SCIENCE AND INNOVATION
INTERNATIONAL SCIENTIFIC JOURNAL VOLUME 1 ISSUE 8
UIF-2022: 8.2 | ISSN: 2181-3337

CHIZIQLI DINAMIK BOSHQARUV TIZIMI UCHUN MINIMAKSLI TIPDAGI SILLIQMAS OPTIMALLASH MASALASI

Otakulov Salim
Fizika-matematika fanlari doktori, professor, Jizzax politexnika instituti,
Jumanov Kamol Sayfullaevich
O‘zbekiston Milliy Universiteti Jizzax Filiali Amaliy matematika fakulteti magistranti

https://doi.org/10.5281/zenodo.7400517

Annotatsiya. *Ushbu maqolada uzlukzis dinamik boshqaruv tizimi chiziqli modeli uchun maksimum tipidagi silliqmas terminal funksionalni minimallash masalasi qaralgan. Boshqaruv tizimining va silliqmas funksionalning xossalari o'rganilgan. Optimal boshqaruvning mavjudlik shartlari olingan.*

Kalit so'zlar: *boshqaruv tizimi, silliqmas funksional, minimaksli masala, optimal boshqaruv, mavjudlik shartlari.*

НЕГЛАДКАЯ ЗАДАЧА ОПТИМИЗАЦИИ МИНИМАКСНОГО ТИПА ДЛЯ ЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

Аннотация. *В работе рассмотрена задача минимизации негладкого терминального функционала типа максимума для линейной модели непрерывной динамической системы управления. Изучены свойства системы управления и негладкого функционала. Получены условия существования оптимального управления.*

Ключевые слова: *система управления, негладкий функционал, минимаксная задача, оптимальное управление, условия существования.*

THE NONSMOOTH OPTIMIZATION PROBLEM MINIMAX TYPE FOR LINEAR DYNAMIC CONTROL SYSTEM

Abstract. *In this paper we consider the minimization problem of nonsmooth functional type maximum for linear model of dynamic control system. The some properties control system and nonsmooth functional is studied. The conditions of existence of optimal control are obtained.*

Keywords: *control system, nonsmooth functional, minimax problem, optimal control, conditions of existence.*

KIRISH

Bugungi kunda zamonaviy fan va texnologiyalarning turli sohalarida olib borilayotgan fundamental va amaliy tadqiqotlarda matematik usullar va kompyuterli modellashtirishning roli tobora oshib borayotganligini ko'rish mumkin. Yangi texnologiyalar va murakkab texnik qurilmalarni yaratish, avtomatik boshqaruv tizimlarini loyihalash kabi masalalar optimallash muammolari bilan bog‘liq modellarni takomillashtirish va bunday modellar uchun yangi matematik usullarini ishlab chiqishga qaratilgan tadqiqotlarni rivojlantirishni talab qiladi. Optimallashning matematik usullarini amaliy qo'llash tabiiy energiya resurslaridan samarali foydalanishga erishish va turli muhandislik-texnik ishlanmalar va loyihalarda muhim parametrlarning optimal qiymatlarini aniqlashga yordam beradi.

Funktsionallarning maksimumi va minimumini topishga qo‘yilgan masalalar tabiatshunoslik, iqtisodyot va texnologiyalarga oid turli xil amaliy masalalarni optimallash modellari sifatida paydo bo'ladi. Bunday masalalar uchun optimallashning zamonaviy matematik nazariyasi rivojlanmoqda. Amaliy tadqiqotlarda optimallash nazariyasining matematik dasturlash, optimal boshqaruvning matematik nazariyasi va optimal qaror qabul qilish nazariyasi kabi bo'limlari keng qo'llanilmoqda [1-6].

Iqtisodiyot va texnikaning turli muammolarini matematik modellashtirish, jumladan, iqtisodiy rejalashtirish va ishlab chiqarishni tashkil etish bo‘yicha qaror qabul qilish, texnik qurilmalarni loyihalash va texnologik jarayonlarni boshqarish kabi masalalar sifat mezoni silliq bo'lmagan funksional bilan aniqlanuvchi maxsus optimallash masalalariga olib keladi. Bunday masallalarining tadqiqlari natijasida matematikada silliqmas optimal boshqaruv usullari, silliqmas va ko'p qiymatli tahlil rivojllanmoqda [7-10].

Silliqmas optimal boshqaruv masalalarining katta sinfi maksimum yoki minimum ko'rinishdagi maqsad funksionallariga ega bo'lgan masalalardan iborat. Biror tanlangan parametrga nisbatan ma'lum turdagi funksionalni maksimallash (yoki minimallash) natijasida paydo bo‘ladigan har bir silliqmas funksiyonal o'ziga xos xususiyatlarga ega. Shu sababli, har bir silliqmas optimallash masalasi uchun yechish usullarining samaradorligi sezilarli darajada maqsad funksiyasining xossalariga va tizim parametrlari bo'yicha cheklovlarning xususiyatlariga bog'liqdir [7,8,11-26].

TADQIQOT MATERIALLARI VA METODLARI

1. Maksimum tipidagi terminal funksionalli chiziqli optimal boshqaruv masalasining qo‘yilishi. Holatining biror $t \in T = [t_0, t_1]$ vaqt oralig‘ida o‘zgarishi $x = x(t)$ n-vektor funksiya bilan ifodalanuvchi va boshqaruv ta’sirlari $u = u(t)$ m-vektor funksiya bilan berilgan ob’yektni qaraymiz. Faraz qilaylik, boshqaruv ob’yektining dinamikasi ushbu

$$\dot{x} = A(t)x + B(t)u + q(t) \qquad (1)$$

chiziqli differensial tenglama bilan berilgan bo‘lsin. Bu yerda $A(t) = (a_{ij}(t)) - n \times n$-matritsa, $B(t) = (b_{ij}(t)) - n \times m$-matritsa, $q(t) = (q_i(t)) -$ n-vektor funksiya. $A(t), B(t)$ matritsalar elementlarini va $q(t)$ vektor komponentalarini $T = [t_0, t_1]$ oraliqda uzluksiz deb hisoblaymiz. Ob’yektning boshlang‘ich holati $x(t_0) = x^0$ berilgan bo‘lsin.

1-ta’rif. $T = [t_0, t_1]$ oraliqda o‘lchovli va berilgan $U \subset R^m$ qavariq va kompakt to‘plamdan qiymatlar qabul qiluvchi $u = u(t)$ m-vektor funksiyalarni joiz boshqaruvlar deb ataymiz. Barcha joyiz boshqaruvlar to‘plamini $U(T)$ deb belgilaymiz.

Differensial tenglamalar nazariyasidan yaxshi ma’lumki, (1) sistemaga yuqorida qo‘yilgan shartlarda har bir berilgan $u(\cdot) \in U(T)$ boshqaruvga va $x(t_0) = x^0$ boshlang‘ich shartga mos keluvchi yagona $x = x(t, x^0, u(\cdot)), t \in T = [t_0, t_1]$ absolyut usluksiz yechimi mavjud.

2-ta’rif. (1) differensial tenglamaning $u(\cdot) \in U(T)$ boshqaruvga va $x(t_0) = x^0$ boshlang‘ich shartga mos keluvchi $x = x(t, x^0, u(\cdot)), t \in T$ yechimlarini boshqaruv sistemasining joiz trayektoriyalari deb aytamiz. $x(t_0) = x^0$ boshlangich shartga va barcha $u(\cdot) \in U(T)$ joyiz boshqaruvlarga mos keluvchi joiz trayektoriyalar to‘plamini $H(x^0, T)$ deb belgilaymiz.

Qaralayotgan chiziqli sistemani uning terminal holati bo‘yicha, yani joiz trayektoriyalarning $x(t_1, x^0, u(\cdot))$ chetki holatlari bo‘yicha boshqarish masalasini qaraymiz. Boshqacha aytganda, boshqaruv sifati termilal funksional bo‘yicha baholanadi. Bunday terminal funksional sifatida

$$g\left(x\left(t_1, x^0, u(\cdot)\right)\right) = \sum_{i=1}^{p} \max_{z_i \in Z_i} \left(z_i, x\left(t_1, x^0, u(\cdot)\right)\right), \quad u(\cdot) \in U(T) \qquad (2)$$

ko‘rinishdagi funksionalni qaraymiz. Bu yerda $Z_i, i = \overline{1,p}$ – R^n fazoning kompakt(ya’ni chegaralgan va yopiq) to‘plamlari. Qaralayotgan terminal funksionalni joiz trayektoriyalar to‘plami $H(x^0, T)$ da aniqlangan

$$g\big(x(\cdot)\big) = \sum_{i=1}^{p} \max_{z_i \in Z_i}(z_i, x(t_1)), \quad x(\cdot) \in H(x^0, T)$$

funksional kabi ifodalash ham mumkin. (2) terminal funksionalning aniqlanishida ushbu

$$g(x) = \sum_{i=1}^{p} \max_{z_i \in Z_i}(z_i, x)$$

funksiya qatnashadi. Agar

$$\sum_{i=1}^{p} \max_{z_i \in Z_i}(z_i, x) = \max_{z_i \in Z_i, i=\overline{1,p}} \sum_{i=1}^{p} (z_i, x) = \max_{z_i \in Z_i, i=\overline{1,p}} (\sum_{i=1}^{p} z_i, x).$$

munosabatni hisobga olsak va $\sum_{i=1}^{p} z_i = z, \sum_{i=1}^{p} Z_i = Z$ deb belgilasak,

$$g(x) = \max_{z \in Z}(z, x)$$

deb yozish mumkin. Shunday qilib, (2) terminal funksional

$$g\left(x\big(t_1, x^0, u(\cdot)\big)\right) = \max_{z \in Z}(z, x\big(t_1, x^0, u(\cdot)\big)), \quad u(\cdot) \in U(T) \qquad (3)$$

shaklda yozilishi mumkin. Demak, bundan keyin boshqaruv sifat jihatdan (3) terminal funksional bilan baholanayapdi deb hisoblaymiz.

Qaralayotgan chiziqli sistema uchun optimal boshqaruv masalasi (2), yani (3) funksionalni joyiz boshqaruvlar to‘plamida minimallashtirishdan iborat. Bu yerda minimallashtiriluvchi funksional (3) ko‘rinishdagi maksimum tipidagi funksional bo‘lgani uchun qo‘yilgan optimal boshqaruv masalasi minimaks tipidagi optimal boshqaryv masalalari sinfiga tegishli. Qo‘ylgan masalani qisqacha

$$\max_{z \in Z}(z, x\big(t_1, x^0, u(\cdot)\big))) \to min, u(\cdot) \in U(T) \qquad (4)$$

ko‘rinishda belgilaymiz.

(2) funksionalni mnimallashtiruvchi, ya’ni quyidagi

$$\max_{z \in Z}\left(z, x\big(t_1, x^0, u^*(\cdot)\big)\right) = \min_{u(\cdot) \in U(T)} \max_{z \in Z}(z, x\big(t_1, x^0, u(\cdot)\big))$$

shart bilan aniqlanuvchi $u^*(\cdot) \in U(T)$ boshqaruvga (4) minimaksli masalada optimal boshqaruv deb aytiladi. Optimal $u^*(\cdot) \in U(T)$ boshqaruvga mos $x^*(t) = x(t, x^0, u^*(\cdot))$ trayektoriyani optimal trayektoriya deb ataymiz.

Qo‘yilgan (4) minimaksli optimal boshqaruv masalasida terminal funksional (3) ko‘rinishdagi silliqmas funksonaldan iborat, chunki u maksimum tipidagi $g(x) = \max_{z \in Z}(z, x)$ funksiya orqali berilgan. Bunday tipdagi funksiyalar esa silliqmas, ya’ni differensallanuvchilik xossasiga ega emas. Shuning uchun bu masala optimal boshqaruvning silliqmas tipdagi masalalariga sinfiga kiradi.

2. Chiziqli boshqaruv sistemasining erishish to‘plami va uning tayanch funksiyasi. (1) chiziqli sistemaning $u(\cdot) \in U(T)$ joyiz boshqaruvlarga mos keluvchi va $x(t_0) = x^0$ boshlang‘ich shartni qanoatlantiruvchi barcha trayektoriyalarining ong chetlari bo‘lgan $x\big(t_1, x^0, u(\cdot)\big)$ nuqtalardan tuzilgan

$$X(t_1, x^0) = \{\xi \in R^n : \xi = x\big(t_1, x^0, u(\cdot)\big), u(\cdot) \in U(T)\} \qquad (5)$$

to‘plamni qaraymiz.

3-ta'rif. $X(t_1, x^0)$ to'plamga qaralayotgan (1) boshqaruv sistemasining x^0 boshlang'ich holatdan t_1 vaqt momentida erishiladigan terminal holatlar to'plami, yoki qisqacha erishish to'plami deb aytiladi.

Ta'rifdan ravshanki, $X(t_1, x^0) = \{\xi \in R^n : \xi = x(t_1), x(\cdot) \in H(x^0, T)\}$.

Chiziqli differensial tenglamalar nazariyasidan ma'lumki, (1) tenglamaning $x(t_0) = x^0$ shartni qanoatlantiruvchi $x = x(t, x^0, u(\cdot)), t \in T = [t_0, t_1]$ absolyut usluksiz yechimini $\dot{x} = A(t)x$ bir jinsli sistemaning fundamental yechimlar matritsasi yordamida quyidagi Koshi formulasi

$$x\big(t, x^0, u(\cdot)\big) = F(t, t_0)x^0 + \int_{t_0}^{t} F(t, \tau)B(\tau)u(\tau)d\tau + \int_{t_0}^{t} F(t, \tau)q(\tau)d\tau \quad (6)$$

bilan ifodalash mumkin.

Har bir $u(\cdot) \in U(T)$ boshqaruv uchun $\varphi(t) = F(t_1, t)B(t)u(t)$ funksiyaning $T = [t_0, t_1]$ oraliqda Lebeg integrali mavjud, ya'ni

$$\{\xi \in R^n : \xi = \int_{t_0}^{t_1} F(t_1, t)B(t)u(t)dt\,, u(\cdot) \in U(T)\} \quad (7)$$

to'plam bo'sh emas. (7) to'plamga $G(t) = F(t_1, t)B(t)U, t \in T = [t_0, t_1]$ ko'rinishdagi ko'p qiymatli akslantirishning integrali [10] deb ataladi va

$$\int_{t_0}^{t_1} F(t_1, t)B(t)Udt \quad (8)$$

kabi belgilanadi. Ko'p qiymatli akslantirishlar nazariyasidan ma'lumki, $G(t) = F(t_1, t)B(t)U, t \in T$ akslantirish integraliu R^n fazoning qavariq va kompakt to'plami bo'ladi. Bizga bundan keyin zarur bo'ladigan tayanch funksiya tuchunchasini keltiramiz.

R^n fazoning W kompakt to'plami tayanch funksiyasi deb quyidagi

$$\sigma(W, \psi) = \max_{w \in W}(w, \psi)\,, \psi \in R^n \quad (9)$$

formula bo'yicha aniqlangan funksiyaga aytiladi [5]. Tayanch funksiyalar qavariq tahlilda muhim ahamiyatga ega. Ularning ba'zi zarur xossalarini keltiramiz.

(9) dan $\sigma(W, \psi)$ funksiyaning $\psi \in R^n$ bo'yicha qavariqligi, ya'ni $\forall\, \psi_1 \in R^n, \psi_2 \in R^n, \alpha_1 \geq 0, \alpha_2 \geq 0, \alpha_1 + \alpha_2 = 1$ uchun

$$\sigma(W, \alpha_1\psi_1 + \alpha_2\psi_2) \leq \alpha_1\sigma(W, \psi_1) + \alpha_2\sigma(W, \psi_2)$$

tengsizlikning bajarilishi kelib chiqadi. $\sigma(W, \psi)$ tayanch funksiya birinchi argument bo'yicha ham muhim xossaga ega: ixtiyoriy W_1, W_2 – kompakt to'plamlar, $\alpha_1 \geq 0, \alpha_2 \geq 0$ sonlar va $\psi \in R^n$ uchun

$$\sigma(\alpha_1 W_1 + \alpha_2 W_2, \psi) = \alpha_1\sigma(W_1, \psi) + \alpha_2\sigma(W_2, \psi) \quad (10)$$

tenglik bajariladi. W kompakt to'plam va uning coW qavariq qobigining tayanch funksiyalari teng:

$$\sigma(W, \psi) = \sigma(coW, \psi). \quad (11)$$

(8) integralning tayanch funsiyasi uchun

$$\sigma\left(\int_{t_0}^{t_1} F(t_1, t)B(t)Udt\,, \psi\right) = \int_{t_0}^{t_1} \sigma(F(t_1, t)B(t)U, \psi)dt \quad (12)$$

tenglik bajariladi.

$X(t_1, x^0)$ erishish to'plami qavariq va kompakt to'plam bo'lib, u uchun quyidagi

$$X(t_1, x^0) = F(t_1, t_0)x^0 + \int_{t_0}^{t_1} F(t_1, t)B(t)Udt + \int_{t_0}^{t_1} F(t_1, t)q(t)dt \quad (13)$$

formula o'rinli.

Haqiqatan ham, $X(t_1, x^0)$ erishish to‘plamining qavariq va kompakt to‘plam ekanligi haqidagi tasdiq (13) formulani hisobga olgan holda, (8) integralninq qavariq va kompaktligidan hamda qavariq va kompakt to‘plamlarning algebraik yig‘indisi yana shunday xususiyatli to‘plam bo‘lishidan kelib chiqadi. Bu tasdiq to‘g‘riligi uchun U to‘plamning qavariq bo‘lishi shart enas. Chunki (8) integralning qavariqlik xossasi U to‘plam qavariq bo‘lmagan holda ham saqlanib qolaveradi. Demak, faqat (13) formula to‘g‘riligini ko‘rsatish qoldi. Buning uchun esa (6) Koshi formulasidan foydalanamiz. Shunga ko‘ra

$$x\left(t_1, x^0, u(\cdot)\right) = F(t_1, t_0)x^0 + \int_{t_0}^{t_1} F(t_1, t)B(t)u(t)dt + \int_{t_0}^{t_1} F(t_1, t)q(t)dt \quad (14)$$

Endi $X(t_1, x^0)$ erishish to‘plamining (5) ta’rifini va $G(t) = F(t_1, t)B(t)U, t \in T = [t_0, t_1]$ ko‘p qiymatli akslantirishning integrali tushunchasidan foydalanib [10], (14) tenglikdan (13) formulaga ega bo‘lamiz.

$X(t_1, x^0)$ erishish to‘plamining tayanch funksiyasi uchun

$$\sigma(X(t_1, x^0), \psi) = (F(t_1, t_0)x^0, \psi) + \int_{t_0}^{t_1} \sigma(F(t_1, t)B(t)U, \psi)dt +$$
$$+ \int_{t_0}^{t_1} (F(t_1, t)q(t), \psi)dt \quad (15)$$

formula o‘rinli.

Haqiqatan ham, (13) formuladan va tayanch funksiyaning (10) xossasidan foydalanib,

$$\sigma(X(t_1, x^0), \psi) = (F(t_1, t_0)x^0, \psi) + \sigma\left(\int_{t_0}^{t_1} F(t_1, t)B(t)Udt, \psi\right) +$$
$$+ \int_{t_0}^{t_1} (F(t_1, t)q(t), \psi)dt$$

tenglikni hosil qilamiz. Endi (8) integralning tayanch funksiyasu uchun (12) tenglikdan foydalansak, (15) formulaga ega bo‘lamiz.

TADQIQOT NATIJALARI

1.Terminal funksionalning xossalari. (1) chiziqli boshqaruv sistemasining trayektoriyalarida aniqlangan (2) ko‘rinishdagi, ya’ni

$$g\left(x\left(t_1, x^0, u(\cdot)\right)\right) = \sum_{i=1}^{p} \max_{z_i \in Z_i} (z_i, x\left(t_1, x^0, u(\cdot)\right)), \quad u(\cdot) \in U(T)$$

terminal funksionalning ba’zi xossalarini keltiramiz. Bu funksionalni $Z_i, i = 1,2, \dots, p$ to‘plamlar tayanch funksiyalari orqali

$$g\left(x\left(t_1, x^0, u(\cdot)\right)\right) = \sum_{i=1}^{p} \sigma(Z_i, x\left(t_1, x^0, u(\cdot)\right)), \quad u(\cdot) \in U(T)$$

ko‘rinishda, yoki $Z = \sum_{i=1}^{p} Z_i$ deb olganda esa,

$$g\left(x\left(t_1, x^0, u(\cdot)\right)\right) = \sigma(Z, x\left(t_1, x^0, u(\cdot)\right)), \quad u(\cdot) \in U(T)$$

kabi yozish ham mumkin.Tayanch funksiyalarning (11) xossasiga ko‘ra

$$\sigma\left(Z, x\left(t_1, x^0, u(\cdot)\right)\right) = \sigma\left(coZ, x\left(t_1, x^0, u(\cdot)\right)\right).$$

Shunday qilib,

$$g\left(x\left(t_1, x^0, u(\cdot)\right)\right) = \sigma(coZ, x\left(t_1, x^0, u(\cdot)\right)), \quad u(\cdot) \in U(T) . \quad (16)$$

(14) formuladan foydalanib, ixtiyoriy z$\in Z$ uchun

$$\left(z, x\left(t_1, x^0, u(\cdot)\right)\right) = (F(t_1, t_0)x^0, z) + \int_{t_0}^{t_1} (F(t_1, t)B(t)u(t), z)dt +$$
$$+ \int_{t_0}^{t_1} (F(t_1, t)q(t), z)dt$$

tenglikni yozamiz. Bundan va (16) dan quyidagi tasdiqga ega bo‘lamiz.

1-lemma. (2) funksional quyidagi

$$g\left(x\left(t_1,x^0,u(\cdot)\right)\right)=\max_{z\in coZ}\left(z,x\left(t_1,x^0,u(\cdot)\right)\right)=\max_{z\in coZ}[(F(t_1,t_0)x^0,z)+$$

$$+\int_{t_0}^{t_1}(F(t_1,t)B(t)u(t),z)dt+\int_{t_0}^{t_1}(F(t_1,t)q(t),z)dt] \qquad (17)$$

Formula bilan ifodalanadi.

2-lemma. (1) sistema trayektoriyalarida aniqlangan

$$J(u(\cdot))=g\left(x\left(t_1,x^0,u(\cdot)\right)\right)=\sum_{i=1}^{p}\max_{z_i\in Z_i}(z_i,x\left(t_1,x^0,u(\cdot)\right)),\ u(\cdot)\in U(T)$$

funksional $U(T)$ to‘plamda qavariq bo‘ladi va ixtiyoriy $u_1(\cdot)\in U(T)$, $u_2(\cdot)\in U(T)$ uchun quyidagi tengsizlik

$$\left|J(u_1(\cdot))-J(u_2(\cdot))\right|\le M\int_{t_0}^{t_1}\|u_1(t)-u_2(t)\|dt, \qquad (18)$$

bajariladi. Bu yerda

$$M=\max_{t\in T}\|F(t_1,t)B(t)\|\sum_{i=1}^{p}\|Z\|,\ \|Z\|=\max_{z\in Z}\|z\| \quad .$$

Isboti. Quyidagi funsionalni qaraymiz:

$$\mu(u(\cdot),z)=(F(t_1,t_0)x^0,z)+\int_{t_0}^{t_1}(F(t_1,t)B(t)u(t),z)dt+$$

$$+\int_{t_0}^{t_1}(F(t_1,t)q(t),z)dt. \qquad (19)$$

(17) formulani hisobga olib va (19) funksionaldan foydalanib, $J(u(\cdot))=g\left(x\left(t_1,x^0,u(\cdot)\right)\right)$ funksionalni

$$J(u(\cdot))=\max_{z\in coZ}\mu(u(\cdot),z) \qquad (20)$$

kabi yozish mumkin. $\mu(u(\cdot),z)$ funksional har bir argument bo‘yicha chiziqlidir. Shuni hisobga olib, ixtiyoriy $u_1(\cdot)\in U(T)$, $u_2(\cdot)\in U(T)$, $\alpha_1\ge 0$, $\alpha_2\ge 0$, $\alpha_1+\alpha_2=1$, uchun quyidagi

$$J(\alpha_1u_1(\cdot)+\alpha_2u_2(\cdot))=\max_{z\in coZ}\mu(\alpha_1u_1(\cdot)+\alpha_2u_2(\cdot),z)=$$

$$=\max_{z\in coZ}[\alpha_1\mu(u_1(\cdot),z)+\alpha_2\mu(u_2(\cdot),z)]\le$$

$$\le\alpha_1\max_{z\in coZ}\mu(u_1(\cdot),z)+\alpha_2\max_{z\in coZ}\mu(u_2(\cdot),z)=\alpha_1J(u_1(\cdot))+\alpha_2J(u_2(\cdot))$$

tengsizlikni olamiz, ya’ni $J(u(\cdot))$ funksional $U(T)$ da qavariqdir.

Endi (18) tengsizlikning to‘g‘riligini ko‘rsatamiz. Ixtiyoriy $u_1(\cdot)\in U(T)$, $u_2(\cdot)\in U(T)$ olib, (19) funksional uchun quyidagi tengsizlikni yozamiz:

$$|\mu(u_1(\cdot),z)-\mu(u_2(\cdot),z)|=$$

$$=\left|\int_{t_0}^{t_1}(F(t_1,t)B(t)u_1(t),z)dt-\int_{t_0}^{t_1}(F(t_1,t)B(t)u_2(t),z)dt\right|\le$$

$$\le\max_{t\in T}\|F(t_1,t)B(t)\|\max_{z\in coZ}\|z\|\int_{t_0}^{t_1}\|u_1(t)-u_2(t)\|\,dt$$

Bu yerdan (20) tenglikni hisobga olib,

$$\left|J(u_1(\cdot))-J(u_2(\cdot))\right|=\left|\max_{z\in coZ}\mu(u_1(\cdot),z)-\max_{z\in coZ}\mu(u_2(\cdot),z)\right|\le$$

$$\le\max_{z\in coZ}|\mu(u_1(\cdot),z)-\mu(u_2(\cdot),z)|\le M\int_{t_0}^{t_1}\|u_1(t)-u_2(t)\|\,dt,$$

ya’ni (18) tengsizlikni hosil qilamiz.

2. Optimal boshqaruvning mavjudligi. (4) masalani

$$g\big(x(\cdot)\big) = \sigma\big(coZ, x(t_1)\big) = \max_{z\in coZ}(z, x(t_1)) \qquad (21)$$

funksiobnalni $H(x^0,T)$ trayektoriyalar to‘plamida minimallash masalasidan iborat deb qarash mumkin. Joiz trayektoriyalar to‘plami $H(x^0,T)$ – $C^n(T)$ fazoda qavariq va kompakt to‘plamdan iborat. Ixtiyoriy $x_1(\cdot) \in C^n(T)$, $x_2(\cdot) \in C^n(T)$, $\alpha_1 \geq 0$, $\alpha_2 \geq 0$, $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$, uchun quyidagi

$$g(\alpha_1 x_1(\cdot) + \alpha_2 x_2(\cdot)) = \max_{z\in coZ}(z, \alpha_1 x_1(t_1) + \alpha_2 x_2(t_1)) =$$

$$= \max_{z\in coZ}[\, \alpha_1\big(z, x_1(t_1)\big) + \alpha_2(z, x_2(t_1))] \leq$$

$$\leq \alpha_1 \max_{z\in coZ}(x_1(\cdot), z) + \alpha_2 \max_{z\in coZ}\ (x_2(\cdot), z) = \alpha_1 g(x_1(\cdot)) + \alpha_2 g(x_2(\cdot)),$$

$$\left|g\big(x_1(\cdot)\big) - g\big(x_2(\cdot)\big)\right| = \left|\max_{z\in coZ}\big(z, x_1(t_1)\big) - \max_{z\in coZ}\big(z, x_2(t_1)\big)\right| \leq$$

$$\leq \max_{z\in coZ}\left|\big(z, x_1(t_1)\big) - \big(z, x_2(t_1)\big)\right| \leq \max_{z\in coZ}\|z\|\|x_1(t_1) - x_2(t_1)\| \leq$$

$$\leq \max_{z\in coZ}\|z\|\max_{t\in T}\|x_1(t) - x_2(t)\| = \|coZ\|\|x_1(\cdot) - x_2(\cdot)\|_{C^n(T)}.$$

munosabatlar bajariladi. Bundan (21) funksionalning $C^n(T)$ fazoda qavariq va uzluksizligi kelib chiqadi. Shularni hisobga olib, funksional tahlil natigalariga ko‘ra quyidagi tasdiqni olamiz.

1-teorema. (4) masalada optimal trayektoriyalar to’plami $C^n(T)$ fazoda bo‘sh bo‘lmagan qavariq va kompakt to‘plamdan iborat bo‘ladi.

2-teorema. (4) masalada optimal boshqaruvlar to‘plami $L_2^m(T)$ fazoning bo‘sh bo‘lmagan qavariq, chegaralangan va yopiq to‘plami bo‘ladi. Har qanday minimallashtiruvchi $u_k(\cdot) \in U(T)$ boshqaruvlar ketma-ketligi biror optimal bohqaruvga kuchsiz yaqinlashadi.

Isboti. (1) sistema uchun joiz trayektoriyalar to‘plami $U(T)$ $T = [t_0, t_1]$ oraliqda kvadrati bilan integarallanubchi (Lebeg bo‘yicha) va norma

$$\|u(\cdot)\|_{L_2^m(T)} = (\int_{t_0}^{t_1} \|u(t)\|_{R^n} dt)^{\frac{1}{2}}$$

kabi aniqlanuvchi *m*- vector funksiyalar fazosi $L_2^m(T)$ ning bo‘sh bo‘lmagan qism to‘plamidir. Funksional tahlildan ma’lumki, bu to‘plamning qavariq, chegaralangan va yopiq to‘plamdan iborat ekanligi uning $L_2^m(T)$ da kuchsiz kompaktligini bildiradi.

2-lemmadagi (18) tengsizikga Koshi-Bunyalovskiy tengsizligini qo‘llaymz. Bu tengsizlik ixtiyoriy $u(\cdot) \in L_2^1(T)$ va $v(\cdot) \in L_2^1(T)$ funksiyalar uchun o‘rinli bo‘lgan

$$\int_{t_0}^{t_1} u(t)v(t)dt \leq (\int_{t_0}^{t_1} u^2(t)dt)^{\frac{1}{2}}(\int_{t_0}^{t_1} v^2(t)dt)^{\frac{1}{2}}$$

ko‘rinishdagi tengsizlikdan iborat. Shu tengsislikga ko‘ra

$$\int_{t_0}^{t_1} \|u_1(t) - u_2(t)\|\,\mathrm{dt} \leq (\int_{t_0}^{t_1} dt)^{\frac{1}{2}}(\int_{t_0}^{t_1} \|u_1(t) - u_2(t)\|^2 dt)^{\frac{1}{2}} =$$

$$= (t_1 - t_0)^{\frac{1}{2}}\|u_1(\cdot) - u_2(\cdot)\|_{L_2^m(T)}.$$

Natijada, (18) tengsizlkdan

$$\left|J\big(u_1(\cdot)\big) - J\big(u_2(\cdot)\big)\right| \leq M(t_1 - t_0)^{\frac{1}{2}}\|u_1(\cdot) - u_2(\cdot)\|_{L_2^m(T)}$$

tengsizlikni hosil qilamiz. Bundan

$$J(u(\cdot)) = g\left(x(t_1, x^0, u(\cdot))\right) = \sum_{i=1}^{p} \max_{z_i \in Z_i}(z_i, x(t_1, x^0, u(\cdot)))$$

funksionalning joiz trayektoriyalar to‘plami $U(T)$ da uzluksis ekanlgi keliv chiqadi. 2-lemmga ko‘ra bu funksional qavariq hamdir.

Shunday qilib, (4) minimaksi masala qavariq va usluksiz $J(u(\cdot))$ funksionalning qavariq, chegaralangan va yopiq $U(T) \subset L_2^m(T)$ to‘plamda minimumini toppish masalasidan iborat. Funksional tahlil va qavariq tahlil natijalariga ko‘ra $J(u(\cdot))$ funksionalning $U(T)$da minimumi, ya’ni (4) masalada optimal boshqaruv mavjud. Bundan tashqari, istalgan minimallashtiruvchi boshqaruvlar ketma-ketligi, ya’ni

$$\lim_{k\to\infty} J(u_k(\cdot)) = \min_{u(\cdot)\in U(T)} J(u(\cdot))$$

shartni qanoatlantiruvchi $u_k(\cdot) \in U(T)$ funksiyalar ketma-ketligi biror $u^*(\cdot)$ optimal bohqaruvga kuchsiz yaqinlashadi [1,9]. Teorema isbotlandi.

MUHOKAMA

Qo‘yilgan (4) minimaksli boshqaruv masalasida optimal boshqaruvning mavjudligini o‘rganishda joiz boshqaruvlar to‘plami va joiz trayektoriyalar to‘plamining quyidagi muhim xossalaridan foydalanildi:

1. Joiz boshqaruvlar to‘plami $U(T)$ – $T = [t_0, t_1]$ oraliqda kvadrati bilan integrallanuvchi *m*-vektor funksiyalar chiziqli fazosi $L_2^m(T)$ ning qavariq, yopiq va chegaralangan to‘plamidan iborat bo‘ladi.

2. Joiz trayektoriyalar to‘plami $H(x^0, T) - T = [t_0, t_1]$ oraliqda uzluksiz *n*-vektor funksiyalar fazosi $C^n(T)$ ning qavariq, tekis chegaralangan, tekis darajali usliksiz va yopiq to‘plamidan iborat.

Bu xossalarning to‘g‘riligi funksional tahlil va differensial tenglamalar nazariyasi natijalaridan kelib chiqadi.

Agar $u_k(\cdot) \in U(T)$ – minimallastiruvchi boshqaruvlar ketma-ketligi bo‘lib, $u^*(\cdot)$ optimal boshqaruv uning kuchsiz limiti bo‘lsa, u vaqtda $u_k(\cdot)$ boshqaruvlarga mos joiz trayektoriyalar o‘ng uchlaridan tuzilgan $x_k = x(t_1, x^0, u_k(\cdot))$ nuqtalar ketma-ketligi $u^*(\cdot)$ optimal boshqaruvga mos $x^*(\cdot)$ optimal trayektoriyaning o‘ng uchi $x^* = x(t_1, x^0, u^*(\cdot))$ nuqtaga yaqinlashadi.

Haqiqatan ham, (14) formilaga ko‘ra

$$x(t_1, x^0, u_k(\cdot)) = F(t_1, t_0)x^0 + \int_{t_0}^{t_1} F(t_1, t)B(t)u_k(t)dt + \int_{t_0}^{t_1} F(t_1, t)q(t)dt.$$

$u_k(\cdot) \in U(T)$ funksiyalar ketma-ketligining biror $u^*(\cdot)$ optimal bohqaruvga kuchsiz yaqinlashishini hisobga olib,

$$\lim_{k\to\infty} x(t_1, x^0, u_k(\cdot)) = \lim_{k\to\infty}[\, F(t_1, t_0)x^0 + \int_{t_0}^{t_1} F(t_1, t)B(t)u_k(t)dt +$$

$$+ \int_{t_0}^{t_1} F(t_1, t)q(t)dt] = F(t_1, t_0)x^0 + \int_{t_0}^{t_1} F(t_1, t)B(t)u^*(t)dt +$$

$$+ \int_{t_0}^{t_1} F(t_1, t)q(t)dt] = x(t_1, x^0, u^*(\cdot)),$$

munosabatni olamiz, ya'ni $x_k = x\left(t_1, x^0, u_k(\cdot)\right)$ nuqtalar ketma-ketligi $u^*(\cdot)$ optimal boshqaruvga mos keluvchi $x^*(\cdot)$ optimal trayektoriyaning oʻng uchi boʻlgan $x^* = x\left(t_1, x^0, u^*(\cdot)\right)$ nuqtaga yaqinlashadi.

XULOSA

Shunday qilib, ushbu ishda dinamik tizim chiziqli modeli uchun cheksiz oʻlchamli ekstremal masala– minimaks tipidagi silliqmas optimal boshqaruv masalasi tadqiq etildi. Bunda dinamik tizimlar, qavariq tahlil va koʻp qiymatli akslantirish integrali xossalaridan foydalngan holda sistema erishish toʻplamining va silliqmas funksionalning xossalari oʻrganildi. Shular hamda joiz boshqaruv va joiz trayektoriyalar toʻplamining topologik xossalaridan foydalanib, qaralgan masalada optimal boshqaruvning mavjudligi shartlari olindi. Optimal boshqaruvlar toʻplami va optimal trayektoriyalar toʻplamining qavariqligi, kompaktligi koʻrsatildi. Minimallashtiruvchi boshqaruvlarga mos trayektoriyalar oʻng uchlarining optimal trayektoriya oʻng uchiga yaqinlashish haqidagi natija ham olindi.

REFERENCES

1. Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С.В. Оптимальное управление. –М.: Наука, 1979.
2. Базара М., Шетти К. Нелинейное программирование. Теория и алгоритмы. М.: Мир, 1982.
3. Конюховский П. В. Математические методы исследования операций в экономике. - СПб: Питер, 2000.
4. Обен Ж.-П. Нелинейный анализ и его экономические приложения. –М.: Мир, 1988.
5. Пшеничный Б.Н. Выпуклый анализ и экстремальные задачи. – М.: Наука, 1980.
6. Черноморов Г.А. Теория принятия решений. – Новочеркасск: 2002.
7. Демьянов В.Ф., Васильев Л.В. Недифференцируемая оптимизация. М.: Наука, 1981.
8. Демьянов В.Ф., Рубинов А.М. Основы негладкого анализа и квазидифференциальное исчисление. – М.: Наука, 1990.
9. Кларк Ф. Оптимизация и негладкий анализ. – М.: Наука, 1988.
10. Половинкин Е.С. Многозначный анализ и дифференциальные включения. –М.: Физматлит, 2015.
11. Otakulov S. The control problems of ensemble of trajectories of differensial inclusions. LAP Lambert Academic Publishing, 2019.
12. Otakulov S., Kholiyarova F.Kh. On the theory of controlled differential inclusions with retarded argument. Reports of the Academy of Sciences of the Republic of Uzbekistan ., No. 3, 2005. - p. 14-17.
13. Otakulov S., Kholiyarova F.Kh. About the conditions of optimality in the minimax problem for controlling differential inclusion with delay. Academica: An International Multidisciplinary Research Jounal,Vol.10, Issue 4, 2020. pp. 685–694.
14. Otakulov S.,Haydarov T.T. The nonsmooth control problem for dinamic system with parameter under conditions of incomplete initial date. International Conference On Innovation Perspectives, Psychology and Social Studiees(ICIPPCS-2020), may 11-12 2020. International Enjineering Journal for Research & Development(IEJRD). pp.211-214.

15. Otakulov S., Rahimov B. Sh., Haydarov T.T. The nonsmooth optimal control problem for ensemble of trajectories of dynamic system under conditions of indeterminacy. Middle European Scientific Bulletin, vol. 5, October 2020. -p. 38-42.
16. Otakulov S., Kholiyarova F.Kh. About conditions of controllability of ensemble trajectories of differential inclusion with delay. International Journal of Statistics and Applied Mathematics. V.5, issue 3, 2020.–p.59–65.
17. Otakulov S., Rahimov B. Sh. Haydarov T.T. On the property of relative controllability for the model of dynamic system with mobile terminal set. AIP Conference Proceedings, 2022, 2432, 030062. -p. 1–5.
18. Otakulov S., Musayev A. O., Abdiyeva H.S. Application the mathematical methods in the problem of decision making under informational constraints. Proceedings of Scholastico-2021, International Consortium on Academic Trends of Education and Science, April 2021. London, England. -p. 105-107.
19. Otakulov S., Rahimov B. Sh. On the structural properties of the reachability set of a differential inclusion. Proceedings of International Conference on Research Innovations in Multidisciplinary Sciences, March 2021. New York, USA. -p. 150-153.
20. Отакулов С., Хайдаров Т.Т. Негладкая задача оптимального управления для динамической системы с параметром. Central Asian Journal of Theoretical and Applied Sciences.Vol. 2, Issue 10, 2021. pp. 132-138.
21. Otakulov S., Haydarov T.T., Sobirova G. D**.** The minimax optimal control problem for dynamic system with parameter and under conditions of indeterminacy. International Conference on Digital Society, Innovations &Integrations of Life in New Centuru, Januar 2021. International Enjineering Journal for Research & Development(IEJRD), ICDSIIL-21 Issue. pp. 279-282.
22. Otakulov S., Murotboyev M.B. Noanilik sharoitidag boshqaruv tizimi uchun silliqmas terminal funksionalning xossalari. “Zamonaviy innovatsion tadqiqotlarning dolzarb muammolari va rivojlanish tendensiyalari: yechimlar va istiqbollar”. Respublika miqyosidagi ilmiy-texnik anjuman materiallari to‘plami, 2022 yil 13-14 may, O‘zMU Jizzax filiali. Jizzax, 2022. 349–352 b.
23. Отакулов С., Равшанов И.А. Свойства одного класса функций типа максимума и минимума и их применение к негладим задачам ортимизации // Science and innovation. -№ 2,series A, 2022. - pp. 60-68.
24. Отакулов С., Жуманов К.С. Негладкая задача оптимального управления для линейной модели динамических систем // Science and innovation. -№ 3,series A, 2022. - pp. 252-259.
25. Отакулов С., Жуманов К.С. Задача оптимизации негладкого терминального функционала для линейной динамической системы управления. Теоретические основы и прикладные задачи современной математики. Сборник материалов Республиканской научно-практической конференции. Андижан, Андижанский госуниверситет, 28 марта 2022 года. Часть 1. с.261-264.
26. Жуманов К.С. Чизиқли тизимни силлиқмас терминал мезон бўйича оптимал бошқариш масаласи. Замонавий инновацион тадқиқотларнинг долзарб муаммолари ва ривожланиш тенденциялари: ечимлар ва истиқболлар. Республика миқёсидаги илмий-

техник анжуман материаллари тўплами. Ўзбекистон Миллий университети Жиззах филиали, Жиззах,13-14 май 2022 йил. 331-334 б.