ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ПЕРВОГО ПОРЯДКА

[1]Абдуганиева О.И., [2]Абдусатторов А.У.
[1]ТУИТ имени Мухаммада ал-Хоразмий, ассистент кафедры «Высшая математика»
[2]ТДТУ, Управление воздушного движения, студент 4- курс
https://doi.org/10.5281/zenodo.7901071

Abstract. *This article discusses methods for solving differential equations with examples of problems and ways to integrate them.*

Keywords: *variable, function, example, task, solutions*

Существует несколько методов решения дифференциальных уравнений первого порядка, включая метод разделения переменных, метод интегрирующего множителя и метод замены переменной. Каждый из этих методов имеет свои особенности и применяется в зависимости от конкретной задачи.

Дифференциальное уравнение первого порядка - это уравнение, которое связывает функцию и ее производную первого порядка. Общий вид такого уравнения выглядит так:

dy/dx = f(x,y)

Здесь y - искомая функция, x - независимая переменная, f(x,y) - заданная функция. Для решения этого уравнения необходимо найти функцию y(x), удовлетворяющую условию.

Что нужно знать и уметь, для того чтобы научиться решать дифференциальные уравнения? Для изучения дифференциальных уравнений надо хорошо уметь интегрировать и дифференцировать.

В многих случаев в контрольных работах встречаются основном 3 вида дифференциальных уравнений первого порядка: уравнения с разделяющимися переменными, которые мы рассмотрим на этом уроке; однородные уравнения и линейные неоднородные уравнения. Начинающим изучать дифференциальное уравнение советую ознакомиться с уроками именно в такой последовательности, причём после изучения первых двух статей не помешает закрепить свои навыки на дополнительном практике – уравнения, сводящихся к однородным.

Есть еще более редкие виды дифференциальных уравнений: уравнения в полных дифференциалах, уравнения Бернулли и ещё другие. Наиболее важными из двух последних видов являются уравнения в полных дифференциалах, поскольку помимо данного уравнения рассматривается новый материал – *частное интегрирование*.

Для начала необходимо рассмотреть, как обычные алгебраические уравнения. Они содержат переменные и числа. Простейший пример: $7x = 21$. Что означает решить, обычное уравнение, это значит, найти множество чисел, которые удовлетворяют данному уравнению. Легко заметить, что простое уравнение $7x = 21$ имеет единственный корень: $x = 3$.

Сделаем проверку, подставим найденный корень в наше уравнение:

$$7 \cdot 3 = 21$$

$21 = 21$– получено верное равенство, значит, решение найдено правильно.

Дифференциальные уравнения устроены примерно так же.

Дифференциальное уравнение *первого порядка* в обще случае содержит:

1. независимую переменную x ;
2. зависимую переменную y (функцию);
3. первую производную функции: y' .

В некоторых уравнениях 1-го порядка может отсутствовать «икс» или (и) «игрек», но это не существенно – важно чтобы в ДУ была первая производная y', и не было производных высших порядков –y'' и y''', и т.д.

Что значит решить дифференциальное уравнение? Решить дифференциальное уравнение – это значит, найти множество всех функций, которые удовлетворяют данному уравнению. Такое множество функций часто имеет вид $y=f(x,c)$ (C– произвольная постоянная), который называется общим решением дифференциального уравнения**.**

Найти решение дифференциального уравнения $y' = \cos(2x+3y-1)$

Решение: Найдем общее решение. Для этого делаем замену. $2x+3y-1=u$. тогда уравнение имеет следующий вид:

$$2+3y'=u',$$

$$\frac{du}{dx}=2+3\cos u,$$

$$\frac{du}{2+3\cos u}=dx,$$

$$\int\frac{du}{2+3\cos u}=x+C_1,$$

$$tg\frac{u}{2}=z,\ \cos u=\frac{1-z^2}{1+z^2},\ du=\frac{2dz}{1+z^2},$$

$$\int\frac{2dz}{1+z^2}\cdot\frac{1}{2+\frac{1-z^2}{1+z^2}}=x+C_1,$$

$$\int\frac{2dz}{5-z^2}=x+C_1,$$

$$\frac{1}{\sqrt5}\ln\left|\frac{tg\frac{u}{2}+\sqrt5}{tg\frac{u}{2}-\sqrt5}\right|=x+C_1,$$

$$\frac{tg\frac{2x+3y+1}{2}+\sqrt5}{tg\frac{2x+3y+1}{2}-\sqrt5}=Ce^{\sqrt5 x}.$$

Это и есть общее решение ДУ.

Ответ: $$\frac{tg\frac{2x+3y+1}{2}+\sqrt{5}}{tg\frac{2x+3y+1}{2}-\sqrt{5}}=Ce^{\sqrt{5}x}$$

REFERENCES

1. Задорожний В.Г. Моментные функции решений стохастических дифференциальных уравнений. Препринт, Воронеж, ВГУ, 1992
2. Емелин А. Статья на тему «Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными». 2010 год
3. Задорожний В.Г., Смагина Т.Н. Отыскание моментных функций решения задачи Коши для дифференциального уравнения второго порядка// Вестник ф-та ПММ, Воронеж, ВГУ, 1998