) = u_0(x), x \in R^1 \quad (1.2)$$

boshlang'ich shartli umumiy yechimini o'rganishga bag'ishlangan. Bu yerda $u_0(x)$ funksiya uzluksiz, manfiy bo'lmagan, finit, noldan farqli va cheklangan umumiy $\frac{du_0^{\mu-1}(x)}{dx}$ hosiliga ega bo'ladi deb faraz qilamiz.

(1.1) tenglama $u > 0$ bo'lganda D sohaning nuqtalarida parabolik, va $u = 0$ bo'lganda D nuqtalarida birinchi tartibli tenglama hosil bo'ladi. SHuning uchun bu tenglama tartibi o'zgaradigan tenglama deyiladi.

Faraz qilaylik, $G-D$ ning yopiq sohasi, boshqacha aytganda chegaralanmagan; xususiyl holda G D bilan ustma-ust tushadigan bo'lsin.

Ta'rif 1. Gelder shartini qanoatlantiruvchi va chekli t da chegaralangan G sohadagi musbat $u(t, x)$ funksiyasi G sohadagi (1.1) tenglamaning umumlashgan yechimi deb ataladi, agarda $u(t, x)$ uchun

$$I(u, f, t_0, t_1, x_0, x_1) \equiv \iint_{\bar{G}} (uf_t + u^\mu f_{xx} + bu^\lambda f_x - cu^\alpha f) dt dx - \int_{x_0}^{x_1} u f dx \Big|_{t_0}^{t_1} - \int_{t_0}^{t_1} u^\mu f_x dt \Big|_{x_0}^{x_1} = 0 \quad (1.3)$$

integral ayniyati bajarilsa, bu yerda $t_0 < t_1, x_0 < x_1$ sonlarining qanday bo'lganligidan qat'iy nazar $\bar{G} = [t_0, t_1] \times [x_0, x_1] \subset G$ da $f(t, x) \in C_{t,x}^{1,2}(\bar{G})$ va $x = x_0$ va $x = x_1$ bo'lganda nolga teng.

Ta'rif 1.1. $u(t, x)$ (1.1), (1.2) Koshi masalasining umumlashgan yechimi bo'lsin. U holda u D sohada (1.3) shartni qanoatlantiradi.

Teorema 1.2. Quyidagi shartlar bajarilsin

a) $\mu > 1$;

b) $0 < t < +\infty, b(t, x) \in C, c(t, x) \in C, x \in R^1$

va

$0 < b_0 \leq b(t, x) \leq b_1 < +\infty, 0 < c_0 \leq c(t, x) \leq c_1 < +\infty, 0 < t < +\infty, x \in R^1$

bu yerda b_0, b_1, c_0, c_1 - o'zgarimaslar. U holda D sohada (1.1), (1.2) Koshi masalasining umumiy yechimi mavjud bo'ladi. D sohaning ichki nuqtalarida $u(t, x)$ funksiya (1.1) tenglamani qanoatlantiradi.

Isboti. Faraz qilaylik $v_{0,n}(x)$, monoton kamayuvchi, musbat aniqlangan, cheksiz differensiallanuvchi har bir chegaradagi kesimda $v_0(x) = u_0^\beta(x)$ funksiyaga $n \rightarrow \infty$ da tekis yaqinlashuvchi $n = 1, 2, \dots$ - ketma-ketlik bo'lsin.

$|x| \geq n$ uchun $\sup_{n,x} \left| \frac{dv_{0,n}}{dx} \right| < \infty$ va $v_{0,n} = \sup_{m,\xi} v_{0,m}(\xi) = M$ deb faraz qilamiz.

$v = v_n(t, x)$ yordamida quyidagi masalani belgilab olamiz:

$$D_n = (0, n) \times \{|x| < n\} \text{ da} \\ v = \mu v^{\frac{\mu-1}{\beta}} v_{xx} + \frac{\mu(\mu-\beta)}{\beta} v^{\frac{\mu-1-\beta}{\beta}} (v_x)^2 - \lambda b(t, x) v_x v^{\frac{\lambda-1}{\beta}} - \beta b_x v^{\frac{\lambda+\beta-1}{\beta}} - \beta c v^{\frac{\lambda+\beta-1}{\beta}}; \quad (1.4)$$

$$\begin{cases} v(0, x) = v_{0,n}(x), \\ v(t, x)|_{|x|=n} = M. \end{cases} \quad (1.5)$$

Parabolik tenglamalar nazariyasidan [2] ma'lumki, (1.4), (1.5) masalalarning yechimlari har bir n uchun yagona va mavjud, uning uchun $|x| < n$ da $v_n(t, x) \in C(\bar{D}_n) \cap C_{t,x}^{1,2}(D_n)$ ifoda o'rinlidir.

$u_n(t, x) = v^1(t, x)$ funksiyasi D_n da (1.1) tenglamani va shuningdek $n > \max(t_1, |x_0|, |x_1|)$ da (1.1) integral ayniyatni qanoatlantiradi [1]. Maksimum prinsipidan D_n ($n = 1, 2, \dots$) da $M \geq v_n \geq v_{n+1} > 0$ kelib chiqadiki, M –ham (1.1) da n ga bog'liq emas. SHuning uchun $(t, x) \in D$ har bir nuqtada $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n(t, x) = u(t, x)$ mavjud bo'ladi. Yuqorida aytilganlardan $u(t, x)$ funksiya musbat, chegaralangan va (1.3) integral ayniyatni qanoatlantirishi kelib chiqadi.

P_n orqali tug'ri to'rtburchakni belgilaymiz

$$P_n = \{(t, x): 0 \leq t \leq n, |x| \leq n - 1, n > 2\}.$$

Endi P_n da $u_n(t, x)$ funksiyasi n ga bog'liq emas ko'rsatgichi va konstantasi bilan Gelder shartini qanoatlantiradi. Ushbu maqsadda Aronson formasida [2] S.N. Bernshteyn usulini qullaymiz.

$f(\omega) = \frac{M}{3}(4 - \omega)\omega$ bo'lganda $v_n = f(\omega_n)$ deb faraz qilamiz. U holda $0 < \omega_n < 1$ va $[0, 1]$ kesmada $f(\omega)$ funksiyasi uchun

$$0 \leq f \leq M, \frac{2M}{3} \leq f' \leq \frac{4M}{3}, f'' = -\frac{2M}{3}, \left(\frac{f''}{f'}\right) < -\frac{1}{4} \quad (1.6)$$

munosabati o'rinli.

P_n da $\omega(x, t)$ funksiyasi quyidagi tenglamani qanoatlantiradi.

$$\begin{aligned} \omega = \mu f^{\frac{\mu-1}{\beta}} \omega_{xx} + \mu \left(f^{\frac{\mu-1}{\beta}} \frac{f''}{f'} + \frac{\mu-\beta}{\beta} f^{\frac{\mu-1-\beta}{\beta}} f' \right) \omega_x^2 - \beta b_x \frac{1}{f'} f^{\frac{\lambda-1+\beta}{\beta}} - \lambda b f^{\frac{\lambda-1}{\beta}} \omega_x \\ - \beta c \frac{1}{f'} f^{\frac{\lambda+\beta-1}{\beta}}. \end{aligned} \quad (1.7)$$

(1.7) tenglamani x buyicha differensiallab

$$\begin{aligned} \omega_{tx} - \mu f^{\frac{\mu-1}{\beta}} \omega_{xxx} = \\ = \frac{\mu(\mu-1)}{\beta} f^{\frac{\mu-1-\beta}{\beta}} \omega_x \omega_{xx} + 2\mu f^{\frac{\mu-1-2\beta}{\beta}} \left(f^2 \frac{f''}{f'} + \frac{\mu-\beta}{\beta} f' \right) \omega_x \omega_{xx} \\ + \mu f^{\frac{\mu-1-2\beta}{\beta}} \left[f^2 \left(\frac{f''}{f'} \right)' + \frac{\mu-\beta}{\beta} \cdot \frac{\mu-1}{\beta} (f')^2 + \frac{2\mu-1-\beta}{\beta} f f'' \right] \omega_x^3 \\ - \lambda b_x f^{\frac{\lambda-1}{\beta}} \omega_x - \lambda b \frac{\lambda-1}{\beta} f^{\frac{\lambda-1-\beta}{\beta}} f' \omega_x^2 - \lambda b f^{\frac{\lambda-1}{\beta}} \omega_{xx} - \beta b_x \left[\frac{f^{\frac{\lambda+\beta-1}{\beta}}}{f'} \right] \omega_x \\ - \beta b_{xx} \frac{1}{f'} f^{\frac{\lambda+\beta-1}{\beta}} - \beta c_x \frac{f^{\frac{\lambda+\beta-1}{\beta}}}{f'} \\ - \beta c \left[\frac{f^{\frac{\lambda+\beta-1}{\beta}}}{f'} \right]' \omega_x \end{aligned} \quad (1.8)$$

formulasini olamiz. $\xi = \xi(x)$ orqali silliq kesuvchi funksiyani quyidagi xossalari bilan belgilab olamiz: $\xi(x) = 0$ P_n , $|\xi(x)| \leq M_1$, $|\xi_{xx}| \leq M_2$ da $|x| \leq n - 1$, $0 \leq \xi(x) \leq 1$ tug'rilarining kesishmasida, buerda M_1 va M_2 n ga bog'liq emas.

\bar{D}_n da $z(t, x) = \xi^2 \omega_x^2$ funksiyasini qaraymiz. $z(t, x)$ funksiyasini maksimum nuqtasidan qidiramiz. Agarda $t = 0$ nuqtasida maksimumga erishsa u holda maksimum nuqtasida $z \leq [(f^{-1})'v_{0nx}]^2 \leq M_3$ tengsizligi bajariladi, buerda M_3 n ga bog'liq emas. U holda $z(t, x)$ funksiyasining maksimum nuqtasida

$$z_x = 0 \text{ va } z_t - \mu f^{\frac{\mu-1}{\beta}} z_{xx} > 0$$

munosabatlari o'rinli, yoki $z(t, x)$ uchun oshkor ifodani qo'yib

$$\xi^2 \omega_x \omega_{xx} = -\xi \xi_x \omega_x^2 \quad (1.9)$$

$$\xi^2 \omega_x \left(\omega_{tx} - \mu f^{\frac{\mu-1}{\beta}} \omega_{xxx} \right) = \mu f^{\frac{\mu-1}{\beta}} (\xi_x^2 \omega_x^2 + \xi \xi_{xx} \omega_x^2 + 4 \xi \xi_x \omega_x \omega_{xx} + \xi^2 \omega_{xx}^2). \quad (1.10)$$

munosabatini olamiz.

(1.10) ning chap tomonidagi qiymatni (1.8) tenglamaning ikkala tomonini ham $\xi^2 \omega_x$ ga ko'paytirib $f^{\frac{2\beta-1-\mu}{\beta}}$ ni tengsizligidan olib ifodalaymiz

$$\begin{aligned} \mu \xi^2 \left[- \left(\frac{f''}{f'} \right)' f^2 - \frac{(\mu - \beta)(\mu - 1 - \beta)}{\beta^2} (f')^2 - \frac{2\mu - 1 - \beta}{\beta} f'' f \right] \omega_x^4 \\ \leq \frac{\mu(\mu - 1)}{\beta} \xi^2 f \omega_x^2 \omega_{xx} + 2\mu \xi^2 \left[\frac{f''}{f'} f^2 + \frac{\mu - \beta}{\beta} f f' \right] \omega_x^2 \omega_{xx} - \lambda \xi^2 b_x f^{\frac{\lambda+2\beta-\mu}{\beta}} \omega_x^2 \\ - \lambda b \xi^2 \frac{\lambda - 1}{\beta} f^{\frac{\lambda+\beta-\mu}{\beta}} f' \omega_x^3 - \lambda b \xi^2 f^{\frac{(2\beta+1-\mu)}{\beta}} \left[\frac{f^{\frac{\lambda+\beta-1}{\beta}}}{f'} \right] \omega_x^2 \\ - \beta \xi^2 b_{xx} \frac{1}{f'} f^{\frac{\lambda+3\beta-\mu}{\beta}} \omega_x - \xi \xi_{xx} \omega_x^2 + 4 \xi \xi_x \omega_x \omega_{xx} \\ + \xi^2 \omega_{xx}^2. \end{aligned} \quad (1.11)$$

Agarda $\beta \in (\mu - 1, \mu)$ va $|c_x| < +\infty$, $|b_x| < +\infty$, u holda (1.6) va (8.19) larning hisobidan (1.11) dan quyidagiga ega bo'lamiz.

$$\xi^2 \omega_x^4 \leq c_1 |\omega_x| + c_2 \omega_x^2 + c_3 |\omega_x|^3 \quad (1.12)$$

Bundan P_n da $|\omega_x| \leq c_4$ tengsizligi va v_x ning chegaralanganligi kelib chiqadi, n ga bog'liq emas $\min\left(\frac{1}{\beta}, 1\right)$ ko'rsatgichi va konstantasi bilan P_n da Gelder shartini qanoatlantiruvchi $u^\beta(t, x) = v(t, x)$ hisobidan $u_n(t, x)$ kelib chiqadi.

[2] da ko'rsatilganidek bevosita $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n(t, x) = u(t, x)$ xossasining hisobiga $u_n(t, x)$ t buyicha Gelder shartini qanoatlantiradi.

$u(t, x)$ funksiyasiga ega bo'ladi. Qurilishiga qarab $u(t, x)$ funksiyasi (1.1) boshlang'ich shartini qanoatlantiradi va (1.1) - (1.2) masalaning umumiy yechimi bo'lib topiladi.

Teoremaning oxirgi tasdig'ini isbotlash uchun D uchun $u(t^0, x^0) > 0$ bo'lgandagi (t^0, x^0) nuqtasini qaraymiz. U holda $u^{\beta(t,x)} \geq \alpha > 0$ (t^0, x^0) nuqtasining ba'zi bir p^0 yopiq kesishmasi. Bundan p^0 da

$$v_n(t, x) \geq \alpha \quad (n = 1, 2 \dots)$$

ekanligi kelib chiqadi.

SHuning uchun (1.4) tenglamasi p^0 da barovar parabolik bo'ladi [118]. Bundan $u_n(t, x)$ funksiyasi p^0 da oddiy klassik stilda (1.1) tenglamani qanoatlantiradi.

XULOSA

Xulosa qilib aytganda, konvektiv uzatish massa, energiya va impulsni vosita orqali uzatishda muhim rol o'ynaydi. Konvektiv massa uzatish, konvektiv issiqlik uzatish va konvektiv impuls uzatish kabi konvektiv uzatish jarayonlari fan va texnikaning turli sohalarida keng qo'llaniladi.

Ushbu jarayonlarni tushunish turli xil tizimlarni, shu jumladan diffuziya jarayonlarini, issiqlik almashinuvini va suyuqlik yoki gazlarning harakatini o'rganish va optimallashtirishga imkon beradi. Konvektiv transport atmosfera va okeanlarning aylanishi, ob-havo va iqlim sharoitlarining shakllanishi kabi tabiiy hodisalarda ham muhim rol o'ynaydi.

Konvektiv uzatishni o'rganish turli jarayonlar va tizimlarda samaradorlik va energiya tejashni yaxshilashga yordam beradigan yangi texnologiyalar va usullarni rivojlantirishga yordam beradi. Ushbu sohadagi keyingi tadqiqotlar bizning bilimlarimiz va texnik imkoniyatlarimizga katta hissa qo'shadigan yangi qo'llanmalar va yaxshilanishlarni topishi mumkin.

REFERENCES

1. "Convective Heat and Mass Transfer" by S.K. Kakac, Y. Bayazitoglu, and H. Yener. (CRC Press, 2018)
2. "Transport Phenomena" by R. Byron Bird, Warren E. Stewart, and Edwin N. Lightfoot. (Wiley, 2007)
3. "Convective Heat Transfer" by Louis C. Burmeister. (John Wiley & Sons, 1993)
4. "Convective Heat Transfer: Mathematical and Computational Modelling of Viscous Fluids and Porous Media" by Kambiz Vafai. (Springer, 2011)
5. "Convective Heat Transfer" edited by Sadik Kakac, Hongtan Liu, and Anchasa Pramuanjaroenkij. (CRC Press, 2013)
6. Арипов М. Методы эталонных уравнений для решения нелинейных краевых задач. Ташкент, «Фан», 1978.
7. Aripov M. Asymptotics of Solutions of the non-Newton Polytropic Filtration Equations. ZAMM 2000, vol.80, supl.3, 767-768.
8. Aripov M. Muhammadiev J.U. Asymptotic behaviour of automodel solitions for one system of qusilinear equations of parabolic type. Buletin Stiintific – Universitatea din Pitesti, Seria Matematica si Informatica, Nr. 3,(1999),pg. 19-40.
9. Зельдович Я.Б. и Компанец А.С. К теории распространения тепла при теплопроводности, зависящей от температуры. // Сборник, посвященный 70-летию акад. А.Ф. Иоффе. М. 1950, с.61-71.
10. Калашников А.С. О характере распространения возмущений в задачах нелинейной теплопроводности с поглощением. Ж. выч. мат. и мат. физ. 1974 т. 14, № 4, с 891-905.
11. Калашников А. С. О влиянии поглощения на распространение тепла в среде с теплопроводностью, зависящей от температуры. - ЖВМ и МФ,1976, т.16, № 3, с. 689-696.

12. Галактионов В. А., Курдюмов С. П., Михайлов А. П., Самарский А. А. О неограниченных решениях задачи Коши для параболического уравнения $u_t = \nabla(u^\sigma \nabla u) + u^\beta$. - ДАН СССР, 1980, т. 252, № 6, с. 1362 -1364.
13. Галактионов В. А., Курдюмов С. П., Самарский А. А. Об одной параболической системе квазилинейных уравнений. I. - Дифференц. уравнения, 1983, т. 19, № 12, с. 2123 - 2140.
14. Галактионов В.А., Курдюмов С.П., Самарский А.А. О методе стационарных состояний для нелинейных эволюционных параболических задач. - ДАН СССР, 1984, т. 278, № 6, с. 1296 - 1300.
15. Галактионов В.А., Самарский А.А. Методы построения приближенных автомодельных решений нелинейных уравнений теплопроводности. I-Мат. сб., 1982, т. 118(160), с. 291 -322.
16. Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. Движение жидкостей и газов в природных пластах. М. Наука, 1984. стр.207.
17. Баренблатт Г.И. О некоторых неустановившихся движениях жидкости и газа в пористой среде. // ПММ. 1952. т. XVI, вып. 1. с.67-78.
18. Баренблатт Г.И. Об автомодельных движениях сжимаемой жидкости в пористой среде. //ПММ. 1952. т. XVI, вып. 6. с.679-698.
19. Knerr V. F. The behavior of the support of solutions of the equation of nonlinear heat conduction with absorption in one dimension. Trans. of Amer. Math. Soc., 1979, v. 249, p. 409 - 424.
20. Самарский А.А. Теория разностных схем. – М.: Наука, 1977, 656с.
21. Самарский А.А., Галактионов В.А., Курдюмов С.П., Михайлов А.П. Режимы с обострением в задачах для квазилинейных параболических уравнений. – М.: Наука, 1987, 480с.
22. Исроилов М. Ҳисоблаш усуллари. 2 том. 2008.
23. Kombe Ismail. Doubly nonlinear parabolic equations with singular lower order term. // Nonlinear Anal., 56, 2004, №2, pp.185-199.
24. Kusano Takaši and Tomoyuki Tanigava. Positive Solutions to a Class of Second Order Differential Equations with Singular Nonlinearities. // Applicable Analysis. 1998, Vol. 69(3-4), pp.315-331.
25. Lin X. and Wang M. The critical exponent of doubly singular parabolic equations. // J. Math. Anal. Appl., 257:1, 2001, pp.170-188.
26. Jong-Sheng Guo, Bei Hu. Quenching profile for a quasilinear parabolic equation // Quarterly of applied mathematics. v. LVIII, № 4, 2000, pp.613-626.
27. Afanas'eva N.V., Tedeev A.F. Fujita type theorems for quasilinear parabolic equations with initial data slowly decaying to zero. //Sbornik Mathematics. 195:4 (2004), pp.459-478.
28. Свирижев Ю.М. Нелинейные волны, диссипативные структуры и катастрофы в экологии. -М.: Наука, 1987, 368 б.
29. Марри Дж. Нелинейные дифференциальные уравнения в биологии. Лекции о

- моделях. Москва, Мир, 1983, 394 б.
30. Белотелов Н.В., Саранча Д.А. Линейный анализ устойчивости систем с диффузией на экологическом примере. Биофизика, 1984, №1, 130-134 с.
 31. M. Escobedo and M.A. Herrero. Boundedness and Blow Up for a Semilinear Reaction-Diffusion System. Journ. Of Differential Eq. 89, 1991, 176-202.
 32. Chunlai Mu and Ying Su. Global Existence and Blow-Up for a Quasilinear Degenerate Parabolic System in a Cylinder. Applied Mathematics Letters. 14, 2001, 715-723.
 33. Usmonov, B., Rakhimov, Q., & Akhmedov, A. (2019, November). The study of the influence of the gamma function on the flutter velocity. In 2019 International Conference on Information Science and Communications Technologies (ICISCT) (pp. 1-4). IEEE.
 34. Усмонов, Б. Ш., & Рахимов, К. О. (2020). Построение математической модели в прямой и вариационной постановке задачи изгибно-крутильного колебания наследственно-деформируемого крыла самолета. Проблемы вычислительной и прикладной математики, (5), 108-119.
 35. Усмонов Б., Рахимов К. (2021). Моделирование и анализ численных исследований задач линейных и нелинейных наследственно-деформируемых систем в среде Matlab. Проблемы вычислительной и прикладной математики // Problems of computational and applied mathematics, 4(34), 50-59.
 36. Usmonov, B., & Rakhimov, Q. (2019). Vibration analysis of airfoil on hereditary deformable suspensions. In E3S Web of Conferences (Vol. 97, p. 06006). EDP Sciences.
 37. Каримбердиевич, О.М. (2022). Применение вычислительных методов при разработке программ и их математическом моделировании. Евразийский журнал физики, химии и математики , 12 , 131-134.
 38. Рахимов Қувватали, & Сотволдиев Абдумалик Дилмурод ўғли. (2022, October 20). Машинали ўқитиш ва сунъий интеллектнинг амалий соҳаларда қўлланиш тенденциялари. Youth, science, education: topical issues, achievements and innovations, Prague, Czech. <https://doi.org/10.5281/zenodo.7230282>
 39. Tojiev, T. H., & Ibragimov, S. M. (2019). Numerical solutions of the cauchy problem for the generalized equation of nonisotropic diffusion. Bulletin of Namangan State University: Vol, 1(10), 6.
 40. Raximov , Q., & Sotvoldiyev , A. D. o'g'li. (2023). Neyron tarmoqlarining yangi turlarini tahlil qilish. International scientific and practical conference "The time of scientific progress", 2(4), 106–112. Retrieved from <http://academicsresearch.ru/index.php/ispctosp/article/view/1500>
 41. Botir Usmonov, Quvvatali Rakhimov, Akhror Akhmedov. Statement and general technique for solving problem of oscillation of a hereditarily deformable aircraft. E3S Web of Conf. 365 05007 (2023). DOI: 10.1051/e3sconf/202336505007
 42. Рахимов К. и др. Тенденции развития анализа данных, искусственного интеллекта и интернета вещей //Gospodarka i Innowacje. – 2022. – Т. 30. – С. 209-211.
 43. Тожиев Т И. Ш., Рахимов К. Методы построения цепей маркова аппроксимирующие диффузионных задач //Toshkent shahridagi turin politexnika universiteti. – 2017. – С. 156.

44. Ortikovich K. R. et al. General characteristics of the flutter and its influence on the stability of the aircraft //International journal of social science & interdisciplinary research ISSN: 2277-3630 Impact factor: 7.429. – 2022. – T. 11. – №. 12. – C. 48-56.