4-SHO‘BA
RAQAMLI TRANSFORMATSIYA

CHIZIQSIZ TENGLAMALARNI TAQRIBIY YECHISH

Nuraliyev To‘lqin Alimardanovich
O‘zbekiston Milliy universitetining Jizzax filiali
nuraliyevtolqin099@gmail.com

Annotatsiya: Ushbu maqolada chiziqsiz tenglamalarni taqribiy yechishning iterasiya va oraliqni teng ikkiga bo’lish usullari bilan yetarlicha aniqlikda taqribiy hisoblash masalasi ko’rib chiqildi.

Kalit so‘zlar: algebraik, transsendent, ildizni ajratish, Maple matematik paketi, iterasiya.

Har bir mutaxassis, jumladan muhandis va iqtisodchi o‘zining ish faoliyatida, hususan, inshoat qismlarining mustahkamligini, seysmik chidamliligini loyihalashda va hisoblashda, issiqlik va gaz ta’minoti masalarini hal qilishda murakkab tenglamalarning yechimini topish kerak bo‘ladi.

Har doim ham tengalamalarning yechimni aniq usullar bilan topib bo‘lmaydi. Shuning uchun ushbu tenglamalarni yechishda taqribiy usullar qo‘llaniladi.

Murakkab tenglamalar algebraik va transsendent tenglamalarga bo’linadi. Bir noma’lumli ixtiyoriy tenglama quyidagi ko‘rinishga ega:

$$f(x)=0 \qquad (1)$$

Agar $f(x)$ funksiya n-darajali ko’phaddan iborat, y’ani

$$f(x)=a_0x^n+a_1x^{n-1}+a_2x^{n-2}+\ldots+a_{n-1}x+a_n \quad \text{bo’lsa}$$

(1) tenglama algebraik tenglama deyiladi.

Agar $f(x)$ funksiyada elementar funksiyalar (trigonometrik, ko’rsatkichli, logarifmlik va h.k) yoki maxsus funksiyalardan iborat bo’lsa, (1) tenglama transsendent tenglama deyiladi.

Tenglamaning yechimi deb x noma’lumning shunday qiymatiga aytiladiki, uni (1) tenglamaga qo’yganda, tenglama qanoatlantiriladi. Lekin amalda bunday tenglamalarning aniq yechimlarini topish juda qiyin yoki umuman mumkin emas. Bunday hollarda, yechimni taqribiy qiymatini topishga imkon beruvchi taqribiy hisoblash usullari qo’llaniladi. Chiziqsiz tenglamalarni yechish usullari ikkita guruhga bo’linadi: aniq (to’g’ri) va iteratsion (taqribiy) usullar. Aniq usul yordamida tenglamaning yechimi formulalar orqali aniqlanadi. Masalan, kvadrat tenglamaning yechimini topish.

Taqribiy yechish uchun qo’llaniladigan ko’pgina usullarda tenglamaning ildizlari ajratilgan, ya’ni shunday kichik oraliqchalar topilganki, bu oraliqlarda tenglamaning bittagina ildizi joylashadi, deb faraz qilinadi. Bu oraliqning biror nuqtasini dastlabki yaqinlashish sifatida qabul qilib, taqribiy usullardan birortasini qo'llab, izlanayotgan yechimni berilgan aniqlik bilan hisoblash mumkin. Demak, chiziqsiz tenglamani taqribiy yechish ikki bosqichda olib boriladi:

1. Ildizni ajratish, ya'ni iloji boricha shunday kichik oraliq olinadiki, natijada shu oraliqda tenglamani bitta va faqat bitta haqiqiy ildizi mavjud bo'lsin.

2. Dastlabki yaqinlashish ma`lum bo'lsa, ildizni berilgan aniqlik bilan hisoblash.

Masalaning birinchi qismi ikkinchisiga qaraganda ancha murakkabdir. Chunki umumiy holda ildizni ajratishning samarali usuli mavjud emas. Taqribiy yechish uchun misollar ko'rib chiqamiz.

1-misol.

$0{,}1x^3-0{,}5x-60=0$ tenglamaning eng katta musbat ildizini 0,0001 aniqlikda toping.

Yechish. Tenglamani iterasiya usulida yechamiz. Birinchi taqribiy yaqinlashishni $x_0=10$ deb olamiz va tenglamani quyidagi ko'rinishda yozamiz:

$$x=\sqrt[3]{5\cdot x+600} \qquad x_i=\sqrt[3]{5\cdot x+600} \qquad g(x_i) := 0.1\cdot x_i^3-0.5\cdot x_i-60$$

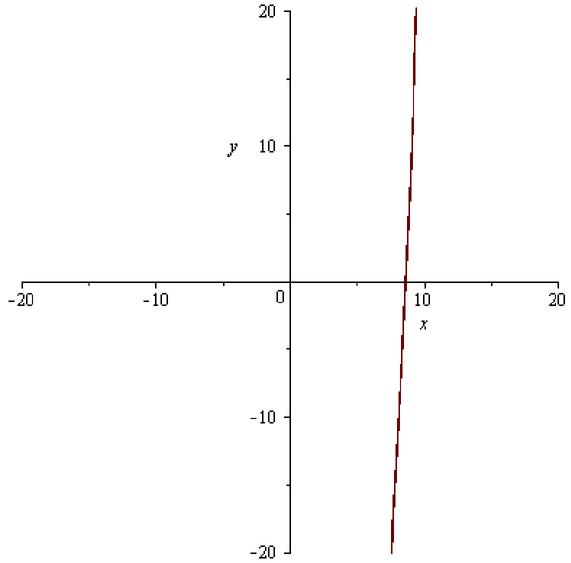
Iterasiya natijasida quyidagilarni aniqlaymiz:

N	x_i	x_{i+1}	$g(x_i)$
0	10	8.662391053	0.66880446
1	8.662391053	8.632578590	0.01490624
2	8.632578590	8.631911785	0.00033342
3	8.631911785	8.631896869	0.00000746

Javob: x=8.631911785

Berilgan tenglamaning Maple matematik paketidagi grafigi:

$$plot\left(0.1\cdot x^3-0.5\cdot x-60,\ x=-20..20,\ y=-2..2\right);$$



2-misol.

$x+sin(x)=0{,}5$ tenglamaning [0;1] oraliqdagi bitta haqiqiy ildizini 0,01 aniqlikda toping.

Yechish. Tenglamani oraliqni ikkiga bo'lish usulida yechamiz. Oraliqning chetki qiymatlarida funksiyaning qiymatlarini hisoblaymiz:

f(0)=0+sin(0)-0,5=-0,5; *f(1)=1+sin(1)-0,5=1,3415;*

f(0) f(1)=-0,5*1,3415<0* shartdan ko'rinadiki, demak berilgan oraliqda tenglamaning kamida bitta ildizi mavjud.

Oraliqni ikkiga bo'lamiz: c=(0+1)/2=0,5.

c=0,5 nuqtadagi funksiyaning qiymatini aniqlaymiz:

f(0,5)=0,5+sin(0,5)-0,5=0,4795>0.01 funksiyaning qiymati berilgan aniqlikdan katta. Shuning uchun oraliqni ikkiga bo'lishni davom ettiramiz.

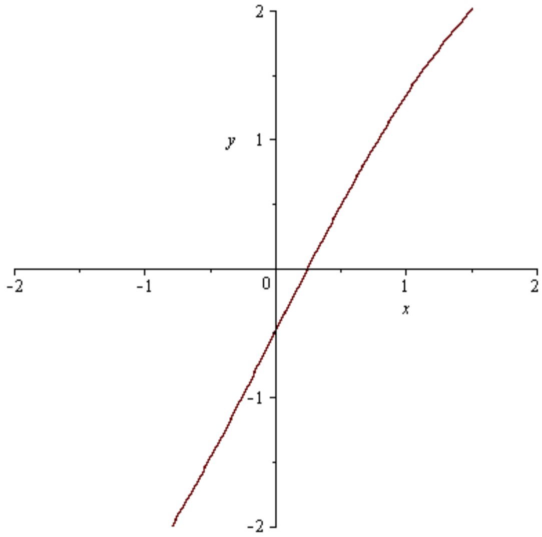
f(0) f(0,5)=-0,5*0,4795<0* shart bajariladi, demak ildiz [0;0,5] oraliqda yotibdi. Shu oraliqni ikkiga bo'lamiz: d=(0+0,5)/2=0,25.

d=0,25 nuqtadagi funksiyaning qiymatini aniqlaymiz:

f(0,25)=0,25+sin(0,25)-0,5=-0,0026<0.01 funksiyaning absolyut qiymati berilgan aniqlikdan kichik, shuning uchun jarayonni to'xtatamiz. Tenglamaning taqribiy echimi deb *x=0,25* qabul qilamiz.

Berilgan tenglamaning Mapledagi grafigi:

$$plot(x + \sin(x) - 0.5, x = -2..2, y = -2..2);$$

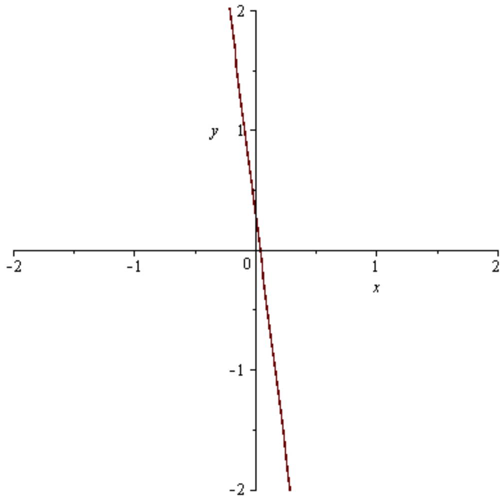


3-misol.

$lg(x^2+2)=8x$ tenglamaning haqiqiy ildizini 0,01 aniqlikda toping.

Yechish. Dastlab berilgan tenglamaning Mapledagi grafigini chizamiz:

$$plot\left(\log_{10}\left(x^2+2\right)-8\cdot x, x=-2..2, y=-2..2\right);$$



Grafikdan ko'rinadiki tenglamaning [0;0,2] oraliqda ildizi bor. Oraliqning chetki qiymatlarida funksiyaning qiymatlarini hisoblaymiz:

*f(0)=lg(0²+2)-8*0=0,301;* *f(0,2)=lg(0,2²+2)-8*0,2=-1,290;*

*f(0)*f(0,2)=0,301*(-1,290)<0* shartdan ko'rinadiki, demak berilgan oraliqda tenglamaning ildizi mavjud.

Oraliqni ikkiga bo'lamiz: c=(0+0,2)/2=0,1.

c=0,1 nuqtadagi funksiyaning qiymatini aniqlaymiz:

*f(0,1)=lg(0,1²+2)-8*0,1=-0,497;* funksiyaning absolyut qiymati berilgan aniqlikdan katta. Shuning uchun oraliqni ikkiga bo'lishni davom ettiramiz.

f(0) f(0,1)= 0,301*(-0,497)<0* shart bajariladi, demak ildiz [0;0,1] oraliqda yotibdi. Shu oraliqni ikkiga bo'lamiz: d=(0+0,1)/2=0,05.

d=0,05 nuqtadagi funksiyaning qiymatini aniqlaymiz:

*f(0,05)=lg(0,05²+2)-8*0,05=-0,098* funksiyaning absolyut qiymati berilgan aniqlikdan katta. Shuning uchun oraliqni ikkiga bo'lishni yana davom ettiramiz.

f(0) f(0,05)= 0,301*(-0,098)<0* shart bajariladi, demak ildiz [0;0,05] oraliqda yotibdi. Shu oraliqni ikkiga bo'lamiz: k=(0+0,05)/2=0,025.

k=0,025 nuqtadagi funksiyaning qiymatini aniqlaymiz:

*f(0,025)=lg(0,025²+2)-8*0,025=0,101* funksiyaning absolyut qiymati berilgan aniqlikdan katta. Shuning uchun oraliqni ikkiga bo'lishni yana davom ettiramiz.

f(0,025) f(0,05)= 0,101*(-0,098)<0* shart bajariladi, demak ildiz [0,025;0,05] oraliqda yotibdi. Shu oraliqni ikkiga bo'lamiz: m=(0,025+0,05)/2=0,0375.

m=0,0375 nuqtadagi funksiyaning qiymatini aniqlaymiz:

*f(0,0375)=lg(0,0375²+2)-8*0,0375=0,0013<0,01* funksiyaning absolyut qiymati berilgan aniqlikdan kichik, shuning uchun jarayonni to'xtatamiz. Tenglamaning taqribiy ildizi deb *x=0,0375* qabul qilamiz.

Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati:

1. Nuraliyev T., Xandamov Y. Oddiy differensial tenglamalarni sonli yechish //Zamonaviy innovatsion tadqiqotlarning dolzarb muammolari va rivojlanish tendensiyalari: yechimlar va istiqbollar. – 2022. – T. 1. – №. 1. – С. 347-349.
2. Xandamov Y., Nuraliyev T. Teng qadamlar uchun nyutonning 1-interpolyatsion formulasi uchun algoritm va dasturiy ta 'minot yaratish //Zamonaviy innovatsion tadqiqotlarning dolzarb muammolari va rivojlanish tendensiyalari: yechimlar va istiqbollar. – 2022. – T. 1. – №. 1. – С. 364-367.
3. Sharipova S., Sharipov X., Xoliqov L. BA'ZI BIR SONLI YIG'INDILARNI KETMA-KETLIKNING DISKRET HOSILASI YORDAMIDA HISOBLASH //Журнал математики и информатики. – 2022. – Т. 2. – №. 1.
4. Sharipova S., Sharipov X. ОРБИТЫ СЕМЕЙСТВА ВЕКТОРНЫХ ПОЛЕЙ И ГИПЕРБОЛИЧЕСКИЙ ПАРАБОЛОИД //Журнал математики и информатики. – 2022. – Т. 2. – №. 1.
5. Xurramov Y., Po`latov B., Ibrohimov J. Ko`phadning keltirilmaslik alomati //Zamonaviy innovatsion tadqiqotlarning dolzarb muammolari va rivojlanish tendensiyalari: yechimlar va istiqbollar. – 2022. – T. 1. – №. 1. – С. 399-401.
6. Po`latov B., Xurramov Y., Ibrohimov J. Murakkab funksiyalardan olingan aniq integralni taqribiy hisoblash //Zamonaviy innovatsion tadqiqotlarning dolzarb muammolari va rivojlanish tendensiyalari: yechimlar va istiqbollar. – 2022. – T. 1. – №. 1.
7. Тагаев О. Н. Регрессионные модели с переменной структурой (фиктивные переменные) //Достижения науки и образования. – 2020. – №. 3 (57). – С. 28-33.
8. Safarali o'g'li X. Y. et al. Konus kesimlarning noodatiy ta'rifi. – 2022.
9. Xurramov Y., Xurramov A. Ikki o'lchamli panjarada ikki zarrachali gamil'tonianning spektri haqida //Журнал математики и информатики. – 2022. – Т. 2. – №. 1
10. X.F.Sharipov, B. Boymatov, N. Abriyev. Singular foliation generated by an orbit of family of vector fields. Advances in Mathematics: Scientific Journal 10 (2021), no.4, 2141–2147 ISSN: 1857-8365 (printed); 1857-8438 (electronic) https://doi.org/10.37418/amsj.10.4.28
11. Guzal A., Abdigappar N., Xurshid S. Differential Invariants of One Parametrical Group of Transformations //Mathematics and Statistics. – 2020. – Т. 8. – №. 3. – С. 347-352.
12. Narmanov A., Sharipov X. On the geometry of submersions //Geometry, Integrability and Quantization (см. в книгах). – 2021. – Т. 22. – С. 199-208.
13. Sharipova S. Matematika fanlarini oqitishda innovatsion va axborot texnologiyalaridan foydalanish //Zamonaviy innovatsion tadqiqotlarning dolzarb muammolari va rivojlanish tendensiyalari: yechimlar va istiqbollar. – 2022. – T. 1. – №. 1. – С. 352-355.