

PER LA PROMOZIONE DELL'INGEGNERIA ECONOMICA IN MACROECONOMIA

Spunti dalla MMT (Modern Monetary Theory), Congetture, Riflessioni e Proposte su Analogie tra Reti Elettriche e Reti Commerciali Internazionali, tra Generatori Elettrici e Generatori di PIL

Dott. Per.Ind. R. Morelli; IEng MIET; ICEC TCM A



Sommario

Si tratta di appunti che, basandosi su analogie intuitive, sviluppabili sulla base della funzione della produzione di Cobb e Douglas, sono del tutto da provare attraverso una eventuale ricerca di approfondimento su serie storiche di dati concreti delle diverse economie nazionali. Tali ricerche potrebbero anche essere rivolte alla promozione dell'ingegneria economica nella macroeconomia, affinché essa non sia circoscritta al singolo progetto, alla singola iniziativa o alla singola azienda, ma possa permeare anche le Istituzioni Pubbliche a beneficio di una gestione spesso fatta oggetto di polemiche e critiche. Gli appunti si articolano secondo il presente sviluppo:

Premessa - PIL, Produzione Aggregata e Sostenibilità - Alcuni assunti della Teoria Monetaria Moderna - Spunti dalla MMT sulla situazione attuale - Elementi di base della MMT - Reti e generatori elettrici : Resistenze e generatori collegati in serie e in parallelo; Reti : leggi di Kirchhoff ; Reti complesse: Teoremi di Thévenin e Norton - Produzione Aggregata – Similitudine tra Generatori Elettrici e Generatori di PIL - Approfondimenti sulla funzione di produzione aggregata secondo Cobb e Douglas : Un primo schema per l'analisi delle variazioni; Quota Salari in % del PIL - Un'ipotesi di Matrice degli Scambi - Alcune Note sulla Possibile Morfologia della Rete di Libero Scambio: Sistemi economici in serie e in parallelo - Effetti di squilibrio intrinseco e inseguimento dell'ottimizzazione nel collegamento dei sistemi - Rilievi conclusivi – Appendice.

1. Premessa

L'ingegneria economica è una scienza multidisciplinare applicata alla gestione di progetti, ai processi aziendali e produttivi; è quindi costituita dall'integrazione di discipline appartenenti a diversi campi, quali ad esempio l'econometria, le tecnologie informatiche, il diritto, la matematica finanziaria, la statistica, il management. Nella fattispecie qui trattata sono implicati flussi (quantità per unità di tempo) che percorrono reti, per cui un'analogia con le correnti nei circuiti elettrici è quella che viene in mente per prima. Molteplici sono, infatti, le similitudini che sembrano riscontrarsi tra reti elettriche e reti di scambio commerciali, come pure tra generatori elettrici e generatori di PIL, intendendo con ciò in modo prevalente i sistemi economici nazionali.

Nella convinzione che “provocare per conoscere è un diletto” socialmente accettabile, questo lavoro vuole essere un esercizio per vedere dove conduce un'ipotizzata similitudine e al tempo stesso una “provocazione”¹ da condividere “per discussione” nel tentativo di avviare una più larga riflessione

¹ Visto che dopo Milton Friedman ed il ricorrente mantra della creazione di valore per l'azionista, a qualunque costo e nel breve, non può più includere il fattore umano, presente con tutta la sua imprevedibilità, si impedisce di fatto l'assimilazione di “macchine biochimiche” organizzate socialmente a super-organismi umani nel senso spenceriano del

(magari da parte di autorevoli “addetti ai lavori”) su gli argomenti di cui si tratta. L’approccio è sostenuto da un’idea di fondo e dalla personale convinzione che l’Ingegneria Economica non può essere intesa solo come disciplina rivolta all’azienda e al progetto - alla loro gestione, programmazione, monitoraggio o rendicontazione, etc. - al fine di discutere, mettere a punto e razionalizzare comportamenti, strumenti e metodi per gestire e guidare un’impresa nella giusta direzione. Peraltro, va fatto osservare che una Ingegneria Economica rivolta al progetto e all’impresa si pone come target prevalente il settore privato, mentre invece una ingegneria economica rivolta anche all’economia nazionale e a quella dei grandi aggregati allargherebbe il target al settore pubblico-istituzionale nazionale ed internazionale.

L’economia in generale e quella nazionale, o dei grandi aggregati in particolare, costituiscono campo d’indagine dell’Ingegneria Economica, specie in un momento in cui il processo di globalizzazione e quello di formazione di aree di libero scambio a valuta comune sembrano mostrare i loro limiti intrinseci soprattutto nel risolvere crisi che appaiono aver assunto non più andamenti ciclici, bensì strutturali.

Spesso si afferma che la globalizzazione in atto manchi di *governance*. Eppure, basta fare una ricerca sul web assumendo come *tag* “*econometric global model*” per scoprire quanti modelli econometrici siano già stati messi a punto da istituzioni e organizzazioni per analizzare, prevedere e gestire la globalizzazione in atto. Ragion per cui emerge l’idea che non sia la capacità tecnica di *governance* dei processi globali a mancare, quanto il consenso generale delle nazioni che essa presuppone, nonché la consapevole e necessaria cooperazione ad un progetto molto complesso. Ne è evidenza la rinascita di atteggiamenti protezionistici in economia e di sovranismi in politica, alimentati da oggettivi conflitti commerciali, politici e sociali, palesi od occulti che siano. Una costante sembra, comunque, possibile rilevare – almeno in via prevalente - dalle varie impostazioni di modelli econometrici disponibili: essi si fondano su interazioni tra i diversi sistemi economici interconnessi in schemi reticolari. Così, al fatto oggettivo di trattare flussi si aggiunge la possibilità di farlo, per esempio, anche attraverso la scienza delle reti e la teoria dei grafi. L’analogia con le reti e i circuiti elettrici che di seguito si propone può inizialmente apparire auto-evidente, anche se in realtà necessiterebbe di un più ampio sviluppo ed impianto matematico, implicante altro tipo di impegno e risorse disponibili (anche analitiche e conoscitive).

Pertanto, anche se eventualità remota, ci si augura che queste preliminari proposte analogiche possano essere utilmente discusse in ambito AICE – valutate, e se confermate o corrette - possano essere proficue non solo come ausili didattici e di riflessione, ma anche per contribuire a stimolare qualche sviluppo ulteriore, specie da parte di “addetti ai lavori” e valenti giovani che si avvicinano alle discipline dell’Ingegneria Economica.

2. PIL, Produzione Aggregata e Sostenibilità – Elementi della Teoria Monetaria Moderna

2.1 PIL, Produzione Aggregata e Sostenibilità

termine (vedasi H. Spencer e organicismo positivistic in F. Ferrarotti – Trattato di Sociologia - UTET). Le similitudini proposte sono da ritenersi, quindi, soltanto dei mezzi euristici rivolti all’analisi, data l’irriducibilità delle società umane.

Una misura macroeconomica dell'attività produttiva di una determinata economia (o Paese) nel suo complesso può essere espressa dalla cosiddetta produzione aggregata. Per la contabilità nazionale la produzione aggregata di un Paese è la somma del valore di mercato di tutti i beni e servizi (al lordo dell'ammortamento) prodotti in quel Paese in un anno, ossia il Prodotto Interno Lordo (PIL). Il confronto tra diversi PIL ottenuti in anni diversi può essere fatto solo a prezzi costanti (cioè a prezzi in vigore ad una determinata data di riferimento) a causa dell'inflazione che è contenuta nel PIL di ciascun anno.

Il PIL in termini reali, quindi, si ottiene deflazionando il PIL nominale in modo da avere un PIL a prezzi costanti che è ritenuta misura appropriata della produzione aggregata.

Peraltro, vale la pena qui ricordare - per inciso - che proprio la presenza dell'inflazione variabile nei diversi anni impone che il tasso reale di crescita (g) di un'economia sia calcolato sui valori a prezzi costanti del PIL di quell'economia. Qualora il tasso reale d'interesse (r) sul debito di quell'economia sia maggiore del suo tasso reale di crescita (g) allora quell'economia viene a trovarsi in condizioni di insostenibilità data dal verificarsi proprio della condizione:

$$g < r \quad (1)$$

con:

g = tasso reale di crescita del PIL;

r = tasso reale di pagamento degli interessi sul debito.

In tali condizioni il debito continua a crescere in termini reali per la differenza ($r-g$); quindi sostanzialmente per effetto degli interessi sul debito tale situazione può portare a mancanza di sostenibilità di un debito accumulato e quindi al default di stati sovrani².

È da rilevare, però, che qualora il debito generato da deficit in più anni di bilancio venga (attraverso titoli di stato emessi dalle banche centrali di un paese) acquistato dai cittadini e istituzioni del paese stesso – come avveniva in Italia in passato - la mancanza di sostenibilità del debito di una economia rimane solo un fatto interno al paese, tra lo stato ed i suoi cittadini. Allorquando i titoli di stato emessi a copertura del debito sono invece acquistati dal mercato globale, è quest'ultimo a decidere con i suoi strumenti (per es. agenzie di rating, differenziali rispetto a titoli ritenuti sicuri, etc.) il rischio connesso alla sostenibilità di quel debito e quindi il tasso di interesse richiesto sui titoli di stato del paese debitore. Se è vero che in caso di default italiano il rischio maggiore è per quei paesi che detengono una più alta quota del debito nostrano, è anche vero che chi ne detiene una più alta quota può maggiormente influenzare le nostre politiche (vedi grafico seguente e relativa nota).

² Andrebbe inoltre considerato che mentre il tasso di crescita (g) è calcolato rispetto al PIL, il tasso di interesse (r) è applicato all'intero debito; ciò significa che nei casi in cui il volume del debito è maggiore del PIL la situazione di insostenibilità è ancora peggiore.

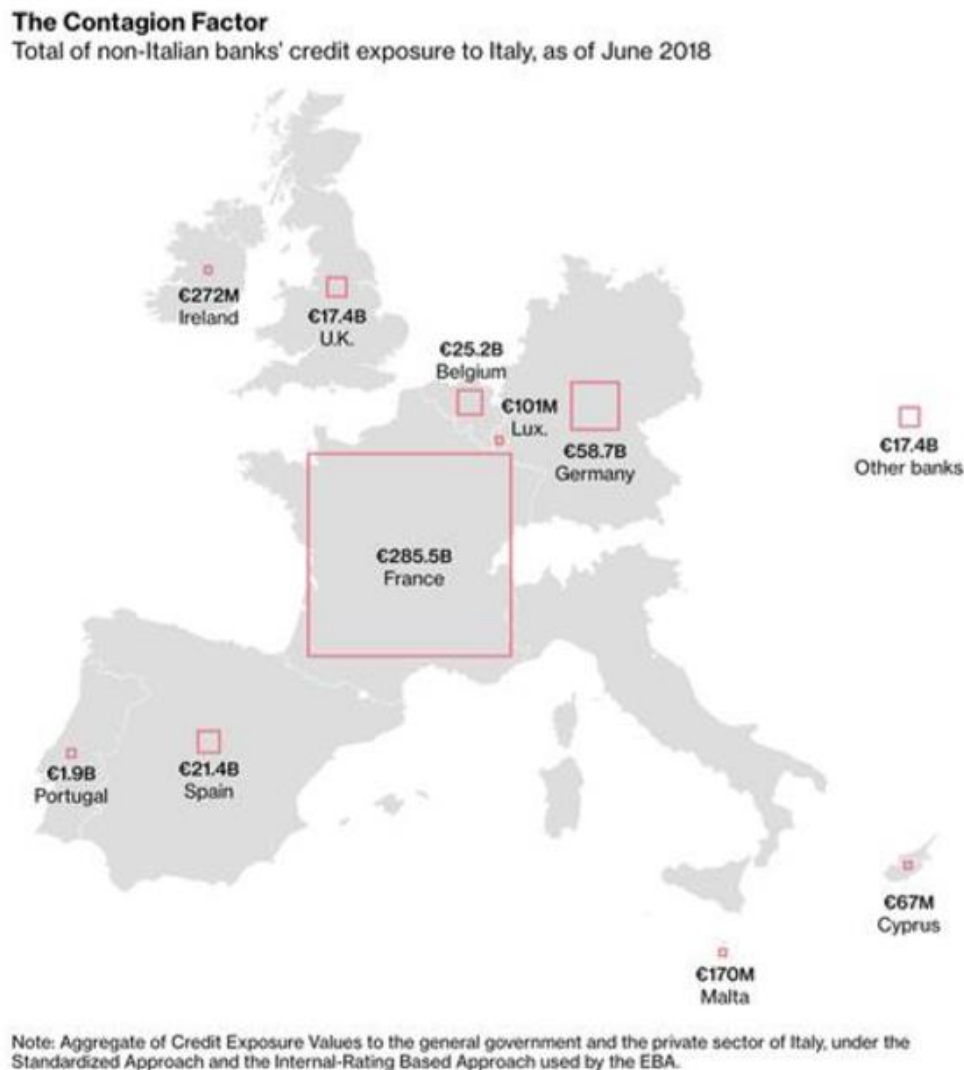


Fig. N. 1³ (Fonte: Google Groups -Vedi Nota)

Ovviamente a debiti meno sostenibili è legato un più alto rischio e pertanto un più alto tasso di interesse, essendovi una stretta correlazione positiva tra tasso di interesse di un investimento e rischio dell'investimento stesso. A determinare il rischio è anche il profilo del debitore e la sua credibilità, come pure la sua storia e solvibilità a livello internazionale. L'alta posizione debitoria, però, non è caratteristica dei paesi poveri, bensì di quelli più sviluppati e ritenuti "più ricchi". Paradossalmente si può affermare che i paesi ad alto debito pubblico sono "condannati a crescere", ossia ad innalzare il proprio PIL e tenere bassa la propria inflazione, al fine di garantire la sostenibilità almeno del rimborso degli interessi sul debito accumulato. Se paragonassimo un paese ad un'unica grande impresa nazionale, però, sarebbe come dire che questa impresa o società venisse valutata dai mercati solo attraverso la capacità di generare flusso di cassa e non anche attraverso il patrimonio disponibile. Da questo, poi, nascono "asimmetrie" e strumentalità che conducono a conflitti, per non parlare del cosiddetto High Frequency Trading (HFT)⁴ di cui tratta molta letteratura ("populista" e non) e che esula dagli scopi del presente lavoro. In pratica con algoritmi e piattaforme informatiche si possono effettuare acquisti e vendite ad alta frequenza (milioni di

³ Fonte : Google Groups – La mia Rassegna - 'AUTOCALLABLES' QUELLO SPETTRO PER LE BANCHE FRANCESI CHE TURBA I SONNI DI CHRISTINE LAGARDE - Mauro Bottarelli 12 luglio 2019 – In pratica illustra la situazione del debito Italiano in mano altrui in UE.

⁴ Vedasi al riguardo la Rivista GNOSIS Marzo, 2009 (ritenuta un'emanazione dei Servizi di Sicurezza Italiani).

operazioni in pochi secondi) influenzando i valori di mercato di titoli sotto attacco, scelti in modo predeterminato. Di fatto si è giunti a realizzare che la crescita annuale costante sul lungo periodo è crescita esponenziale e qualora perseguita al tempo stesso dai paesi in via di sviluppo e paesi già sviluppati non è sostenibile da un punto di vista del depauperamento delle risorse disponibili (specie quelle energetiche), dell'ambiente, del clima. Il mondo europeo attuale, piuttosto che vedere una soluzione nella ricerca (da promuovere in modo straordinario come mai successo nella storia umana, vista la gravità del momento) sembra rassegnato alla decrescita, operazione pianificata cui si aggiunge spesso l'attributo "felice", suscitando ilarità se non rancore per l'uso semantico-strumentale che ne viene fatto. L'espressione nazionale ufficiale di un tale approccio in campo energetico, implicante la decarbonizzazione dei sistemi energetici tracciato dalla Energy Road Map 2030-2050 della UE, può essere ravvisato nel Piano Integrato Energia e Clima sottoposto alla UE⁵, mentre per l'inevitabilità – sotto le assunzioni in vigore - della decrescita occorre riferirsi al Rapporto 2019 DECOUPLING – 2019 dell'EEB (European Environmental Bureau)⁶.

2.2 Alcuni assunti della Teoria Monetaria Moderna

In questo periodo di crisi generalizzata, la Teoria Monetaria Moderna (MMT) - che ha radici nel cosiddetto Cartalismo - è molto dibattuta e per certi versi criticata, anche se secondo alcuni autori essa non fa altro che descrivere il sistema monetario in vigore sin dall'abolizione del sistema aureo (gold standard), avvenuta nel 1971. Forse le critiche di cui è fatta oggetto la MMT al giorno d'oggi, in cui il problema di sovranità monetaria degli Stati Membri sembra messo in discussione proprio nei confronti dell'Unione Europea, sono riconducibili ai due seguenti elementi essenziali che essa stigmatizza:

- a. Uno Stato pienamente sovrano, che ha potere sulla propria moneta, non può fallire⁷.
- b. Una politica statale di deficit implica l'immissione di ricchezza da parte dello Stato verso i privati, mentre una politica di surplus di bilancio implica ricchezza che lo Stato ritira dai privati.

Mentre per il punto a.) si è voluto fornire una testimonianza in nota 7 in calce (per sostenere che se da un lato può essere vero ciò che la MMT afferma, dall'altro si trascura il disagio, l'isolamento e la chiusura in cui piomberebbe un paese intero); invece, proprio per il punto b.) è necessario un piccolo rilievo, prima di procedere, in merito alla criticata scomparsa di autonomia delle banche centrali e alla politica economica (monetaria e fiscale) europea che subentra e soprassiede a quella nazionale.

⁵Vedasi <http://roccomorelli.blogspot.com/2019/02/per-una-lettura-critica-del-pnec-piano.html> da leggere contrapposto a <http://roccomorelli.blogspot.com/2019/02/per-una-lettura-critica-del-pnec-piano.html?showComment=1550566418780#c6160751999469889496>

⁶ Vedasi Rapporto in <http://roccomorelli.blogspot.com/2019/08/crescita-del-pil-e-sostenibilita.html>

⁷ Vedasi ad es. https://it.wikipedia.org/wiki/Teoria_della_Moneta_Moderna

Una testimonianza: Nel 1997-1998, ai tempi di Saddam Hussein in Iraq – partecipando come *proposal manager* di Enel sotto il programma *Oil for Food* dell'UN in un consorzio con Ansaldo, Thermatome e Clemessy, ad un progetto di riabilitazione delle Centrali di Dora e Bahij (bombardate nella Prima Guerra del Golfo) – per andare a cena, la sera dopo il lavoro, si andava letteralmente con sacchi di plastica pieni di lire irachene cartacee, per effetto dell'inflazione e del sistema di cambi allora esistente. Questa situazione tutt'altro che normale per l'isolamento e chiusura del paese (per es. No Flying Zone), comunque, apparentemente non sembrava impedire la consueta vita cittadina nella città di Bagdad e dintorni.

2.3. Spunti dalla MMT sulla situazione attuale

Quello che a prima vista può sembrare uno slogan della MMT (o dei movimenti che ad essa fanno riferimento) in merito all'Euro (“moneta senza uno stato”) e all'Europa (“stato – o federazione di stati che dir si voglia - senza moneta”) pone in realtà la necessità di un discernimento. Detto slogan o nasconde (o sottovaluta) la transitorietà di una presente “situazione sotto controllo”, che dovrà necessariamente sfociare in un assetto finale ancora in itinere (unificazione europea); oppure esso è effettivamente evidenza di “problemi fuori controllo”, irrisolti e difficilmente risolvibili per divergenti volontà dei paesi membri dell'Unione. E' ragionevole pensare che *tertium non datur*, anche perché i movimenti sociali cosiddetti “populisti” o “sovraniisti” non nascono per puro caso in modo così massiccio e all'unisono in Europa, a meno che non si abbracci una visione complottista che possa esistere un occulto strumentalizzatore che abbia un ben determinato interesse da perseguire e che si faccia carico di organizzarli.

A ben guardare, la perdita di sovranità non sembra essere preoccupazione esclusiva dei movimenti sovranisti che, in realtà, escono allo scoperto con le loro idee che, per quanto discutibili, sono però pubblicamente manifestate e professate. La preoccupazione sovranista, e in particolare il pericolo di essere gabbati nei propri interessi attraverso una crescente reclamata solidarietà dei popoli ai margini dell'Unione (solidarietà che oggi si riconosce essere venuta a mancare nel caso Grecia), sembra essere in pectore, malcelata e non professata pubblicamente da coloro che apparentemente si presentano come più europeisti degli altri.

In un contesto di Patto di Stabilità e Crescita, gli Stati appartenenti all'UE sono tenuti a rispettare vincoli di bilancio, ossia devono avere:

- rapporto tra deficit e PIL non superiore al 3%;
- rapporto tra debito e PIL non superiore al 60% (o comunque un debito pubblico tendente al rientro);
- la Banca Centrale Europea, poi, fissa al 2% l'obiettivo di inflazione programmata.

Come apparirà meglio qui di seguito, vista la strutturale incapacità del nostro Paese a crescere per assicurare il servizio del debito e possibilmente ridurlo, è auspicabile verificare razionalmente se tale incapacità è legata a storiche ed oggettive cause italiane (sociali, politiche e culturali, organizzative, di sistema, etc.), oppure se non sia il suddetto patto ad essere una causa strutturale, che con i suoi parametri pone vincoli di natura tale che crescere è una vera “mission impossible” per l'Italia. A questo riguardo si abbozza il ragionamento che segue.

CRESCITA DEL PIL NEGLI ANNI SECONDO IL TASSO REALE DI CRESCITA

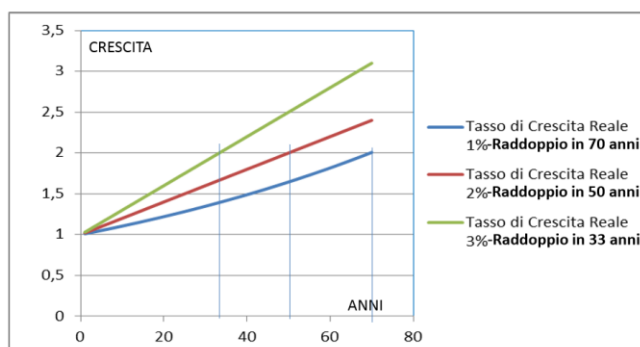


Fig. N. 2

Se è vero, come la MMT insegna, che il deficit è ricchezza immessa dallo Stato nel sistema nazionale, mentre il surplus è ricchezza che lo Stato ritira dal sistema, sia il deficit che il surplus devono essere deflazionati per avere i valori reali. Quindi, nella fattispecie, la crescita vera secondo MMT dovrebbe essere il deficit deflazionato. Ossia, se il deficit è al massimo 3% per il Patto di Stabilità e l'inflazione è il 2% (come obiettivo fissato da BCE) la crescita non può che essere $(3\% - 2\%) = 1\%$. In un tale contesto il gioco della crescita con i vincoli europei si riduce a: TENERE ALTO IL DEFICIT (al limite consentito) e BASSA l'INFLAZIONE (ben al disotto del limite consentito)? Se la risposta è sì, chi controlla l'inflazione, cioè l'aumento dei prezzi sul mercato? Inoltre, sistemi e strumenti di controllo e intervento per garantire la stabilità dei prezzi sul mercato sono realmente possibili e non sono essi stessi interventi (istituzionali o meno) che ostacolano la libertà del mercato?

Dal grafico di Fig. N. 2 si può vedere che differenziali nei tassi di crescita tra i paesi membri dell'UE, per es. crescita del 3%, 2% e 1%, comportano raddoppi di ricchezza (PIL) rispettivamente in 33, 50 e 70 anni. Pertanto, paesi diversi – pur appartenenti alla stessa area monetaria – che viaggiano a diverse velocità di crescita, necessariamente avranno nel lungo periodo aumenti di PIL divergenti. Lo stesso identico effetto lo producono differenziali di inflazione tra paesi che appartengono alla stessa area monetaria; in questo caso il danno è amplificato dal fatto che è la competitività di un sistema economico ad essere minata rispetto agli altri sistemi economici, incidendo negativamente sugli scambi verso l'estero.

Sebbene l'argomento esuli dagli scopi specifici di questa trattazione sembra opportuno, per completezza di discorso, illustrare ciò che indicano le analisi del Fondo Monetario internazionale sul nostro Paese. È un fatto, e si può constatare dal grafico IMF seguente, che dall'adesione all'Euro (inizi anni 2000) la crescita dell'Italia si è abbassata e ha raggiunto picchi negativi con la recente crisi preoccupando i mercati (crisi dello "spread") per la sostenibilità del debito. Inoltre, IMF – preoccupata soprattutto degli NPL (Non Performing Loans = crediti deteriorati delle nostre banche) – rileva esplicitamente che:

- La crescita del PIL reale superiore all'1,2%, se sostenuta per diversi anni, è associata a un significativo calo del rapporto NPL.
- Raggiungere tali tassi di crescita richiede di affrontare in modo decisivo rigidità strutturali di lunga data e migliorare la qualità della politica fiscale.
- Date le modeste prospettive di crescita potenziale, tuttavia, in base alle quali è probabile che le banche cerchino di uscire dal loro eccesso di NPL, sono necessarie ulteriori misure politiche per porre il rapporto NPL su un percorso decrescente nel medio termine.

Da tutto quanto sopra riportato, e ne sono prova la Brexit ed i sovranismi emergenti in Europa, si è innescato un dibattito intorno all'Euro, alla finanza e al libero mercato, al futuro della costruzione europea visto come progetto identitario e per competere in un mondo globalizzato che avanza in modo quasi-aggressivo. Gli esiti non sono affatto tuttora scontati.

IMF – PREVISIONI DEL PIL

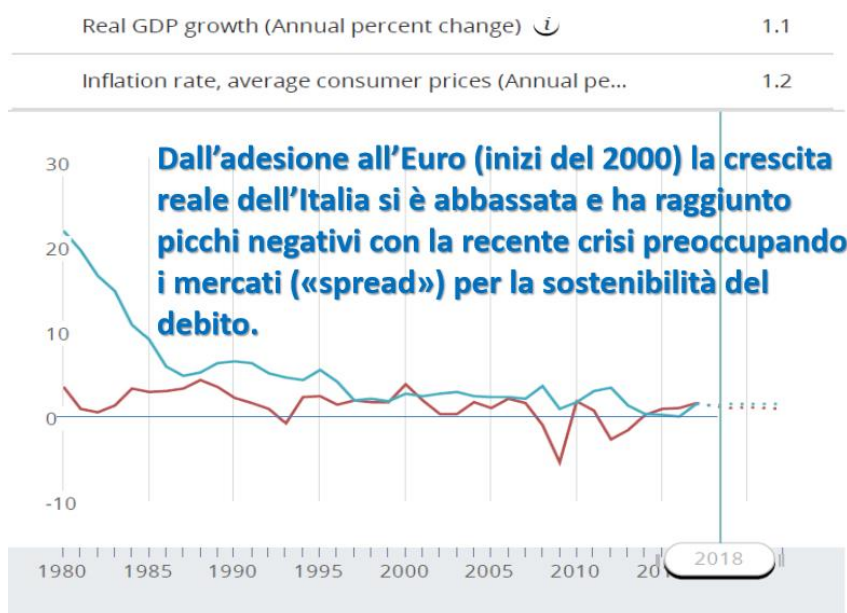


Fig. N.3 – Previsioni di crescita per l'Italia (Fonte IMF)

Una previsione di crescita praticamente nulla per l'Italia, evidenziata nel grafico IMF qui sopra intorno all'1%, coincide con ciò che si è desunto precedentemente per altra via. Questo elemento di bassa crescita, sebbene addotto come “prova certa” di mancate flessibilizzazioni e liberalizzazioni, sembra non poter assurgere invece a prova dell'esistenza di cause strutturali esogene che determinano la stagnazione italiana; ma è ancora da stabilire sino a che punto tutto ciò possa costituire un possibile indizio probatorio per chi dovrà poi esprimere un giudizio definitivo.⁸

Il discorso che segue, però, esula dall'ideologia o dal dibattito circa la natura della ricchezza o se la ricchezza vera la produca l'intrapresa e non la finanza, che al più sembra ridistribuisca, o per meglio dire, rastrelli e impieghi, soprattutto speculativamente a fini lucrativi, la ricchezza prodotta dall'intrapresa. Come pure non si discute se la ricchezza, al pari, non la produca nemmeno la carta stampata, in forma di moneta o quella creata attraverso forme derivate, ma soltanto il lavoro e la creatività dell'uomo, delle comunità e delle nazioni cui essi appartengono, come sembrano sostenere seguaci della MMT. Per le finalità di questo lavoro si assume, quindi, aldilà di ogni ideologia e di ogni discussione, che il ragionamento analitico di seguito riportato - e che è caratteristico della MMT - possa essere accettato e possa entrare a far parte del ragionamento che viene di seguito proposto.

2.4. Elementi di base della MMT

In ogni sistema economico aperto verso altri sistemi i saldi dei singoli settori (privato, pubblico, estero) possono essere ripartiti in base al PIL attraverso il seguente ragionamento:

$$\text{PIL} = \text{C} + \text{I} + \text{G} + (\text{X} - \text{M}) \quad (2)$$

⁸ Il Presidente Mattarella ha Chiesto all'UE di cambiare il Patto di Stabilità. Vedasi ad es. https://www.agi.it/economia/mattarella_patto_stabilita-6147375/news/2019-09-07/

dove:

C = consumi

I = investimenti

G = spesa pubblica

X = export

M = import

oppure detto in maniera diversa, cioè con l'ottica del settore pubblico:

$$\mathbf{PIL = C + S + T} \quad (3)$$

C = consumi

S = risparmi

T = tasse

Da qui si può concludere, uguagliando la (1) e la (2) che:

$$\mathbf{C + S + T = PIL = C + I + G + (X - M)} \quad (4)$$

E raggruppando per settori si giunge ad affermare che la somma del saldo di ciascuno dei tre settori deve essere zero:

$$\mathbf{(I - S) + (G - T) + (X - M) = 0} \quad (5)$$

dove:

(I - S) = saldo del settore privato

(G - T) = saldo del settore pubblico

(X - M) = saldo del settore estero

La (4) si può porre anche sotto la seguente forma:

$$\mathbf{(I - S) + (G - T) = - (X - M)} \quad (6)$$

che ci aiuta a capire come il saldo con l'estero riassume in sé il risultato dell'attività produttiva del settore privato e di quella gestionale/amministrativa del settore pubblico di un sistema economico nazionale. Un saldo positivo con l'estero, a parità di altre condizioni, aumenta il PIL di una economia, mentre un saldo negativo lo diminuisce. Nel primo caso una economia nazionale utilizza a proprio vantaggio la domanda altrui soddisfacendola, e nel secondo caso mette la propria domanda a disposizione dell'altrui produzione. Vincoli e limiti al saldo con l'estero spostano i sistemi economici verso il protezionismo, mentre la rimozione di tali limiti e vincoli li spostano verso il liberalismo (libero scambio).

Il saldo con l'estero – positivo o negativo che sia - è comunque espressione della “divisione internazionale del lavoro”, ovvero della specializzazione produttiva dei singoli sistemi economici, nonché dell'apertura di un sistema economico verso gli altri. Un saldo verso l'estero esiste in quanto si creano dei differenziali nella domanda, offerta, produzione e consumo di beni e servizi tra le diverse economie. Tali differenziali generano dei flussi materiali in un verso e dei corrispettivi in moneta nel verso opposto, che possono essere veicolati attraverso il commercio internazionale, che

a sua volta può indurre effetti di riequilibrio o meno. In ogni caso, il commercio internazionale crea una rete di legami percorsa da flussi (quantità di beni e servizi o in senso opposto movimenti di capitali) tra le diverse economie alla stessa stregua di quanto avviene nei circuiti idraulici o nei circuiti elettrici. Da qui nasce l'idea di investigare possibili spunti o anche analogie - *mutatis mutandis* - tra le leggi che governano tali flussi nelle diverse maglie, rami e nodi che si vengono a creare fra sistemi economici, alla stessa stregua di quanto accade, per esempio, nei sistemi e reti elettriche. Questo però presuppone l'ipotesi che nelle maglie, reti e nodi non vi sia "accumulo", cosa che in realtà per le merci potrebbe anche avvenire in aree diverse dal paese di origine o di destinazione delle merci. In definitiva deve sussistere l'ipotesi di stock di accumulo nullo in aree diverse dai paesi di origine o di destinazione delle merci. Andrebbe ad esempio investigato, specie in aree di libero scambio (con assenza di obblighi di dogana e con libera circolazione delle persone, delle merci, dei capitali, del lavoro) e per merci non deteriorabili, in che modo influisce in termini macroeconomici nazionali, il posizionamento di punti di accumulo all'interno di altri sistemi economici e l'adozione di specifici sistemi di contabilizzazione per periodi temporali superiori a quelli delle contabilità nazionali (1 anno).

Per procedere con le similitudini euristiche sopra accennate è necessario però introdurre e richiamare gli aspetti tecnici che seguono.

3. Reti e generatori elettrici

3.1. Resistenze e generatori collegati in serie e in parallelo

In un circuito elettrico gli elementi passivi sono genericamente definiti "resistenze" perché si oppongono al passaggio della corrente (che è un flusso di elettroni in una certa unità di tempo) e quando ne sono attraversati dissipano energia. Sono tali, per esempio i normali conduttori di corrente che oppongono, sotto una tensione V (Volt), una resistenza R (Ohm) al passaggio della corrente I (Ampere) che, a condizioni normali, è direttamente proporzionale alla loro lunghezza (l), inversamente proporzionale alla loro sezione trasversale (s) nel verso della corrente e dipende da un coefficiente caratteristico (ρ) del materiale costituente il conduttore.

$$R = \rho \frac{l}{s} \quad (7)$$

Per le resistenze è valida la legge di Ohm che indica una proporzionalità diretta tra tensione applicata agli estremi della resistenza R e corrente che l'attraversa:

$$V = R \cdot I \quad (8)$$

La potenza dissipata dalla resistenza R sotto tensione V e attraversata da corrente I è pari a W (Watt):

$$W = V \cdot I = R \cdot I^2 \quad (9)$$

Prima di passare ai generatori è opportuno riepilogare in un unico schema di Fig. N. 4 le possibilità di collegamento in serie o in parallelo di due o più resistenze, insieme alle leggi che governano tali collegamenti.

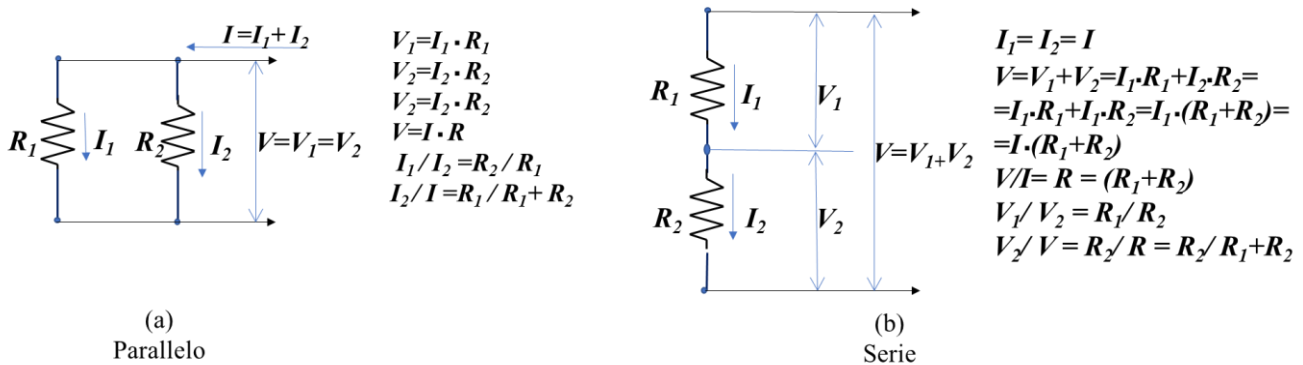


Fig. N. 4 – Resistenze in serie e in parallelo

Le equazioni indicate nello schema per due sole resistenze R_1, R_2 sono facilmente estensibili al caso di un maggior numero di elementi (per es. n) ricordando che per resistenze in serie la resistenza totale è uguale alla somma delle singole resistenze:

$$R = R_1 + R_2 + \dots + R_i + \dots + R_{n-1} + R_n = \sum_{i=1}^n R_i \quad (10)$$

mentre per quelle in parallelo la resistenza totale è uguale all'inverso della somma degli inversi delle singole resistenze:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_i} + \dots + \frac{1}{R_{n-1}} + \frac{1}{R_n}$$

$$R = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}} \quad (11)$$

Le regole fin qui illustrate e riportate anche negli schemi sopra, si applicano sia alle correnti continue che a quelle alternate; ma in quest'ultimo caso soltanto per carichi resistivi (e non per es. per carichi capacitivi o induttivi, per i quali si ricorre ad un più generale concetto di impedenza).

Se una resistenza R è definibile come elemento passivo di un circuito, un generatore elettrico G è un elemento attivo di un circuito, avendo una determinata tensione V ai suoi estremi (morsetti) in virtù della quale è in grado di produrre un flusso di corrente elettrica I attraverso se stesso e altri componenti circuitali. La rappresentazione grafica di un generatore elettrico è la seguente:

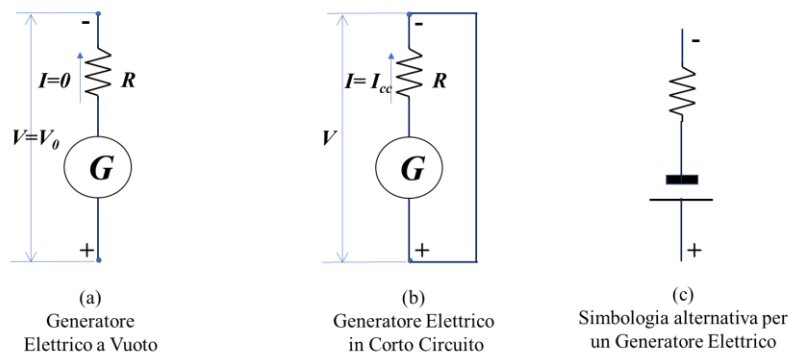


Fig. N.5 – Generatore elettrico

Per prendere in esame l'accostamento dei generatori elettrici di corrente ai sistemi economici generatori di PIL, si devono escludere, per semplicità, i generatori in corrente alternata (che non hanno polarità positiva/negativa e nel collegamento di più generatori pongono anche complicazioni per problemi di sincronizzazione, di uguaglianza di frequenza e di numero di fasi per poter essere interconnessi). Bisogna, quindi, riferirsi più semplicemente ai soli generatori di corrente continua (per es. batterie o celle fotovoltaiche) che però sono dotati di polarità. In questo modo si può contare su nozioni più comunemente diffuse (e non possedute solo da coloro con una formazione elettrotecnica) quali ad esempio le seguenti:

- in un collegamento in serie di generatori diversi, la tensione nominale (V) di un generatore può essere diversa da quella di un altro generatore; le polarità vanno connesse positivo con negativo; la tensione che si ottiene ai morsetti liberi dei generatori collegati in serie è data dalla somma delle tensioni dei singoli generatori; la massima corrente (I) erogabile, però, è determinata dalla corrente erogabile del generatore meno robusto (cioè meno "capace") tra quelli collegati insieme, che si configura così come una sorta di strozzatura e di impedimento per gli altri generatori più potenti tra quelli collegati insieme;
- in un collegamento in parallelo le polarità devono essere necessariamente rispettate (pena il danneggiamento del generatore), collegando positivo con positivo e negativo con negativo; le tensioni nominali (V) dei generatori da collegare devono essere uguali e comunque non molto diverse tra loro (qualche %), per cui ai morsetti liberi dei generatori collegati insieme si ritroverà più o meno sempre la stessa tensione, ma sarà possibile far funzionare apparati che richiedono una corrente maggiore (e quindi maggior potenza ($V \cdot I$)) di quanto ne può erogare il singolo generatore.

Anche se nella pratica corrente alcune configurazioni – del tipo (b) e (d) in Fig. N. 6 - non sono usate, in teoria è possibile pensare di collegare insieme due generatori elettrici dotati di polarità nei seguenti quattro modi:

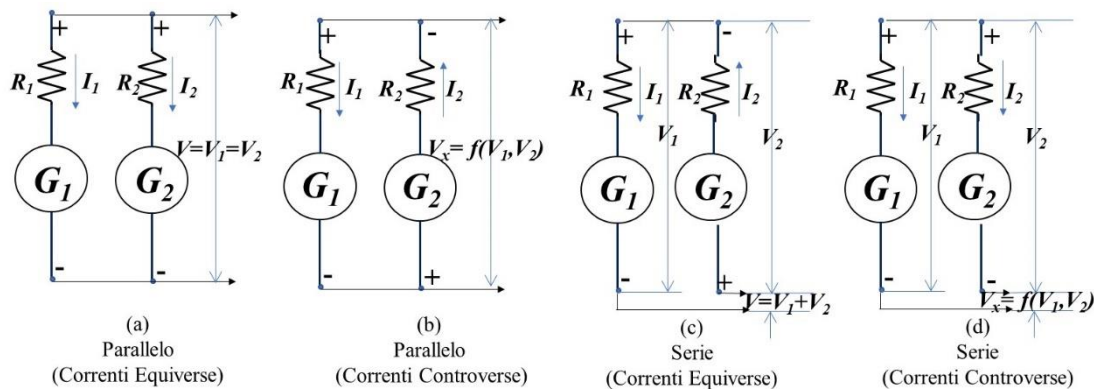
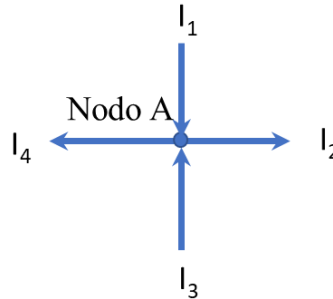


Fig. N. 6 – Collegamento di generatori elettrici

3.2. Reti : leggi di Kirchhoff

Come è noto le leggi di Kirchhoff si applicano nei circuiti elettrici a maglie percorsi da correnti (flussi di cariche) che non irradiano, ovvero dove l'irradiazione si può ritenere trascurabile. Dove più rami di un circuito s'incrociano si formano nodi (per es. Nodo A in figura seguente).

Fig. N. 7 - Nodo



La Prima Legge di Kirchhoff dice che la somma delle correnti che confluiscono in un nodo è uguale alla somma delle correnti che da quello stesso nodo si dipartono.

Ovvero:

$$I_1 + I_3 = I_2 + I_4 \quad (12)$$

E generalizzando per qualunque nodo e qualunque numero n di correnti I coinvolte si può dire che la sommatoria delle correnti in un nodo deve essere uguale a zero, cioè:

$$\sum_{i=1}^n I_i = 0 \quad (13)$$

Per meglio definire la terminologia e i concetti di Nodo, Ramo e Maglia occorre riferirsi alla seguente figura.

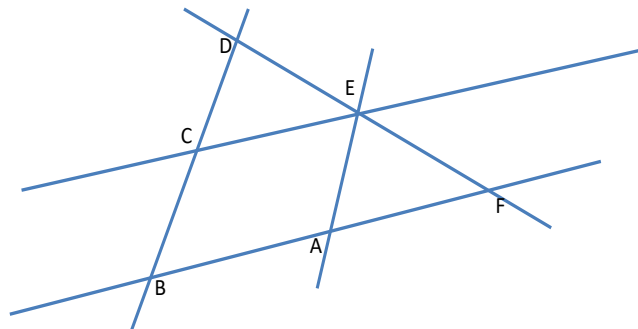


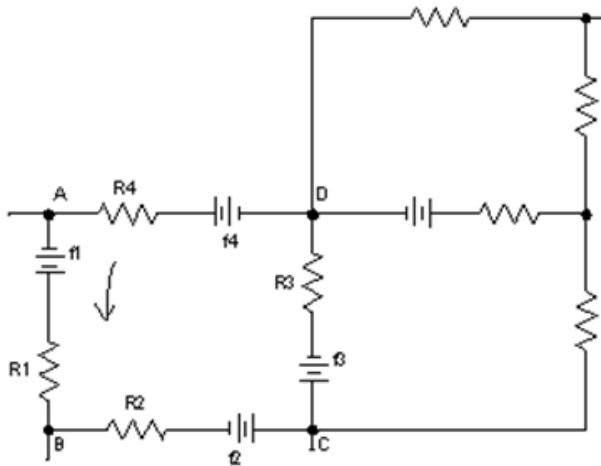
Fig. N. 8 – Nodi e maglie

Ad esempio:

- I punti di incrocio A, B, C, D, E, F sono Nodi (composti da almeno tre rami);
- Tratti AB, BC, CD, DE, EF sono Rami (singoli conduttori);
- I poligoni ABCE, CDE, AEF, sono Maglie (insieme di più rami che formano un circuito).

Le regole intercorrenti tra Nodi, Rami e Maglie e sono le seguenti:

- Detto N il numero di nodi ed R il numero di rami della rete, il numero di maglie è $M=R-(N-1)$;
- Se N è il numero dei nodi, solo N-1 sono indispensabili per scrivere equazioni indipendenti per le correnti.



Da fonte: <http://ishtar.df.unibo.it/em/elet/kirchhoff.html>

Fig. N. 9 – Circuito elettrico

Supponiamo di prendere in considerazione un sistema composto da una disposizione in serie di elementi attivi (generatori) e passivi (resistenze) come nella figura di sopra riportata:

La Seconda Legge di Kirchhoff dice che la somma algebrica delle n forze elettro-motrici f_i agenti lungo i rami di una maglia (per es. ABCD nella figura sopra, avendo fissato un arbitrario verso positivo come antiorario) è uguale alla somma algebrica dei prodotti delle m intensità di corrente I_h di ramo per le rispettive m resistenze R_h di quel ramo.

Ovvero:

$$f_1 + f_2 + f_3 + f_4 = I_1 R_1 + I_2 R_2 + I_3 R_3 + I_4 R_4 \quad (14)$$

e quindi nel caso generale:

$$\sum_{i=1}^n f_i = \sum_{h=1}^m I_h R_h \quad (15)$$

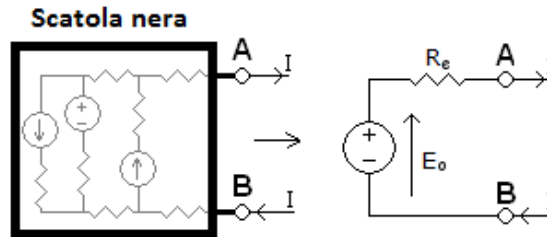
Mentre la prima legge, quella riguardante i nodi, è una conseguenza della legge di conservazione dei flussi, che ci ricorda come nel nodo non ci possa essere né accumulo né diminuzione, perché il flusso totale che entra in un nodo deve essere uguale a quello che esce, la seconda legge, quella riguardante le maglie, ci dice in pratica che la somma degli incrementi di potenziale deve essere necessariamente uguale alla somma delle diminuzioni di potenziale.

3.2 Reti complesse: Teoremi di Thévenin e Norton

Reti molto complesse sono variamente formate da generatori e resistenze interconnessi in configurazioni molto diverse e talvolta imprevedibili. Gli esperti nel campo sanno bene che nello studio e trattamento di flussi di correnti in reti invarianti (in termini di connessioni) e lineari (per la quali valgono i principi di sovrapposizione degli effetti), comunque complesse esse siano, si fa ricorso ai teoremi di Norton e di Thévenin per ridurle a schematizzazioni più semplici e trattarle analiticamente. Pur riportando qui di seguito le definizioni e le schematizzazioni disponibili sul web per tali teoremi, al fine di una sintesi riepilogativa e della comprensione delle differenze tra

generatori reali e i generatori ideali di tensione e corrente, di cui si fa uso nei teoremi, vedasi a fine paragrafo.

Fig. N. 10 – Teorema di Thévenin - Generatore Equivalente di Tensione



L'enunciato del teorema di Thévenin⁹ è il seguente:

“Un circuito lineare adinamico (cioè composto da componenti non reattivi) comunque complesso composto di generatori di tensione, generatori di corrente e resistenze si comporta ai terminali **A-B** come un generatore reale di tensione la cui f.e.m. (Forza elettromotrice) E_0 è pari alla tensione a vuoto in corrispondenza degli stessi terminali **A-B** e la cui resistenza interna R_i è pari alla resistenza equivalente R_e che il circuito presenta sempre in corrispondenza dei terminali **A-B** quando vengano annullati tutti i suoi generatori tramite la sostituzione dei generatori di tensione con cortocircuiti e dei generatori di corrente con circuiti aperti.

La resistenza equivalente R_e può anche essere ottenuta dalla relazione:

$$R_e = \frac{E_0}{I_{cc}} \quad (16)$$

nella quale I_{cc} rappresenta la corrente di cortocircuito che circola in corrispondenza dei terminali **A-B** quando gli stessi vengano cortocircuitati.”

Il teorema di Thévenin è ritenuto il duale del teorema di Norton, il cui enunciato è, invece, il seguente¹⁰:

“Un circuito lineare tra i nodi **A-B** è equivalente a un generatore reale di corrente la cui corrente impressa J_{eq} è pari alla corrente di cortocircuito ai nodi **A-B** ossia alla corrente che vi circola quando gli stessi vengano cortocircuitati e la cui conduttanza equivalente G_{eq} è pari alla conduttanza che la rete presenta sempre in corrispondenza dei nodi **A-B** quando vengano annullati

⁹ Enunciato e figure tratti da [https://it.wikipedia.org/wiki/Teorema di Th%C3%A9venin](https://it.wikipedia.org/wiki/Teorema_di_Th%C3%A9venin) e da <https://it.wikipedia.org/w/index.php?curid=5445335>

¹⁰ Enunciato e figure tratti da [https://it.wikipedia.org/wiki/Teorema di Norton](https://it.wikipedia.org/wiki/Teorema_di_Norton) e da <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=1442279>

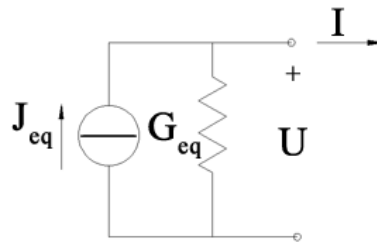


Fig. N. 11 -Teorema di Norton - Generatore Equivalente di Corrente

tutti i suoi generatori tramite la sostituzione dei generatori di tensione con cortocircuiti e dei generatori di corrente con circuiti aperti.

La conduttanza è data dal reciproco della resistenza:

$$G = \frac{1}{R} \quad (17)$$

La conduttanza equivalente G_e può anche essere ottenuta dalla relazione:

$$G_e = \frac{J_{eq}}{E_0} \quad (18)$$

nella quale E_0 rappresenta la tensione che si manifesta a vuoto in corrispondenza dei nodi **A-B** quando gli stessi vengono aperti.

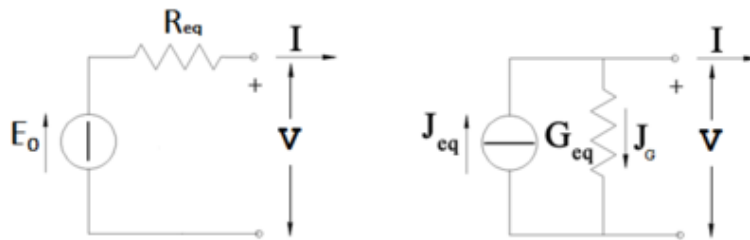


Fig. N. 12 - Dualità Thévenin-Norton

“Ogni rete lineare e invariante nel tempo può venire ridotta ad una impedenza equivalente. In particolare, ogni rete di sorgenti e resistori può venire ridotta ad una sorgente ideale ed a un resistore, e ciò sia in configurazione Thévenin sia in configurazione Norton. In questo modo, una rete complicata collegata ad un resistore di carico può venire ridotta ad un singolo partitore di tensione (Thévenin) o ad un partitore di corrente (Norton).”¹¹

L’applicazione analitica dei citati teoremi è tutt’altro che semplice e richiede esperienza aldilà della loro comprensione. In pratica, per i fini illustrativi del presente lavoro, si può dire che riepilogando più brevemente tutto quanto sopra, un qualunque circuito lineare, comunque complesso, visto da due nodi A-B è equivalente a:

- un generatore reale di corrente costituito da un generatore ideale di corrente in parallelo con un resistore (Norton);

oppure

¹¹ https://it.wikibooks.org/wiki/Elettronica_pratica/Circuiti_equivalenti_Thevenin_e_Norton

- un generatore reale di tensione costituito da un generatore ideale di tensione in serie a un resistore (Thévenin);

dove un generatore ideale di corrente è un generatore capace di mantenere per qualunque carico un determinato valore I_0 di corrente e che quindi ha una “caratteristica sul piano $I-V$ ” costituita da una retta parallela all’asse delle ascisse passante per I_0 ; mentre un generatore ideale di tensione è un generatore capace di mantenere per qualunque carico un determinato valore V_0 di tensione e che quindi ha una “caratteristica sul piano $I-V$ ” costituita da una retta parallela all’asse delle ordinate passante per V_0 .

Sia il generatore di tensione che quello di corrente sono delle idealizzazioni che non si riscontrano nella realtà pratica. Infatti, tali generatori che dovrebbero necessariamente disporre di potenza infinita, per far fronte alla costanza di I_0 o di V_0 verso un utilizzatore, ricevono l’appellativo di “generatori ideali” che li distingue dai “generatori reali”, i quali invece hanno una curva caratteristica ben determinata in pratica (per es. in laboratorio) con forme come per es. in Fig. N. 18.

4. Produzione Aggregata – Similitudine tra Generatori Elettrici e Generatori di PIL

Al fine di definire una funzione di produzione che tenga conto non solo della produzione della singola impresa, ma dell’economia nel suo complesso si ricorre alla funzione di produzione aggregata. Questa funzione consente quindi di analizzare il sistema produttivo a livello d’insieme. Si definisce funzione di produzione aggregata quella funzione secondo la quale il livello di output complessivo (Y) – ovvero il PIL reale – è funzione dei fattori produttivi aggregati capitale (K) e lavoro (L) impiegati, nonché dipende da una variabile (A) connessa allo stato e all’uso efficiente della tecnologia e dei fattori produttivi, la cosiddetta produttività totale dei fattori, cioè si ha:

$$Y = A f(K, L) \quad (19)$$

In economia una delle forme della funzione della produzione aggregata più frequentemente adoperata è la cosiddetta funzione Cobb-Douglas, così definita:

$$Y = A L^\alpha K^\beta \quad (20)$$

con i parametri esponenti $\alpha > 0, \beta > 0$, mentre la costante (A) rappresenta l’efficienza nell’uso dei fattori produttivi.

Così formulata la funzione della produzione aggregata presenta tre diverse varietà di rendimenti di scala. Qualora:

- $\alpha + \beta = 1$ (cioè $\beta = 1 - \alpha$), si hanno rendimenti di scala costanti, ovvero una certa variazione percentuale nell’utilizzo dei fattori produttivi comporta una medesima variazione percentuale della produzione aggregata.
- $\alpha + \beta > 1$, si hanno rendimenti di scala crescenti, ovvero se i fattori aumentano (diminuiscono) tutti nella stessa proporzione, allora la produzione aumenta (diminuisce) più che proporzionalmente.

- $\alpha+\beta < 1$, si hanno rendimenti di scala decrescenti: cioè, se i singoli input aumentano (oppure diminuiscono) in percentuale identica allora la produzione aumenta (o diminuisce) meno che proporzionalmente.

In definitiva si può dire che la funzione della produzione aggregata non è altro che una raffigurazione sintetica di un'intera economia attraverso i suoi fattori produttivi (capitale (K), lavoro (L), e uso efficiente (A) della tecnologia e dei fattori) in grado di produrre un *output* complessivo, ovvero un PIL reale, pari a (Y).

Proseguendo nella similitudine tra economie interconnesse e circuiti elettrici, ciò significa che in ogni generica economia (Paese) P aperta e interconnessa con altre economie, sono sempre e comunque questi fattori a generare un potenziale produttivo (“tensione”) che potremmo esprimere (attraverso la (8)) nel seguente modo :

$$(L^\alpha K^\beta) = (1/A) Y \quad (21)$$

La nota legge di Ohm ($V=R \cdot I$) ci dice che in un circuito elettrico la tensione (V) è uguale al prodotto della corrente (I) per la resistenza elettrica (R). Ricordando che (Y) al pari di (I) è anch'esso un flusso, ovvero una quantità generata da un sistema economico in una unità di tempo (anno), appare evidente la possibilità concettuale di assimilare:

- ($L^\alpha K^\beta$) alla tensione (capace di generare un *output* (Y));
- (Y) alla corrente (quantità generata in una unità di tempo (I));
- ($1/A$) alla resistenza interna alla generazione dell'*output* (Y) - ossia assimilabile alla resistenza (R) – essendo A la cosiddetta produttività totale dei fattori, che facilita l'*output* e lo accresce con il suo aumento, a sua volta paragonabile alla conduttanza, ossia l'inverso della resistenza (vedi formula (8)).

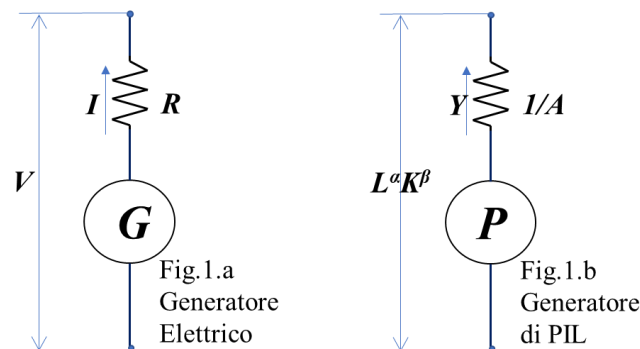


Fig.N. 13 -Similitudine proposta tra generatore elettrico G e generatore di PIL P

Ne emerge una prima similitudine tra generatori elettrici e generatori di PIL che è rappresentata in Fig. 4.1, dove in Fig. N.13.1.a un generatore elettrico G , con resistenza interna R , genera una tensione a vuoto V (per esattezza dovremmo dire V_0 conformemente a quanto sopra indicato nel paragrafo 3). Qualora il circuito sia chiuso su se stesso e quindi “isolato dal resto del mondo” è attraversato secondo la legge di Ohm da una corrente I (che abbiamo chiamato corrente di corto circuito e indicato con I_{cc} nel paragrafo 3). Alla stessa stregua un sistema economico ideale (nazionale) P in Fig. N.13.1.b, con resistenza interna ($1/A$) genera per effetto dei fattori produttivi in essi presenti (capitale K e lavoro L) una tensione ($L^\alpha K^\beta$) e qualora il sistema sia chiuso su se stesso,

e quindi “isolato dal resto del mondo”, è attraversato nell’unità di tempo (anno) da un flusso di beni e servizi prodotti pari a Y in una situazione di autarchia. Tale situazione può essere definita “dissipativa” per il fatto che l’intero prodotto nazionale è destinato unicamente ai consumi interni per permettere al sistema di sopravvivere, ma senza contribuire con il proprio prodotto alle esigenze di domanda del sistema globale.

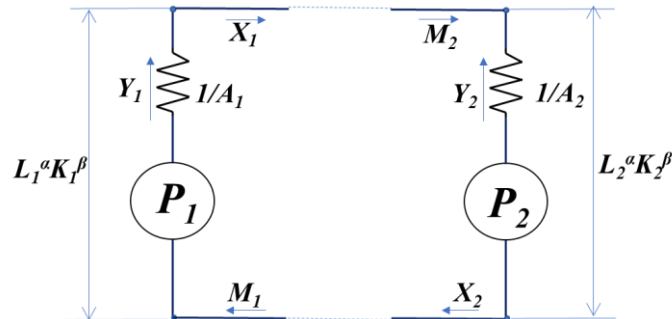


Fig.N. 14 - Due generatori di PIL in parallelo

Non appena due sistemi economici (Fig. N. 14), per un certo tempo, intraprendono scambi commerciali tra loro (vengono ignorati per il momento gli altri sistemi), due diverse tensioni ($L_1^\alpha K_1^\beta$) e ($L_2^\alpha K_2^\beta$), ossia due diverse potenzialità, sono presenti ai loro “morsetti”, a meno che i due sistemi non siano completamente identici. Possiamo immaginare che nel transitorio queste due tensioni, assunte diverse per definizione, vengano percepite come uno squilibrio del sistema complessivo, divenuto “nuovo” rispetto ad un momento precedente, tale da dover essere ricercato un riequilibrio; ragion per cui vengono messe in movimento porzioni di PIL da un sistema verso l’altro fino a portare X_1 coincidente con M_2 e viceversa X_2 coincidente con M_1 . Con ciò non si vuole intraprendere alcun complicato ragionamento di dinamica economica, che non potrebbe essere condotto se non prendendo in considerazione anche le dinamiche che nel frattempo evolvono all’interno dei sistemi collegati (ivi compresi quelli con il resto del mondo, per il momento trascurati). Si vuole, bensì, sottolineare che vengono messe insieme, collegandole in un unico sistema due diverse situazioni rappresentabili in linea con la MMT (equazione (4)) da due diverse equazioni come segue i cui singoli valori sono quelli esistenti all’atto del collegamento dei due sistemi:

$$Y_1 = C_1 + I_1 + G_1 + (X_1 - M_1) \quad (22)$$

per il sistema P_1 , e

$$Y_2 = C_2 + I_2 + G_2 + (X_2 - M_2) \quad (23)$$

per il sistema P_2 .

Dividendo membro a membro queste due equazioni

$$\frac{Y_1}{Y_2} = \frac{(C_1 + I_1 + G_1) + (X_1 - M_1)}{(C_2 + I_2 + G_2) + (X_2 - M_2)} \quad (24)$$

ed ignorando le effettive interconnessioni esistenti nella realtà tra tutti i diversi sistemi economici (ossia assumendo che si tratti semplicemente di due sistemi diversi interconnessi, ma isolati da tutti gli altri, configurazione alla quale ci si può sempre riportare - nel caso di generatori elettrici - con i

due teoremi illustrati Thévenin e Norton) appare che l'aumento del PIL di un sistema può avvenire solo se diminuisce il PIL dell'altro; a meno che anche l'altro non cresca in analoga proporzione.

Le equazioni (22) e (23) si possono scrivere anche nella forma seguente:

$$(X_1 - M_1) = Y_1 - (C_1 + I_1 + G_1) \quad (25)$$

$$(X_2 - M_2) = Y_2 - (C_2 + I_2 + G_2) \quad (26)$$

Se si dividono membro a membro le due equazioni si ottiene:

$$\frac{(X_1 - M_1)}{(X_2 - M_2)} = \frac{Y_1 - (C_1 + I_1 + G_1)}{Y_2 - (C_2 + I_2 + G_2)} \quad (27)$$

in cui il numeratore e denominatore a primo membro sono legati da una relazione inversa rispettivamente con denominatore e numeratore a secondo membro. Pertanto, si conferma che i due sistemi economici P_1 e P_2 sono posti in immediata competizione allorché vogliono aumentare il rispettivo PIL, poiché:

- ad ogni possibile variazione del saldo $(X_1 - M_1)$ deve necessariamente diminuire Y_2 essendo per definizione i singoli valori (C_2, I_2, G_2) quelli esistenti all'atto del collegamento dei due sistemi;
- ad ogni possibile variazione del saldo $(X_2 - M_2)$ deve necessariamente diminuire Y_1 essendo per definizione i singoli valori (C_1, I_1, G_1) quelli esistenti all'atto del collegamento dei due sistemi.

Soltanto allorquando siano uguali i due valori $(X_1 - M_1) = (X_2 - M_2)$, ossia sotto la condizione che:

$$\frac{(X_1 - M_1)}{(X_2 - M_2)} = 1 \quad (28)$$

si avrà che:

$$Y_1 - (C_1 + I_1 + G_1) = Y_2 - (C_2 + I_2 + G_2) \quad (29)$$

ossia, lasciando nel breve periodo immutati (C_1, I_1, G_1) e (C_2, I_2, G_2) potranno ugualmente crescere sia Y_1 che Y_2 .

Sebbene quella presa qui in considerazione sia solo una configurazione teorica, sembra dunque che l'unione in parallelo dei due sistemi in uno solo li forzi ad una situazione operativa innaturale, in cui dovrebbe essere continuamente inseguito il riequilibrio degli eventuali scompensi del saldo con l'estero, partendo da una iniziale situazione di stabilità e agendo attraverso la ricomposizione degli altri elementi che vengono da tale saldo influenzati.

Se, lì dove compaiono Y_1 e Y_2 sostituissimo, secondo la legge di Cobb e Douglas, i rispettivi valori equivalenti:

$$Y_1 = A_1 L_1^{\alpha_1} K_1^{\beta_1} \quad (30)$$

$$Y_2 = A_2 L_2^{\alpha_2} K_2^{\beta_2} \quad (31)$$

avremmo

$$\frac{Y_1}{Y_2} = \frac{A_1 L_1^{\alpha_1} K_1^{\beta_1}}{A_2 L_2^{\alpha_2} K_2^{\beta_2}} \quad (32)$$

che ci mostra come l'uso efficiente dei fattori produttivi capitale e lavoro di un sistema economico sia messo in competizione con l'uso efficiente degli stessi fattori da parte dell'altro sistema economico ad esso interconnesso. Così, percepiremmo meglio che al variare del saldo con l'estero, un sistema nazionale per crescere e spingere il suo PIL all'aumento dovrebbe non soltanto flessibilizzare ed efficientare l'impiego di capitali e lavoro, ma essere capace e disponibile a variare continuamente e inseguire letteralmente l'ottimizzazione, attraverso il ritocco di elementi "socialmente rilevanti" e delle altre variabili disponibili quali ad esempio domanda pubblica e tassazione (settore pubblico), risparmi e investimenti (settore privato).

Ma, occorre chiedersi se ciò è concretamente perseguibile agendo su variabili che nella realtà cambiano in maniera discreta e non continua, anche perché legate a "manovre" che sono di fatto annuali. E se ciò è difficile per un sistema economico nazionale, ci si chiede se si può pensare che sia più agevole farlo in un sistema plurinazionale che ha il compito di governare più sistemi nazionali posti in parallelo in aree di libero scambio; per di più con l'adozione di una moneta unica che rimpiazza monete nazionali preesistenti in economie molto diverse e per nulla simili come è successo in Europa. È certamente vero che le modellazioni aiutano la gestione di una o più economie nazionali interconnesse, ma i tempi di risposta di una modellazione non sono gli stessi tempi di risposta di un sistema economico concreto nel reagire a cambiamenti discreti di indirizzo e di *input*. Certamente i sistemi economici nazionali non sono "macchine" capaci di percepire piccole variazioni in tempo reale, né di avere tempi di risposta immediati quali possa avere un modello informatico, come pure la variazione dei fattori di produzione non è fenomeno continuo, ma discreto e se le variazioni che intervengono non superano un determinato livello di soglia, la variazione può anche essere non percepita dal sistema nel suo complesso.

5. Approfondimenti sulla funzione di produzione aggregata secondo Cobb e Douglas

Per uno studio analitico e grafico¹² della funzione di Cobb-Douglas in due variabili $Y=f(L,K)=A L^{\alpha} K^{\beta}$ si rimanda ai **Rilievi Conclusivi** di cui al punto 9. e all'**Appendice (Fig. N. 20)**. Qui preme soprattutto sottolineare quanto riportato ai seguenti punti che sono stati estratti da una notissima opera di dinamica economica di P. Sylos Labini¹³:

- a) La funzione aggregata della produzione ha un carattere generale riferibile sia alla singola impresa o al singolo settore, sia all'economia nel suo complesso. Essa assume che i fattori produttivi siano continuamente sostituibili: per ciascun livello di produzione la sostituzione avviene, con continuità, quando mutano i prezzi dei relativi fattori.
- b) A è una costante positiva (di solito compresa tra 0 e 1 ed attiene all'efficienza nell'utilizzo dei fattori produttivi - n.d.a.).

¹² Eseguito con il software commerciale Wiris Desktop per $\alpha=0,7$ e $\beta=0,3$.

¹³ Vedasi "Elementi di dinamica economica" – P. Sylos Labini – Cap.III .pag. 103 e seg.(Ed. Laterza – 1992)..

c) α e β sono rispettivamente l'elasticità del prodotto Y rispetto al fattore lavoro e rispetto al fattore capitale, con $\alpha + \beta = 1$ se si considera una funzione omogenea di primo grado.

d) Entrambe le derivate parziali della funzione (derivata di Y rispetto a L per un determinato valore di K e di Y rispetto a K per un determinato valore di L) hanno un andamento decrescente.

e) Le produttività medie di ciascun fattore, rapporto tra prodotto e fattore stesso, sono date da:

$$\frac{Y}{L} = AL^{\alpha-1}K^{\beta} \quad (33)$$

$$\frac{Y}{K} = AL^{\alpha}K^{\beta-1} \quad (34)$$

f) Le produttività marginali di ciascun fattore, sono date da:

$$\frac{\partial Y}{\partial L} = \alpha A L^{\alpha-1}K^{\beta} \quad (35)$$

$$\frac{\partial Y}{\partial K} = \beta A L^{\alpha}K^{\beta-1} \quad (36)$$

g) I rapporti tra le produttività marginali e le produttività medie esprimono le elasticità parziali della produzione rispetto al lavoro e rispetto al capitale e sono dati dai due esponenti α e β , ossia:

$$\frac{\frac{\partial Y}{\partial L}}{\frac{Y}{L}} = \frac{\alpha A L^{\alpha-1}K^{\beta}}{AL^{\alpha-1}K^{\beta}} = \alpha \quad (37)$$

$$\frac{\frac{\partial Y}{\partial K}}{\frac{Y}{K}} = \frac{\beta A L^{\alpha}K^{\beta-1}}{AL^{\alpha}K^{\beta-1}} = \beta \quad (38)$$

h) Se la funzione è omogenea e lineare, ossia se $\alpha + \beta = 1$, si ha per il teorema di Eulero che:

$$Y = L \frac{\partial Y}{\partial L} + K \frac{\partial Y}{\partial K} \quad (39)$$

Ciò vuol dire che ammesso che i fattori produttivi siano remunerati secondo le rispettive produttività marginali, la quota complessiva del prodotto attribuita a ciascun fattore si ottiene moltiplicando la quantità del fattore per la produttività marginale. Dalle tre ultime equazioni che precedono si ricava che:

$$Y = \alpha \frac{Y}{L}L + \beta \frac{Y}{K}K = \alpha Y + \beta Y = Y(\alpha + \beta) \quad (40)$$

Pertanto, necessariamente $(\alpha + \beta) = 1$ e le due elasticità α e β esprimono anche le quote di PIL che vanno rispettivamente a remunerare il lavoro e il capitale. (Empiricamente si usa assumere ancora valori che si aggirano intorno allo 0,7 per α e intorno allo 0,3 per β . Sarebbe invece opportuno ricavarli di volta in volta dai dati di contabilità nazionale (se per la singola impresa dai dati delle sue serie storiche) trattandosi di valori che variano nel tempo, specie perché i processi

tecnologici variano e diventano più efficienti, meno *labour intensive*; ma anche i mutamenti sociali e nel mondo del lavoro e della finanza hanno risvolti non trascurabili. Vedi Fig. 15 – Si noti il forte trend di decrescita della quota lavoro in Italia che giustificerebbe l’adozione dal 2016 in poi di circa 0,6 per α e circa 0,4 per β).

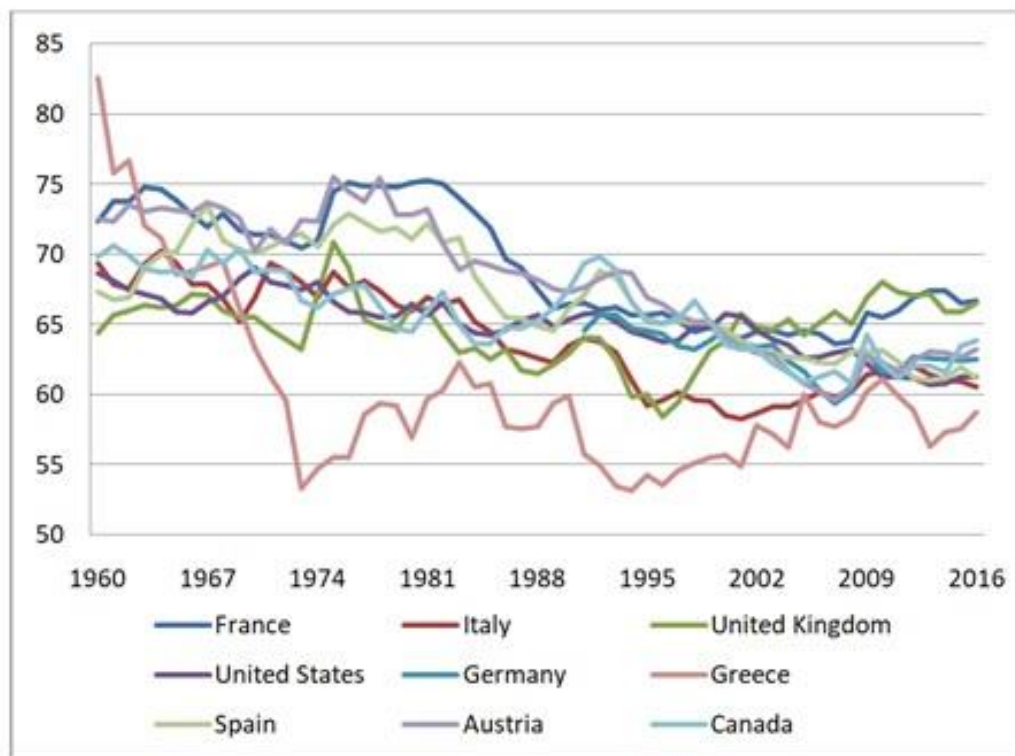


Fig. N. 15 - Quota Salari in % del PIL ¹⁴

Nel caso di una funzione di Cobb-Douglas, lineare ed omogenea, come qui sopra descritta, accrescendo in una qualsiasi proporzione λ la quantità di lavoro e di capitale, anche la produzione cresce nella stessa proporzione: ossia si ha:

$$\lambda Y = A (\lambda L)^\alpha (\lambda K)^\beta \quad (41)$$

Sulla base di ciò, è stato impostato e riportato di seguito uno schema in Fig. 16 per l’analisi delle variazioni nell’ipotesi che α e β assumano i valori sopra indicati (presumibilmente validi tra gli anni novanta e l’inizio degli anni duemila) e assumendo altresì (per comodità di calcolo) la massima efficienza nell’utilizzo dei fattori, ossia $A=1$. Si può notare dalle tabelle e dai rispettivi grafici che per un determinato anno, fatti uguale a 100 i valori di PIL Y , e i corrispondenti valori del fattore lavoro L e capitale K , volendo ottenere un incremento (o decremento) determinato del PIL, occorre incrementare (o diminuire) della stessa quantità i valori dei fattori della produzione, sebbene il loro contributo all’incremento (o decremento) di PIL desiderato è diversificato. Infatti, il fattore produttivo lavoro che utilizza un esponente di valore più alto è quello che fornisce il maggior contributo. Questa divaricazione tra capitale e lavoro tende a scomparire man mano che variano α e

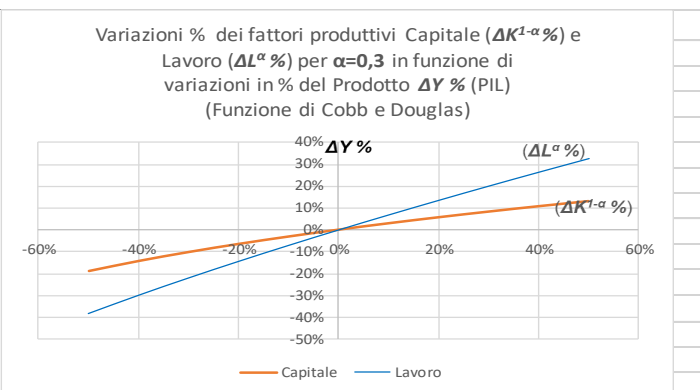
¹⁴ <https://www.economiaepolitica.it/il-pensiero-economico/quota-salari-e-regime-di-accumulazione-in-italia/>

β , sino a quando non si raggiunge $\alpha=0,5$ che implica $\beta=0,5$ dove i due contributi sono sovrapponibili.

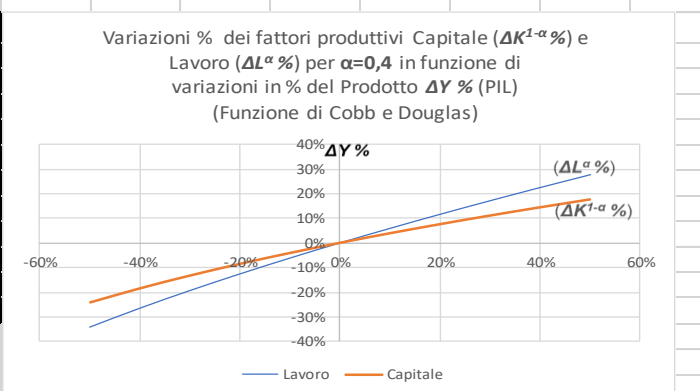
Nonostante il suo ampio utilizzo, critiche alla funzione di Cobb e Douglas sono venute ripetutamente nel tempo e da più parti. Basti ricordare, ad esempio, quelle riguardanti il progresso tecnologico (di cui non si tiene conto) che hanno poi indotto revisioni e diverse formulazioni, come pure le ipotesi di base di un regime di concorrenza perfetta che implica una *idealità* tutt'altro che trascurabile. Oppure, ancora, quelle critiche di Sylos Labini riconosciute ben fondate, specie per quanto riguarda le contraddizioni in cui si cadrebbe allorquando si assumessero rendimenti di scala crescenti ($\alpha+\beta>1$, implicanti maggior efficienze con l'aumento delle dimensioni) oppure decrescenti ($\alpha+\beta<1$, implicante minor efficienze con la diminuzione delle dimensioni). Ragion per cui Sylos Labini ritenne che la funzione di Cobb e Douglas si fondi su assunzioni molto restrittive e conduca a risultati paradossali qualora si cambino quelle assunzioni.¹⁵ Ma le sue critiche non si fermarono qui, poiché le formulazioni matematiche della funzione di produzione essendo inevitabilmente semplificatrici di fenomeni molto più complessi assumevano, in particolare, che i fattori produttivi capitale e lavoro fossero continuamente sostituibili l'uno con l'altro e la funzione fosse continua, derivabile e con derivate continue. Le ipotesi della sostituibilità e dell'infinita divisibilità dei fattori e del prodotto sono perciò da considerare astrazioni per impostare l'analisi in termini marginali. Ciononostante, tali astrazioni sono state in passato e sono, oggi, reputate in prima istanza accettabili forse per quel vecchio proverbio medievale che sostiene: "*beati monoculi in terra caecorum*".

¹⁵ Sylos Labini op.cit. Parte Seconda – pag. 107

A	1- α	α	K	$K^{1-\alpha}$	L	L^α	$Y=AL^\alpha K^{1-\alpha}$	$\Delta Y\%$	$\Delta K^{1-\alpha} (\%)$	$\Delta L^\alpha (\%)$
1	0,3	0,7	50	3,23	50	15,46	50	-50%	-19%	-38%
1	0,3	0,7	60	3,42	60	17,57	60	-40%	-14%	-30%
1	0,3	0,7	70	3,58	70	19,57	70	-30%	-10%	-22%
1	0,3	0,7	80	3,72	80	21,49	80	-20%	-6%	-14%
1	0,3	0,7	90	3,86	90	23,33	90	-10%	-3%	-7%
1	0,3	0,7	100	3,98	100	25,12	100	0%	0%	0%
1	0,3	0,7	110	4,10	110	26,85	110	10%	3%	7%
1	0,3	0,7	120	4,20	120	28,54	120	20%	6%	14%
1	0,3	0,7	130	4,31	130	30,18	130	30%	8%	20%
1	0,3	0,7	140	4,40	140	31,79	140	40%	11%	27%
1	0,3	0,7	150	4,50	150	33,36	150	50%	13%	33%



A	1- α	α	K	$K^{1-\alpha}$	L	L^α	$Y=AL^\alpha K^{1-\alpha}$	$\Delta Y\%$	$\Delta K^{1-\alpha} (\%)$	$\Delta L^\alpha (\%)$
1	0,4	0,6	50	4,78	50	10,46	50	-50%	-24%	-34%
1	0,4	0,6	60	5,14	60	11,67	60	-40%	-18%	-26%
1	0,4	0,6	70	5,47	70	12,80	70	-30%	-13%	-19%
1	0,4	0,6	80	5,77	80	13,86	80	-20%	-9%	-13%
1	0,4	0,6	90	6,05	90	14,88	90	-10%	-4%	-6%
1	0,4	0,6	100	6,31	100	15,85	100	0%	0%	0%
1	0,4	0,6	110	6,55	110	16,78	110	10%	4%	6%
1	0,4	0,6	120	6,79	120	17,68	120	20%	8%	12%
1	0,4	0,6	130	7,01	130	18,55	130	30%	11%	17%
1	0,4	0,6	140	7,22	140	19,39	140	40%	14%	22%
1	0,4	0,6	150	7,42	150	20,21	150	50%	18%	28%



A	1- α	α	K	$K^{1-\alpha}$	L	L^α	$Y=AL^\alpha K^{1-\alpha}$	$\Delta Y\%$	$\Delta K^{1-\alpha} (\%)$	$\Delta L^\alpha (\%)$
1	0,5	0,5	50	7,07	50	7,07	50	-50%	-29%	-29%
1	0,5	0,5	60	7,75	60	7,75	60	-40%	-23%	-23%
1	0,5	0,5	70	8,37	70	8,37	70	-30%	-16%	-16%
1	0,5	0,5	80	8,94	80	8,94	80	-20%	-11%	-11%
1	0,5	0,5	90	9,49	90	9,49	90	-10%	-5%	-5%
1	0,5	0,5	100	10,00	100	10,00	100	0%	0%	0%
1	0,5	0,5	110	10,49	110	10,49	110	10%	5%	5%
1	0,5	0,5	120	10,95	120	10,95	120	20%	10%	10%
1	0,5	0,5	130	11,40	130	11,40	130	30%	14%	14%
1	0,5	0,5	140	11,83	140	11,83	140	40%	18%	18%
1	0,5	0,5	150	12,25	150	12,25	150	50%	22%	22%

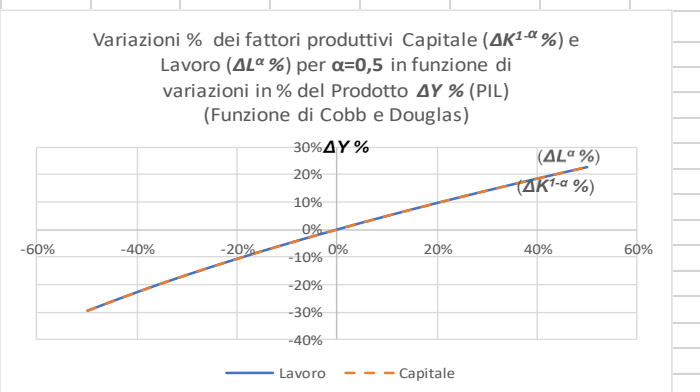


Fig. N. 16 – Un primo schema per l’analisi delle variazioni

In definitiva, solo in prima approssimazione si può assumere che la funzione di produzione qui descritta sia valida, anche in presenza di un accelerato progresso tecnico che può indurre a rincorrere l'efficienza o la dimensione (per es. per restare sul mercato) attraverso investimenti cogenti sempre di più necessari nel medio e breve periodo. Inoltre, quando ci si sposta al livello macroeconomico si presentano ulteriori problemi di natura non solo concettuale. C'è chi ritiene, al riguardo, che sia lecito immaginare l'esistenza di una funzione sociale o collettiva di produzione capace di esprimere le trasformazioni possibili di fattori della produzione che si realizzano in un sistema economico o in uno dei sub-sistemi in cui può essere diviso; e nonostante tutto resta, di fatto, ancora da dimostrare che l'intero sistema economico o un settore di attività possano essere trattati alla stregua di una singola unità produttiva che si possa considerare rappresentativa.

Comunque, vale la pena con l'occasione chiarire, come ben segnalano le fonti di letteratura¹⁶ al riguardo, che sia le procedure della contabilità di un sistema economico, come pure le diverse formulazioni di una funzione di produzione aggregata, nella determinazione del prodotto interno lordo escludono necessariamente dal computo gli apporti dovuti a:

- i) servizi non retribuiti, cioè servizi che non passano dal mercato, come per esempio i servizi resi dai beni durevoli di uso domestico, dal lavoro delle casalinghe, dagli autoservizi personali;
- ii) il cosiddetto "nero", ossia attività sommerse, vale a dire attività non rilevate, o rilevate solo parzialmente dagli organi statistici ufficiali;
- iii) le attività illegali;
- iv) il cosiddetto *dumping* ambientale o sociale, legato ad un guadagno improprio di competitività dovuto alla indebita riduzione delle risorse naturali e al progressivo deteriorarsi dell'ambiente naturale e sociale (per es. assenza dei più elementari diritti umani) provocato da alcune componenti del processo di crescita economica;
- v) il valore attribuito al tempo libero.

Senza contare che la valutazione di una economia è oggi affidata esclusivamente al PIL (ossia reddito nazionale) e al debito pubblico di quella economia, non tenendo conto del patrimonio (economico, artistico o naturalistico, pubblico o privato che sia). Sarebbe come a dire che nella valutazione di una impresa produttiva per una eventuale transazione, si considerasse solo il *cash-flow* e il debito, ma non il patrimonio d'impresa. Tali aspetti, per quanto riguarda il sistema dei conti economici nazionali, sono da tempo oggetto di discussione e di infruttuosi tentativi di revisione.

Ad ogni buon conto, nonostante le critiche sopra riportate, si assumerà come valida sia la formulazione della produzione aggregata nella versione di Cobb e Douglas, sia l'attuale nozione di PIL, in particolare per porre in evidenza come l'apertura di un sistema economico generatore di PIL lo porti a funzionare in parallelo con altri sistemi economici, alla stregua di generatori elettrici, dovendo in tal modo ricomporre in maniera costante e continuativa al suo interno i propri fattori

¹⁶ Vedasi seguente link

<http://webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:LxOq3N4WzOcj:cms.stat.unibo.it/LinkClick.aspx%3Ffiletick%3DysZPda5ZNXA%253D%26tabid%3D466%26mid%3D1038+&cd=2&hl=it&ct=clnk&gl=it>

produttivi, tenendo conto attraverso gli scambi internazionali anche dei mutamenti che intervengono nel resto del mondo con cui scambia.

Sebbene sia il PIL che la funzione della produzione aggregata possano aver oggi fatto il loro tempo, non si può negare che essi esprimono un contenuto incompleto, ma ancora non privo di senso, che ha dato significato ad un intero secolo di storia, non solo economica.

6. Un'ipotesi di Matrice degli Scambi

Come si accennava in premessa la modellistica econometrica per macro aggregati, per la raccolta dei dati, analisi, gestione, monitoraggio e controllo, è molto diffusa, autorevole e disponibile per istituzioni, università, organizzazioni interessate. Questo che segue vuole essere solo un esempio esplicativo di una riflessione personale che si spera possa essere un ausilio illustrativo, anche previa validazione, affinamento e sviluppo. L'equazione (4) ci mostra che il PIL di un paese è direttamente proporzionale non solo ai consumi interni C , agli investimenti I , alla spesa pubblica S , ma anche alla differenza tra export X ed import M . Tutte queste quantità sono flussi economici relativi ad uno specifico anno preso a riferimento. Supponiamo che gli scambi del commercio internazionale in quell'anno coinvolgano (n) paesi importatori ed esportatori, alcuni dei quali potrebbero avere flussi di scambio effettivi con partner abituali e scambi che potrebbero essere anche nulli nei confronti dei paesi restanti. Uno strumento per la registrazione, valutazione ed analisi dei flussi (particolarmente per l'analisi delle variazioni che si registrano nel tempo e per l'individuazione di eventuali tendenze) potrebbe essere una matrice "a doppia entrata" del tipo seguente:

X_i (Export)									PAESE (P_j)	M_i (Import)								
n	$n-1$	$n-2$	i	3	2	1		1	2	3	i	$n-2$	$n-1$	n
			X_{i1}				1				M_{i1}			
			X_{i2}				2				M_{i2}			
			X_{i3}				3				M_{i3}			
.....
X_{nj}	$X_{(n-1)j}$	$X_{(n-2)j}$	X_{ij}	X_{3j}	X_{2j}	X_{1j}	j	M_{1j}	M_{2j}	M_{3j}	M_{ij}	$M_{(n-2)j}$	$M_{(n-1)j}$	M_{nj}
.....
			$X_{i(n.2)}$				$n-2$				$M_{i(n-2)}$			
			$X_{i(n-1)}$				$n-1$				$M_{i(n-1)}$			
			X_{in}				n				M_{in}			

Tutti i paesi coinvolti vengono classificati nella colonna **PAESE** (P_j) attribuendo loro un numero di posizione da 1 a (n). Per il generico paese P_j (dove il pedice j può variare da 1 a n) vengono

riportati nella corrispondente riga a sinistra i valori dei flussi verso altri paesi per l'export X_{nj} , $X_{(n-1)j}$, $X_{(n-2)j}$, X_{ij} , X_{3j} , X_{2j} , X_{1j} e a destra per l'import M_{1j} , M_{2j} , M_{3j} ,, M_{ij} ,, $M_{(n-2)j}$, $M_{(n-1)j}$, M_{nj} . Le caselle inibite con il colore grigio stanno semplicemente a significare che un paese non importa né esporta verso se stesso, quindi il flusso è zero. Il valore complessivo dell'export X_{Pj} del paese P_j verso il resto del mondo è il seguente:

$$X_{Pj} = X_{1j} + X_{2j} + X_{3j} + \dots + X_{ij} + \dots + X_{(n-2)j} + X_{(n-1)j} + X_{nj} \quad (42)$$

ossia:

$$X_{Pj} = \sum_{i=1}^n X_{ij} \quad (43)$$

Il volume complessivo annuo dell'export globale X_{Global} è dato dalla sommatoria di tutti i valori del tipo X_{Pj} per ciascun paese, ossia per j che varia da 1 a (n), vale a dire:

$$X_{Global} = \sum_{j=1}^n X_{Pj} = (\sum_{i=1}^n X_{i1} + \sum_{i=1}^n X_{i2} + \sum_{i=1}^n X_{i3} + \dots + \sum_{i=1}^n X_{ij} + \dots + \sum_{i=1}^n X_{i(n-2)} + \sum_{i=1}^n X_{i(n-1)} + \sum_{i=1}^n X_{in}) \quad (44)$$

La quota percentuale $Q_{j/G}$ di export detenuta dal generico paese P_j rispetto al volume globale annuo è la seguente:

$$Q_{j/G} = \frac{X_{Pj}}{X_{Global}} \cdot 100 = \frac{\sum_{i=1}^n X_{ij}}{\sum_{j=1}^n X_{Pj}} \cdot 100 \quad (45)$$

Analogamente si può dire per il valore complessivo dell'import M_{Pj} del generico paese P_j dal resto del mondo, che è il seguente:

$$M_{Pj} = M_{1j} + M_{2j} + M_{3j} + \dots + M_{ij} + \dots + M_{(n-2)j} + M_{(n-1)j} + M_{nj} \quad (46)$$

ossia:

$$M_{Pj} = \sum_{i=1}^n M_{ij} \quad (47)$$

Il volume complessivo annuo dell'import globale M_{Global} è dato dalla sommatoria di tutti i valori del tipo M_{Pj} per ciascun paese, ossia per j che varia da 1 a (n), vale a dire:

$$M_{Global} = \sum_{j=1}^n M_{Pj} = (\sum_{i=1}^n M_{i1} + \sum_{i=1}^n M_{i2} + \sum_{i=1}^n M_{i3} + \dots + \sum_{i=1}^n M_{ij} + \dots + \sum_{i=1}^n M_{i(n-2)} + \sum_{i=1}^n M_{i(n-1)} + \sum_{i=1}^n M_{in}) \quad (48)$$

La quota percentuale $R_{j/G}$ di import detenuta dal generico paese P_j rispetto al volume globale annuo è la seguente:

$$R_{j/G} = \frac{M_{Pj}}{M_{Global}} \cdot 100 = \frac{\sum_{i=1}^n M_{ij}}{\sum_{j=1}^n M_{Pj}} \cdot 100 \quad (49)$$

Ciò che segue dovrebbe essere affermato con più evidenza sulla base dei valori assoluti dei volumi annui di import, export e loro saldo attivo, ma in via del tutto generale non fa male che si verifichi per un generico paese P_j la seguente disequaglianza favorevole per il PIL (ossia quota di export maggiore rispetto a quella di import),

$$Q_{j/G} > R_{j/G} \quad (50)$$

salvo smentita da fatti specifici e verifiche sui valori assoluti, è probabile che si tratti di una economia manifatturiera con forte vocazione all'export, anche per sostenere la crescita, la produzione interna con tutto ciò che ad essi è connesso (politiche del lavoro, welfare, etc.):

Dove però questa diseguaglianza tende a divaricarsi sempre di più sino a divenire:

$$\frac{Q_j}{G} \gg \frac{R_j}{G} \quad (51)$$

anche in presenza di elevati consumi interni prevalentemente da produzione propria, potrebbero celarsi politiche aggressive, indiretti atteggiamenti protezionistici ed il perseguimento di piani di supremazia commerciale, specie in aree di libero scambio. La delicatezza di questi argomenti fa sì che tali quote vengano piuttosto calcolate rispetto al PIL del paese P_j . Infatti, tra i limiti e vincoli posti dalla UE ai suoi stati membri (vedi anche punto 2.2 del presente documento), vi è un termine posto al 6% rispetto al PIL per il surplus commerciale, visto i problemi di instabilità che si possono indurre in altre economie. Ma questo limite è stato lungamente ignorato e superato ripetutamente in diverse circostanze senza alcuna reazione da parte degli organismi di controllo europei.¹⁷ Come a dire che “la legge è uguale per tutti, ma per alcuni è più uguale”.

In definitiva il valore $(X - M)$ rilevante ai fini del PIL da introdurre nell'equazione (4) per un determinato paese P_j è il seguente:

$$(X - M) = (\sum_{i=1}^n X_{ij} - \sum_{i=1}^n M_{ij}) \quad (52)$$

È bene per un sistema economico nazionale che tale valore sia positivo (sino a valori del 5÷6% del PIL come impongono le regole comunitarie UE), ma oltre tali valori esso è divenuto ormai segno di scarsa propensione solidaristica verso le altre economie con cui si intrattengono rapporti di scambio e di partenariato. Valori molto più alti di quelli qui indicati sono percepiti come politiche commerciali aggressive da parte di chi le pratica e quindi causa di conflitti.

Ridurre le aree di libero scambio e la globalizzazione stessa a fenomeni solo economici è una prospettiva fuorviante. Certamente unificazione e globalizzazione sono fenomeni che trascendono i soli aspetti economici, ma dovremmo tenere maggiormente presente che la MMT attraverso l'equazione (5) che può essere così riscritta:

$$(G - T) = (S - I) - (X - M) \quad (53)$$

ci ricorda, con la presenza del “valore” $(X - M)$, che i sistemi economici non sono “sistemi chiusi” proprio perché interagiscono attraverso lo scambio che “arricchisce” o “impoverisce” a seconda dei casi e delle circostanze. Un sistema economico globale, però, si deve ritenere necessariamente chiuso, a meno di non intraprendere relazioni commerciali con mondi alieni. Pertanto, poiché per un sistema chiuso gli scambi con l'esterno devono essere nulli, si ha dalla (52) che:

$$\sum_{j=1}^n (\sum_{i=1}^n X_{ij} - \sum_{i=1}^n M_{ij}) = 0 \quad (54)$$

¹⁷ <http://www.affaritaliani.it/affari-europei/germania-surplus-commerciale-al-9-limite-ue-al-6-461331.html>

ossia, tutti i saldi commerciali netti all'interno di un sistema chiuso sono di segno ed entità tale che la loro somma si annulla. Tenendo ciò presente e tornando alla (5) si comprende che in un sistema globale "unico" deve valere necessariamente (in teoria, secondo la MMT) che:

$$\sum_1^n (G_i - T_i) = \sum_1^n (S_i - I_i) \quad (55)$$

Ossia la somma della spesa pubblica globale meno la somma delle tasse globali deve uguagliare la somma del risparmio globale diminuita della somma degli investimenti globali.

In altra forma:

$$(G_{Global} - T_{Global}) = (S_{Global} - I_{Global}) \quad (56)$$

e sulla falsariga della (4) dovrebbe valere anche che:

$$C_{Global} + S_{Global} + T_{Global} = PIL_{Global} = C_{Global} + I_{Global} + G_{Global} \quad (57)$$

È evidente che per un sistema economico nazionale la politica economica, in virtù dell'apertura e dello scambio con gli altri, da fatto tipicamente nazionale diviene necessariamente fatto condizionato dagli altri sistemi presenti nel sistema economico globale.

7. Alcune Note sulla Possibile Morfologia della Rete di Libero Scambio

Le similitudini proposte tra reti e generatori in due diversi campi delle scienze, sebbene siano suggestive e attraenti per le analogie che sembrano generare, sono tutte da sviluppare e da provare.

Pensando al "Libero Scambio", la prima cosa che viene alla mente è il recente atteggiamento protezionistico che si è riaperto in diverse parti del globo. È difficile dire se si tratta di un aspetto contingente dettato da schermaglie tattiche o se a tutto ciò soggiace una strategia di cambiamento geopolitico (e quindi economico-commerciale) che potrebbe avere valenza strutturale. Ricordando che agli scambi sono sottesi flussi monetari, ogni vincolo, ostacolo o procedura addizionale che si frapponga allo scambio non solo vanifica l'aggettivo "libero", ma ha riflessi sulla velocità di circolazione dei beni rallentandola e quindi influisce negativamente sulla stabilità dell'offerta e dei prezzi, sulla crescita globale e sullo sviluppo. Ma, oltre a ciò, non influisce anche sulla morfologia di rete potendo produrre o indurre variazioni nei percorsi e quindi nelle maglie, rami e nodi della rete stessa? A tale riguardo vale la pena sottolineare che i due teoremi illustrati precedentemente per le reti elettriche (in maniera analogica, ma non provata per le reti di libero scambio), presuppongono entrambi che le reti siano lineari ed invarianti; il primo requisito riguarda la sovrapposibilità degli effetti e il secondo proprio l'invarianza nel tempo della morfologia di rete (comunque, fintantoché una configurazione non cambia si può assumere come invariante e tenere conto dei cambiamenti al momento in cui intervengono).

Riflettendo, poi, sulle possibili analogie tra una rete elettrica e una rete di scambio, sebbene quello seguente sia un aspetto da meglio indagare e chiarire, appare in prima battuta che, in fondo in fondo, di norma, lo scambio commerciale assuma la forma di un accordo bilaterale tra due entità economiche diverse ed autonome; di fatto, anche quando il patto propriamente detto possa prendere le forme di un accordo multilaterale (per es. TTIP – *Transatlantic Trade and Investment Partnership*). Se ciò è vero, si è indotti a pensare che ai fini degli aspetti caratteristici e ripetitivi di

una rete, il collegamento in parallelo possa essere dominante e quello in serie non possa sussistere che in rari e specifici casi. Detta in altri termini è difficile pensare ad un import/export tra due partner (sistemi economici nazionali) facendo passare necessariamente i flussi di beni e il relativo corrispettivo attraverso uno o più partner terzi (anch'essi sistemi economici nazionali). In questo caso di flusso in serie l'export di un paese è molto condizionato e può:

- giungere all'altro se, e solo se il transito in tali paesi intermedi è del tutto inerte e virtuale, senza altro valore aggiunto;
- trovare oggettivo ostacolo nelle capacità di transito dei paesi intermedi e generare ritardi o costi di *mob-demob* addizionali per depositi anche temporanei;
- far subire all'intero flusso un effetto di strozzatura da parte del paese intermedio con minori capacità ricettive.

A tale riguardo si rimanda alla figura seguente dove invece, per il caso di collegamento in parallelo resta confermata in modo evidente – trattandosi di flussi di beni e del loro corrispettivo monetario –

la validità della prima legge di Kirchhoff, visto che sia nel nodo A che nel nodo B la somma dei flussi entranti è uguale alla somma dei flussi uscenti.

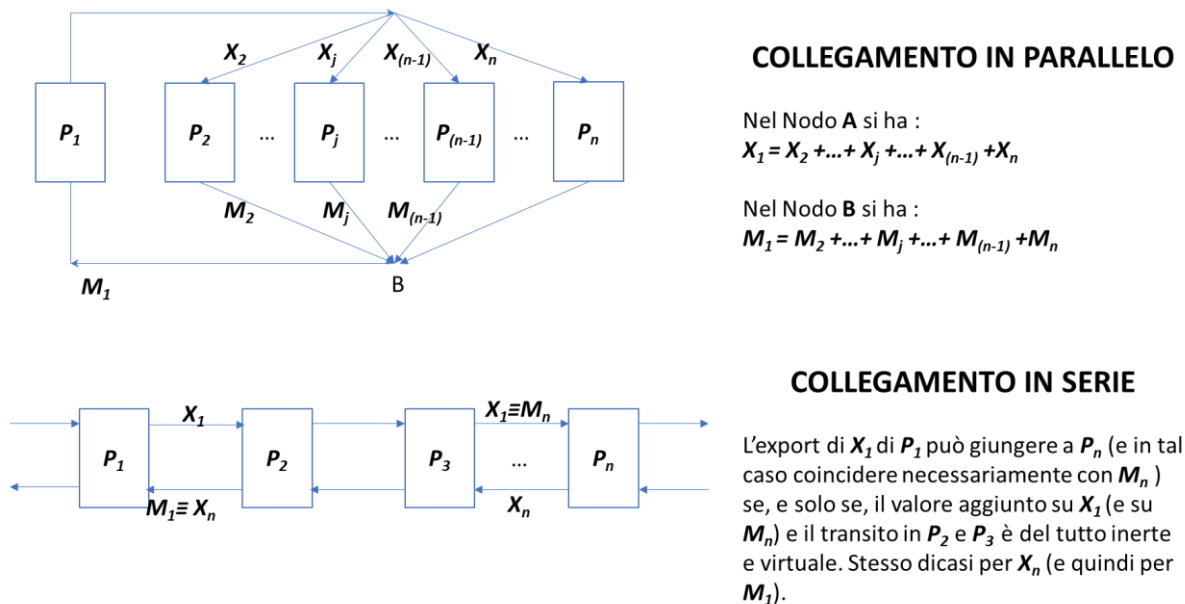


Fig. N. 17 – Sistemi economici in serie e in parallelo

La conclusione cui sembra poter giungere è che la rete di libero scambio si configuri fondamentalmente come un collegamento del sistema economico di ciascun paese in parallelo al sistema economico di ciascuno di tutti gli altri paesi presi insieme. Nella figura sopra ciò è evidente solo per P_1 , mentre per tutti gli altri paesi le connessioni mancanti sono state omesse per non complicare la leggibilità dello schema. Se nel caso in serie si aggiungessero per ciascun P_j in relativi collegamenti con tutti gli altri paesi si ricadrebbe nel caso in parallelo. (***) Casi “in serie” di sub-committenza di una economia verso altre meriterebbero separata trattazione e approfondimento.)

8. Effetti di squilibrio intrinseco e inseguimento dell'ottimizzazione nel collegamento dei sistemi

Per far indagare appieno la potenziale utilità della similitudine proposta, occorre però fare un cenno illustrativo sulla caratteristica esterna e sul punto di funzionamento di un generatore elettrico; nozioni che non sono comunemente diffuse. Nella Fig. N. 18 qui appresso (fonte in nota), è riportato l'andamento qualitativo della caratteristica esterna di un generatore fotovoltaico valida ad una determinata temperatura di lavoro (variando questa si fa variare la tensione, anche se di poco) e sotto un determinato irraggiamento (che variando influisce essenzialmente sulla corrente). Un carico elettrico esterno (in questo caso resistivo e costante (R)) alimentato dal generatore è individuato da una retta passante per l'origine degli assi e intersecante la curva caratteristica in un punto detto punto di funzionamento del sistema "generatore + carico esterno". Variando il carico esterno (R) il punto di funzionamento si sposta lungo la curva e si dimostra che il sistema raggiunge il punto di massima potenza P_{max} solo quando il carico esterno ha un valore di resistenza pari alla resistenza interna del generatore elettrico. Da qui consegue che per sfruttare al massimo le potenzialità di un generatore occorre un'ottimizzazione, facendo in modo che esso sia connesso ad un carico esterno avente, per quanto possibile, una resistenza non troppo dissimile dalla resistenza interna del generatore.¹⁸

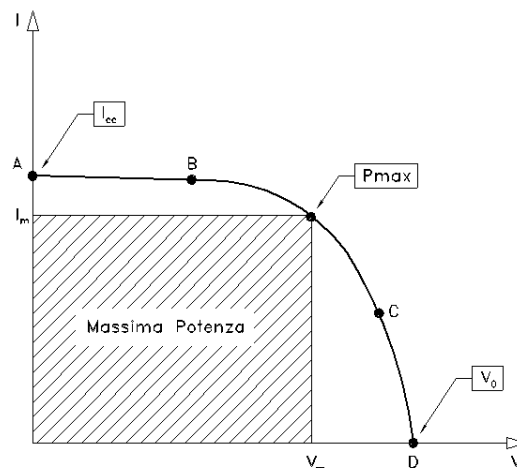


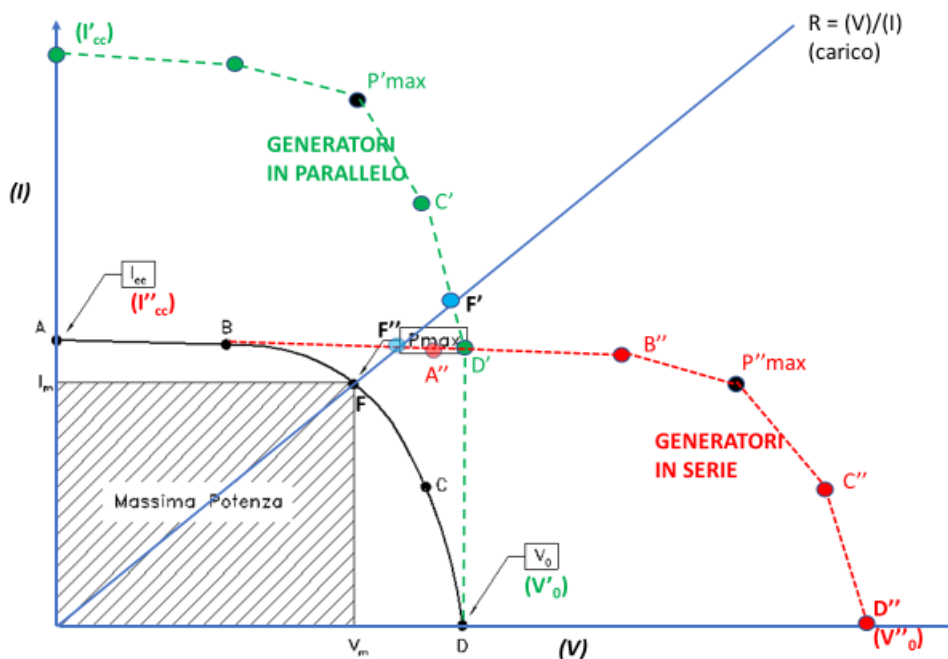
Fig. N. 18 - Curva caratteristica di un generatore fotovoltaico in corrente continua

Cosa succede nel caso di due generatori di uguale caratteristica esterna collegati in serie o in parallelo, per i modesti scopi descrittivi del presente lavoro, lo si può intravedere in termini del tutto approssimativi, qualitativi e illustrativi - evitando di dover ricorrere alle complesse regole dell'arte - servendosi dello stesso grafico di Fig. N. 18. attraverso una doppia composizione nel grafico di Fig. N. 19 seguente.

¹⁸ https://digilander.libero.it/panetti/fotovoltaico/f,otovoltaico.htm#_Toc57340290

In linea di massima, nel collegamento in serie sappiamo che la tensione risultante (anche quella a vuoto V_0) è data dalla somma delle tensioni dei singoli generatori; mentre la corrente di corto circuito I_{cc} dovrebbe restare sostanzialmente la stessa visto che di fronte ad un raddoppio della tensione a vuoto si registra (essendo i due generatori uguali) anche un raddoppio della resistenza interna. Tutto questo implica di sommare le due caratteristiche dei singoli generatori sulle ascisse, per cui la curva caratteristica risultante è “allungata” nel verso della tensione crescente e i punti D, C, B, A, passano rispettivamente in D'', C'', B'', A''.

Per il collegamento in parallelo, invece, sappiamo che la tensione risultante dei due generatori collegati insieme, resta praticamente la stessa dei singoli generatori. Ciò dovrebbe valere non solo durante il funzionamento, ma sostanzialmente anche per la tensione a vuoto V_0 sebbene qualche effetto per sbilanciamento della “chiusura” di ciascun generatore sulla resistenza interna dell’altro generatore potrebbe portare qualche effetto anche a circuito aperto dopo aver collegato i due generatori insieme. La corrente di corto circuito I_{cc} originaria, del singolo generatore, per effetto di un dimezzamento della resistenza risultante dalla messa in parallelo delle due identiche originarie resistenze interne, dovrebbe pressoché raddoppiare (salvo le cadute di tensioni interne, dissipazione, nonché cadute per i collegamenti, etc.). In questo caso la composizione delle due identiche curve caratteristiche originarie deve avvenire lungo le ordinate, ossia nel verso della corrente crescente e i punti D, C, B, A, passano rispettivamente in D', C', B', A'.



Fig, N. 19 – Come si trasforma (qualitativamente) la curva caratteristica esterna nel caso di due generatori fotovoltaici in serie o in parallelo

Si può vedere che in entrambi i casi i punti di massima potenza si muovono fortemente e l’ottimizzazione per il carico R originario è perduta, essendo passato il punto di funzionamento del sistema dall’originario punto F in F' , in un caso, e F'' , nell’altro, comunque molto distanti da P'_{max}

e P''_{\max} . In pratica, qualunque nuovo collegamento, in serie o in parallelo, di generatori (sia essi di corrente oppure di PIL) comportano la rottura di un preesistente equilibrio che deve essere ripristinato per consentire il funzionamento del sistema in condizioni ottimali. Allo stesso modo, sulla base delle similitudini proposte, di questo effetto squilibrante va tenuto conto in campo economico per i generatori di PIL, in senso lato rispetto a quanto si sostiene nel campo dell'energia in merito al funzionamento in parallelo di generatori a corrente continua. Nel mondo dell'energia c'è chi ritiene opportuno che in una centrale elettrica a corrente continua, l'energia sia di solito fornita da diversi generatori di piccola potenza collegati in parallelo anziché da un grande generatore. Questo è dovuto ai seguenti motivi¹⁹:

(i) Continuità del servizio: se viene utilizzato un unico grande impianto generatore, quindi in caso di guasto, l'intero impianto verrà spento. Tuttavia, se l'alimentazione è fornita da un numero di piccole unità operanti in parallelo, allora in caso di guasto di una unità, la continuità della fornitura può essere mantenuto da altre unità integre.

(ii) Efficienza: i generatori funzionano in modo più efficiente se caricati secondo le loro capacità di targa. Pertanto, quando la domanda di carico sulla centrale diminuisce, uno o più generatori possono essere spenti e le unità rimanenti possono essere caricate in modo efficiente.

(iii) Manutenzione e riparazione: Generalmente i generatori richiedono la manutenzione ordinaria e la riparazione. Pertanto, se i generatori funzionano in parallelo, le operazioni di routine o di emergenza possono essere eseguite isolando il generatore interessato mentre il carico viene fornito da altre unità. Questo porta sia alla sicurezza che all'economia.

(iv) Aumento della capacità degli impianti: nel mondo moderno con l'aumento della popolazione, l'uso di elettricità è in continuo aumento. Quando capacità aggiuntiva è richiesta, la nuova unità può essere semplicemente messa in parallelo con le vecchie unità.

(v) Non disponibilità di un'unica grande unità: in molte situazioni, una singola unità di grande capacità desiderata potrebbe non essere disponibile. In quel caso un certo numero di unità più piccole possono essere azionate in parallelo per soddisfare i requisiti di carico. Generalmente una singola grande unità è più costosa (ma ciò accade in casi di progetti specifici su commessa, poiché per produzioni di serie esiste un effetto di scala).

Traslando tutto questo, in funzione della similitudine proposta, ad un sistema economico dovremmo sostenere che un sistema produttivo basato su tanti elementi di piccola scala è più resiliente e più tenace verso eventi avversi di un sistema basato su un ridotto numero di sistemi produttivi di grande scala.

¹⁹ <http://www.uotechnology.edu.iq/dep-eee/lectures/2nd/Electrical%20machines%201/DC%20MACHINES%20part3.pdf>

9. Rilievi conclusivi

- 1) La possibilità di assumere ed utilizzare in pratica l'analogia qui sopra proposta, richiede di testarne la validità su passate serie storiche (utilizzando dati statistici delle singole economie) di diversi sistemi economici nazionali (possibilmente non appartenenti ad aree di libero scambio - come per es. i sistemi nazionali facenti capo all'UE - e solo successivamente eseguire, eventualmente, analogo test su analoghe serie storiche di paesi membri UE). I test dovrebbero determinare anche l'effettiva esistenza di una "caratteristica esterna" dei generatori di PIL e la loro evoluzione nel tempo al variare di (A) per effetto di variazioni nell'uso efficiente delle risorse e della tecnologia.
- 2) Nel caso in cui la similitudine conducesse a riscontri positivi risultanti dai test, l'applicabilità ai circuiti elettrici dell'analogia e dei Teoremi di T. & N. può condurre a pensare che ogni sistema economico nazionale possa essere considerato connesso in parallelo ad un unico grande sistema costituito da tutti gli altri (per es. attraverso l'uso dei dati raccolti in una matrice degli scambi come riportata sopra). Ma, anche questa possibilità, in realtà, deve essere approfondita preventivamente da un punto di vista teorico-concettuale e successivamente testata, ancor prima di considerare possibile una qualsiasi "riduzione" allo schema proposto di due soli generatori di PIL attraverso applicazione ad essi dei Teoremi di T. & N. . Al momento possiamo solo supporre e auspicarci che tali analogie siano riscontrabili e provabili nei fatti. Soltanto per comodità descrittiva, quindi, ipotizziamo di "dare per scontato" tali analogie, come qui detto in alcuni punti.
- 3) Per poter collegare insieme, in parallelo senza creare squilibri, due (o più) generatori di PIL, ossia due (o più) sistemi economici distinti, al fine di ottenerne un unico sistema molto più robusto, essi devono essere sostanzialmente uguali in tensione (ossia, $L_1^{\alpha 1} K_1^{\beta 1} = L_2^{\alpha 2} K_2^{\beta 2}$, riequilibrando continuamente con variazioni di capitale e lavoro gli squilibri che necessariamente si producono man mano). La "flessibilità" nell'impiego di capitale e lavoro - a prescindere dagli effetti sociali che essa provoca - sembra essere un necessario pre-requisito per una sorta di "regolazione ottimale" del sistema complessivo risultante. Ma, a causa di una tale "regolazione", cogente per l'ottimizzazione, i sistemi economici connessi in parallelo vengono a competere non più solo attraverso la resistenza interna (I/A) - che rappresenta l'uso efficiente dei fattori produttivi e della tecnologia, al punto che potremmo ritenere (A) rapportabile alla conduttanza nel caso elettrico - ma l'*output* (Y) diviene chiaramente connesso alla rigidità nel variare i fattori (L) e (K) per effetto dei diversi sistemi normativi, finanziari, energetici, burocratici e sociali dei due sistemi economici interconnessi per il "libero scambio".
- 4) Per un qualunque generatore di PIL, quindi, l'export funziona da carico esterno al sistema economico singolo e insieme alla propria resistenza interna e a quella della rete cui è connesso, determina, intersecando la caratteristica esterna, il punto di funzionamento del complesso nel suo insieme. Viceversa, ogni qualsiasi generatore di PIL connesso alla rete di libero scambio è esso stesso percepito come un carico dall'insieme della rete, con cui forma un complesso riducibile ad un unico sistema di due generatori in parallelo (attraverso i Teoremi di T. & N.) -. Sappiamo anche, però, dall'analisi che la funzione di Cobb e Douglas può avere un suo punto di massimo (alle condizioni locali) e non è per niente garantito che il punto di massimo e il punto di funzionamento automaticamente coincidano ottimizzando così le prestazioni del sistema. Tanto meno è garantito che il punto di funzionamento di un qualsiasi generatore di PIL coincida con quello del sistema esterno quando quest'ultimo funziona esso stesso da generatore e non da carico. In altri termini, sembra - salvo approfondimenti - che il continuo scambio produce continuamente equilibrio, destinato a essere riequilibrato con opportune "manovre" riequilibratrici.

- 5) Ammesso che possa essere rilevabile da dati statistici passati o recenti una caratteristica esterna del nostro sistema economico, non si può neanche dare per scontato, senza opportuna prova analitico-pratica, che, agendo per esempio sull'entità della spesa pubblica e dell'import/export si possa portare il sistema stesso a operare in un punto di funzionamento ottimale. E pur ammesso che indagini analitico- pratico confermino tale possibilità, di quali elementi si dispone per pensare che il sistema segua modalità operative ripetitive, stabili, meccanicistiche, svincolate dall'imprevedibile fattore umano e dai fattori sociali connessi?
- 6) Con la globalizzazione ed il diffondersi delle aree e degli accordi di libero scambio A, K, α, L, β non possono essere del tutto simili a quelli di epoche antecedenti; né possono essere simili le influenze reciproche su questi stessi valori caratteristici che i diversi sistemi economici esercitavano gli uni su gli altri in un periodo in cui i traffici commerciali erano maggiormente ostacolati per ragioni politico-economiche, logistiche o altro. Si pone perciò l'interrogativo se le serie storiche di dati disponibili dalla contabilità nazionale e dalle relative statistiche nei vari anni, a partire dall'ultima guerra mondiale sino ad oggi - ridotti a valori omogenei (per es. valori in moneta costante rispetto ad un anno di riferimento opportunamente scelto) - non possano rappresentare il risultato di un sistema economico aperto verso l'esterno, che lavora progressivamente in vari punti di funzionamento e così tracciare una curva caratteristica del sistema.
- 7) Nell'ipotesi di utilizzare serie storiche di diverse economie nazionali al fine di determinarne i valori delle variabili coinvolte e loro eventuali trend, si riporta tentativamente quanto segue come possibili strumenti di lavoro.
- 8) Per poter rendere disponibili i valori e le diverse tendenze utili, assunte in funzione del tempo da una delle diverse variabili rappresentate nell'equazione di Cobb e Douglas, si può tener conto che essa può essere all'occorrenza esplicitata, nei seguenti modi descritti, ponendo ciascuna variabile in funzione delle altre.

Considerando che Y, A, K, α, L possono essere ciascuna considerata come variabile presente nell'equazione, si può esplicitare ciascuna variabile in funzione delle altre, come segue, partendo da:

$$Y = AL^\alpha K^\beta$$

da cui con $\beta = 1 - \alpha$ si ha:

$$Y = AL^\alpha K^{1-\alpha}$$

$$\beta = 1 - \alpha = \log_K \left(\frac{Y}{AL^\alpha} \right)$$

$$L = \left(\frac{Y K^{\alpha-1}}{A} \right)^{\frac{1}{\alpha}}$$

$$K = \left(\frac{Y}{AL^\alpha} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

$$\begin{cases} A = \frac{Y K^{\alpha-1}}{L^\alpha}, & -L^\alpha K^{1-\alpha} \neq 0 \\ \emptyset, & -L^\alpha K^{1-\alpha} = 0 \text{ and } Y \neq 0 \\ A \in \mathbb{R}, & Y = 0 \text{ and } -L^\alpha K^{1-\alpha} = 0 \end{cases}$$

e prendendo i logaritmi di ambo i membri dell'equazione di partenza, si può "linearizzare" la funzione nel modo seguente:

$$\ln Y = \ln A + \alpha \ln L + (1 - \alpha) \ln K$$

da cui si possono ottenere le ulteriori seguenti equazioni:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \alpha = -\frac{\ln(Y) - \ln(A) - \ln(K)}{\ln(K) - \ln(L)}, & \ln(K) - \ln(L) \neq 0 \\ \emptyset, & \ln(K) - \ln(L) = 0 \text{ and } \ln(Y) - \ln(A) - \ln(K) \neq 0 \\ \alpha \in \mathbb{R}, & \ln(Y) - \ln(A) - \ln(K) = 0 \text{ and } \ln(K) - \ln(L) = 0 \end{array} \right.$$

$$A = Y e^{\alpha \ln(K) - \alpha \ln(L) - \ln(K)}$$

$$K = e^{-\frac{-\alpha \ln(L) + \ln(A) + \ln(L) - \ln(Y)}{\alpha}}$$

$$L = e^{-\frac{-\alpha \ln(K) + \ln(A) + \ln(K) - \ln(Y)}{\alpha}}$$

$$Y = A K e^{\alpha \ln(L) - \alpha \ln(K)}$$

e da quest'ultima, ancora:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \alpha = \frac{\ln\left(\frac{Y}{AK}\right)}{\ln(L) - \ln(K)}, & \ln(L) - \ln(K) \neq 0 \\ \emptyset, & \ln(L) - \ln(K) = 0 \text{ and } -\ln\left(\frac{Y}{AK}\right) \neq 0 \\ \alpha \in \mathbb{R}, & -\ln\left(\frac{Y}{AK}\right) = 0 \text{ and } \ln(L) - \ln(K) = 0 \end{array} \right.$$

9) Le derivate parziali (prime) della funzione di partenza (ossia i vari contributi delle diverse variabili alla variazione di Y , tenendo costante tutto il resto) sono le seguenti:

$$Y = AL^\alpha K^\beta = AL^\alpha K^{1-\alpha}$$

rispetto ad A :

$$\frac{\partial Y}{\partial A} = L^\alpha K^{1-\alpha}$$

rispetto a L :

$$\frac{\partial Y}{\partial L} = A \alpha K^{1-\alpha} L^{\alpha-1}$$

rispetto a K :

$$\frac{\partial Y}{\partial K} = \frac{A(1-\alpha)L^\alpha}{K^\alpha}$$

rispetto ad α :

$$\begin{aligned}\frac{\partial Y}{\partial \alpha} &= A \ln(L) L^\alpha K^{1-\alpha} - A \ln(K) L^\alpha K^{1-\alpha} = A (\ln(L) - \ln(K)) L^\alpha K^{1-\alpha} = \\ &= A \ln(L) K^\beta L^\alpha\end{aligned}$$

rispetto ad β :

$$A \ln(K) K^\beta L^\alpha$$

Da un tale approccio di verifica dell'analogia qui ipotizzata, facendo uso di serie storiche e di trend (ove possibile) dovrebbero poter emergere dati per analisi, valutazioni, conferme e/o smentite, o anche incongruenze/errori, sulle possibilità di applicazione della funzione di Cobb e Douglas ad un sistema economico interconnesso, facendo uso delle similitudini proposte. In definitiva, l'analogia proposta è ancora tutta da indagare e da provare.

APPENDICE

La Funzione della Produzione di Cobb&Douglas-Appunti (da verificare e discutere, per una eventuale Analisi delle Variazioni)

Tra gli altri strumenti si propone anche una analisi (sulla base dei dati di serie storiche delle statistiche dei singoli sistemi economici nazionali) delle variazioni di Y e ove possibile di ciascuna delle singole variabili da cui esso dipende. A tale scopo, però, non sembra poter essere utile il concetto di differenziale totale di una qualunque funzione di più variabili:

$$\partial Y_T = \frac{\partial Y}{\partial A} \partial A + \frac{\partial Y}{\partial L} \partial L + \frac{\partial Y}{\partial K} \partial K + \frac{\partial Y}{\partial \alpha} \partial \alpha + \frac{\partial Y}{\partial \beta} \partial \beta \quad (0)$$

visto che le diverse variabili sono tra loro funzionalmente legate, in particolare. $\alpha + \beta = 1$ e data l'ipotesi di continuità e perfetta sostituzione dei fattori produttivi capitale e lavoro che soggiace all'equazione di Cobb e Douglas.

Nel caso in cui gli esponenti α, β godessero della proprietà consuete e quindi $\beta = 1 - \alpha$ la funzione di Cobb-Douglas è la seguente:

$$Y = AL^\alpha K^{1-\alpha} \quad (1)$$

La variazione di Y al variare di A è:

$$\frac{\partial Y}{\partial A} = L^\alpha K^{1-\alpha} \quad (2)$$

La variazione di Y al variare di L è:

$$\frac{\partial Y}{\partial L} = \alpha K^{1-\alpha} L^{\alpha-1} \quad (3)$$

La variazione di Y al variare di K è:

$$\frac{\partial Y}{\partial K} = \frac{A(1-\alpha)L^\alpha}{K^\alpha} \quad (4)$$

La variazione di Y al variare di α è:

$$\frac{\partial Y}{\partial \alpha} = A \ln(L) L^\alpha K^{1-\alpha} - A \ln(K) L^\alpha K^{1-\alpha} = A (\ln(L) - \ln(K)) L^\alpha K^{1-\alpha} \quad (5)$$

La variazione di Y al variare di β è:

$$\frac{\partial Y}{\partial \beta} = A \ln(K) K^\beta L^\alpha \quad (6)$$

Invece, ricordando la (41) riportata in precedenza

$$\lambda Y = A (\lambda L)^\alpha (\lambda K)^\beta$$

è forse più opportuno riferirsi ad essa per una analisi delle variazioni per le quali si ha:

$$\frac{d}{d\lambda}(\lambda Y) = \frac{d}{d\lambda}[A(\lambda L)^\alpha(\lambda K)^\beta] = \frac{A(\lambda L)^\alpha(\lambda K)^\beta}{\lambda} + \frac{A(\lambda L)^\alpha(\lambda K)^\beta \beta}{\lambda} \quad (7)$$

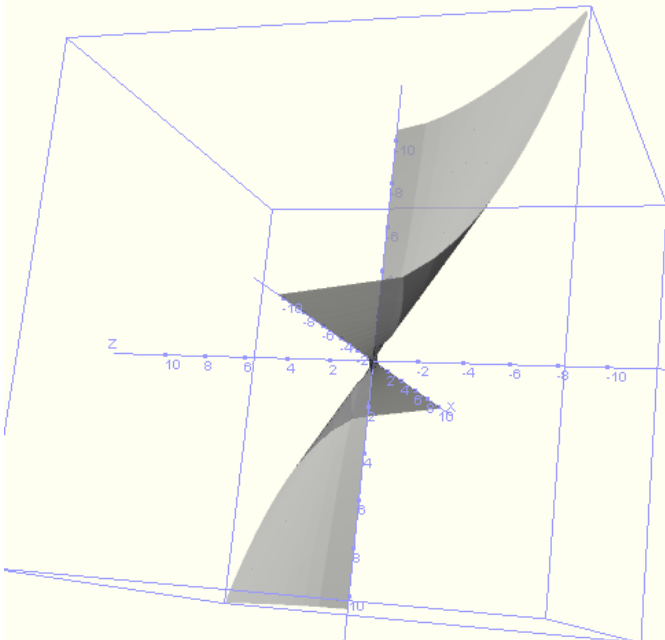


Fig. N. 20 per $\alpha=0,7$; $\beta=0,3$; $A=1$

Riferimenti Specifici

1. <http://webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:LxOq3N4WzOcJ:cms.stat.unibo.it/LinkClick.aspx%3Ffileticket%3DysZPDa5ZNXA%253D%26tabid%3D466%26mid%3D1038+&cd=2&hl=it&ct=clnk&gl=it>
2. <http://www.uotechnology.edu.iq/dep-eee/lectures/2nd/Electrical%20machines%201/DC%20MACHINES%20part3.pdf>
3. https://digilander.libero.it/panetti/fotovoltaico/f.otovoltaico.htm#_Toc57340290
4. <http://www.affaritaliani.it/affari-europei/germania-surplus-commerciale-al-9-limite-ue-al-6-461331.html>
5. https://it.wikibooks.org/wiki/Elettronica_pratica/Circuiti_equivalenti_Thevenin_e_Norton
6. https://it.wikipedia.org/wiki/Teorema_di_Norton e <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=1442279>
7. https://it.wikipedia.org/wiki/Teorema_di_Th%C3%A9venin e da <https://it.wikipedia.org/w/index.php?curid=5445335>
8. https://it.wikipedia.org/wiki/Teoria_della_Moneta_Moderna
9. Sito web IMF
10. “Elementi di dinamica economica” – P. Sylos Labini – Cap.III .pag. 103 e seg.(Ed. Laterza – 1992)
11. Bank of England - Quarterly Bulletin 2014 Q1 - Money creation in the modern economy By Michael McLeay, Amar Radia and Ryland Thomas of the Bank’s Monetary Analysis Directorate
12. Warren Mosler- Seven Deadly Innocent Frauds Of Economic Policy- www.moslereconomics.com
13. Cullen O. Roche - Understanding The Modern Monetary System - August 5, 2011 - Electronic copy available at: <http://ssrn.com/abstract=1905625>

Bibliografia generale

- Elementi di dinamica economica – P. Sylos Labini – Ed. Laterza – 1992
- Progresso Tecnico e Sviluppo Ciclico – P. Sylos Labini – Ed. Laterza – 1993
- Oligopolio e Progresso Tecnico – P. Sylos Labini – Piccola Biblioteca Einaudi – 1964
- Sottosviluppo – Una strategia di riforme – P. Sylos Labini – Ed. Laterza – 2000
- P.Sweezy et alia – La Teoria dello Sviluppo Capitalistico – Ed. Boringhieri – 1976
- H. Frisch – Teorie dell’inflazione – Ed. F.Angeli – 1984
- V. Marrama – Reddito Nazionale – Edizioni Ricerche - Roma 1965
- V. Marrama – Oligopolio – Edizioni Ricerche - Roma 1965
- V. Marrama – Consumo e Produzione – Edizioni Ricerche - Roma 1965
- S. Santoni – Manuale di contabilità di Stato – Edizioni CxT – Università
- R. Benotti – Manuale di Ragioneria Generale – Edizioni CxT – Università
- B.J. McCormick – P.D.Kitchin – G.P. Marshall – A.A. Sampson – R. Sedgwick Introducing Economics – Penguin education
- G. Zanetti – Le decisioni di investimento – Il Mulino
- F.Gracevea – R.Quercioli - Un’Analisi critica dell’applicazione dei modelli econometrici alla generazione termoelettrica – ENEA – Funzione Centrale Studi – RT/STUDI/2001/5
- G. Ottaviani – Lezioni di Matematica Finanziaria – Editore V. Veschi – Roma
- L. Daboni – C. de Ferra – Elementi di Matematica Finanziaria – Edizioni LINT – Trieste
- M. Di Lazzaro – Lezioni di Matematica Finanziaria – Edizioni CISU
- I. Micheli – Estimo Generale con applicazioni di matematica finanziaria – Editore Calderini
- J. E. Ullmann – Metodi quantitativi della Gestione aziendale – Collana Schaum – Etas Libri
- D. Salvatore – Statistica ed Econometria – Collana SCHAUM – Etas Libri – 1983

- M.A. Cerasoli - M.Cerasoli – A. Colorni – G. Tomassetti – La Matematica di Oggi per domani – Calcolo delle probabilità, Statistica, Ricerca Operativa – Zanichelli Editore - 1989
- Vance Packard - The hidden persuaders – Penguins
- G. Di Nardi – Economia della produzione – Caccucci Editore
- L. Pieraccioni – Elementi di economia dell’impresa – Bulzoni Editore
- M.Trovato – Matematica Finanziaria – Etas Libri
- B. De Finetti – Matematica Logico Intuitiva – Edizioni Cremonese – Roma
- P. L. Piccari/U. Santori - L’analisi finanziaria degli investimenti industriali – Il Sole 24 Ore
- M. Pacifico – Finanza Aziendale – Mc Graw Hill
- M. Pedler - J.Burgoyne - T.Boydell - Il manager eccellente – Franco Angeli
- A. Borrello – Il business plan - Dalla valutazione dell’investimento alla misurazione dell’attività dell’impresa – Mc Graw Hill
- P. de Sury – M.Miscali – Project Finance – Egea
- W. Ternau – Project Financing – Franco Angeli
- M. Onado – Banca e sistema finanziario – Il Mulino
- A. Sanna – Economia Politica – Edizioni Cetim
- D. Martinelli – Manuale di scienza delle finanze – Edizioni CxT – Università
- D.B, Scott & S.R. Tims – Mathematical Analysis – Cambridge University Press – 1966
- F. Ayres Jr. – Matematica Generale - Collana SCHAUM – Etas Libri – 1977
- M.R. Spiegel - Statistica - Collana SCHAUM – Etas Libri – 1973
- P. Luzzatto Fegiz – Appunti di Statistica Metodologica & Esercizi e Complementi – KAPPA Libreria editrice 1966
- G. Martinelli – Fisica e Tecnologia dei dispositivi fotovoltaici – Editrice Siderea – 1987
- A. Spampinato - L’economia senza etica è diseconomia – Il Sole 24 Ore Libri
- C. Minnaja – Matematica Due – Ed. Zanichelli – 1994
- B.P. Demidovic – Esercizi e Problemi di Analisi Matematica – Editori Riuniti – 1975
- Manuale del Perito Industriale – Ed. Cremonese - 1960
- K.F. Fisher – Manuale delle formule Tecniche – Ed. Hoepli - 2004