МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ РАСЧЕТА КОНСТРУКЦИЙ ПОД СОЧЕТАНИЕ НАГРУЗОК

Доцент **Матгазиев Хусан Мелибоевич**
Асс **Чориев Пулат Зулфикор угли**
Талаба **Хакимов Хусниддин Камолхон огли**
Ташкентский архитектурно-строительный институт,

ABSTRACT

The article presents mathematical models for calculating structures for a combination of loads.

Keywords: *Beam, support moments, load, moment of inertia, recurrence relation, conditional probability.*

АННОТАЦИЯ

В статье изложены математические модели расчет конструкций на сочетание нагрузок.

Ключевые слова: *Балка, опорные моменты, нагрузка, момент инерции, рекуррентное соотношение, условная вероятность.*

Коэффициенты сочетаний в значительной мере определяют величины нагрузок на конструкции, а следовательно, на ее параметры, материалоемкость и стоимость с одной стороны, с другой стороны, правильность назначения этих коэффициентов обеспечивает надежность конструкций.

Недостаточность статистических данных о нагрузках и несовершенство теоретических моделей нагрузок вынуждает проектировщиков создавать конструкции с определенным запасом, компенсирующим эти недостатки, что ведет к перерасходу материалов.

Многие нагрузки, особенно нагрузки от оборудования, складируемых материалов, людей, животных до сих пор ещё полностью не описаны математическими моделями и учет их при проектировании конструкций в большей степени опирается инженерный опыт [1]. Несмотря на большие возможности, которые дает вероятностный метод расчета при описании реальных нагрузок такими математическими моделями, выбор этих моделей достаточно сложен и неоднозначен, кроме того, имеются принципиальные трудности в формализации понятия «перегрузки».

По снеговым и ветровым нагрузкам накоплен обширный статистический материал, разработаны вероятностные модели этих нагрузок и имеется возможность вычислять показатели надежности сооружений, находящихся под их воздействием. Для задачи сочетания длительных нагрузок, кроме известной статьи А.Р.Ржаницына [2,3] исследования практически отсутствуют. Поэтому имеется необходимость подробного ее исследования. Предлагаем способ нормирования расчетных величин длительных нагрузок путем введения коэфициента сочетания.

Простое их перечисление показывает, что длительные нагрузки весьма разнообразны, и, в отличие от метеорологических, статистический материал по ним весьма ограничен.

Ввиду этого, в расчеты сооружений, как правило, вводятся завышенные значения нормативных нагрузок, расчет ведется на их самое неблагоприятное сочетание, что неизбежно влечет удорожание конструкций.

Например, при построении объемлющих эпюр изгибающих моментов для неразрывных балок временная нагрузка учитывается, по-видимому, в очень маловероятном сочетании. В связи с этим, важное практическое значение приобретает разработка моделей длительных нагрузок и вычисление вероятности безотказной работы сооружения, находящегося под действием длительных, ветровых и снеговых нагрузок.

Будем считать длительную нагрузку приближенно равномерно распределенной по пролету. Далее применим ту же методику, что и для снеговой и ветровой нагрузок. Попробуем применить модель независимых и одинаково распределенных величин длительных нагрузок в складских помещениях. В качестве первоначальной гипотезы для распределения случайных величин $X_1, X_2, \dots, X_n$ примем функцию распределения

$$F_i(x) = 1 - \exp\left(-\frac{x-a}{b}\right) \quad \text{при } x \geq \frac{a}{b} \quad \text{с плотностью,}$$

$$f_i(x) = \frac{1}{b}\exp\left(-\frac{x-a}{b}\right)$$

Случайные величины соответствуют некоторому интервалу времени, который мы назначаем, используя статистические данные для этого интервала.

Наиболее подходящим для нас интервалом времени является $\tau = 10$ суток, т.к. снеговая и ветровая нагрузки представлены в виде случайных величин, соответствующих этому интервалу.

В каждом интервале для всего времени наблюдения конкретного склада выделяем максимальные значения. Получаем n наблюдений случайной величины, для которой предлагается закон распределения.

Рассмотрим в качестве примера неразрезную балку, имеющую n промежуточных вертикальных опор. Полезную нагрузку будем приближенно представлять равномерно распределенными в пролетах нагрузками $q_1, q_2, \dots, q_{n+1}$.

Для расчета балки записываются известные уравнения трех моментов

$$\delta_{n,n-1}, M_{n-1} + \delta_{n,n} M_n + \delta_{n,n+1} M_{n+1} + \Delta_{np} = 0$$

где $M_1, M_2, \dots, M_n$ - неизвестные опорные моменты,

$\delta_{n,n-1}, \delta_{n,n}, \delta_{n,n+1}$ - коэффициенты и Δ_{np} - свободный член системы неоконченных уравнений метода сил.

В случае одинаковых длин моментов инерции сечения для всех пролетов уравнения трех моментов принимают вид:

$$M_{i-1} + 4M_i + M_{i+1} = -0.25 \cdot l^2 (q_i + q_{i+1}) \qquad (1)$$

В нашем случае $M_0 = M_{n+1} = 0$

В матричной форме система уравнений (1.1) записывается в виде

$$A_n \cdot M = -0.25 l^2 \vec{b} \qquad (2)$$

где

$$A_n = \left\|\begin{matrix} 4 & 1 & & & \\ 1 & 4 & 1 & & \\ . & . & . & & \\ & . & . & . & \\ & & . & . & . \\ & & . & . & 1 \\ & & & 1 & 4 \end{matrix}\right\|, \qquad M = \begin{vmatrix} M_1 \\ M_2 \\ . \\ . \\ . \\ . \\ M_n \end{vmatrix} \qquad \vec{b} = \begin{vmatrix} q_1 + q_2 \\ q_2 + q_3 \\ . \\ . \\ . \\ . \\ q_n + q_{n+1} \end{vmatrix}$$

Элементы обратной матрицы A_n^{-1} равны

$$a_{ij}^{-1} = \begin{cases} (-1)^{i+j} \Delta_{i-1} \Delta_j, & i \le j \\ (-1)^{i+j} \Delta_{j-1} \Delta_i, & i \ge j \end{cases},$$

где для определителя Δ_n справедливо рекуррентное соотношение

$$\Delta_n = 4\Delta_{n-1} - \Delta_{n-2}$$

при начальных условиях $\Delta_0 = 1,\ \Delta_{-1} = 0$.

Как нетрудно показать,

$$\Delta_n = \frac{r_1^{n+1} - r_2^{n+1}}{r_1 - r_2}$$

где r_1, r_2 - корни квадратного уравнения

$$r^2 - 4r + 1 = 0$$

и равны

$$r_1 = 2 + \sqrt{3}, \quad r_2 = 2 - \sqrt{3}$$

Решение системы уравнений (1) записывается в виде

$$M_i = 0.25l^2\left[\sum_{j=1}^{i}(-1)^{i+j+1}\Delta_{j-1}\Delta_i(q_j + q_{j+1}) + \sum_{j=1}^{i}(-1)^{i+j+1}\Delta_{i-1}\Delta_j(q_j + q_{j+1}) + \right]$$

Дальнейшей целью является вычисление функций надежности неразрезных балок при различном числе пролетов и их сравнение. Функция надежности $P_1(n\tau)$ шарнирно-опертой балки с моментом сопротивления W_1 , подобранным по СНИП, принимаем за эталонную[1]. Далее для двух пролетной балки, в каждом пролете которой действует своя нагрузка, подбираем момент сопротивления W_2 по СНИП и вычисляем функцию надежности $P_2(n\tau)$. Если значения функции надежности

$$P_2(n\tau) > P_1(n\tau) \ , \qquad (3)$$

то заменяем значение момента сопротивления W_2 на значение $n_c \cdot W$, где коэффициент n_c<1, считаем коэффициентом сочетания нагрузок. Повторяя расчет $P_2(n\tau)$, подбираем коэффициент сочетания наименьшим n_c по величине, при котором условие (3) еще выполняется.

Аналогично поступаем для балок с большим числом пролетов. Далее приводим основные формулы, получающиеся из вероятностного расчета балок с различным числом пролетов. Необходимые промежуточные выкладки приводятся в соответствующих приложениях.

Случай $n=1$. Расчет однопролетной балки.

Условие безотказной работы балки, нагруженной равномерно распределенной нагрузкой q_1:

$$\frac{q_1 l^2}{8} \le \sigma \cdot W \ , \qquad (4)$$

где σ - допускаемое напряжение , W - момент сопротивления

Величину W находим по СНИП

$$W = \frac{[q]\cdot l^2}{8[\sigma]}$$

где $[q]$ - расчетная нагрузка

$[\sigma]$ - расчетное сопротивление

С учетом соотношения условие записывается в виде

$$\frac{q}{[q]} \le \frac{\sigma}{[\sigma]} \ , \qquad (5)$$

Промежутку времени τ соответствует случайная величина q, имеюўая закон распределения $f(x) = \frac{1}{b}\cdot\exp\left(-\frac{x-a}{b}\right)$, при $x \ge a$. Условная вероятность равна:

$$P(\tau/\sigma)=1-\exp\left(-\frac{\sigma[q]-[\sigma]a}{[\sigma]b}\right)$$

Безусловная функция надежности за период времени $n\tau$ имеет вид

$$P(n\tau)=\int_0^\infty\left[1-\exp\left(-\frac{\sigma[q]-[\sigma]a}{[\sigma]b}\right)\right]^n f(\sigma)d\sigma$$

где $f(\sigma)$ - плотност распределения предела текучести материала балки.

Будем для сравнения надежности различных балок использовать условную функцию надежности при $\sigma=[\sigma]$

$$P_1(\tau)=P\left(\frac{\tau}{[\sigma]}\right)=1-\exp\left(-\frac{[a]-a}{b}\right)$$

Эту величину будем считать эталонным значением надежности[2].

Случай n=2. Расчет двух пролетной неразрезной балки.

Условие безотказной работы балки, нагруженной в пролетах равномерно-распределенными нагрузками q_1 и q_2, следующее:

$$M_{max}=0.625e^2(q_1+q_2)\le\sigma\cdot W \qquad (6)$$

По СНиП величина W равна:

$$W=\frac{1.25e^2[q]}{[\sigma]}, \qquad (7)$$

После подстановки (1.7) в (1.6) условие безотказной работы можно переписать в виде:

$$\frac{q_1+q_2}{[q]}\le 2\frac{\sigma}{[\sigma]}$$

Нагрузки q_1 и q_2, соответствующие интервалу времени τ, являются независимыми случайными величинами с плотностями распределения

$$f_i(x)=\left(\frac{1}{b}\right)\cdot\exp\left(-\frac{(x-a)}{b}\right), \qquad x\ge 0, \quad i=1.2.$$

Условная функция надежности при $\sigma=[\sigma]$ равна

$$P(\tau)=\frac{1}{b^2}\int\int e^{-\left(\frac{x_1-a}{b}\right)}e^{-\left(\frac{x_2-a}{b}\right)}dx_1dx_2$$

$$x_1+x_2<2[q]$$

$$x_1\ge a,\ x_2\ge a$$

или переходя к новым переменным

$$x_1=a+b\ln\frac{1}{\omega_1}$$

$$x_2=a+b\ln\frac{1}{\omega_2}$$

где $\omega_1,\ \omega_2\in[0,1]$, получаем:

$$P_2(\tau) = \int\int d\omega_1 d\omega_2$$
$$\omega_1, \omega_2 \geq \alpha^2$$
$$\omega_1, \omega_2 \in [0,1]$$

где

$$\alpha^2 = \exp\left(\frac{2a - 2[q]}{b}\right)$$

И, наконец,

$$P_2(\tau) = \int_{\alpha^2}^{1} d\omega_2 \int_{\frac{\alpha^2}{\omega_2}}^{1} d\omega_1 = \int_{\alpha^2}^{1} \left(1 - \frac{\alpha^2}{\omega_2}\right) d\omega_2 = 1 - \alpha^2 + \alpha^2 ln\alpha^2$$

Как показывают дальнейшие вычисления, величина $P_2(\tau) > P_1(\tau)$, т.е. надежность двух пролетной балки выше, чем однопролетной. Уменьшив момент сопротивления двух пролетной балки, сделав его равным $n_c W$, где $n_c \in [0,1]$, мы можем уровнять надежности этих балок и определить величину коэффициента сочетания n_c из условия:

$$1 - \exp\left(\frac{2a - 2[q]n_c}{b}\right)\left(1 + \frac{2[q]n_c - 2a}{b}\right) = 1 - \exp\left(-\frac{[q] - a}{b}\right)$$

Последнее уравнение относительно n_c можно преобразовать к виду

$$e^{k_1(2n_c - 1)} = e^{k_1}(1 + 2k_1 n_c - 2k_2)$$

где $k_1 = \frac{[q]}{b}$, $k_2 = \frac{a}{b}$

Это уравнение нетрудно решить подбором относительно при заданных значениях параметров k_1 и k_2.

Случай *n=3*. Расчет трех пролетной неразрезной балки.

Условие безотказной работы балки, нагруженной нагрузками q_1, q_2, q_3 записывается в виде системы двух линейных неравенств:

$$\begin{cases} \frac{-q_1 + 3q_2 + 4q_3}{60} l^2 \leq \sigma \cdot W \\ \frac{4q_1 + 3q_2 - q_3}{60} \leq \sigma \cdot W \end{cases} \quad (8)$$

По СНИП величина W равна:

$$W = \frac{7[q]}{60[\sigma]} l^2 \quad (9)$$

После преобразования условие (4.8) принимает вид:

$$\begin{cases} \frac{-q_1 + 3q_2 + 4q_3}{7[q]} \leq \frac{\sigma}{[\sigma]} \\ \frac{4q_1 + 3q_2 - q_3}{7[q]} \leq \frac{\sigma}{[\sigma]} \end{cases} \quad (10)$$

После введения новых переменных $q_i = a + bln\frac{1}{\omega_i}$, i=1, 2, 3 область безотказной работы Ω описывается неравенствами:

$$\Omega = \begin{cases} \frac{\omega_3}{\omega_1^{\frac{4}{3}}\omega_2^{\frac{3}{2}}} \le e^{\alpha} \\ \frac{\omega_1}{\omega_2^{\frac{3}{2}}\omega_3^{\frac{4}{3}}} \le e^{\alpha} \\ 0 \le \omega_i \le 1, \quad i = 1,2,3 \end{cases} \qquad (11)$$

где $\alpha = \frac{(7[q]-7a)}{b}$

Условная функция надежности $P_3(\tau)$ равна:

$$P_3(\tau) = \int\int\int dx_1 dx_2 dx_3 \qquad (12)$$

Вычисление этого интеграла приводится в приложении 1.

Результат вычисленный следующий:

$$P_3(\tau) = 1 - \frac{8}{5}e^{-\frac{\alpha}{4}} + 4e^{-\frac{\alpha}{3}} - e^{-\frac{\alpha}{2}} + \frac{19}{10}e^{-\frac{2\alpha}{3}} - \frac{3}{2}e^{-\alpha}$$

Для вычисления коэффициента сочетания n_c величина α заменяется на величину:

$$\alpha = \frac{7[q]n_c - 7a}{b} = 7(k_1 n_c - k_2)$$

и величина n_c находится из уравнения:

$$P_3(\tau) = P_1(\tau)$$

Результат вычисления приводится в таблице 4.

Случай n=4. Расчет четырех пролетной неразрезной балки.

Условие безотказной работы балки, нагруженной нагрузками q_1, q_2, q_3, записывается в виде системы трех линейных неравенств:

$$\begin{cases} \frac{15q_1+11q_2-3q_3+q_4}{224} l^2 \le \sigma \cdot W \\ \frac{-q_1+3q_2+3q_3-q_4}{224} l^2 \le \sigma \cdot W \\ \frac{q_1-3q_2+11q_3+15q_4}{224} l^2 \le \sigma \cdot W \end{cases} \qquad (13)$$

По СНИП величина W равна:

$$W = \frac{27l^2[q]}{224[\sigma]} \qquad (14)$$

После преобразования условие

$$\begin{cases} \frac{15q_1+11q_2-3q_3+q_4}{27[q]} l^2 \le 1 \\ \frac{-q_1+3q_2+3q_3-q_4}{27[q]} l^2 \le 1 \\ \frac{q_1-3q_2+11q_3+15q_4}{27[q]} l^2 \le 1 \end{cases} \qquad (15)$$

После введения переменных $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$ система неравенств принимает вид:

$$\begin{cases} \dfrac{\omega_3^3}{\omega_1^{15}\omega_2^{11}\omega_4} \le e^{\alpha_1} \\ \dfrac{\omega_1\omega_4}{\omega_2^3\omega_3^3} \le e^{\alpha_2} \\ \dfrac{\omega_2^3}{\omega_1\omega_4^{15}\omega_3^{11}} \le e^{\alpha_1} \end{cases} \qquad (16)$$

где $\alpha_1 = \frac{27[q]-24a}{b}$, $\alpha_2 = \frac{27[q]-4a}{b}$

Условная функция надежности $P_4(\tau)$ равна:

$$P_4(\tau) = \int\int\int d\omega_1 d\omega_2 d\omega_3\, d\omega_4 \qquad (17)$$

где Ω - область соответствующая система неравенств.

Для вычисления коэффициента сочетания n_c величины α_1 и α_2 вычисляются по формулам

$$\alpha_1 = 27k_1n_c - 24k_2 \quad , \qquad \alpha_2 = 27k_1n_c - k_2$$

И величина n_c находится из уравнения:

$$P_4(\tau) = P_1(\tau)$$

Результаты вычисления коэффициента сочетания n_c для различного числа пролетов приведены в табл .

Таблица

$k_1 k_2$ / n	4,5 ; 3	6 ; 4	15 ; 10
1	I	I	I
2	0,982	0,953	0,904
3	0,961	0,929	0,886
4	0,943	0,912	0,871

Таким образом, модели случайного процесса с независимыми приращениями для случайных моментов времени скачков нагрузки и неслучайных моментов времени этих скачков можно считать мало отличающимися друг от друга [4].

Модель, основанная на применении теории порядковых статистик фактически идентична модели процесса со случайными приращениями в не случайные моменты времени.

Хорошее совпадение всех этих моделей является аргументом а пользу их адекватности.

Литература:

1. Райзер В.Д. Методы теории надожности в задачах нормирования расчетных параметров строительных конструкций.М., Стройиздат, 1986, 191с.

2. Ржаницын А.Р. Сухов Ю. Д. Учет совместного действия нагрузок на сооружения. – Строительная механика и расчёт сооружения.- строительная механика и расчёт сооружений., 1974 № 4, с. 40-43.

3. Ржаницын А.Р., Сухов Ю.Д., Булычев А.П. Вероятностный метод расчета конструкций, воспринимающих снеговую нагрузку – «Строительная механика и расчет сооружений», 1975, №1.

4. Матгазиев Х.М. Вероятностный метод решения задачи сочетания метеорологических и длительных нагрузок. дис. канд. тех. наук. – Москва. 1987. – 187 б.

5. Modern methods of increasing energy efficiency of buildings in the Republic of Uzbekistan at the design stage S Sadriddin, MM Mirmakhmutovich, MS Makhmudovich, AU Solijonovich International Journal of Scientific and Technology Research 8 (11), 1333-1336

6. Research of trailing coverings of wide-span unique buildings by the modelling method US Axmadiyarov European Sciences review Scientific journal Vienna 5 (6), 275-276

7. Деформированное состояние предварительно напряженных двухпоясных вантовых покрытий при симметричных и односторонних загружениях СР Раззаков, НС Раззаков, УС Ахмадиёров, ХК Хуррамов "Лолейтовские чтения-150". Современные методы расчета железобетонных и ...

8. Modeling of stage of construction and operation of unique large-span structures SR Razzakov, US Axmadiyarov, NS Razzakov Journal of Physics: Conference Series 1425 (1), 012100

9. RESEARCH OF TRAILING COVERINGS OF WIDE-SPAN UNIQUE BUILDINGS BY THE MODELLING METHOD US Akhmadiyorov European Science Review, 272-274

10. Экспериментальные исследования работы круглых двухпоясных предварительно-напряженных висячих покрытий СР Раззаков, УС Ахмадияров, НС Раззаков Будівельні конструкції, 580-587

11. CALCULATION OF PLANE DOUBLE-BELT RADIALLY LOCATED GUIDES FOR STRENGTH AND DEFORMABILITY, TAKING INTO ACCOUNT CHANGE IN MATERIAL PROPERTIES US Akhmadiyorov ME' MORCHILIK va QURILISH MUAMMOLARI, 70

12. Ways of enhancing energy efficiency within renovation of apartment houses in the republic of Uzbekistan S Sayfiddinov, U Akhmadiyorov International Journal of Scientific and Technology Research 9 (2), 2292-2294

13. The effect of a complex additive on the structure formation of cement stone in conditions of dry hot climate and saline soils R Narov, U Akhmadiyorov E3S Web of Conferences 264, 02064