## 4-SHO'BA
## RAQAMLI TRANSFORMATSIYA

# LOCAL UZLUKSIZLIK MODULI VA LOCAL ENG YAXSHI YAQINLASHISH

**f-m.f.n., dots. Musayev Abdumannon Ochilovich**
O'zbekiston Milliy universitetining Jizzax filiali
musayev.abdumannon@gmail.com
**Allanazarov Eldorjon Mardonqul o'g'li**
O'zbekiston Milliy universitetining Jizzax filiali
eldorallanazarov07@gmail.com

**Annotatsiya:** Ushbu maqolada funksiyaning local uzluksizlik moduli va ko'phadlar yordamida local eng yaxsh yaqinlashish orasidagi bog'lanish o'rganilgan.

**Kalit so'zlar:** funksiyaning uzluksizlik moduli va local uzluksizlik moduli, Choshi integrali, eng yaxshi yaqinlashish va local eng yaxshi yaqinlashish.

$L$ chiziqda aniqlangan $f(z)$ funksiyaning uzluksizlik moduli odatda quyidagicha kiritiladi

$$\omega_f(\delta) = \sup_{|z_1 - z_1| \le \delta} |f(z_1) - f(z_2)|, (z_1, z_1 \in L).$$

Ma'lumki,

$$\lim_{\delta \to 0} \omega_f(\delta) = 0$$

shart $f(z)$ funksiyaning tekis uzluksiz bo'lishining etarli va zaruriy shartidir. Shu sababli, tekis uzluksizlik shartiga bo'sinadigan barcha masalarda uzluksizlik modulidan foydalaniladi.

Quyidagi ko'rinishdagi local uzluksizlik modulini qaraymiz:

$E$ to'plamdan $z_0$ nuqtani belgilab olib, quyidagi funksiyani qaraymiz

$$\omega_f^{z_0}(\delta, \eta)_E = \sup_{\substack{|z_1 - z_1| \le \delta \\ z_1, z_1 \in E \cap O_\eta(z_0)}} |f(z_1) - f(z_2)|, \delta > 0, \eta > 0. \qquad (1)$$

bu erda $O_\eta(z_0)$ to'plam $z_0$ nuqtaning $\eta$ - atrofi bo'lib quyidagicha aniqlangan

$$O_\eta(z_0) \stackrel{\text{def}}{=} \{z: |z - z_0| < \eta\}.$$

$\omega_f^{z_0}(\delta, \eta)_E$ ifoda $f(z)$ funksiyaning $E$ to'plamdagi $z_0$ nuqta atrofidagi local uzluksizlik moduli deyiladi.

A.A.Gonchar, Dj.I.Mamedxanov tomonidan mos ravishda quyidagi

funksiyalar sinfida singulyar integrallar o'rganilgan

$$H_\alpha^{\alpha+\beta}(z_0,L) \stackrel{\text{def}}{=} \{f \in H_\alpha, z_0 \in [0,2\pi]: |f(z)-f(z_0)| = O(|z-z_0|^{\alpha+\beta}), z \to z_0\}$$

$$D_\alpha^\beta(z_0,L) \stackrel{\text{def}}{=} \left\{ \begin{matrix} f \in H_\alpha, z_0 \in L: \\ |f(z_1)-f(z_2)| = O(|z_0-z_1|^\beta + |z_0-z_1|^\beta)\cdot|z_1-z_2|^\alpha, z \to z_0 \end{matrix} \right\}.$$

$H_\alpha^{\alpha+\beta}(z_0,L)$ va $D_\alpha^\beta(z_0,L)$ sinflarini local uzluksizlik modulini orqali quyidagicha ifodalash mumkin:

$$f \in H_\alpha^{\alpha+\beta}(z_0,L) \Leftrightarrow \omega_f^{z_0}(\delta,\eta) = O\left(min\{\delta^\alpha, \eta^{\alpha+\beta}\}\right), \forall \delta,\eta: 0 < \frac{\delta}{2} \le \eta,$$

$$f \in D_\alpha^\beta(z_0,L) \Leftrightarrow \omega_f^{z_0}(\delta,\eta) = O\left(\delta^\alpha \cdot \eta^\beta\right), \forall \delta,\eta: 0 < \frac{\delta}{2} \le \eta.$$

$L$ – to'g'rilanuvchi yopiq Jordan chiziq bo'lib unda $f$ funksiya uzluksiz bo'lsin. Choshining bosh qiymat ma'nosida mavjud bo'lgan quyidagi integralini qaraymiz:

$$\hat{f}(t) = \frac{1}{\pi i}\int_L \frac{f(\xi)-f(t)}{\xi - t}d\xi + f(t), t \in L.$$

Bu integral uchun A.O.Musaev [3] local uzluksizlik moduli orqali Zigmund tipidagi quyidagi baholashni olgan.

Teorema. $f \in C(L), L \in S_\theta$ bo'lsin. Agar $d = diamL$ va

$$\int_0^d \frac{\omega_f^{t_0}(\xi,2\eta)}{\xi}d\xi < +\infty$$

bo'lsa, u holda $0 < \delta \le 2\eta \le d$ lar uchun quyidagi tengsizlik o'rinli

$$\omega_{\hat{f}}^{t_0} \le C\left(\int_0^\delta \frac{\omega_f^{t_0}(\xi,2\eta)}{\xi^2}d\xi + \delta\int_\delta^{2\eta}\frac{\omega_f^{t_0}(\xi,2\eta)}{\xi^2}d\xi + \delta\int_{2\eta}^d \frac{\omega_f^{t_0}(\xi,\xi)}{\xi^2}d\xi\right).$$

$S_\theta$ - chiziqlar sinfi V.V.Salayev [2] tamonidan kiritilgan.

Approksimasiya nazariyasining fundamental teoremasi:

Teorema (Veyershtrass, 1885 yil). $[a,b]$ keasmada uzluksiz bo'lgn har qanday $f(x)$ funksiya uchun, $\varepsilon > 0$ son istalgancha kichik bo'lganda, shunday $n$ - darajali $P_n(x)$ algebraik ko'phad topiladiki, barcha $x \in [a,b]$ da quyidagi tengsizlik o'rinli:

$$\max_{x\in[a,b]}|f(x)-P_n(x)| < \varepsilon.$$

Quyidagi belgilashni kiritamiz:

$$E_n(f) = \inf_{P_n}|f(x)-P_n(x)| \qquad (3)$$

Agar shunday $P_n(x)$ trigonometrik ko'phad mavjud bo'lib,

$$\lim_{n\to\infty} E_n(f) = 0$$

munosobat o’rinli bo’lsa, u holda $E_n(f)$ ifoda $f(x)$ funksiyaga $P_n(x)$ algebraik ko’phadlad ichida eng yaxshi yaqinlashuvch miqdor deyiladi.

$L$ chiziqdada tayin $x_0$ nuqtaning $\eta(\eta > 0)$ atrofida berilgan $f(x)$ funksiyaning eng yaxshi yaqinlashish miqdori ham xuddi shunga o’xshash kiritiladi:

$$E_n^{x_0}(f) = \inf_{P_n} |f(x) - P_n(x)|, x \in [x_0 - \eta, x_0 + \eta], \delta < 2\eta$$

Endi quyidagi masalarni qo’yish mumkin:

- $\{E_n^{x_0}(f)\}$ ketma-ketlikning nolga intilish tezligiga $f(x)$ funksiyaning qanday xossasi ta’sir qiladi?
- $\omega_{\hat{f}}^{z_0}(\delta, \eta)$ va $E_n^{x_0}(\hat{f})$ xarakteristikalar orasidagi munosobatlarni aniqlang?

Bu mavzuga oid izlanishlarni [1,4,5,6,7,8] ilmiy maqolalarda yoriyilgan.

**Foydalanilgan adabiyotlar ro‘yxati:**

1. Бари Н.К. О наилучшем приближении тригонометрическими полиномами двух сопряженных функции, Изв. АН СССР, сер. Математическая, 19(1955), 285-302 стр.

2. Салаев В.В. Прямые и обратные оценки особого интеграла Коши по замкнутой кривой. Матем. заметки, 1976, т.19, вып.3,с.365-380.

3. Мусаев А.О. Оценки для особого интеграла в локальных характерисиках, Тезисы докладов IV Республиканской научной конференции аспирантов ВУЗов Азербайджана(г.Боку 20-21 октяря 1981г),Боку, изд.АГУ им. С.М.Кирова,1981, с.59.

4. Мусаев А.О. Локальная полиномиальная аппрокцимация на квазиконформных кривых. Тезисы докладов междунородной конференции по теории приближения функций (г. Киев, 30 мая-6 июня, 1983 года), Киев, 1983,с.131

5. Мусаев А.О. Мамедханов Дж.И., Локальная полиномиальная аппрокцимация на кривых в комплексной плоскости. Теории функции и приближений (труды 2-й Саратовский зимней школы 24 января-5 февраля 1984 года), часть 3, 1986, с 40-43

6. Мусаев А.О. Локальная полиномиальная аппрокцимация в областях с квазиконформной границей. ДАН АН Азерб. ССР, т.42, №1, 1986, с.7-10

7. Musayev A.O. S.N.Bernshteynning lokal tengsizligi. Zamonaviy innovatsion tadqiqotlarning dolizarb muommalaari va rivojlanish tendensiyalari:

yechimlar va istiqbollar. Respublika mintaqaviy ilmiy-texnik anjuman materiallar to’plami. Jizzax, 13-14 may 2022 y. 338-341 betlar

8. Musayev A.O. Allanazarov E.M., Local uzluksizlik moduli va local yaqinlashish. Zamonaviy innovatsion tadqiqotlarning dolizarb muommalaari va rivojlanish tendensiyalari: yechimlar va istiqbollar. Respublika mintaqaviy ilmiy-texnik anjuman materiallar to’plami. Jizzax, 13-14 may 2022 y. 355-358 betlar.