ISSN: 2181-3906
2023

International scientific journal
«MODERN SCIENCE AND RESEARCH»
VOLUME 2 / ISSUE 2 / UIF:8.2 / MODERNSCIENCE.UZ

EHTIMOLLAR NAZARIYASINING MATEMATIK ASOSLARI

Jo'rayev Farrux Bakirovich
Surxandaryo viloyati Denov tumanidagi 29 - maktab o'qituvchisi

https://doi.org/10.5281/zenodo.7612857

Annotatsiya. *Ushbu maqolada ehtimollar nazariyasining matematik asoslari haqida so'z boradi. Maqola davomida turli fikr va mulohazalr misollar asosida tushuntirib berilgan. Maqola so'nggida xulosa va takliflar keltirilgan.*

Kalit so'zlar: *nazariya, matematik asos, ehtimollar nazariyasi, tasodifiy nazariyalar.*

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Аннотация. *В статье рассматриваются математические основы теории вероятностей. На протяжении всей статьи различные идеи и соображения объясняются на основе примеров. Выводы и предложения даны в конце статьи.*

Ключевые слова*: теория, математическое обоснование, теория вероятностей, случайные теории.*

MATHEMATICAL FOUNDATIONS OF PROBABILITY THEORY

Abstract. *This article talks about the mathematical foundations of probability theory. Throughout the article, various ideas and considerations are explained on the basis of examples. Conclusions and suggestions are given at the end of the article.*

Key words: *theory, mathematical foundation, probability theory, random theories.*

Tasodifiy hodisa – bu berilgan sharoitda ruy beradigan yoki ro'y bermaydigan hodisa. Tanga tashlanganda raqam tomoni bilan tushishi, lotereya bo'yicha yutuq chiqishi, otilgan o'qning nishonga tegishi tasodifiy hodisalarga misol sifatida qaralishi mumkin. Shu bilan birga amaliyot nuqtai-nazardan alohida olingan hodisalar bilan emas, balki etarlicha ko'p sonli, ommaviy xarakterga ega hodisalarning qonuniyatlarini o'rganish maqsadga muvofiq. Masalan, korhona uchun alohida maxsulot emas, balki tayorlangan maxsulotlardan qanchasi sifatli yoki yaroqsiz ekanini bilish ahamiyatliroq.

Shu kabi masalalarni yechish uchun alohida tajriba ya'ni sinash o'tkaziladi va ularning oqibatlari o'rganiladi. Har bir tajriba ma'lum shartlar va sharoitlar asosida bir necha marotaba o'tkazish mumkinligi bilan xarakterlanadi. Bunda bir-birini rad etuvchi va ro'y berish imkoniyatlari bir hil bo'lgan joiz oqibatlar (elementar hodisalar) to'plami alohida o'rin tutadi. Shu to'plamni biz Ω orqali belgilaymiz.

1-Misol. o'yin kubchasi bir marta tashlansin. Bunda elementar hodisalar to'plami $\Omega=\{E_1, E_2, E_3, E_4, E_5, E_6\}$ ko'rinishga ega, bu yerda E_i – «i – raqamli tomoni bilan tushdi» elementar hodisasi.

2-Misol. Elektr asbobni ishdan chiqmasdan hizmat qilish. Bunda har bir elementar hodisa musbat haqiqiy son bilan ustma-ust tushadi, ya'ni elementar hodisalar to'plami

$\Omega=(0, +\infty)$ ko'rinishga ega.

Amaliyotda elementar hodisalardan tashqari, murakkabroq hodisalar qiziqtiradi. Masalan, o'yin kubchasi bir marta tashlanganda « juft raqamli tomoni bilan tushdi» hodisasi, yoki «elektr asbob 3000 soat mobaynida ishdan chiqmasdan hizmat qildi» kabi hodisa.

$\varnothing$ - hodisa xech qanday elementar hodisalarni o'z ichiga olmaydi (ya'ni, xech qanday xollarda ro'y bermaydi), shuning uchun *ro'y bermasligi aniq* hodisa, Ω hodisa esa doimo ro'y berib *mukarrar hodisa* deb yuritiladi.

Ehtimollar nazariyasi tasodifiy hodisalarni ro'y berish qonuniyatlarini o'rganadi. Shuning uchun tasodifiy xodisa ruy berishi imkoniyatlarini kattaligini bildirish uchun qiymatlari [0,1] segmentda qabul qiladigan maxsus funktsiya – ehtimollik kiritilishi lozim.

Tabiiyki, bunda mukarrar hodisaning ehtimolini 1 ga, ro'y bermasligi aniq xodisaning ehtimolini esa 0 ga teng deb qabul qilishimiz lozim. Bundan tashqari elementar hodisalarning ro'y berish imkoniyatlari bir hil deb hisoblaymiz.

Mashhur matematik Kolmogorov A.N. ehtimol tushunchasini qo'yidagi aksiomalar orqali kiritgan:

Tasodifiy xodisaning ehtimolligi deb qo'yidagi aksiomalarga bo'ysinadigan *R* funktsiyaga aytiladi:

1) $0 \le P(A) \le 1 \ \forall A$; 2) $P(\Omega) = 1$; 3) Agar $A_1, A_2, \ldots, A_n, \ldots$ hodisalar juft-jufti bilan birgalikda ro'y bermasa (ya'ni $A_i A_j = \varnothing \ \forall\, i \neq j$ bo'lsa), u holda $P(\sum_i A_i) = \sum_i P(A_i)$.

Berilgan A va B hodisalar uchun $A \cup B$ birlashma A va B hodisalardan kamida bittasi ro'y berishidan iborat bo'lgan hodisadir. Unga A va B hodisalar *yig'indisi* aytiladi va u ko'pincha $A + B$ orqali belgilanadi.

Xuddi shunday $A \cap B$ kesishma A va B hodisalardan bir vaqtda ruy berishidan iborat bo'lgan hodisadir. Unga A va B hodisalar *ko'paytmasi* aytiladi va u ko'pincha $A\,B$ orqali belgilanadi.

Hodisalar yig'indisi va ko'paytmasi tabiiy ravishda cheksiz sondagi $A_1, A_2, \ldots, A_n, \ldots$ hodisalar uchun ham kiritilishi mumkin, bunda ular uchun mos ravishda $\sum_i A_i$ va $\prod_i A_i$ belgilashlar qabul qilingan.

A hodisaga *qarama-qarshi hodisa* sifatida $\overline{A} = \Omega / A$ hodisa qaraladi va u A hodisa ro'y bermasligidan iborat bo'lgan hodisadir.

O'zaro kesishmaydigan hodisalar ya'ni *birgalikda ro'y bermaydigan hodisalar* deyiladi. Shuning uchun o'zaro qarama-qarshi hodisalar birgalikda ro'y bermaydi.

Binomial taqsimot.

n ta sinashdan iborat bo'lgan tajriba Bernulli sinash sistemasi deyiladi agar a) ihtiyoriy sinashda A hodisaning ro'y berishi p ehtimoli uning boshqa sinashlarda ro'y berish-bermasligiga bog'liq emas;

b) istalgan sinash faqat A va $\overline{A}$ o'zaro qarama-qarshi oqibatga ega, bunda $\overline{A}$ hodisaning ehtimoli $q = 1 - r$ ga teng.

$P(n,m)$ orqali n ta sinashdan iborat bo'lgan tajriba mobaynida A hodisa t marta ro'y berishi ehtimolini belgilaymiz.

A hodisa $C_n^m = \dfrac{n!}{m!\cdot(n-m)!}$ ta har biri $p^n \cdot q^{n-m}$ ehtimolga ega bo'lgan elemen-tar hodisalardan tashkil topgan bo'lib, $P(n,t)$ ehtimol qo'yidagicha topiladi:

$$P(n,m) = C_n^m p^m q^{n-m} \qquad (1)$$

ISSN: 2181-3906 2023

International scientific journal
«MODERN SCIENCE AND RESEARCH»
VOLUME 2 / ISSUE 2 / UIF:8.2 / MODERNSCIENCE.UZ

1-*Misol.* o'g'il bola tug'ilishining ehtimoli 0,515 ga teng. Tavaqqal tanlangan 10 ta chaqaloqdan 6 tasi o'g'ilbola bo'lishining ehtimoli tahminan

$P(10,6) = C_{10}^{6}(0{,}515)^{m}(0{,}485)^{4} \approx 0{,}2167$ ga teng.

2-*Misol.* Mahsulotning nosoz bo'lishining ehtimoli 0,01 ga teng. Tavaqqal tanlangan 100 maxsulotdan 3 ta dan ortiq nosoz maxsulot chiqishining ehtimoli

P(A)= $C_{100}^{0}(0{,}01)^{0}(0{,}99)^{100} + C_{100}^{1}(0{,}01)^{1}(0{,}99)^{99} + C_{100}^{2}(0{,}01)^{2}(0{,}99)^{98} \approx 0{,}9816$ ga teng.

Tanlanma. Tajriba natijalarini statistik ishlanmasi.

Inson o'z turmushida A to'plamni tashkil qilgan va xossalari noma'lum bo'lgan ob'ektlar bilan tezda uchratib turadi. Ushbu to'plamni o'rganish maqsadida uning biror chekli *V* qism to'plamining hossalarini o'rganishga doir tajriba o'tkaziladi va ushbu tajriba natijalariga *A* to'plam xaqida biror umumiy xulosaga ega bo'lish masalasi dolzarb hisoblanadi. Mazkur masala matematik statistikaning asosiy masalasi deyiladi.

A to'plam *bosh majmua*, *V* qism to'plam esa *tanlanma* deyiladi. Tanlanmadagi elementlar soni uning *hajmi* deb yuritiladi.

Umumiylikka putur etkazmasdan, bosh to'plamning elementlari qandaydir taqsimot funktsiyasiga ega bo'lgan tasodifiy miqdorning qiymatlar to'plami deb faraz qilishimiz mumkin.

Ko'pincha tanlanmaning elementlari o'sish tartibida joylashtiriladi va natijada *variatsion qator* deb yuritiluvchi ketma-ketlikka ega bo'lamiz.

Masalan, 0, 5, 3, 6, 3, 4, 1, 3, 4, 6 sonlar hajmi 10 ga teng bo'lgan tanlanmani tashkil qilib, uning variatsion qatori qo'yidagi ko'rinishga ega: 0,1,3,3,3,4,4,5,6,6.

Tanlanmaning elementlari takroran o'chrashishi mumkin.

U holda hajmi *N* bo'lgan tanlanma uchun qo'yidagi jadval tuzish maqsadga muvofiq

	$_1$	x_2		x_i		x_n
	$_1$	ν_2		ν_i		ν_n

(1)

Bu yerda ν_i - x_i ning absolyut takrorligi.

Agar biz $W_i = \nu_i / N$ - x_i ning *nisbiy takrorligini* kiritsak, u holda tanlanma uchun qo'yidagi jadval tuzsa bo'ladi

	$_1$	x_2		x_i		x_n
	$_1$	W_2		W_i		W_n

(2)

Ravshanki, $\nu_1 + \nu_2 + \ldots + \nu_n = N$, $W_1 + W_2 + \ldots + W_n = 1$.

(1) va (2) jadvallar *tanlanmaning taqsimot qonunlari* deb yuritiladi.

1-*Misol*. 0, 5, 3, 6, 3, 4, 1, 3, 4, 6 tanlanmaning taqsimot qonunlari qo'yidagicha bo'ladi:

			3			
	,1	,1	,3	,2	,1	,2

Bundan buyon biz tanlanma o'zining taqsimot qonuni yordamida berilgan deb faraz qilamiz.

$F^*(x) = \frac{1}{N}\sum_{i:x_i<x} \nu_i$ funktsiya tanlanmaning *empirik taqsimot funktsiyasi* (ETF) deyiladi.

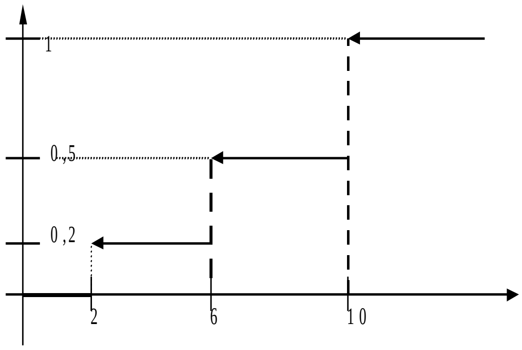
2-<u>Misol</u>. Hajmi 60 bo'lgan

			0
	2	8	0
	/10	/10	/6

tanlanmaning ETF i qo'yidagi ko'rinishga ega:

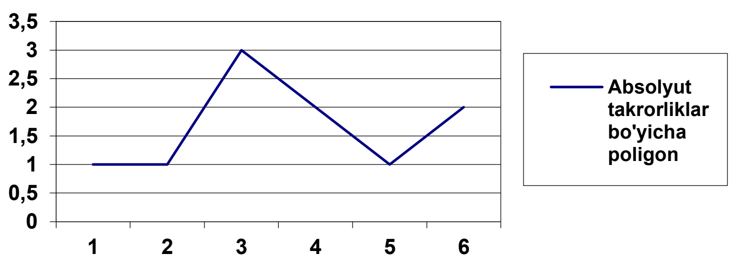
$$F^*(x) = \begin{cases} 0 & x \le 2 \\ 0{,}2 & 2 < x \le 6 \\ 0{,}5 & 6 < x \le 10 \\ 1 & 10 < x \end{cases}$$

Uning grafigi qo'yidagicha tasvirlanadi:



Uchlari $(x_i\ ,\ \nu_i\ )$ yoki $(x_i\ ,\ W_i\ )$ nuqtalarda bo'lgan siniq chiziqlar (*tanlanma poligonlari*) tanlanma xaqida qo'shimcha tushuncha hosil qilishga imkoniyat beradi.

3-<u>Misol</u>. 1-misoldagi tanlanmaning ν bo'yicha poligoni qo'yidagi ko'rinishga ega:



OX o'qini chekli sondagi o'zaro kesishmaydigan Δ_i , $i=1,2,\dots,k,$ oraliqlarga ajratib, tanlanmaning Δ_i ga tegishli elementlar sonini t_i hisoblaymiz.

$f(x)= t_i\ /\ N,\quad x\ \in \Delta_i\ ,\ i=1,2,\dots,k,$ funktsiyaning grafigi tanlanma *gistogrammasi* deyiladi. Ayrim hollarda gistogrammada $t_i\ /\ N$ kattalik o'rniga t_i olinadi.

ISSN: 2181-3906 2023

International scientific journal
«MODERN SCIENCE AND RESEARCH»
VOLUME 2 / ISSUE 2 / UIF:8.2 / MODERNSCIENCE.UZ

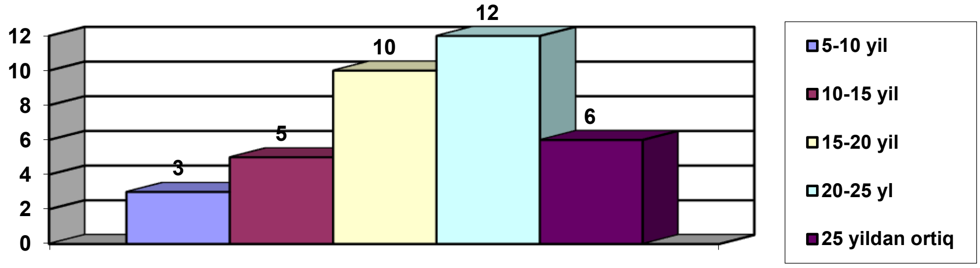
Shuni ta'kidlash lozimki, gistogrammalarni hozirgi kunda keng tarqalgan Microsoft Office dasturlar oilasi yordamida nisbatan tez va sifatli yasash imkoniyati mavjud.

4-*Misol*. Maktab o'qituvchilari ish staji xaqida ma'lumot

Ish staji (yillar)	O'qituvchilar soni
5–10	3
10–15	5
15–20	10
20–25	12
25 da ortiq	6
Jami	36

Jadvalda o'z aksini topgan bo'lsa, u holda ShEHM gistogrammani qo'yidagicha ko'rinishda yasaydi.

O'qituvchilarning ish staji bo'yicha gistogrammasi



Q'yidagi kattaliklar tanlanmaning sonli xarakteristikalari sifatida ahamiyatlidir:

1) $Mx = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n} \nu_i x_i = \sum_{i=1}^{n} W_i x_i$ - *tanlanma o'rta qiymati ;*

2) $Dx = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n} \nu_i (x_i - Mx)^2 = \sum_{i=1}^{n} W_i (x_i - Mx)^2$ - *tanlanma dispersiyasi ;*

3) $s = \sqrt{Dx}$ - *o'rta kvadratik chetlanish ;*

5-*Misol*. 1-misoldagi tanlanma uchun o'rta qiymat, dispersiya va o'rta kvadratik chetlanish topilsin.

Yechish.

$Mx=0,1\cdot 0+0,1\cdot 1+0,3\cdot 3+0,2\cdot 4+0,1\cdot 5+0,2\cdot 6=3,5;$

$Dx=0,1\cdot(0-3.5)^2 +0,1\cdot(1-3.5)^2+ 0,3\cdot(3-3.5)^2+0,2\cdot(4-3.5)^2+0,1\cdot(5-3.5)^2+0,2\cdot(6-3.5)^2=4;$

$s=2.$

REFERENCES

1. Galitskiy M.A. va boshqalar. Algebra va matematik analiz kursini chuqur o'rganish. – T.: O'qituvchi, 1995.
2. Iminova H. Geometrik mazmundagi masalalarni o'rgatishda axborot texnologiyalaridan foydalanish. Scientific Journal Impact Factor, 2(9). 2021, P. 109-112.
3. Alixonov S. « Matematika o'qitish metodikasi » Qayta ishlangan II nashri. T., «O'qituvchi» 1997 yil.