

## ODDIY DIFFERENSIAL TENGLAMALAR VA ULARNING SISTEMALARINI BERILGAN BITTA NUQTADA YECHISH TEXNOLOGIYASI. MATHCAD DASTURI TARKIBIDAGI RKADAPT VA BULSTOER FUNKSIYALARINING QO‘LLANILISHI

**Butaboyev Alimardon Alimjonovich**

Guliston davlat universiteti, Amaliy matematika va axborot texnologiyalari kafedrası  
o‘qituvchisi

**Qilichev Sunnatillo Toxir o‘g‘li**

Guliston davlat universiteti, Amaliy matematika va axborot texnologiyalari kafedrası  
o‘qituvchisi

<https://doi.org/10.5281/zenodo.7342754>

**Annotatsiya.** Amaliyotda shunday masalalar uchraydiki ularni matematik modeli sifa-tida olingan oddiy differensial tenglamalar yoki ularning sistemasi integrallash oralig‘ini barcha nuqtalarda emas, balki berilgan bitta yoki bir nechta nuqtalarda yechiladi (masalan, oraliqning oxirgi nuqtasida). Bunday turga tegishli masalalardan keng tarqalgani dinamik sistemalarning attraktorlarini qidirish masalasidir (attraktor – bitta nuqtaga intilish ma’nosini bildiruvchi inglizcha so‘z).

**Kalit so‘zlar:** differensial tenglamalar, rkadapt va bulstoer funksiyalarining, Oddiy differensial tenglamala.

## ТЕХНОЛОГИЯ РЕШЕНИЯ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ И ИХ СИСТЕМ В ЗАДАННОЙ ТОЧКЕ. ПРИМЕНЕНИЕ ФУНКЦИЙ RKADAPT И BULSTOER В ПРОГРАММЕ MATHCAD

**Аннотация.** На практике встречаются такие задачи, что простые дифференциальные уравнения, взятые в качестве математической модели, или их система интегрирования интервала решаются не во всех точках, а в одной или нескольких заданных точках (например, в последней точке интервал). Одной из наиболее распространенных задач этого типа является задача поиска аттракторов динамических систем (аттрактор — английское слово, означающее стремление в одну точку).

**Ключевые слова:** дифференциальные уравнения, rkadapt и функции Булстоера, обыкновенное дифференциальное уравнение.

## TECHNOLOGY OF SOLVING ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATIONS AND THEIR SYSTEMS AT A GIVEN POINT. APPLICATION OF RKADAPT AND BULSTOER FUNCTIONS IN THE MATHCAD PROGRAM

**Abstract.** In practice, there are such problems that the simple differential equations taken as a mathematical model or their system of integration of the interval are solved not at all points, but at one or several given points (for example, at the last point of the interval). One of the most common problems of this type is the problem of searching for attractors of dynamic systems (attractor is an English word meaning aspiration to a single point).

**Keywords:** differential equations, rkadapt and Bulstoer functions, ordinary differential equation.

### **Kirish**

Amaliyotda shunday masalalar uchraydiki ularni matematik modeli sifa-tida olingan oddiy differensial tenglamalar yoki ularning sistemasi integrallash oralig‘ini barcha nuqtalarda emas, balki berilgan bitta yoki bir nechta nuqtalarda yechiladi (masalan, oraliqning oxirgi

nuqtasida). Bunday turga tegishli masalalardan keng tarqalgani dinamik sistemalarning attraktorlarini qidirish masalasidir (attraktor – bitta nuqtaga intilish ma’nosini bildiruvchi inglizcha so‘z). Dinamik sistemalarni harakatini ifodalovchi differensial tenglamalarning turli xil nuqtalardan chiqqan (turli xil boshlang‘ich shartlarni qanoatlantiruvchi) yechimlari, ya’ni harakat trayektoriyalari  $t \rightarrow \infty$  da aynan bitta nuqtaga (attraktorga) asimptotik yaqinlashadi. Bunday nuqtalarni topish esa amaliy ahamiyatga egadir.

Mathcad dasturi tarkibida bu turdagi masalalarni yechishga mo‘ljallangan *rkadapt* va *bulstoer* kabi standart funksiyalar mavjud. Ularning umumiy ko‘rinishi va vazifalari quyida keltirilgan[1],[2],[3].

- *rkadapt*( $y, x1, x2, eps, D, kmax, h$ ) – bu funksiya oddiy differensial teng-lama yoki ularning sistemasi uchun Koshi masalasini bitta nuqtada (yoki beril-gan bir nechta nuqtalarda) integrallash qadamini avtomatik tanlash (o‘zgaruvchi qadam) bilan Runge-Kutta usulini qo‘llab yechadi;

- *bulstoer*( $y, x1, x2, eps, D, kmax, h$ ) – bu funksiya oddiy differensial tenglama yoki ularning sistemasi uchun Koshi masalasini bitta nuqtada (yoki berilgan bir nechta nuqtalarda). Bulirsh – Shter usulini qo‘llab yechadi. Bu yerda *eps* – integrallash qadami o‘zgaruvchi bo‘lganda yechim xatoligini boshqarib turuvchi parametr (agar topilgan sonli yechim xatoligi *eps* dan katta bo‘lsa, integrallash qadamining qiymati *h* – ning qiymatidan kichik bo‘lguncha kichiklashadi); *kmax* – integrallash nuqtalarining maksimal soni (yechim hosil bo‘ladigan matrisaning satrlari soni, integrallash nuqtasi bitta bo‘lganda *kmax=2* bo‘ladi); *h* – integrallash qadamining mumkin bo‘lgan eng kichik qiy-mati [4],[5].

Amaliy masalalarni yechishda *eps* va *kmax* parametrlarning qiymatlari qa-ralayotgan har bir masalaning xususiyatiga qarab, foydalanuvchi tomonidan be-riladi (*eps*  $\approx 0.001$  va *kmax*  $< 1000$  qiymatlardan foydalanish tavsiya etiladi).

Bu funksiyalarni qo‘llash natijasida elementlari erkli o‘zgaruvchi  $x$  ning qiymatlari va ularga mos topilgan sonli yechimlardan iborat *kmax* ta satr va  $n+1$  ta ustunga ega bo‘lgan ikki o‘lchovli matrisa hosil bo‘ladi ( $n$  – integrallash nuqtalari soni).

**Misol.** Berilgan Koshi masalasini integrallash oralig‘ini oxirgi nuqtasidagi yechimini *rkadapt* va *bulstoer* funksiyalari yordamida toping

$$y'(x) + y(x) = 3 \cdot \sin(y(x) \cdot x/3), \quad y(0) = 2, \quad x \in [0; 50]$$

**Yechish.** ORIGIN :=1 kmax:=2 a:=0 b:=50 eps:=0.001 h:=0.01

$$y=2 \quad D(x,y):= -y+3\sin(x \cdot y/3)$$

$$rkadapt(y, a, b, eps, D, kmax, h) = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 50 & 0.185 \end{pmatrix}$$

$$bulstoer(2, 0, 50, 0.0001, D, 2, 0.001) = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 50 & 0.185 \end{pmatrix} \quad \text{yoki}$$

$$Y:=rkadapt(2, 0, 50, 0.001, D, 2, 0.01)$$

$$Z:=bulstoer(2, 0, 50, 0.0001, D, 2, 0.01)$$

$$Y = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 50 & 0.185 \end{pmatrix} \quad (Y^T)^{(2)} = \begin{pmatrix} 50 \\ 0.185 \end{pmatrix}$$

$$Z = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 50 & 0.185 \end{pmatrix} \quad (Z^T)^{(2)} = \begin{pmatrix} 50 \\ 0.185 \end{pmatrix}$$

Yuqoridagi masalani [0;100] oralig'iga tegishli butun nuqtalardagi yechim-larini quyidagicha topish mumkin:

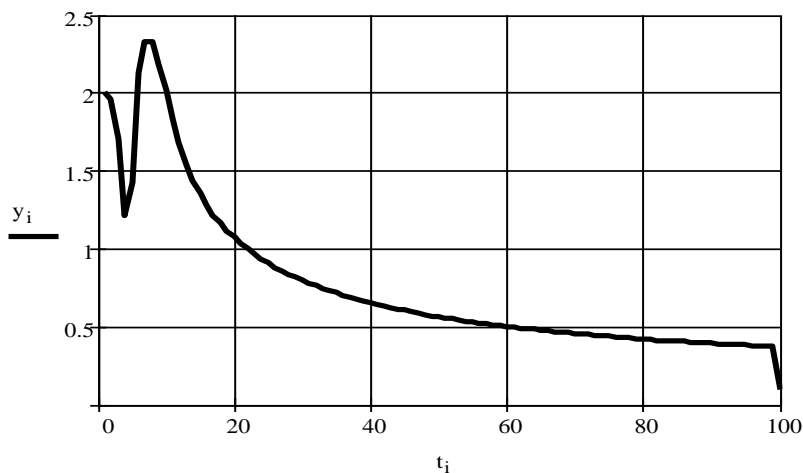
ORIGIN := 1

**H := 1** (integrallash qadami); **a := 0** (integrallash orarlig'ining boshlang'ich qiymati); **N := 100** (integrallash nuqtalarining soni) **eps := 0.0001** (integrallash aniqligi); **h := 0.01** (integrallash qadamini mumkin bo'lgan eng kichik qiymati); **y := 2** (berilgan boshlang'ich shart); **D(x,y) := -y + 3·sin(x·y/3)** (berilgan tenglamaning o'ng tomonida turgan funksiya); **i := 1..N**; **t<sub>i</sub> := i·H** (elementlari berilgan oraliqqa tegishli butun sonlardan iborat massiv); **kmax := 100** (integrallash nuqtalarining maksimal soni) [6].

$y_i := rkadapt(y, 0, t_i, 0.0001, D, 100, 0.01)_{i,2}$

$z_i := bulstoer(2, a, t_i, eps, D, kmax, h)_{i,2}$

Olingan natijalardan ko'rinib turibdiki (2.15, 2.16 – rasmlar) **rkadapt** funksiyasi **bulstoer** funksiyasiga qaraganda qo'yilgan masalani aniqroq yechar ekan.



1-rasm. rkadapt funksiyasi yordamida olingan yechim grafiqi.

Berilgan masalaning [0;80] kesmaning butun nuqtalarida **Odesolve**, **rkadapt** va **rkfixed** funksiyalari yordamida olingan yechimlar grafiklari 3-, 4- rasmlarda tasvirlangan. Natijalardan ko'rinib turibdiki, rkadapt funksiyasi qaralayotgan hol uchun yechimni to'g'ri topgan [7],[8].

Given  $y'(x) + y(x) - 3 \cdot \sin(x \cdot y(x)/3) = 0$   $y(0) = 2$

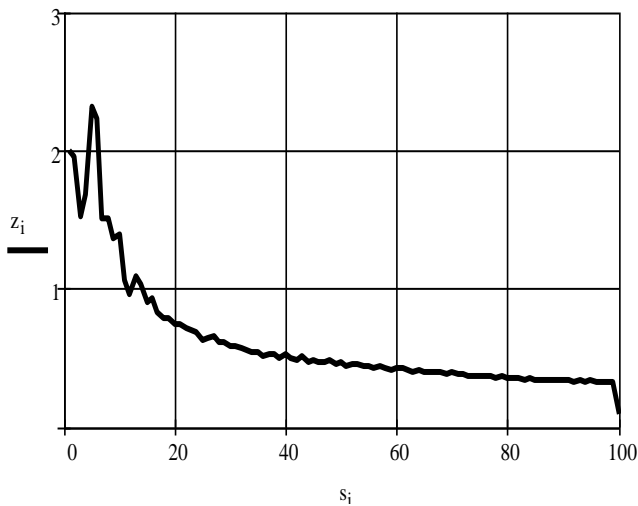
$y := Odesolve(x, 80, 80)$

ORIGIN:=1

$D(x, y) := -y + 3 \cdot \sin(x \cdot y / 3)$

$Y := rkadapt(2, 0, 80, 0.0001, D, 80, 0.01)$

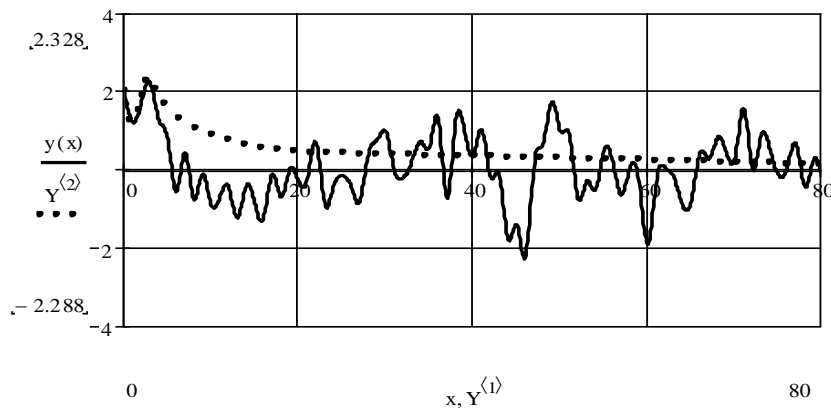
$Z := rkfixed(2, 0, 80, 80, D)$



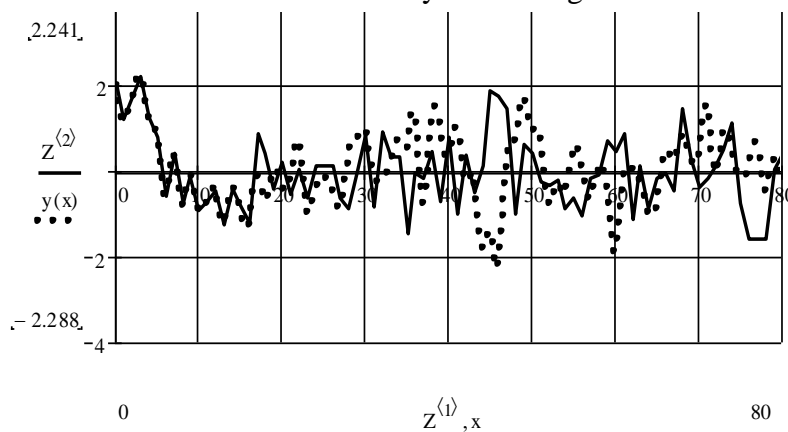
2-rasm. Bulstoeer funksiyasi yordamida olingan yechim grafigi.

$t_i =$	$y_i =$	$z_i =$
1	2	2
2	1.961	1.961
3	1.698	1.518
4	1.213	1.677
5	1.424	2.313
6	2.123	2.232
7	2.329	1.509
8	2.325	1.51
9	2.182	1.367
10	2.015	1.395
11	1.831	1.058
12	1.684	0.955

3-rasm. Olingan sonli yechimlarning qiymatlari



4-rasm. Qo'yilgan masalaning rkadapt funksiyasi yordamida olingan turg'un va Odesolve funksiyasi yordamida olingan turg'un bo'lmagan yechimlari grafiklari.



5-rasm. Odesolve va rkfixed funksiyalar yordamida olingan turg'un bo'lmagan (katta xatoliklar bilan olingan) yechimlari grafiklari.

Odesolve va rkfixed funksiyalari yordamida qo'yilgan masalani berilgan aniqlikdagi sonli (turg'un) yechimini  $[0; 80]$  oraliqda topish uchun integrallash oralig'ini 2000 ta bo'lakka bo'lish

zarur, **rkadapt** yoki **bulstoer** funksiyasi yordamida esa 80 ta nuqtada integrallash kifoya. Quyida ana shu algoritm va olingan natijalar keltirilgan (6-, 7 – rasmlar).

**Given**

$$y'(x) + y(x) - 3 \cdot \sin(x \cdot y(x)/3) = 0$$

$$y(0) = 2$$

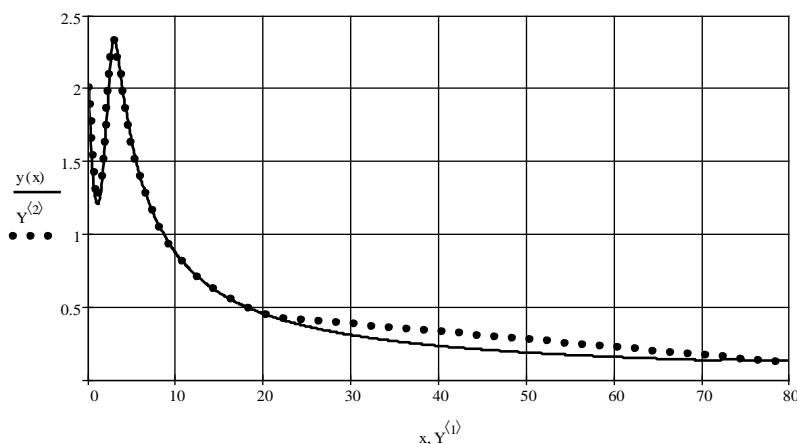
`y := Odesolve (x, 80, 2000)`

**ORIGIN:= 1**

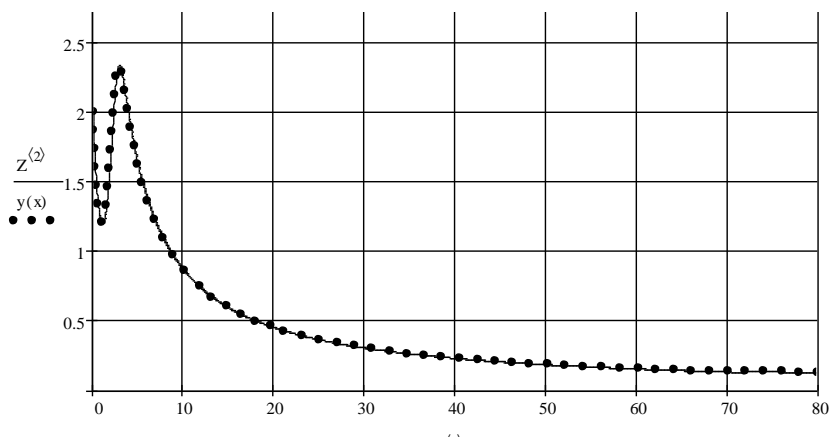
$$D(x, z) := -z + 3 \cdot \sin(x \cdot z/3)$$

`Y := rkadapt (2, 0, 80, 0.0001, D, 80, 0.01)`

`Z := rkfixed(2, 0, 80, 2000, D)`



6-pasm. Odesolve va rkadapt funksiyalari yordamida olingan sonli yechimlar grafiklari.



7-rasm. Odesolve va rkfixed funksiyalari yordamida olingan sonli yechimlar grafiklari.

Olingan natijalar tasvirlangan 6- yoki 7-rasmlardan ko'rinib turibdiki, **rkadapt** funksiyasi differensial tenglama sonli yechimini berilgan kesmada yuqori aniqlik bilan topsada, amaliyotda **rkadapt** va **bulstoer** funksiyalardan differensial tenglama yechimini integrallash oraliq'iga tegishli faqat bitta yoki bir nechta nuqtalarda topish zaruriyati tug'ilgandagina foydalanish tavsiya etiladi.

## REFERENCES

1. Qilichev S.T., Samatov U.S., “Magistrlar tomonidan elektron ta’lim resurslarini yaratishda foydalanilayotgan dasturlar” GulDu axborotnomasi 2021-yil
2. Qilichev S.T. “Masofaviy ta’lim tizimida o‘quv resurslarini yaratib beruvchi Ispring dasturining imkoniyatlari” O‘zbekiston olimlari va yoshlarining innovatsion ilmiy-amaliy tadqiqotlari mavzusidagi Respublikla 25-ko‘p tarmoqliy ilmiy konferensiya. Fevral 2021-y
3. Qilichev S.T., “O‘qitish jarayonida elektron ta’lim resurslarining o‘rni va ahamiyati” O‘zbekiston olimlari va yoshlarining innovatsion ilmiy-amaliy Tadqiqotlari mavzusidagi Respublikla 25-ko‘p tarmoqliy ilmiy konferensiya. Fevral 2021-y
4. Niyozov M.B., Berdiqulov L.I., Qilichev S.T. “Axborot resurslarini yaratishda web texnologiyalardan foydalanish” Masofaviy ta’lim makonini takomillashtirishda axborot resurslari va texnologiyalari integratsiyasi va didaktik ta’minoti. Respublika miqyosidagi ilmiy konferensiya. Toshkent-2020
5. Abdubanapovich, Y. U., & Qizi, S. M. B. (2022). MASOFALI O‘QITISH JARAYONIDA INFORMATIKANI FANINI O‘QITISHDAGI DIDAKTIK TIZIMLAR. *Science and innovation*, 1(B3), 797-800.
6. Toshtemirov D.E., Niyozov M.B., Yuldashev U.A., Irsaliev F.Sh. Resource support of distance course information educational environment // *Journal of Critical Reviews* ISSN-2394-5125 Vol 7, Issue 5, 2020, pp. 399-400
7. Yuldashev, U.A., Xudoyberdiev, M.Z., & Axmedov, T.B. (2021). O‘quv jarayonining sifatini oshirishda zamonaviy axborot texnologiyalaridan foydalanish. // *Academic research in educational sciences*, 2(3), 1262-1268.
8. Yuldashev U.A. Use of video lesson creative technologies in the process of electronic education// *Scientific-Methodical Journal-T* 2021