

ПОНЯТИЕ ТРЕХМЕРНОГО ПРОСТРАНСТВА И ПОСТРОЕНИЕ ОБЪЁМНЫХ ТЕЛ НА МАТЕМАТИЧЕСКОМ ПАКЕТЕ GEOGEBRA

Абдумавлонова Фотима

Учитель университета “University of science and technologies” кафедры “Начальное и дошкольное образование”

<https://doi.org/10.5281/zenodo.7394639>

Аннотация. В данной статье рассматриваются возможности математического пакета Geogebra как дополнительное средство обучения учащихся 11 классов стереометрии. Кроме того, в статье приводятся примеры построения некоторых объёмных фигур на математическом пакете Geogebra.

Ключевые слова: стереометрия, математический пакет, объёмное тело, тело вращения, Geogebra.

THE CONCEPT OF THREE-DIMENSIONAL SPACE AND CONSTRUCTION OF VOLUMETRIC BODIES ON THE MATHEMATICAL PACKAGE GEOGEBRA

Abstract. This article discusses the capabilities of the Geogebra mathematical package as an additional tool for teaching students in grades 11 of solid geometry. In addition, the article provides examples of constructing some three-dimensional figures on the Geogebra mathematical package.

Keywords: stereometry, mathematical package, 3D body, rotation body, Geogebra.

При решении геометрических задач особое внимание уделяется построению правильного и точного чертежа задачи. Учащиеся исходя из условия поставленной задачи, должны мысленно представить чертеж фигуры, с которой предстоит работать. Правильно построенный чертеж – 50% решения задачи.

Но, к сожалению, в последнее время не все педагоги обращают на это внимания, и зачастую пренебрегают уроками на построение геометрических тел, что отрицательно сказывается в дальнейшем понимании учениками курса геометрии.

Если рассмотреть курс планиметрии, где изучаются фигуры на плоскости, то их чертеж можно рассмотреть с помощью доски и мела. Но в курсе стереометрии, в котором рассматриваются объёмные тела ограничиваться только доской и мелом недостаточно. Ведь иллюстрация объёмных тел на плоскости, с одной стороны сложно, с другой стороны не совсем понятен учащимся.

До недавних пор для объяснения понятий о трехмерном пространстве и об объёмных телах, педагоги применяли на своих уроках так называемые «реквизиты» урока геометрии. Например, деревянный или пластмассовые фигуры такие, как куб, параллелепипед, пирамида и т.д. Но всё же таких реквизитов при проведении урока недостаточно. Так, например, понятия высоты или диагонали, или диагонального сечения невозможно объяснить на таких пособиях, не говоря уже о вписанных и описанных телах или телах, образованных при пересечении нескольких более простых тел.

С развитием технологий, и появлением программных обеспечений и математических пакетов, выполнение данной задачи намного упростилось, даже можно сказать нашло свое решение. Ведь с помощью математических пакетов возможно не только решение функций и построение их графиков, но и рассмотрение геометрических, особенно трехмерных фигур, выполнение различных операций с ними.

Но перед тем, как вступить к решению стереометрических задач с помощью математических пакетов, нужно научиться строить в них геометрические фигуры и чертежи.

Рассмотрим построение объёмных фигур на математическом пакете Geogebra3D, который в наше время является одним из наиболее популярным в применении особенно в сфере школьного образования.

Курс стереометрии начинается с изучения трехмерного координатного пространства, построения точки или нахождения координат заданной точки. При запуске программы Geogebra3D, на экране сразу появляется Декартово координатное пространство с плоскостью, разделяющей положительную часть оси аппликат от отрицательной.

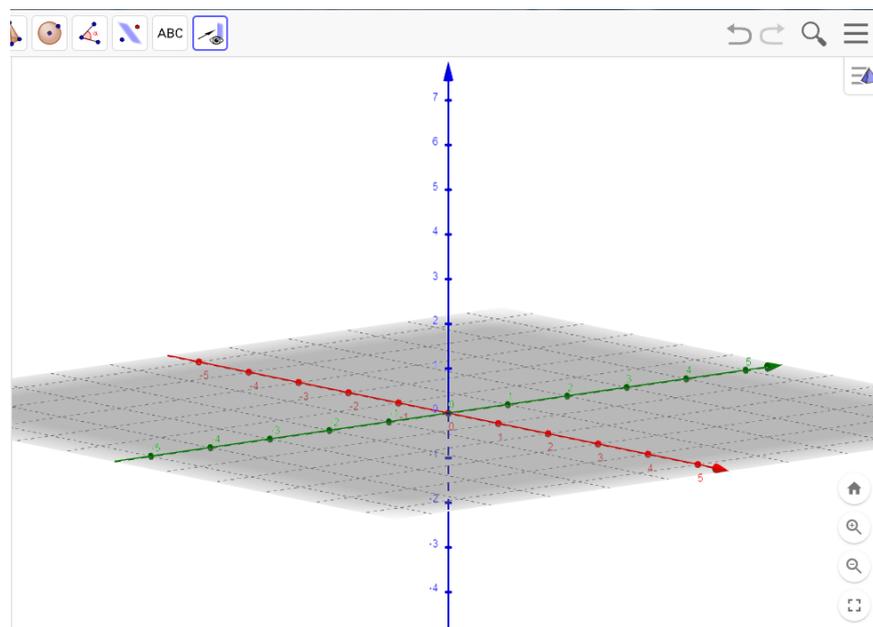


Рис. 1. Координатное пространство на Geogebra

Рассмотрим какие команды и функции имеет данная программа для построения объёмных тел.

Первым делом, что мы можем выполнить на координатном пространстве – это построение на ней точки. Точку на Geogebra3D можно ставить двумя способами:

1. С помощью команды «Поставить точку» . Данная команда позволяет ставить точку на произвольном месте координатного пространства.
2. Если нам понадобится поставить точку на пространстве с заданными координатами, то мы можем воспользоваться строкой команд.

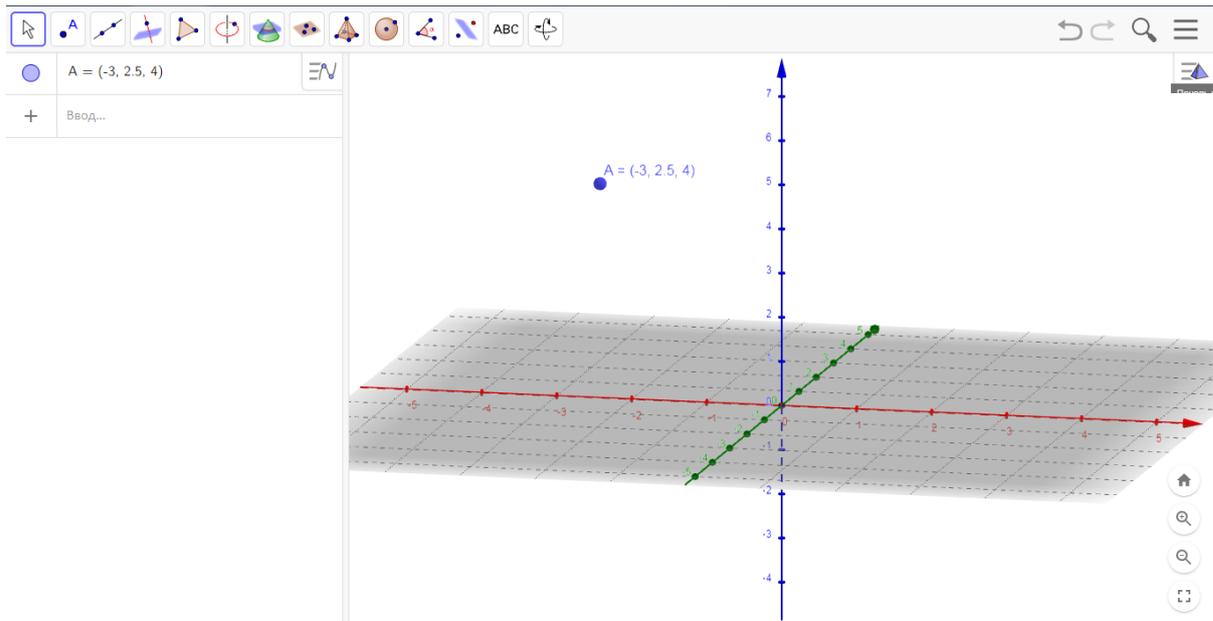


Рис.2. Точка на координатном пространстве на Geogebra

Далее можем приступить построению самих геометрических тел. Для этого можем:

1. Воспользоваться встроенными функциями математического пакета

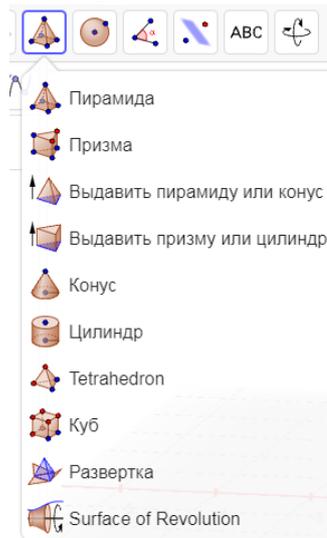


Рис.3. Построение трехмерного тела

2. Ввести команду в командной строке. Для этого достаточно ввести название той фигуры, которую нужно построить, а затем его параметры. Например, построим призму с заданными координатами вершин, на основании которой лежит треугольник.

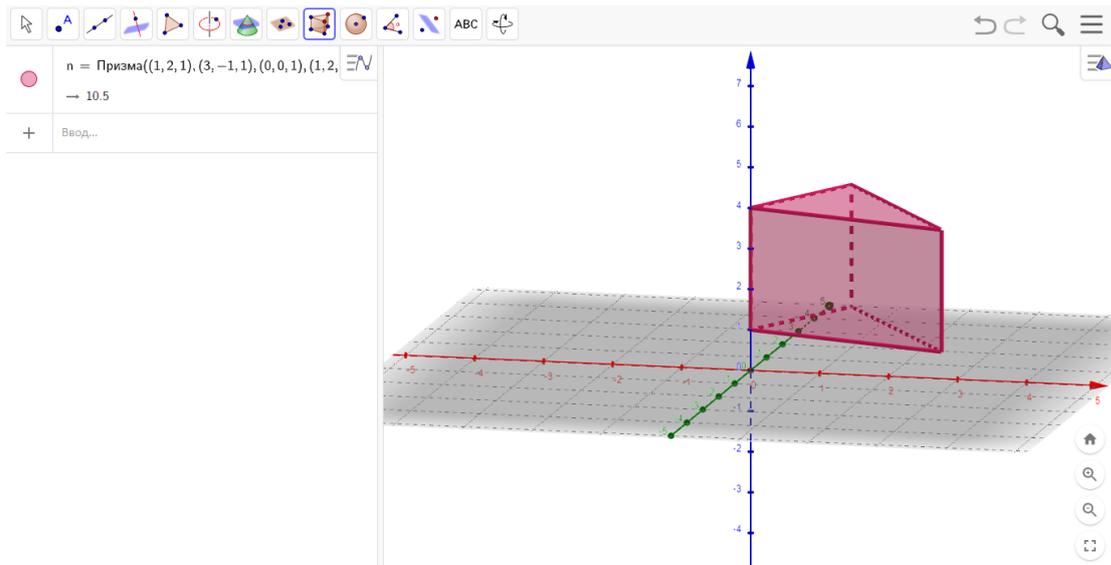


Рис.4. Треугольная призма

Объёмное тело можно построить также, построив и объединив несколько многоугольников. Так, например, для построения пирамиды, основание которой треугольник, достаточно построить четыре треугольника, соединив соответствующие вершины.

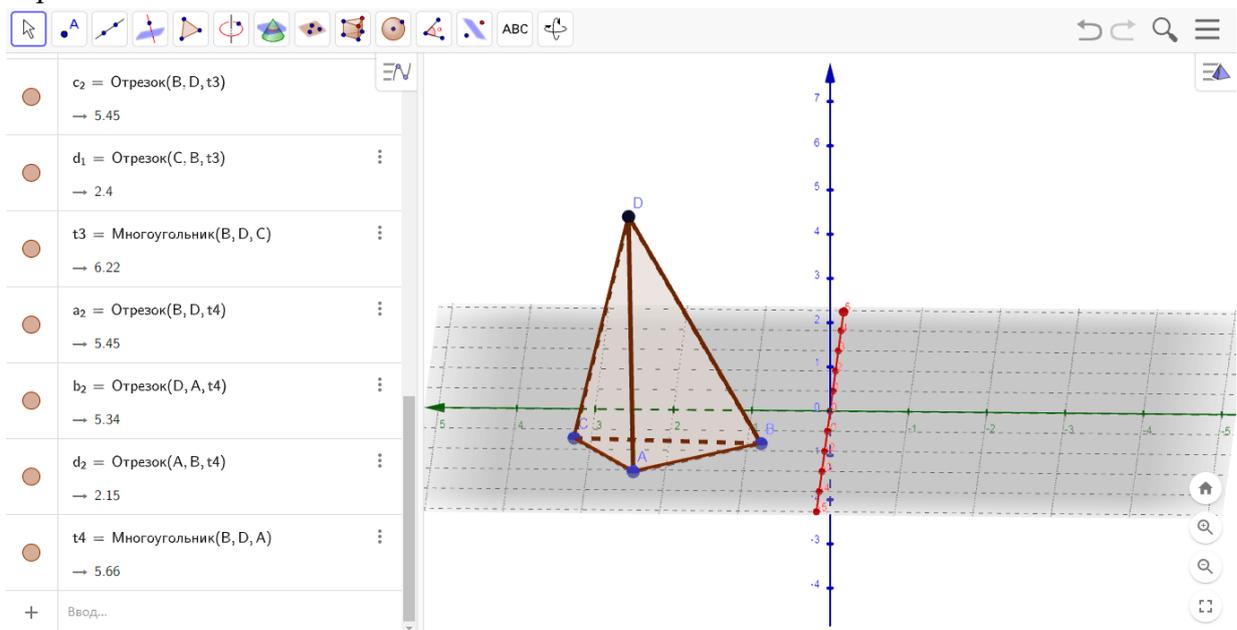


Рис.5. Треугольная пирамида

Должны отметить, что каждый вариант построения той или иной фигуры применим и удобен в отдельных случаях. Так, например, если нам понадобится построить тело с заданными вершинами наиболее удобным способом является ввод команды в командную строку. А если нужно построить геометрическое тело с правильным основанием лучше всего использовать готовые встроенные функции программы.

Рассмотрим несколько примеров на построение геометрических тел с заданными параметрами.

Задача 1. Построить наклонную призму с углом наклона 70° , основание которого является правильный пятиугольник со стороной равной 3см.

Построение:

1. Построим пятиугольник со стороной 3см. Для этого сначала построим отрезок с фиксированной длиной 3см, затем используем инструмент «Построение правильного многоугольника».

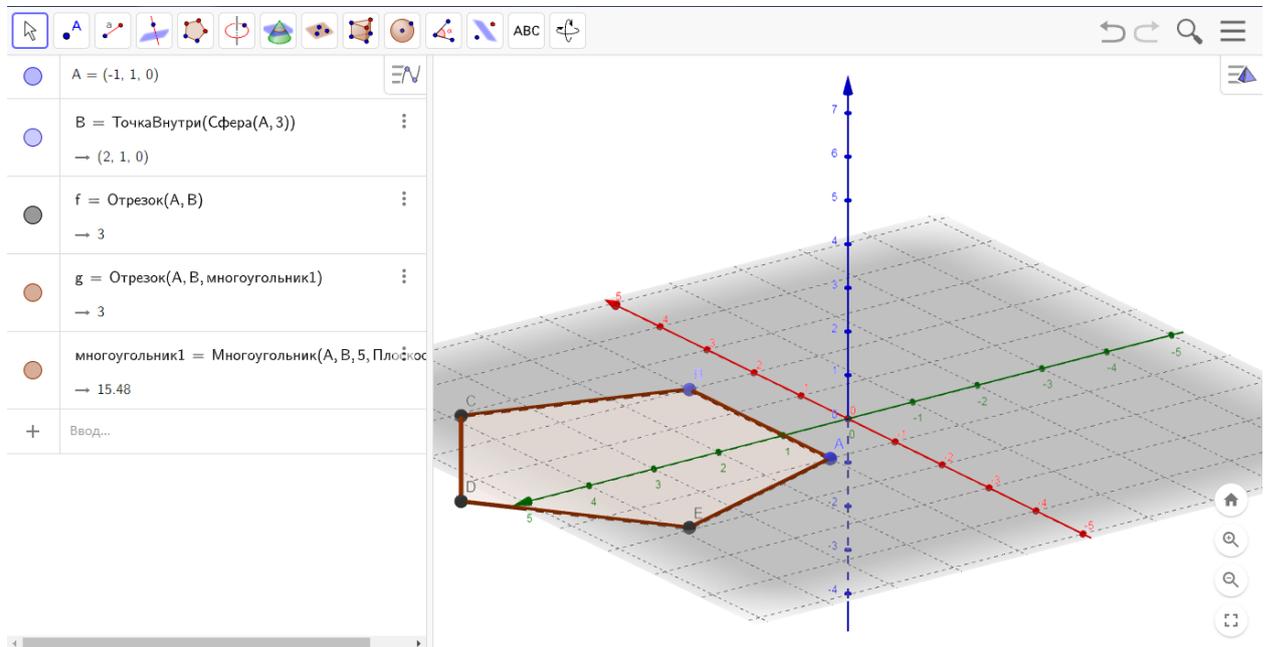
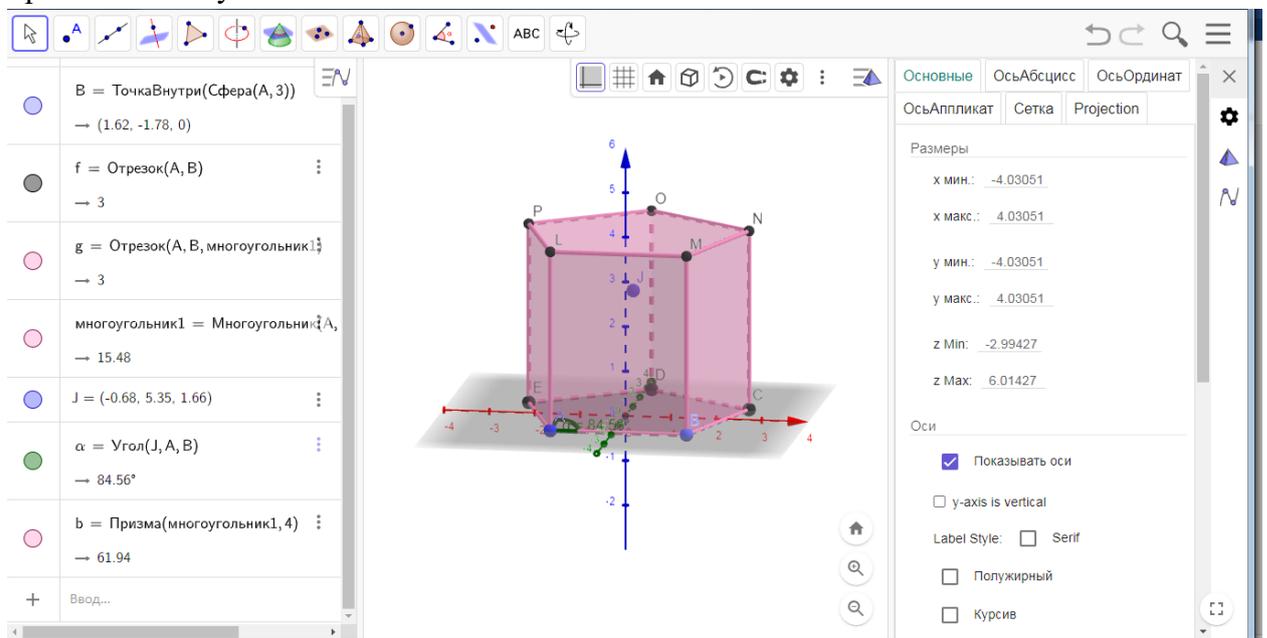


Рис.6. Правильный пятиугольник

2. Используя команду «Построение призмы» или «Выдавить призму» построим призму. В данном случае у нас получится либо прямая призма, либо призма с произвольным углом наклона.



Ри.7. Прямая пятиугольная призма

3. Для того, чтобы угол наклона призмы равнялся 70° достаточно выделить угол между ребром призмы и основанием, и двигать вершину призмы, составляющую данный угол, до тех пор, пока оно не равняется 70° .

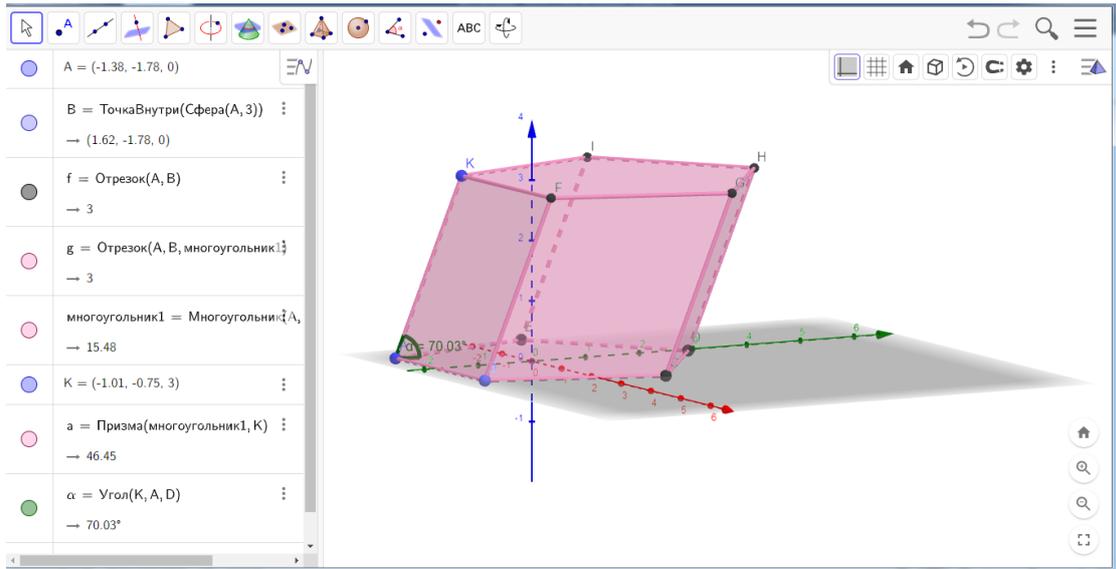


Рис.8. Наклонная Прямая пятиугольная призма

Задача 2. Построить правильную восьмиугольную пирамиду с высотой 4 см, стороны основания которого равняются 2,5см. Описать около данной пирамиды призму, где основание призмы и пирамиды совпадают, и вершина пирамиды совпадает с одной из вершин призмы.

Построение:

1. Построим основание пирамиды, правильный восьмиугольник со стороной 2,5см.

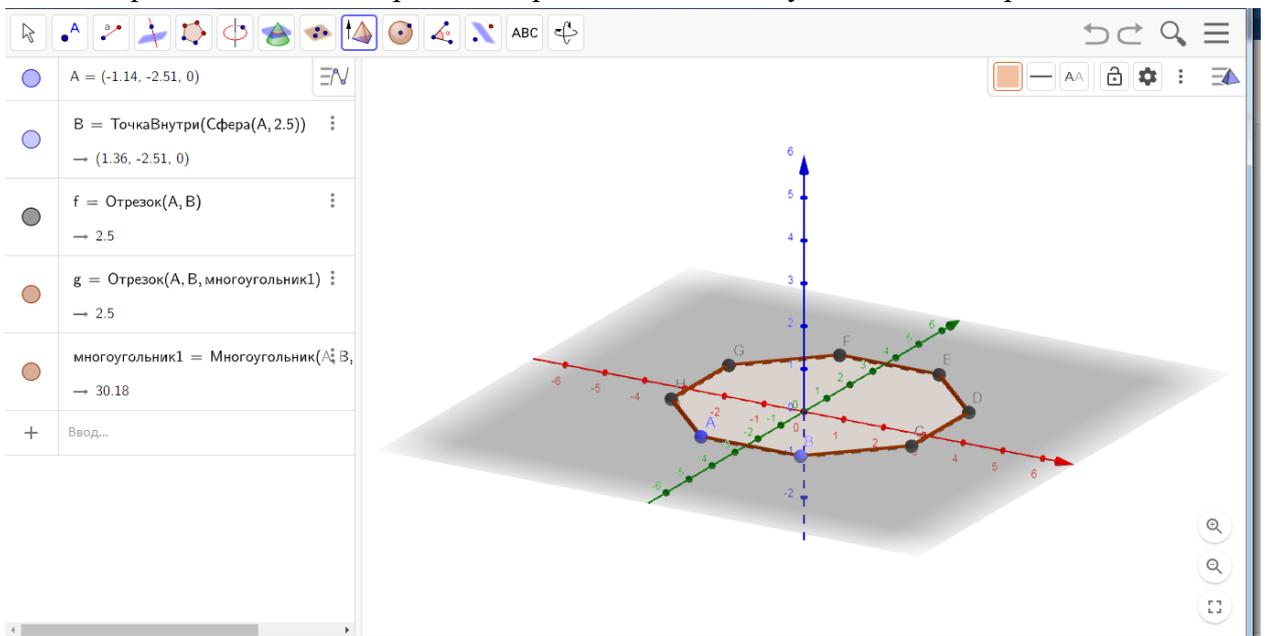


Рис.9. Шестиугольник

2. Далее используя команду «Выдавить пирамиду», построим пирамиду с высотой 4 см.

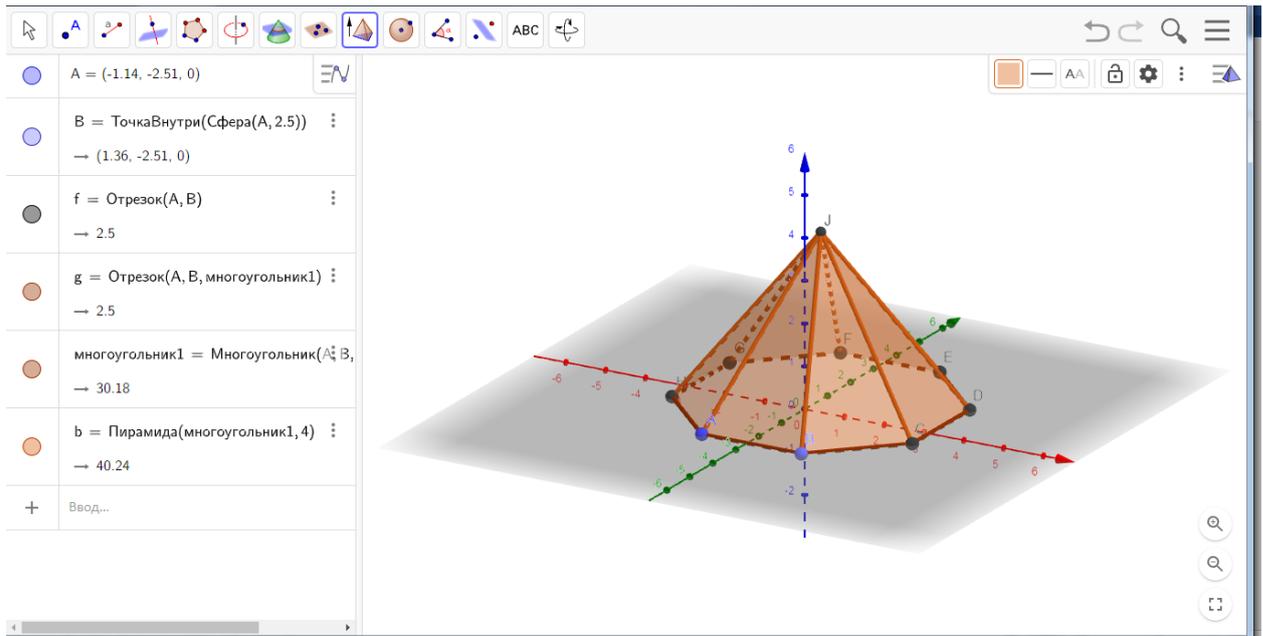


Рис.10. Шестиугольная пирамида

3. Опишем призму около данной пирамиды с помощью инструмента «Построение призмы»: выделим основание призмы, а в качестве её вершины – вершину пирамиды.

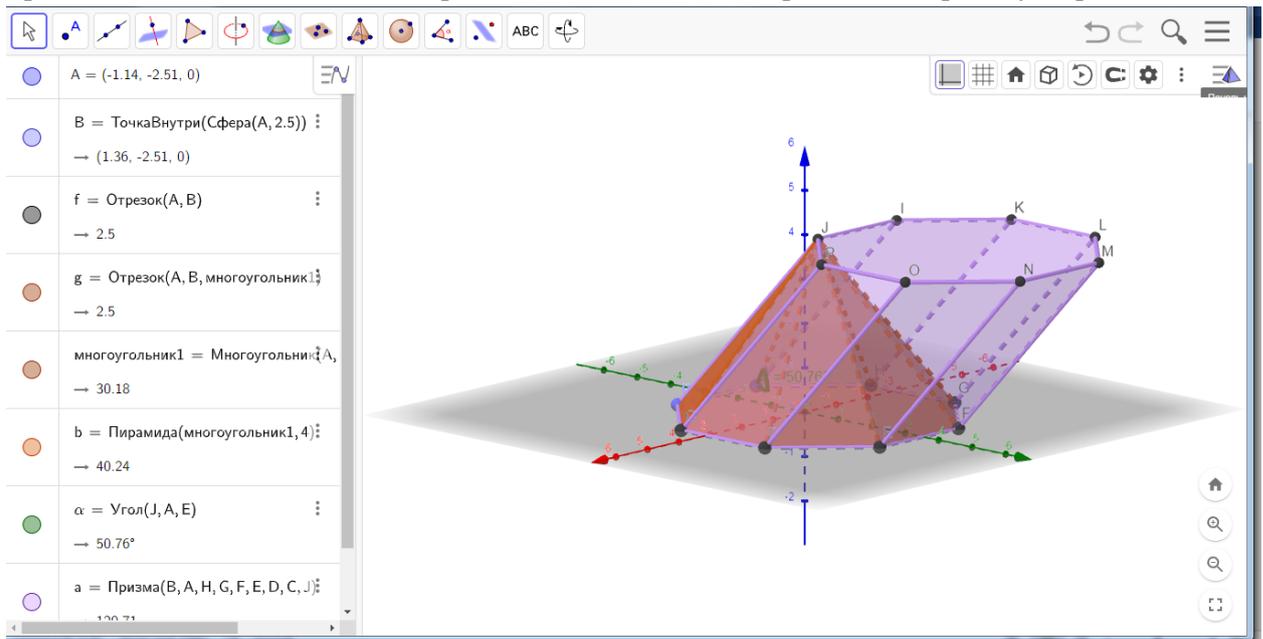


Рис.11. Шестиугольная призма, описанная вокруг пирамиды с общим основанием

Рассмотренные выше задания можно отнести к легкому типу. Постепенно усложним задачу.

Задача 3. Построить чертеж строительного блока с длиной 3,5, с шириной 2, с высотой 2,5, и с тремя отверстиями с диаметром 0,5.

Построение:

1. Знаем, что строительный блок представляет собой параллелепипед. В данном случае наш параллелепипед имеет длину 3,5, ширину 2 и высоту 2,5.

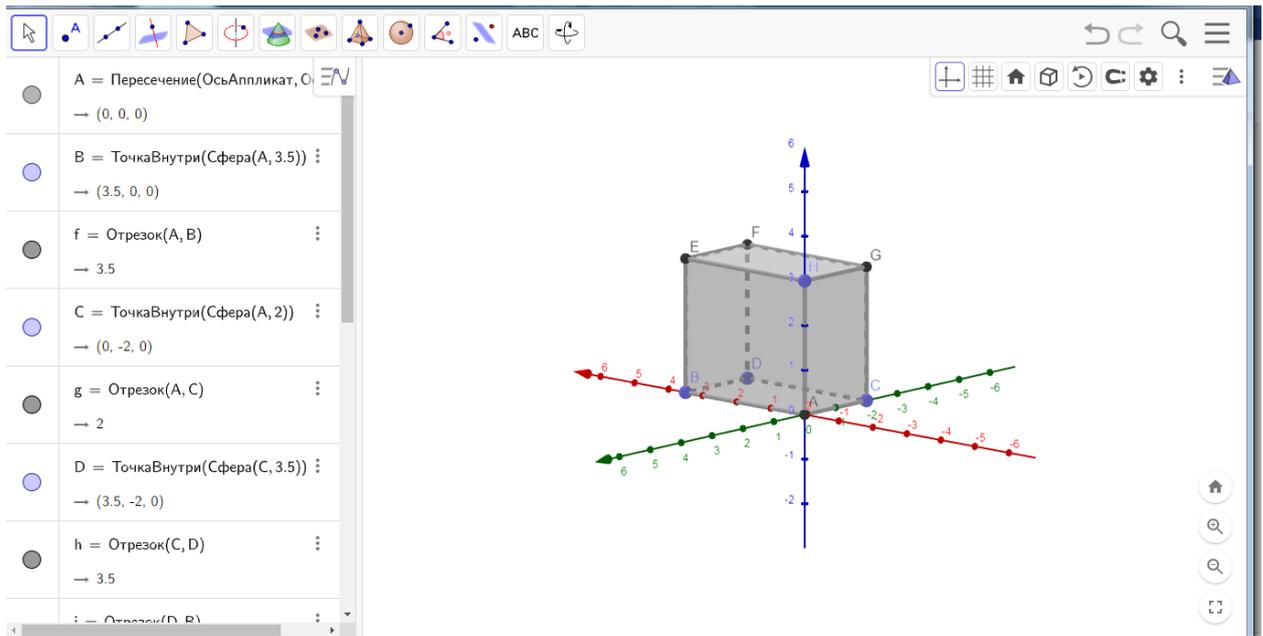


Рис.12. Параллелепипед

2. Покажем отверстия блока. Данные отверстия имеют форму цилиндра с диаметром 0,5, и расположены на одинаковом расстоянии друг от друга. Всего отверстий три, а расстояний между ними, а также рёбрами блока четыре. Поделим длину блока на семь. Получим, что расстояние между отверстиями и рёбрами блока также равно 0,5, а расстояние от ребра до центра первого отверстия равно 0,75 и расстояние между центрами отверстий равно 1.

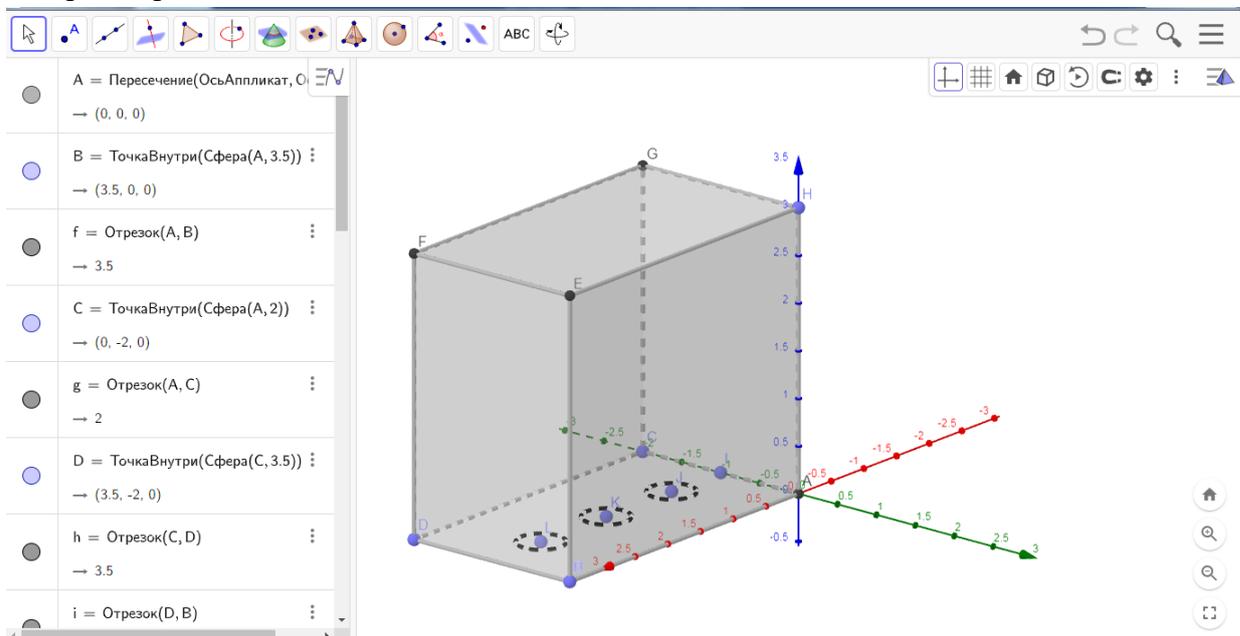


Рис.13. Параллелепипед с круговыми отверстиями на основании

3. Теперь осталось построить цилиндры. Напишем код в строке команд:

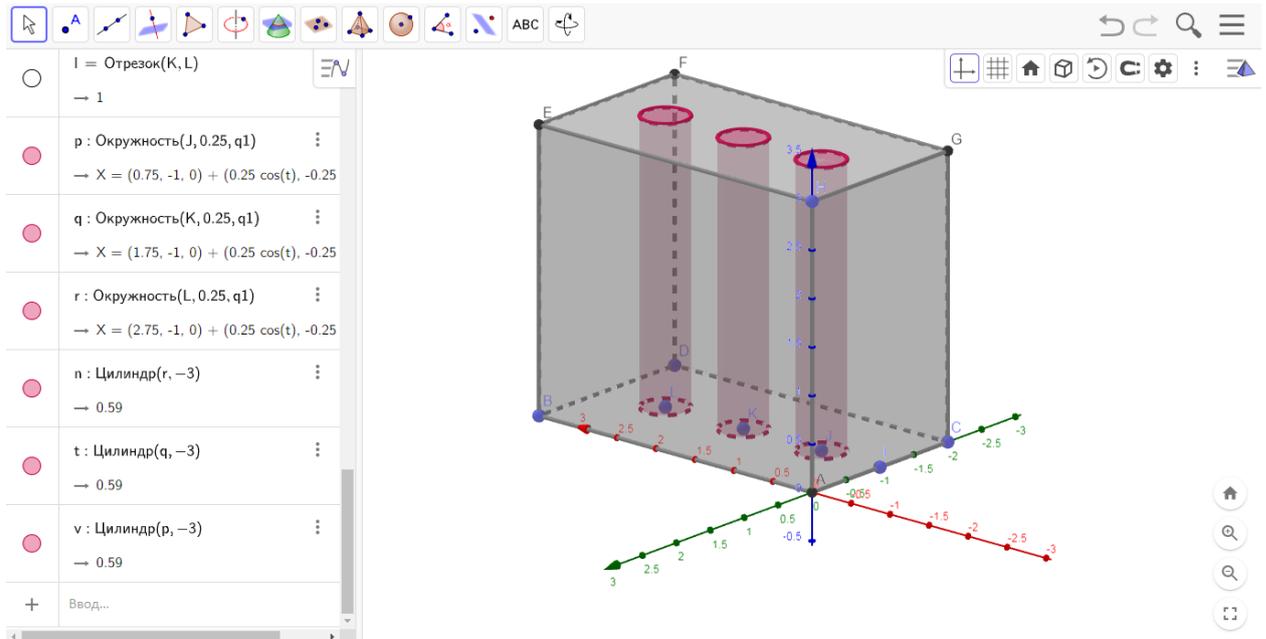


Рис.14. Параллелепипед с вписанными цилиндрами

В математическом пакете Geogebra3D можно не только построить геометрические тела, но рассмотреть развертки объёмных фигур. Для этого достаточно указать команду «Развертка фигур» либо в командной строке ввести команду Net.

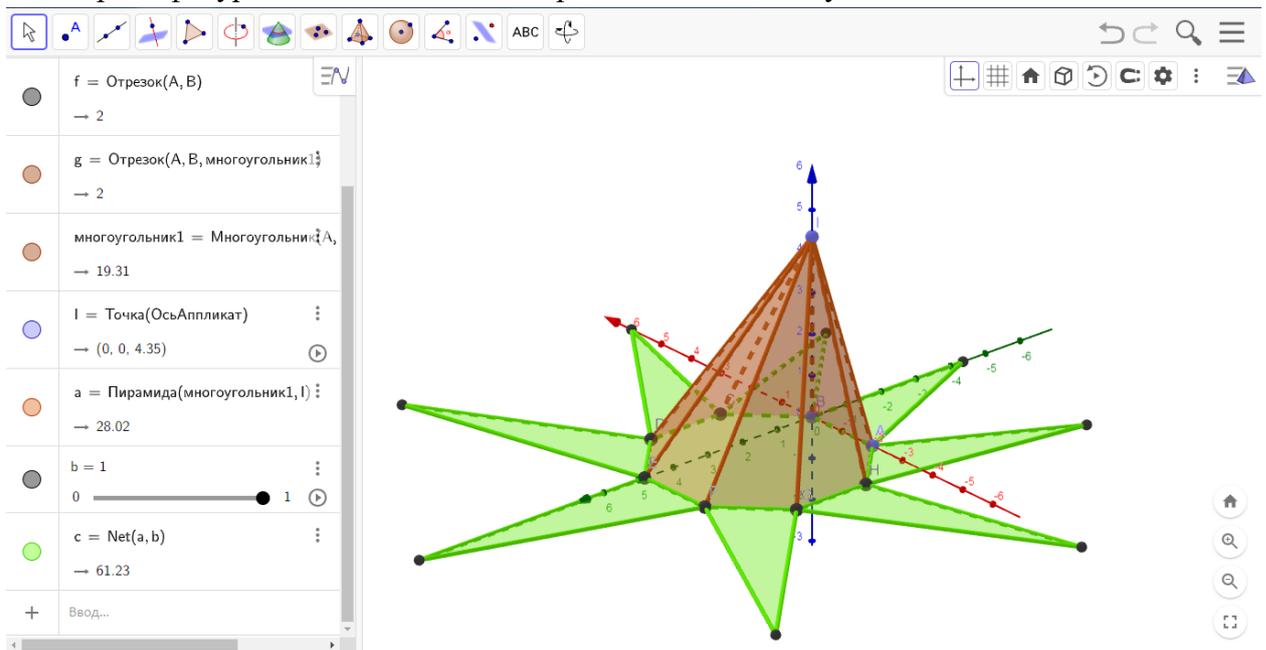


Рис.15. Наклонная пирамида с разверткой

Данная функция интересна ещё с тем, что в ней встроена анимация, при включении которой можно увидеть, как происходит разворачивание геометрического тела

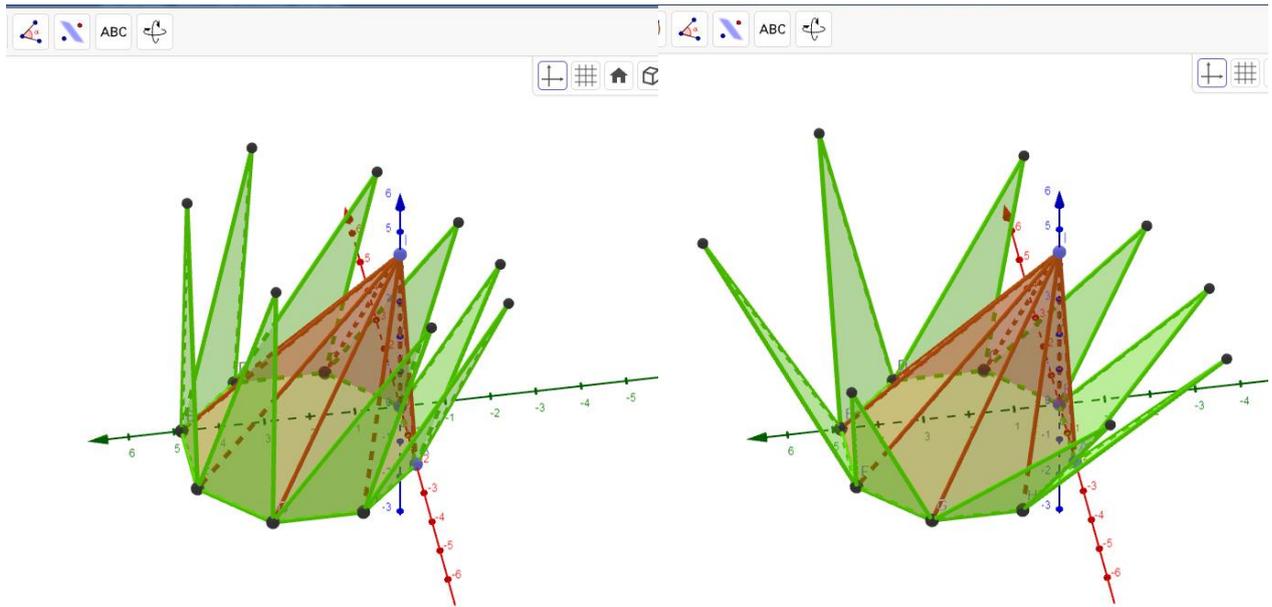


Рис.16. Процесс развертки пирамиды

Рассмотрим построение тел, образованных вращением плоских фигур.

Задание 4. Построить тело, полученное при комбинировании цилиндра, полу шара и конуса, где одно основание цилиндра совпадает с основанием конуса, а второе – с диаметральной плоскостью полу шара.

Построение:

1. Построим полу шар: построим дугу равную четверти окружности, и вращаем её на 360° .

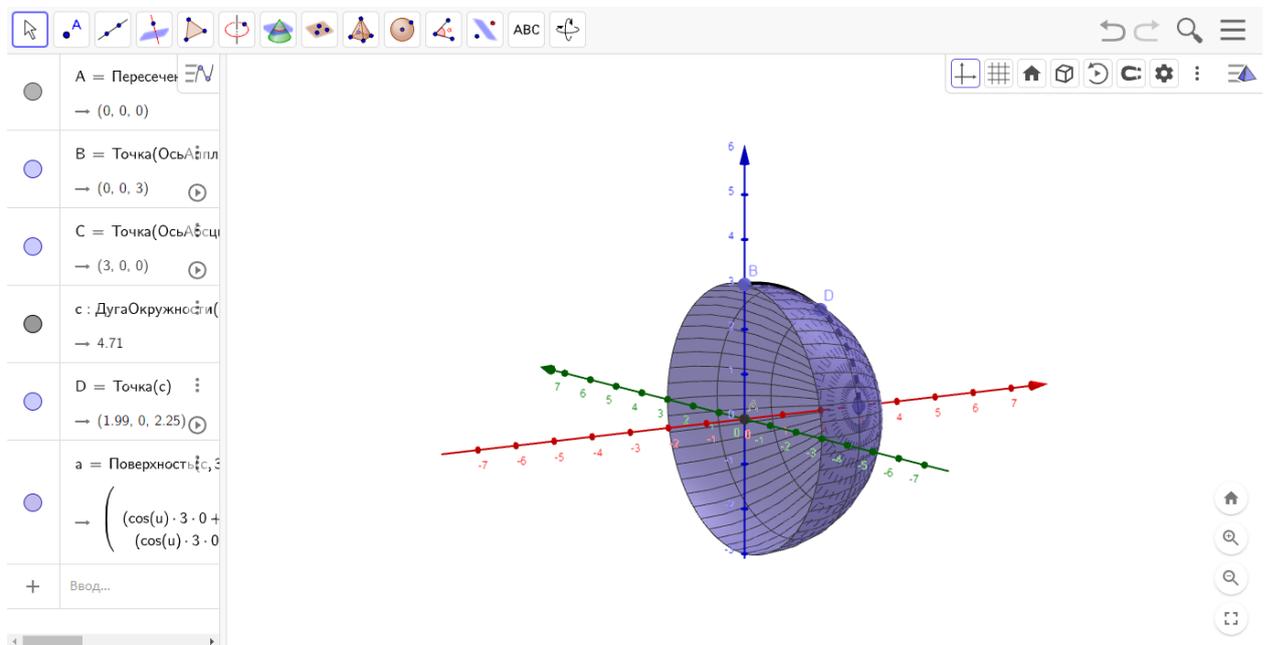


Рис.17. Полусфера

2. Цилиндр можно построить вращением прямоугольника вокруг одной из его сторон:

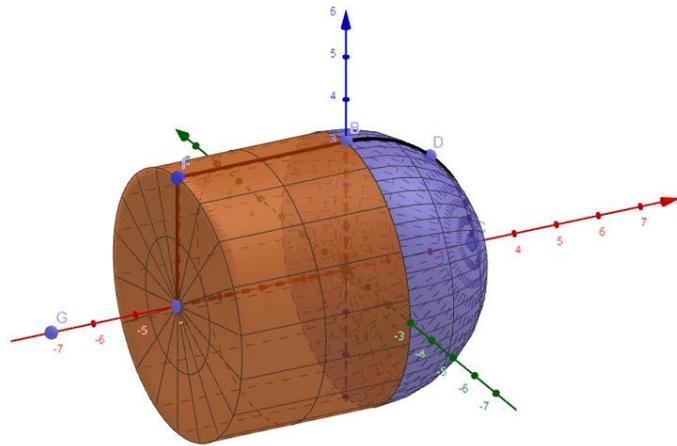


Рис.18. Полусфера и цилиндр с общим основанием

3. Построим конус, основание которого совпадает со вторым основанием цилиндра. Так как конус также является телом вращения прямоугольного треугольника вокруг одного из катетов, построим его с помощью вращения.

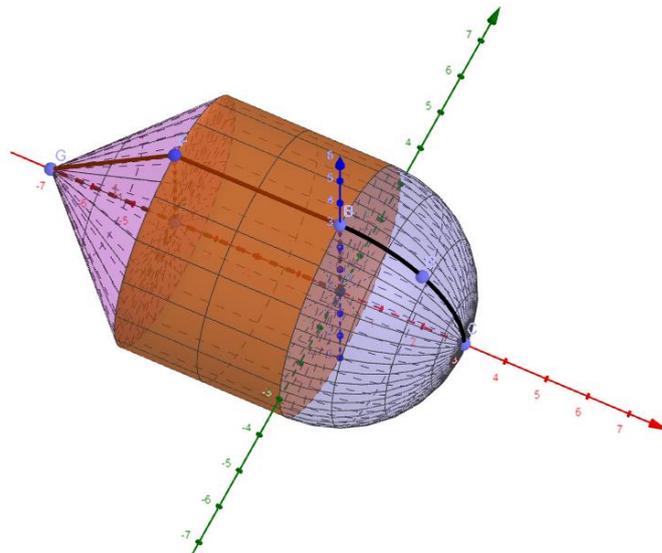


Рис.19. Полусфера, цилиндр и конус с общими основаниями соответственно

Кроме того, необязательно вращать фигуры на 360° . Можно в командной строке программы указать ту градусную меру, которая нам нужна. Например, можем тело из последнего задания образовать вращением фигур в 235° :

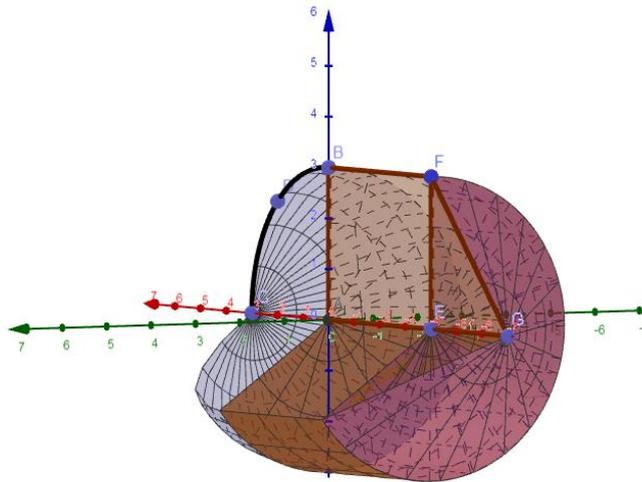


Рис.20. Полусфера, цилиндр и конус с общими основаниями соответственно, вращающиеся на 235°

Построение чертежа является неотъемлемым процессом при решении геометрических задач, в особенности задач связанных с объёмными телами. Но далеко не каждый начинающий сможет правильно начертить и решить поставленную задачу. В связи с этим, каждый преподаватель геометрии должен обратить внимание на процесс построения геометрических фигур.

Но с развитием высоких технологий и программных обеспечений возможность проиллюстрировать пространственное тело, выполнять над ним сложные операции стало возможным.

REFERENCES

1. Абдумавлонова Ф. Х., Сейтов А. Ж., СХЕМЫ ГОРНЕРА НА МАТЕМАТИЧЕСКОМ ПАКЕТЕ MathCAD // Academic research in educational sciences. 2021. №CSPI conference 3.
2. Абдумавлонова Ф.Х., Роль построения правильного чертежа на уроках геометрии в общеобразовательных школах, International Scientific and Practical Conference «Modern Psychology and Pedagogy: problems and solutions», England, London, 2022.
3. Мехтиев М.Г., Задачи на построение сечений многогранников плоскостями в курсе геометрии средней школы, Махачкала, «Дагучпедгиз»,1999.
4. Сейтов А. Ж., Абдумавлонова Ф. Х. ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПАКЕТА MATHCAD ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ УРОКА НА ТЕМУ «ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ МОДЕЛИ» В 11-КЛАССЕ.

5. Сейтов А.Ж., Абдумавлонова Ф.Х., Решение геометрических задач с помощью математического пакета Maple, Academic research in educational science, 2021, Т.2 №6, стр 933-941.
6. Хайдаров Б.К., Математика 11 класс. Геометрия, ч.1-2, учебник для 11 классов средних образовательных учреждений и учреждений среднего специального, профессионального образования, Ташкент, ООО «Замин нашр», 2018.
7. Сканами М.И., Сборник задач по математике для поступающих в ВУЗы, Москва, «Мир и образование», 2003.
8. Погорелов Н.А., Геометрия 7-11 классы, Москва, «Просвещение», 1991.
9. Смирнов В.А., Смирнова И.М., Геометрия с Geogebra. Стереометрия, «Прометей», 2016