

Marion Diener

Planarbeit im Mathematikunterricht aus fachdidaktischer Sicht

Zusammenfassung

Der Artikel diskutiert den Einsatz von Planarbeit im Mathematikunterricht entlang von vier ausgewählten fachdidaktischen Qualitätskriterien für guten Unterricht: (1) Im Zentrum des Unterrichts stehen fachliche Schwerpunkte. (2) Die Lehrperson fördert das Verstehen mathematischer Inhalte und leitet es an. (3) Die Lehrperson initiiert angeleitete Austauschsituationen. (4) Lernende mit Schwierigkeiten benötigen strukturierten Unterricht. Es zeigt sich, dass die Beachtung dieser Qualitätsansprüche wichtig für das Lernen im Mathematikunterricht ist und ein Unterricht von keiner Unterrichtsmethode dominiert werden sollte.

Résumé

Cet article aborde l'utilisation du travail planifié dans l'enseignement des mathématiques en fonction de quatre critères didactiques sélectionnés pour enseignement de qualité : (1) L'enseignement est centré sur des points forts disciplinaires. (2) L'enseignant favorise la compréhension des contenus mathématiques et la guide. (3) L'enseignant initie des situations d'échange guidées. (4) Les apprenant-e-s en difficulté ont besoin d'un enseignement bien structuré. Il s'avère que le respect de ces exigences de qualité est important pour l'apprentissage des mathématiques et qu'un enseignement ne devrait être dominé par aucune méthode d'enseignement.

Permalink: www.szh-csps.ch/z2022-11-06

Mathematikunterricht mit Planarbeit

Planarbeit ist eine Unterrichtsform, in der Schülerinnen und Schüler Mathematikaufgaben, die in einem (Wochen-)Plan von der Lehrperson festgehalten worden sind, selbstständig bearbeiten. Planarbeit im Mathematikunterricht ist weit verbreitet und scheint für zahlreiche Lehrpersonen wertvoll zu sein. In fachdidaktischen Publikationen wird jedoch die Befürchtung geäußert, dass die Qualität des Mathematikunterrichts bei der Planarbeit nicht ausreichend gewährleistet sei (z. B. Brunner, 2017; Keller, 2013).

Begründungen von Lehrpersonen für Pläne im Mathematikunterricht

Für den vorliegenden Artikel wurden 27 Lehrpersonen schriftlich zur Umsetzung und Be-

gründung der Methodenwahl befragt. Die Lehrpersonen beschreiben die Umsetzung von Planarbeit im Mathematikunterricht folgendermassen: Die Lehrperson macht zuerst mit der ganzen Klasse eine gemeinsame Einführung ins Thema im Umfang von meistens einer Lektion. Anschliessend organisiert sie ein selbstständiges Arbeiten nach Plan. Viele Lehrpersonen teilen die Schulbuchaufgaben in obligatorische und freiwillige Aufgaben ein.

Die überwiegende Mehrheit der Lehrpersonen gibt als Hauptgrund für den Einsatz von Planarbeit an, dass die Heterogenität der Schülerinnen und Schüler berücksichtigt werden kann: Die Schülerinnen und Schüler können in ihrem individuellen Tempo arbeiten sowie im Wahlbereich Aufgaben wählen, die für sie passend erscheinen. Die Lehrpersonen führen zudem an, mehr Gelegenheit für indi-

viduelle Begleitung zu haben. Bei Mehrjahrgangsklassen erwähnen sie häufig, dass sie die Planarbeit aus organisatorischen Gründen einsetzen. Vereinzelt nennen die Lehrpersonen auch die vereinfachte Möglichkeit der Lernzieltransparenz (z. B. Themenziele sind auf dem Plan ausformuliert), die bessere Übersicht über den Arbeitsstand (z. B. erledigte Arbeiten werden auf dem Plan markiert) oder auch die Verlagerung des täglichen Vorbereitungsaufwandes auf einen einzigen Zeitpunkt. Die meisten Lehrpersonen sind der Meinung, dass Pläne die Förderung überfachlicher Kompetenzen ermöglichen (z. B. Selbstständigkeit, Lernstrategien). In Unterrichtsbeobachtungen, die im gleichen Zeitraum wie die Befragung in vier Klassen durchgeführt wurden, zeigte sich jedoch, dass diese überfachlichen Kompetenzen kaum angeleitet wurden. Es erweckte den Anschein, dass die Lehrpersonen davon ausgehen, dass diese sich implizit durch das Tun weiterentwickeln.

Bedeutung fachlicher Qualitätsmerkmale im Mathematikunterricht

Erhoffte grössere Lernerfolge durch einen Unterricht mit Planarbeit im Vergleich zu stärker lehrpersonenzentriertem Unterricht können durch empirische Studien nicht bestätigt werden. Auch Leistungsunterschiede zwischen den Schülerinnen und Schülern können durch den Einsatz einer bestimmten Unterrichtsmethode nicht aufgehoben werden (Lipowsky & Lotz, 2015). Vieluf und Kollegen (2020) betonen, dass sich die Leistung von Schülerinnen und Schülern nicht auf einen einzelnen Aspekt der Unterrichtsqualität (hier die Methode als ein sogenanntes Oberflächenmerkmal) zurückführen lässt. Gewisse fachdidaktische Qualitätsmerkmale (z. B. qualitativ hochstehende Austauschsituationen) werden sowohl

in Planarbeit als auch in geleitetem Unterricht nicht zwingend in hoher Qualität umgesetzt, weshalb Vergleiche schwierig sind (Reusser, 2020).

Es liegen jedoch Hinweise vor, dass in einem Unterricht, der sich vorwiegend auf eine einzelne Unterrichtsmethode stützt, nicht alle Kompetenzen eines Fachs gleich geeignet bearbeitet werden können (z. B. Hess & Lipowsky, 2020). Die Unterrichtsforschung kommt insgesamt zum Schluss, ...

... dass eine Methode ausgewählt werden muss, die das Potenzial hat, themen- und aufgabenspezifisch qualitätsvolle Lernprozesse zu ermöglichen (Reusser, 2020),

... dass keine Methode universal überlegen ist (Steffens, 2019) und

... dass guter Unterricht durch eine angemessene Methodenvielfalt gekennzeichnet sein sollte (Kunter & Trautwein, 2013).

Der Unterschied zwischen wirksamen und weniger wirksamen Merkmalen für fachliche Lernerfolge liegt demzufolge nicht so sehr in der vermeintlich richtigen oder falschen Unterrichtsmethode, sondern in der Umsetzung von gutem Unterricht, den sogenannten Tiefenstrukturen (Reusser, 2020). Aus dieser Diskussion werden folgend vier Gedanken herausgegriffen.

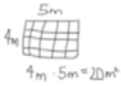
(1) Im Zentrum des Unterrichts stehen fachliche Schwerpunkte.

Das vorrangige Ziel im Mathematikunterricht ist es, dass die Schülerinnen und Schüler fachliche Kompetenzen aufbauen¹. Brunner (2018) bezeichnet es daher als oberstes Qualitätskriterium von gutem Mathematikunterricht, dass fachliche Schwerpunkte fokussiert mittels aufeinander aufbauender Aufgaben

¹ zh.lehrplan.ch/lehrplan_printout.php?%20k=1&fb_id=5

Flächenberechnung

- «Hier hat jemand begründet, warum die Fläche in einem Raum von 5 Meter Länge und 4 Meter Breite 20m^2 ist. Wie wurde vorgegangen?»
- «Womit hängt das zusammen? Wo haben wir dies schon einmal angetroffen?»;
(Die räumlich simultane Grundvorstellung der Multiplikation wird in Erinnerung gerufen)



- «Können wir allgemein formulieren, wie eine Fläche in einem Rechteck bestimmt werden kann?»
- «Morgen schauen wir eine sechseckige Fläche an, was ist der Unterschied zur Aufgabe heute?»

Ableitungsstrategie Multiplikation (Distributivgesetz)

- «Nina hat die Aufgabe $7 \cdot 4$ gelöst. Beschreibt das Vorgehen. Was ist das Besondere daran? Wann kann man so vorgehen?»
- «Wie kann man dieses Vorgehen darstellen? Wo siehst du auf der Darstellung die einzelnen Schritte?»

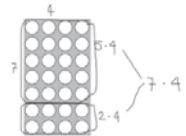
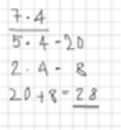


Abbildung 1: Beispiele für mathematische Verknüpfungen

bearbeitet werden. Das bedingt eine kontinuierliche Lenkung der Aufmerksamkeit auf diese Schwerpunkte hin. Daran anknüpfend und damit zusammenhängend sind weitere Qualitätsmerkmale wichtig. Insbesondere wird dem Verstehen dieser Schwerpunkte eine besondere Bedeutung zugeschrieben.

(2) Die Lehrperson fördert das Verstehen mathematischer Inhalte und leitet es an.

Für das Verstehen ist die Art und Weise bedeutsam, wie die fachlichen Inhalte erarbeitet werden. Nach Drollinger-Vetter (2011) kann das Verstehen im Mathematikunterricht durch explizite fachliche Verknüpfungen unterstützt werden. Abbildung 1 zeigt im ersten Beispiel, wie ein neuer Inhalt (Flächenberechnung) mit bereits bekannten Inhalten (räumlich-simultane Grundvorstellung der Multiplikation) verknüpft wird. Das zweite Beispiel veranschaulicht, wie eine Ableitung in formaler Darstellung (7×4) mit einer ikonischen Darstellung (Punktfeld) verknüpft wird.

Verknüpfungen werden in Aufgaben selten direkt angeregt. Darum muss die Lehrperson diese Denkprozesse anstoßen und

begleiten (Rathgeb-Schnierer & Rechtsteiner, 2018). Wenn nahezu sämtliche Inhalte in Form von Planarbeit erarbeitet werden, kann dies dazu führen, dass aufgrund fehlender Verknüpfungen eher ein Abarbeiten von isolierten Aufgaben anstelle einer vertieften Auseinandersetzung mit dem Lerninhalt stattfindet.

Verstehen stellt sich demzufolge nicht automatisch durch die Bearbeitung von Aufgaben ein (Steffens, 2019) – es braucht dazu die Lehrperson und Mitschülerinnen und Mitschüler im Rahmen gemeinsamer Austauschsituationen, was zum nächsten Qualitätsaspekt überleitet.

(3) Die Lehrperson initiiert angeleitete Austauschsituationen.

Mathematisches Lernen entwickelt sich nicht nur während der selbstständigen Auseinandersetzung einer Person mit einer Aufgabenstellung. In fachdidaktischen Diskussionen wird der Austausch mit anderen als zentral für den Lernerfolg hervorgehoben (Walshaw & Anthony, 2008; Ziegler, Edelsbrunner & Stern, 2017). Durch die Ausformulierung von eigenen Gedanken und deren Vergleich mit

Buben

$5 \cdot 4 = \dots\dots\dots$	$5 \cdot 6 = \dots\dots\dots$	$5 \cdot 8 = \dots\dots\dots$
$2 \cdot 4 = \dots\dots\dots$	$2 \cdot 6 = \dots\dots\dots$	$2 \cdot 8 = \dots\dots\dots$
$7 \cdot 4 = \dots\dots\dots$	$7 \cdot 6 = \dots\dots\dots$	$7 \cdot 8 = \dots\dots\dots$
$10 \cdot 6 = \dots\dots\dots$	$10 \cdot 8 = \dots\dots\dots$	$10 \cdot 4 = \dots\dots\dots$
$5 \cdot 6 = \dots\dots\dots$	$5 \cdot 8 = \dots\dots\dots$	$5 \cdot 4 = \dots\dots\dots$
$6 \cdot 5 = \dots\dots\dots$	$8 \cdot 5 = \dots\dots\dots$	$4 \cdot 5 = \dots\dots\dots$
$2 \cdot 8 = \dots\dots\dots$	$2 \cdot 4 = \dots\dots\dots$	$2 \cdot 6 = \dots\dots\dots$
$4 \cdot 8 = \dots\dots\dots$	$4 \cdot 4 = \dots\dots\dots$	$4 \cdot 6 = \dots\dots\dots$
$8 \cdot 8 = \dots\dots\dots$	$8 \cdot 4 = \dots\dots\dots$	$8 \cdot 6 = \dots\dots\dots$
$11 \cdot 4 = \dots\dots\dots$	$11 \cdot 6 = \dots\dots\dots$	$11 \cdot 8 = \dots\dots\dots$
$12 \cdot 4 = \dots\dots\dots$	$12 \cdot 6 = \dots\dots\dots$	$12 \cdot 8 = \dots\dots\dots$
$6 \cdot 4 = \dots\dots\dots$	$6 \cdot 6 = \dots\dots\dots$	$6 \cdot 8 = \dots\dots\dots$



Wie viele Beine sind es?

Abbildung 2: Strukturiertes Üben der Multiplikation (Mathematik Primarstufe 2, AH, S. 23)

fremden werden fachliche Inhalte fokussiert und bisheriges Wissen wird hinterfragt, zunehmend differenziert und fundiert (Lipowsky et al., 2019; Souvignier, 2020).

Erste Forschungsergebnisse belegen, dass sich das fachliche Verstehen jedoch nicht automatisch durch einen Austausch einstellt. Zum Beispiel konnte Häsel-Weide (2016) durch Analysen von Partnerarbeiten zeigen, dass Schülerinnen und Schüler fachlich eher unwichtige Aspekte fokussieren. Impulse der Lehrperson konnten die fachliche Qualität aber bedeutend erhöhen.

Eine Lehrperson, die den Unterricht vorwiegend mit Planarbeit organisiert, muss die Schülerinnen und Schüler oft einzeln oder in Kleingruppen begleiten. Nach der *Cognitive Load Theory* (Sweller, 1994) ist Unterrichten eine anspruchsvolle Tätigkeit, da zeitgleich jeweils viele verschiedene Aktivitäten ausgeführt werden. Im Falle der Planarbeit erhöht sich der Umfang der Aktivitäten, da die Lehrperson gleichzeitig verschiedene Aufgaben mit ihren Facetten präsent haben muss (z. B. fachlicher Schwerpunkt, zu erwartende Schwierigkeiten in einzelnen Aufgabenstellungen und fachlich treffende Hinweise wie auch mögliche Verknüpfungen kennen). Daraus lässt sich schliessen, dass die Lehrperson in einem Unterricht mit Planarbeit weniger Kapazitäten zur Verfügung hat, um in der Lernbegleitung mit inhaltlicher passender Unterstützung zu reagieren (Lipowsky & Lotz, 2015).

Ähnliche Vermutungen ergeben sich aus Vergleichen von Unterricht in unterschiedlichen Phasen: Hess und Lipowsky (2020) konnten zeigen, dass fachlich gehaltvolle Hinweise in Form von Fragen der Lehrpersonen eher im gemeinsamen Unterricht und weniger in Einzel- oder Partnerarbeitsphasen formuliert werden, welche jedoch ein Hauptbestandteil von Planarbeit sind.


Abbildung 2 vermittelt einen konkreten Einblick in ein Aufgabenangebot zur Multiplikation: Wenn die Schülerinnen und Schüler dieses Aufgabenangebot im Rahmen einer Planarbeit bearbeiten, wäre sichergestellt, dass die Aufgaben (richtig) gelöst sind; nicht aber, dass die dahinterliegenden bedeutsamen fachlichen Zusammenhänge (Distributiv- und Kommutativgesetz, Ableitungsstrategien) erkannt und genutzt werden.

Verdopplungen (Ableitungsstrategie)

$2 \cdot 8 = \dots$
 $4 \cdot 8 = \dots$
 $8 \cdot 8 = \dots$

- «Was verändert sich von Aufgabe zu Aufgabe? Was bleibt gleich?»
- «Was ändert sich beim Resultat? Warum ist das so?»

Der Zusammenhang bei Verdopplungen wird am Punktefeld betrachtet.




- «Wie würde es in diesem Stöckli weitergehen?»
- «Wo kommen auch noch Verdopplungen und Halbierungen vor? Umkreise diese Stöckli.»

Kommutativgesetz

$10 \cdot 4 = \dots$
 $5 \cdot 4 = \dots$
 $4 \cdot 5 = \dots$

- «Ihr habt diese Aufgaben ausgerechnet. Was bleibt von Aufgabe zu Aufgabe gleich, was ändert sich? Warum ist das so?»

Der Zusammenhang von «Tauschrechnungen» wird am Punktefeld noch einmal betrachtet und in Erinnerung gerufen.



- «Wann dient es euch, die Zahlen zu tauschen? Bei welchen Operationen ist das möglich?»

Einfache Aufgaben und Nachbargaufgaben (Ableitungsstrategie)

$11 \cdot 8 = \dots$
 $12 \cdot 8 = \dots$
 $6 \cdot 8 = \dots$

- «Welches ist die einfachste Aufgabe? Warum ist sie einfach? Welche Aufgaben sind Nachbargaufgaben?»
 - $11 \cdot 8$ ist einfach, weil ich $10 \cdot 8$ kenne. $11 \cdot 8$ ist eins mehr.
 - $6 \cdot 8$ ist einfach, weil ich $5 \cdot 8$ kenne und das ist die Hälfte von $10 \cdot 8$.
- «Wie kommst du von der einfachsten Aufgabe zu einer weiteren? Wie komme ich zu $12 \cdot 8$?»
- «Markiere auf der gesamten Seite die einfachen Aufgaben.»
- «Markiere die Nachbargaufgaben von den einfachen Aufgaben mit einer anderen Farbe.»
- «Rechne zuerst die einfachen Aufgaben aus. Leite danach die Nachbargaufgaben und die anderen Aufgaben von diesen einfachen Aufgaben ab.»
- «Wie finden wir einfache Aufgaben am besten? Wann ist es naheliegend, einfache Aufgaben zu Hilfe zu nehmen?»

Distributivgesetz

$5 \cdot 4 = \dots$
 $2 \cdot 4 = \dots$
 $7 \cdot 4 = \dots$

- «Welches ist die einfachste Aufgabe? Warum?»
 - $2 \cdot 4$ ist einfach, weil dies das Doppelte von $1 \cdot 4$ ist.
 - $5 \cdot 4$ ist einfach, weil das die Hälfte von $10 \cdot 4$ ist.
- «Wie komme ich zu $7 \cdot 4$?» Am Punktefeld wird der Zusammenhang von 5-, 2-, und 7- in Erinnerung gerufen.
- «Wo auf der Seite kommt das auch noch so vor?»
- «Bei welchen Aufgaben ist es naheliegend, sie so zu zerlegen?»

Abbildung 3: Mögliche fachliche Schwerpunkte für einen Austausch

Abbildung 3 skizziert mögliche Austausch-situationen, die mit dem obigen Aufgabenangebot durchgeführt werden könnten: Reines unstrukturiertes Üben (Routine, Blitzrechnen, Fertigkeitstraining) kann selbstständig erfolgen. Im vorliegenden Aufgabenangebot steht jedoch das Erkennen, Beschreiben, Erklären und Nutzen bedeutender Zusammenhänge zwischen den Aufgaben im Vordergrund. Damit werden Kompetenzen des Erforschens und Argumentierens wie auch des Mathematisierens und Darstellens gefördert (Brunner et al., 2019). Es lässt sich zusammenfassend vermuten, dass sich nur ein kleiner Teil der im Lehrplan verankerten

Kompetenzen in Planarbeit ohne Austausch-situationen erlernen lassen (Brunner, 2017).

Von einem Austausch können alle Schülerinnen und Schüler profitieren, wenn sie sich zeitnah mit den Aufgaben beschäftigen können (Brunner, 2017; Rathgeb-Schnierer & Rechtsteiner, 2018). In Planarbeit ist dies aufgrund der meist freien Aufgabenreihenfolge schwierig zu organisieren, beziehungsweise widerspricht der Grundidee. Auch für Schülerinnen und Schüler mit Schwierigkeiten im Mathematikunterricht ist der Austausch bedeutsam (Gaidoschik et al., 2021; Häsel-Weide, 2016), was zum letzten Qualitätskriterium überleitet.

(4) Lernende mit Schwierigkeiten benötigen strukturierten Unterricht.

Nebst der Fokussierung auf die fachlichen Schwerpunkte, auf die Qualität der Erarbeitung und auf die Bedeutung des gemeinsamen Austauschs wird auch die Passung zwischen Schülerinnen und Schüler, Fachinhalten und gewählten Methoden als wesentliches Qualitätsmerkmal von Mathematikunterricht hervorgehoben (z. B. Praetorius, Grünkorn & Klieme, 2020).

Schülerinnen und Schüler mit Schwierigkeiten im Mathematiklernen sind auf besonders förderliche Lernbedingungen angewiesen (Wember, 2020). Forschungsergebnisse zum Zusammenhang zwischen Lernformen und effektiver Unterrichtsgestaltung für Schülerinnen und Schüler mit Schwierigkeiten im Mathematiklernen weisen darauf hin, dass sich die direkte Instruktion, eine starke Strukturierung (auch durch eine aufeinander abgestimmte Abfolge von Aufgaben) und eine deutliche inhaltliche Fokussierung des Unterrichts als besonders effektiv erweisen (z. B. Grünke, 2006; Walshaw & Anthony, 2008). Gleichzeitig soll aber das eigene aktive Auseinandersetzen mit Inhalten nicht ausgeschlossen werden (Moser Opitz, 2013).

Die Befunde überraschen nicht, denn laut Kunter und Trautwein (2013) fällt es Schülerinnen und Schüler mit Schwierigkeiten im Mathematiklernen schwer, sich Strukturen zu schaffen, zu planen, zu ordnen und strategisch vorzugehen. Gerade in der Mathematik, die als Wissenschaft von Mustern und Strukturen bezeichnet wird (z. B. Lüken, 2012), ist daher ein geleiteter Unterricht, bei dem Zusammenhänge zugänglich gemacht werden, besonders bedeutsam.

Fazit

Fachdidaktische Qualitätsmerkmale des Mathematikunterrichts sind den methodischen Merkmalen «überlegen», weshalb Diskussionen über die vermeintlich richtige Unterrichtsmethode wenig ertragreich sind. Qualitätsmerkmale sollen bei der Unterrichtsplanung stets bedacht werden und im Vordergrund stehen:

- Im Zentrum einer guten Lektion oder Unterrichtseinheit steht nicht nur ein Aufgabenangebot, sondern vor allem ein fachlicher Schwerpunkt, der fokussiert, detailliert und gut orchestriert bearbeitet wird.
- Das Verstehen dieses fachlichen Schwerpunktes hat oberste Priorität. Nur wenige Inhalte lassen sich vorwiegend durch alleiniges Bearbeiten von Aufgaben umfassend verstehen. Das Verknüpfen von Inhalten und Darstellungen ist für das Verstehen besonders bedeutsam.
- Die meisten Kompetenzen, insbesondere diejenigen im Rahmen des Erforschens und Argumentierens, sind nicht durch das Selbststudium erwerbbar. Durch häufigen, geleiteten und gemeinsamen Austausch werden fachliche Schwerpunkte der einzelnen Aufgaben verstanden und für andere Kontexte nutzbar gemacht. Die Lehrperson nimmt dabei eine entscheidende Rolle ein.
- Keine Methode passt zu allen Schülerinnen und Schülern und zu allen Inhalten. Insbesondere für Schülerinnen und Schüler mit Schwierigkeiten im Mathematiklernen ist ein geleiteter und auf die fachlichen Schwerpunkte ausgerichteter Unterricht von Vorteil.

Aus den dargelegten Gründen sollen keine Unterrichtsmethoden ein Fach dominieren. Es braucht eine angemessene Balance und einen gezielten Einsatz.

Literatur

- Brunner, E. (2017). Mathematikunterricht in Mehrjahrgangsklassen der Primarschule: Eine Deskription entlang verschiedener Gestaltungselemente und Einschätzungen der Lehrpersonen. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 38 (1), 57–91.
- Brunner, E. (2018). Qualität von Mathematikunterricht: Eine Frage der Perspektive. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 39 (2), 257–284.
- Brunner, E., Gasteiger, H., Lampart, J. & Schreieder, K. (2019). Mathematikunterricht in jahrgangsübergreifenden Klassen der Grundschule in der Schweiz und in Deutschland: eine vergleichende Studie. *Schweizerische Zeitschrift für Bildungswissenschaften*, 41 (1), 160–176.
- Drollinger-Vetter, B. (2011). *Verstehenselemente und strukturelle Klarheit. Fachdidaktische Qualität der Anleitung von mathematischen Verstehensprozessen im Unterricht*. Münster: Waxmann.
- Gaidoschik, M., Moser Opitz, E., Nührenbörger, M. & Rathgeb-Schnierer, E. (2021). Besondere Schwierigkeiten beim Mathematiklernen. *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik*, 47 (111S). 10.13140/RG.2.2.15952.64004
- Grünke, M. (2006). Fördermethoden. Zur Effektivität von Fördermethoden bei Kindern und Jugendlichen mit Lernstörungen. Eine Synopse vorliegender Metaanalysen. *Kindheit und Entwicklung*, 15 (4), 239–254.
- Häsel-Weide, U. (2016). *Vom Zählen zum Rechnen. Struktur-fokussierende Deutungen in kooperativen Lernumgebungen*. Wiesbaden: Springer Spektrum.
- Hess, M. & Lipowsky, F. (2020). Zur (Un-)Abhängigkeit von Oberflächen- und Tiefenmerkmalen im Grundschulunterricht. *Zeitschrift für Pädagogik*, 66, Beiheft 1/20, 117–131.
- Keller, R. (2013). Mathepläne: Qualitätsfalle für den Unterricht. *ph akzente*, 1, 21.
- Kunter, M. & Trautwein, U. (2013). *Psychologie des Unterrichts*. Paderborn: Schöningh (UTB).
- Lipowsky, F. et al. (2019). Lernen durch Kontrastieren und Vergleichen – Ein Forschungsüberblick zu wirkmächtigen Prinzipien eines verständnisorientierten und kognitiv aktivierenden Unterrichts. In U. Steffens & R. Messner (Hrsg.), *Unterrichtsqualität. Konzepte und Bilanzen gelingenden Lehrens und Lernens. Grundlagen der Qualität von Schule* (S. 373–402). Münster: Waxmann.
- Lipowsky, F. & Lotz, M. (2015). Ist Individualisierung der Königsweg zum erfolgreichen Lernen? Eine Auseinandersetzung mit Theorien, Konzepten und empirischen Befunden. In G. Mehlhorn, K. Schöppe & F. Schulz (Hrsg.), *Begabungen entwickeln & Kreativität fördern* (S. 155–219). München: kopaed.
- Lüken, M. (2012). *Muster und Strukturen im mathematischen Anfangsunterricht. Grundlegung und empirische Forschung zum Struktursinn von Schulanfängern*. Münster: Waxmann.
- Moser Opitz, E. (2013). *Rechenschwäche / Dyskalkulie: theoretische Klärungen und empirische Studien an betroffenen Schüle-*

- rinnen und Schülern* (2. Aufl.). Bern: Haupt.
- Praetorius, A.-K., Grünkorn, J. & Klieme, E. (2020). Towards Developing a Theory of Generic Teaching Quality. Origin, Current Status, and Necessary Next Steps Regarding the Three Basic Dimensions Model. *Zeitschrift für Pädagogik*, 66, Beiheft 1/20, 15–36.
- Rathgeb-Schnierer, E. & Rechtsteiner, C. (2018). *Rechnen lernen und Flexibilität entwickeln: Grundlagen – Förderung – Beispiele*. Berlin: Springer Spektrum.
- Reusser, K. (2020). Unterrichtsqualität zwischen empirisch-analytischer Forschung und pädagogisch-didaktischer Theorie. *Zeitschrift für Pädagogik*, 66, Beiheft 1/20, 236–254.
- Souvignier, E. (2020). Kooperatives Lernen. In U. Heimlich & F. B. Wember (Hrsg.), *Didaktik des Unterrichts bei Lernschwierigkeiten. Ein Handbuch für Studium und Praxis* (S. 138–148). Stuttgart: Kohlhammer.
- Steffens, U. (2019). Was ist das Wichtigste beim Lernen? Zu Ertrag und Grenzen der Hattie-Studie «Visible Learning». In U. Steffens & R. Messner (Hrsg.), *Unterrichtsqualität. Konzepte und Bilanzen gelingenden Lehrens und Lernens. Grundlagen der Qualität von Schule* (S. 251–277). Münster: Waxmann.
- Sweller, J. (1994). Cognitive load theory, learning difficulty and instructional design. *Learning and Instruction* 4 (4), 295–312.
- Vieluf, S., Praetorius, A.-K., Rakoczy, K., Kleinknecht, M. & Pietsch, M. (2020). Angebots-Nutzungs-Modelle der Wirkweise des Unterrichts: Ein kritischer Vergleich verschiedener Modellvarianten. *Zeitschrift für Pädagogik*, 66, Beiheft 1/20, 63–80.
- Walshaw, M. & Anthony, G. (2008). The teacher's role in classroom discourse. A review of recent research in mathematics classroom. *Review of Educational Research*, 78 (3), 516–551.
- Wember, F. B. (2020). Didaktische Prinzipien und Qualitätssicherung im Förderunterricht. In U. Heimlich & F. B. Wember (Hrsg.), *Didaktik des Unterrichts bei Lernschwierigkeiten ein Handbuch für Studium und Praxis* (S. 81–96). Stuttgart: Kohlhammer.
- Ziegler, E., Edelsbrunner, P. A. & Stern, E. (2017). The relative merits of explicit and implicit learning auf contrasted algebra principles. *Educational Psychology Review*, 29, 1–28.



Marion Diener
Dozentin für Mathematikdidaktik
Pädagogische Hochschule Zürich
marion.diener@phzh.ch