NOANIQLIK SHAROITIDAGI CHIZIQLI SISTEMA UCHUN OPTIMAL BOSHQARISH MASALASI MODELI HAQIDA

Otakulov Salim
Fizika-matematika fanlari doktori, professor, Jizzax politexnika instituti,
Murotboyev Mirjalol Baxtiyor o‘g‘li
O‘zbekiston Milliy Universiteti Jizzax Filiali Amaliy matematika fakulteti magistranti

https://doi.org/10.5281/zenodo.7311122

Annotatsiya. *Ishda chiziqli dinamik boshqaruv sistemasining noaniqlik sharoitidagi modeli qaralgan. Shu model uchun trayektoriyalar ansamblini terminal funksional bo‘yicha minimaksli optimal boshqarish masalasi tadqiq etilgan. Trayektoriyalar ansambli va terminal funksionalning bir qator xossalari o‘rganilgan.*

Kalit so‘zlar: *chiziqli sistema, noaniqlik sharoiti, silliqmas terminal funksional, minimaksli masala, trayektoriyalar ansambli, optimal boshqaruv.*

О МОДЕЛИ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ ЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Аннотация. *В работе рассмотрена модель линейной динамической системы управления в условиях неопределенности. Для этой модели исследована минимаксная задача оптимального управления ансамбля траекторий по терминальному функционалу. Изучены некоторые свойства ансамбля траекторий и негладкого терминального функционала.*

Ключевые слова: *линейная система, условие неопределенности, негладкий терминальный функционал, минимаксная задача, ансамбль траекторий, оптимальное управление.*

ON THE MODEL OF OPTIMAL CONTROL PROBLEM FOR LINEAR SYSTEMS UNDER CONDITIONS OF UNCERTAINTY

Abstract. *In the paper we considere model of linear dynamic control systems under conditions of uncertainty. For this model minimaks optimal control problem of ensemble of trajectories on terminal funksional is researched. The some propety of ensemble of trajectories and nonsmooth terminal funksional are studied.*

Keywords: *linear system, conditions of uncertainty, nonsmooth terminal funksional, minimaks problem, ensemble of trajectories, optimal control.*

KIRISH

Hozirgi kunda olib borilayotgan ko‘plab ilmiy-amaliy tadqiqotlar dinamik sistemalar uchun boshqaruv masalalarining matematik modellariga olib keladi. Bunday modellarni tadqiq etish uchun hozirgi zamon matematikasining differensial tenglamalar va matematik fizika, dinamik sistemalar nazariyasi, funksional va qavariq tahlil, silliqmas tahlil kabi bo‘limlarining eng ilg‘or usullaridan keng foydalanilmoqda. Natijada optimal jarayonlarning matematik nazariyasi har tomonlama rivojlanmoqda [1–10]. Bu nazariyaning zamonaviy uchuvchi apparatlar va murakkab texnologik jarayonlarni boshqarishda, texnika, iqtisodiyot, energetika, ekologiya, tibbiyot va boshqa sohalardagi turli amaliy masalalarga tatbiqlari yanada kengaymoqda.

O‘z navbatida, amaliyot sohasida yangi mazmundagi boshqaruv muammolarining paydo bo‘layotganligi va mavjud boshqaruv masalalarini hal etilishida real vaziyatga mos yechimlarni topish talabining ahamiyati oshib borayotganligi sababli, murakkab boshqaruv sistemalarini tadqiq etish va optimal boshqaruvning matematik usullarini rivojlantirish dolzarb masalardan bo‘lib qolmoqda. Shu nuqtai nazardan olib qaraganda, boshqaruv jarayoniga ta’sir etuvchi turli parametrlar haqidagi ma’lumotlar noaniqligini e’tiborga olgan holda matematik modellarni qurish va ularni tadqiq etish muhim ahamiyat kasb etadi [9 –11]. Bunday modellar ayniqsa iqtisodiyotdagi uzoq muddatli prognoz muammolarida, muhandislik va qurilish inshoatlarinig seysmik mustahkamlgi, yuqumli kasalliklar dinamikasi kabi bir qator dolzarb amaliy masalalarda keng tatbiq sohasiga ega.

Noaniqlik sharoitidagi boshqaruv sistemalari modellarini o‘rganish tahlikali va ziddiyatli vaziyatlarda qaror qabul qilish masalalari uchun muhim ahamiyatga ega hisoblanadi [9–12]. Bu kabi tadqiqotlar noaniq parametrlarining tasodifiy taqsimot qonunlarini hisobga oluvchi modellari va o‘yinlar nazariyasi, shuningdek, differensial o‘yinlar modellari bo‘yicha tadqiqotlar bilan uzviy bog‘liqdir.

Agar dinamik sistemaning boshlang‘ich x^0 holati va unga ta’sir etuvchi tashqi qo‘zqatuvchi kuchni ifodalovchi $w = w(t)$ funksiya oldindan ma’lum bo‘lsa, berilgan joyiz boshqaruvlar to‘plamidan biror $u = u(t)$ boshqaruvni tanlash yordamida sistemaning $x = x(t; x^0, u(\cdot), w(\cdot))$ trayektoriyasi holatini boshqarish imkoniyatiga ega bo‘lamiz. Bunda boshqarishda u yoki bu maqsadni (masalan, holatlar fazosining oldindan berilgan nuqtasiga o‘tish, yechimni stabillashtirish va boshqalar) va muayyan optimallik talabini (masalan, boshqaruv resurslarining sarfini minimallash, tezkorlik, trayektoriyaning oldindan berilgan holatdan chetlanishini minimallash va boshqalar) qo‘yib, optimal sistemalar nazariyasining deterministik modellari hisoblanuvchi klassik masalalarga ega bo‘lamiz. Optimal boshqaruvning deterministik modellari uchun L.S. Pontryaginnig maksimum prinsipi [1] va R. Bellmannig dinamik dasturlash usuli rivojlantirilgan [2].

Boshqaruv sistemasi parametrlari haqidagi axborot to‘liq bo‘lmagan holda boshqarish masalalarini o‘rganishda o‘ziga xos xususiyatli modellar hosil bo‘ladi. Noaniqlik sharoitlarida, optimal boshqaruvning deterministik modellaridan farqli ravishda, shunday boshqaruv ta’sirlarini izlashga to‘g‘ri keladiki, ular alohida olingan trayektoriyalarni boshqarihga emas, balki trayektoriyalar ansamblini boshqarishga mo‘ljallangan bo‘ladi [9–11]. Trayektoriyalar ansamblini boshqarish bilan bog‘liq modellar va masalalar bo‘yicha keng tadqiqotlar olib borilmoqda [9–20]. Usbu tadqiqot ham shu yo‘nalishga bag‘ishlangan. Bu yerda qaralgan model va olingan natijalar [17,18,22] ishlar bilan uzviy bog‘liq va ularda qaralgan masalalar tadqiqini rivojlantirish doirasida bajarilgan.

TADQIQOT MATERIALLARI VA METODOLOGIYASI

Noaniqlik sharoitidagi chiziqli boshqaruv sistemasi uchun optimal boshqaruv masalasining qo‘yilishi.

Bundan keyin n-o‘lchamli vektorlar chiziqli evklid fazosi R^n dan foydalanamiz. R^n chiziqli fazo tartiblangan haqiqiy sonlardan tuzilgan barcha $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ vektorlardan iborat bo‘lib, unda $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ va $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ vektorlar skalyar ko‘paytmasi

$$(x, y) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i}$$

tenglik bilan, har bir $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ vektor normasi(moduli, uzunligi) esa,

$$\|x\| = \sqrt{(x, x)} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}$$

tenglik bilan aniqlanadi.

Faraz qilaylik, ob’yekt harakatini boshqarish sistemasi ushbu

$$\dot{x} = A(t)x + B(t)u(t) + C(t)v(t) \qquad (1)$$

chiziqli differensial tenglama bilan berilgan bo‘lsin. Bu yerda n-vektor x – holat o‘zgaruvchilari, m-vektorli funksiya $u = u(t)$ – boshqaruv ta’sirlari, k-vektorli funksiya $v = v(t)$ – sistemaga ta’sir etuvchi kuchlar parametri (tashqi qo‘zg‘tuvchi ta’sirlar), $A(t)$– $n \times n$-matritsa, $B(t) - n \times m$-matritsa, $C(t) - n \times k$-matritsa. (1) tenglama bilan berilgan ob’yekt harakatini biror chekli $T = [t_0, t_1]$ oraliqda qaraymiz. Shu $T = [t_0, t_1]$ oraliqda $A(t)$, $B(t)$ matritsalar elementlarini uzluksiz, $u(t)$ va $v(t)$ vektorli funksiyalar komponentalarini o‘lchovli va chegaralangan deb hisoblaymiz.

1-ta’rif. Berilgan qavariq va kompakt $U \subset R^m$ to‘plamdan qiymatlar qabul qiluvchi $u = u(t)$, $t \in T = [t_0, t_1]$ o‘lchovli funksiyalarni joyiz boshqaruvlar deb ataymis va bunday boshqaruvlar to‘plamini $U(T)$ deb belgilaymiz.

Albatta, o‘lchovli funksiyalar sinfidan olingan boshqaruvlar uzluksis va bo‘lakli - uzluksiz boshqaruvlarni o‘z ichiga oladi.

Ob’yektni boshqarish jarayonida unga ta’sir etayotgan tashqi qo‘zg‘atuvchi kuchlar haqida ma’lumotlar noaniq deb hisoblaymiz, ya’ni bizga faqat $v = v(t)$, $t \in T = [t_0, t_1]$ funksiyaning qiymatlar qabul qilishi mumkin bo‘lgan qavariq va kompakt $V \subset R^k$ to‘plam ma’lum deb hisoblaymiz.

2-ta’rif. O‘lchovli $v = v(t) \in V$ funksiyalar to‘plaminni noaniq tashqi qo‘zg‘atuvchi ta’sirlarning joyiz to‘plami deb ataymiz va uni $V(T)$ deb belgilaymiz.

$U(T)$ to‘plam sistemani boshqaruvchi tomonning barcha resurs, imkoniyatlarini ifodalaydi. $V(T)$ to‘plam esa boshqaruvchi tomon uchun oldindan noma’lum bo‘lgan tashqi qo‘zg‘atuvchi ta’sirning mumkin bo‘lgan holatlarining to‘plamini bildiradi.

Differensial tenglamalar nazariyaisiga ko‘ra, agar $x(t_0) = x^0$ boshlangich shart, $u = u(t)$ joyiz boshqaruv va $v = v(t)$ joyiz tashqi qo‘zg‘atuvch ta’sir parametri ma’lum bo‘lsa, (1) tenglamaning shu boshlangich shartni qanoatlantiruvchi yagona absolyut uzluksis $x = x(t), t \in T = [t_0, t_1]$ yechimi mavjud. Bu yechimning x^0 boshlang‘ich nuqta va $= u(t)$, $v = v(t)$ funksiyalardan bog‘liq bo‘lishi ravshan, ya’ni $x(t) = x\big(t; x^0, u(\cdot), v(\cdot)\big)$.

Faraz qilaylik, (1) boshqaruv sistemasining boshlang‘ich holati ham noaniq, ya’ni $x^0 \in M_0$ shart berilgan bo‘lsin, bu yerda $M_0 - R^n$ fazoning qavariq va kompakt to‘plami. U vaqtda, har bir $u(\cdot) \in U(T)$ uchun ushbu

$$X\big(t; u(\cdot)\big) = \cup\{\, x(t; x^0, u(\cdot), v(\cdot)) | x^0 \in M_0, v(\cdot) \in V(T)\}, t \in T \qquad (2)$$

trayektoriyalar ansambliga ega bo‘lamiz.

Aytaylik, (1) sistemani boshqarish uning $x = x\big(t; x^0, u(\cdot), v(\cdot)\big), t \in T$ trayektoriyalarining o‘ng chetidagi qiymati orqali aniqlangan ushbu

$$g(x(t_1; x^0, u(\cdot), v(\cdot))) = \sum_{i=1}^{s} \min_{l_i \in L_i} (l_i, x(t_1; x^0, u(\cdot), v(\cdot))) \qquad (3)$$

terminal funksional bo‘yicha baholansin. Bu yerda $L_i, i = 1,2, \dots, s - R^n$ fazoning kompakt to‘plamlari. (1) sistema boshlang‘ich holati va tashqi qo‘zg‘atuvchi ta’sir paramateri haqidagi ma’lumotlar noaniq bo‘lgani uchun (3) terminal funksionalni minimallashtirishda kafolatli natijaga erishish tamoyili [23] asosida optimal boshqaruv masalasini qaraymiz, ya’ni boshqaruvdan maqsad

$$J(u(\cdot)) = \max_{x^0 \in M_0, v(\cdot) \in V(T)} g(x(t_1; x^0, u(\cdot), v(\cdot))) \qquad (4)$$

funksionalni minimallashtirishdan iborat. Bu masalani quyidagicha belgilaymiz:

$$\max_{x^0 \in M_0, v(\cdot) \in V(T)} g(x(t_1; x^0, u(\cdot), v(\cdot))) \to min, u(\cdot) \in U(T) \quad (5)$$

Bu masala minimaks tipidagi optimal boshqaruv masalasidan iborat, chunki undagi minimallashtiriluvchi (4) funksional dastlabki maksimallash operatsiyasi orqali aniqlangan bo‘lib, u silliqmas funksionallar sinfiga tegishli. Suning uchun bu masala optimal boshqaruvning silliqmas masalalari sinfiga tegishli [8].

Qo‘yilgan (5) masala trayektoriyalar ansamblini terminal funksional bo‘yicha optimal boshqarish masalasidan iborat.Chunki minimallashtiriluvchi (4) terminal funksional (2) trayektoriyalar ansamblining o‘ng chetida aniqlangan

$$J\big(u(\cdot)\big) = J\left(X\big(t_1; u(\cdot)\big)\right) = \max_{x \in X(t_1;, u(\cdot))} g(x) \qquad (6)$$

funksionaldan iborat. Trayektoriyalar ansamblini (6) terminal funksional bo‘yicha optimal boshqarish masalasidan iborat masalada $u^0(\cdot)$ optimal boshqaruv

$$J(X(t_1; u^0(\cdot))\,) = \max_{x \in X(t_1; u^0(\cdot)\,)} g(x) = \min_{u(\cdot) \in U(T)} \max_{x \in X(t_1; u(\cdot)\,)} g(x)$$

shartni qanoatlantiradi.

2.Chiziqli boshqaruv sistemasi trayektoriyalar ansambli uchun formula. Tayanch funksiyalar.

Yuqorida noaniqlik sharoitidagi (1) chiziqli sistema uchun terminal funksional bo‘yicha optimal boshqaruv masalasining qo‘yilishidan anglashildiki, unda alohida olingan trayektoriya emas, balki trayektoriyalar ansamblini boshqarishni amalga oshirish talab etiladi. Demak, bundan kelib chiqadiki, qo‘yilgan masalani tadqiq etishda trayektoriyalar ansamblining xossalarini o‘rganish kerak bo‘ladi.

Aytaylik, $F(t,\tau)$ $-$ $n \times n$-matritsa (1) chiziqli sistemaga mos bir jinsli sistema $\dot{x} = A(t)x$ uchun fundamental yechimlar matritsasi bo‘lsin. Ma’lumki [2,5], $A(t)$ matritsaga qo‘yilgan uzluksislik shartlarida $F(t,\tau)$ matritsa har bir argumenti bo‘yicha uzluksiz differensiallanuvchi va u

$$\frac{\partial F(t,\tau)}{\partial t} = A(t)F(t,\tau), \quad t,\tau \in T, \; F(\tau,\tau) = E \; (E - \text{birlik matritsa})$$

tengliklarni qanoatlantiradi. Agar $u(\cdot) \in U(T)$, $v(\cdot) \in V(T)$ bo‘lsa, $F(t,\tau)$ fundamental matritsa yordamida (1) sistemaning $x(t_0) = x^0$ boshlangich shartni qanoatlantiruvchi $x(t, x^0, u, v)$ trayektoriyasi

$$x(t, x^0, u(\cdot), v(\cdot)) = F(t,t_0)x^0 + \int_{t_0}^{t} F(t,\tau)B(\tau)u(\tau)d\tau + \int_{t_0}^{t} F(t,\tau)C(\tau)v(\tau)d\tau \qquad (7)$$

Koshi formulasi bilan tasvirlanadi [5].

Endi (1) sistemaning biror tayinlangan $u(\cdot) \in U(T)$ boshqaruv uchun barcha $x^0 \in M_0$ boshlang‘ich nuqtalar va $v(\cdot) \in V(T)$ tashqi ta’sir parametrlariga mos keluvchi trayektoriyalarining $t = t_1$ momentdagi $x(t_1, x^0, u(\cdot), v(\cdot))$ uchlaridan tuzilgan to‘plamni qaraymiz:

$$X(t_1, u(\cdot)) = \left\{\xi \in R^n : \xi = x(t_1, x^0, u(\cdot), v(\cdot)), x^0 \in M_0, v(\cdot) \in V(T)\right\}.$$

Bu $X(t_1,u(\cdot))$ to‘plamni (1) sistema trayktoriyalar ansamblining o‘ng cheti sifatida qabul qilamiz.

(7) Koshi formulasidan foydalanib $X(t_1,u(\cdot))$ to‘plam uchun formula hosil qilish mumkin. Haqiqatan ham, agar quyidagi

$$\Phi(t,\tau) = F(t,\tau)C(\tau)V = \{\xi : \xi = F(t,\tau)C(\tau)v, v \in V\}$$

akslantirishni qarasak, bu akslantirish har bir $(t,\tau) \in T \times T$ nuqtaga R^n fazoning qavariq va kompakt $\Phi(t,\tau)$ to‘plamini mos qo‘yadi. Ko‘p qiymatli akslantirishlar nazariyasiga ko‘ra $\Phi(t,\tau)$ akslantirish har bir argument bo‘yicha uzluksizdir. Endi (7) Koshi formulasidan va $\Phi(t_1,t) = F(t_1,t)C(t)V$ ko‘p qiymatli akslantirish integrali tushunchasidan [21,24] foydalansak, $X(t_1,,u(\cdot))$ to‘plam uchun quyidagi formula o‘rinli bo‘ladi:

$$X(t_1,u(\cdot)) = F(t_1,t_0)M_0 + \int_{t_0}^{t_1} F(t_1,t)B(t)u(t)dt + \int_{t_0}^{t_1} F(t_1,t)C(t)Vdt. \tag{8}$$

Bundan keyin kompakt to‘plamning tayanch funksiyasi tushunchasidan [7] foydalanamiz. R^n fazoning W kompakt to‘plami tayanch funksiyasi deb quyidagi

$$\sigma(W,\psi) = \max_{w\in W}(w,\psi), \psi \in R^n \tag{9}$$

formula bo‘yicha aniqlangan funksiyaga aytiladi.

Tayanch funksiyalar bir qator muhim xossalarga ega. (9) formuladan osongina kelib chiqadiki, $\sigma(W,\psi)$ funksiya $\psi \in R^n$ bo‘yicha musbat bir jinsli va yarim additivdir, ya’ni

$$\sigma(W,\mu\psi) = \mu\sigma(W,\psi), \forall\mu \geq 0, \psi \in R^n;$$

$$\sigma(W,\psi_1+\psi_2) \leq \sigma(W,\psi_1) + \sigma(W,\psi_2)\ \forall\ \psi_1 \in R^n, \psi_2 \in R^n.$$

Bundan $\sigma(W,\psi)$ funksiyaning $\psi \in R^n$ bo‘yicha qavariqligi kelib chiqadi.

To‘plamning $\sigma(W,\psi)$ tayanch funksiyasi birinchi argument bo‘yicha ham muhim xossaga ega. Ixtiyoriy W_1, W_2 – kompakt to‘plamlar, $\alpha_1 \geq 0, \alpha_2 \geq 0$ sonlar va $\psi \in R^n$ uchun

$$\sigma(\alpha_1 W_1 + \alpha_2 W_2, \psi) = \alpha_1\sigma(W_1,\psi) + \alpha_2\sigma(W_2,\psi) \tag{10}$$

tenglik bajariladi.

Ko‘p qiymatli akslantirishlar nazariyasiga ko‘ra [21,24], agar har bir $t \in T = [t_0,t_1]$ ga R^n fazoning kompakt to‘plamlarini mos qo‘yuvchi $t \to F(t)$ ko‘p qiymatli akslantirish uzluksiz bo‘lsa, uning integrali $G = \int_{t_0}^{t_1} F(t)dt$–kompakt to‘plam bo‘ladi [7]. Bu integral tayanch funksiyasi uchun

$$\sigma(G,\psi) = \int_{t_0}^{t_1} \sigma(F(t),\psi)dt \tag{11}$$

formula o‘rinli [7].

TADQIQOT NATIJALARI

Trayektoriyalar ansamblining ba’zi xossalarini keltiramiz.

1-lemma. Har bir $u(\cdot) \in U(T)$ boshqaruv va qavariq kompakt M_0 boshlang‘ich holatlar to‘plami uchun $X(t_1,,u(\cdot))$ – qavariq va kompakt to‘plamdan iborat.

Haqiqatan ham (8**)** formulaga ko‘ra $X(t_1,,u(\cdot))$ to‘plam quyidagi uchta to‘plamning algebraik yig‘indisidan iborat:

$$Q_1(t_1) = F(t_1,t_0)M_0 = \{F(t_1,t_0)x^0 : x^0 \in M_0\}; \quad Q_2(t_1,u(\cdot)) = \{\int_{t_0}^{t_1} F(t_1,\tau)B(\tau)u(\tau)d\tau\};$$

$$Q_3(t_1) = \int_{t_0}^{t_1} F(t_1,\tau)C(\tau)Vd\tau = \{\int_{t_0}^{t_1} F(t_1,\tau)C(\tau)v(\tau)d\tau : v(\cdot) \in V(T)\}.$$

M_0 – qavariq kompakt to‘plam bo‘lgani uchun uning $F(t_1,t_0)$ chiziqli akslantirishdagi obrazi bo‘lgan $Q_1(t_1)$ to‘plam ham qavariq va kompakt to‘plam bo‘ladi. $Q_2(t_1,u(\cdot))$– bir elementli to‘plam. $Q_3(t_1)$ esa $\tau \to G(t_1,\tau) = F(t_1,\tau)C(\tau)V$ ko‘p qiymatli akslantirishgning integrali xossalariga ko‘ra qavariq va kompakt to‘plamdir. Shunday qilib, bu uchta qavariq va kompakt to‘plamlar yig‘indisidan iborat $X(t_1,u(\cdot)) = Q_1(t_1) + Q_2(t_1,u(\cdot)) + Q_3(t_1)$ ham qavariq kompakt to‘plam bo‘lagi.

2-lemma. Har bir $u(\cdot) \in U(T)$ uchun $X(t_1,u(\cdot))$ to‘plamning tayanch funksiyasi quyidagi tenglik bilan aniqlanadi:

$$\sigma(X(t_1,u(\cdot)),\psi) = \sigma(F(t_1,t_0)M_0,\psi) + \int_{t_0}^{t_1}(F(t_1,\tau)B(\tau)u(\tau),\psi)d\tau +$$

$$+\int_{t_0}^{t_1}\sigma(F(t_1,\tau)C(\tau)V,\psi)d\tau. \tag{12}$$

Haqiqatan ham, $X(t_1,u(\cdot))$ uchun (8) formuladan foydalanamiz. Tayanch funksiyaning (10) xossasidan foydalanib, quyidagiga ega bo‘lamiz:

$$\sigma(X(t_1,u(\cdot)),\psi) = \sigma(F(t_1,t_0)M_0,\psi) + \int_{t_0}^{t_1}(F(t_1,\tau)B(\tau)u(\tau),\psi)d\tau +$$

$$+\sigma(\int_{t_0}^{t_1} F(t_1,\tau)C(\tau)Vd\tau,\psi). \tag{13}$$

Tayanch funksiyaning (11) xossasiga ko‘ra

$$\sigma(\int_{t_0}^{t} F(t,\tau)C(\tau)Vd\tau,\psi) = \int_{t_0}^{t}\sigma(F(t,\tau)C(\tau)V,\psi)d\tau \tag{14}$$

tenglik o‘rinli. Endi (13) va (14) tengliklardan (12) kelib chiqadi.

Qo‘yilgan masalani o‘rganishda katta ahamiyatga ega bo‘lgan (3) va (4) funksionallarning xossalarini keltiramiz.

Chiziqli funksiyalarning xossalariga ko‘ra

$$g(x) = \sum_{i=1}^{s}\min_{l_i\in L_i}(l_i,x) = \sum_{i=1}^{s}\min_{l_i\in coL_i}(l_i,x) = \min_{l_i\in coL_i,\, i=\overline{1,s}}\sum_{i=1}^{s}(l_i,x) = \min_{l\in\sum_{i=1}^{s}coL_i}(l,x) \tag{15}$$

tenglik bajariladi. Endi $\sum_{i=1}^{s}L_i = L$ deb olsak, $\sum_{i=1}^{s}coL_i = coL$ bo‘ladi, bu yerda coZ – Z to‘plamninq qavariq qobigi, ya’ni sh to‘plamni o‘zida saqlovchi barcha qavariq to‘plamlar kesishmasini bildiradi. Shuni hisobga olsak, (15) dan

$$g(x)=\sum_{i=1}^{s}\min_{l_i\in L_i}(l_i,x)=\min_{l\in coL}(l,x) \quad (16)$$

tenglikni olamiz. (16) dagi $g(x)=\min_{l\in coL}(l,x)$ funksiya botiqligini hamda 1-lemmani hisobga olib,

$$\max_{x\in X(t_1,u(\cdot))} g(x)=\max_{x\in X(t_1,u(\cdot))}\min_{l\in coL}(l,x)$$

tenglikda minimaks haqidagi teoremani [9] qo'llaymiz. Natijada quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\max_{x\in X(t_1,u(\cdot))} g(x)=\max_{x\in X(t_1,u(\cdot))}\min_{l\in coL}(l,x)=\min_{l\in coL}\max_{x\in X(t_1,u(\cdot))}(l,x).$$

Tayanch funksiya tushunchasi yordamida bu oxirgi tenglikni

$$\max_{x\in X(t_1,u(\cdot))} g(x)=\min_{l\in coL}\sigma(X(t_1,u(\cdot)),l) \quad (17)$$

ko'rinishda yozish mumkin. Endi $X(t_1,x^0,u)$ to'plam tayanch funksiysi uchun (12) formuladan foydalanib, (17) dan quyidagi tasdiqqa ega bo'lamiz.

1-teorema. Ixtiyoriy $u(\cdot)\in U(T)$ uchun ushbu

$$\max_{\xi\in X(t_1,u(\cdot))} g(x)=\min_{l\in\omega L}[\sigma(F(t_1,t_0)M_0,l)+\int_{t_0}^{t_1}(F(t_1,t)B(t)u(t),l)dt+\int_{t_0}^{t_1}\sigma(F(t_1,t)C(t)V,l)dt], \quad (19)$$

tenglik bajariladi.

$X(t_1,u(\cdot))$ to'plamning aniqlanishini hisobga olsak, (4) funksional uchun

$$\max_{x^0\in M_0,v(\cdot)\in W(T)} g(x(t_1,x^0,u(\cdot),v(\cdot)))=\max_{x\in X(t_1,u(\cdot))} g(x)$$

tenglik bajarilishini ko'ramiz. Natijada, (19) dan va tayanch funksiya (9) ta'rifidan foydalanib, quyidagi tasdiqni olamiz.

2-teorema. Ixtiyoriy $u(\cdot)\in U(T)$ uchun (4) funksional uchun

$$J(u(\cdot))=\min_{l\in coL}\left[\max_{x^0\in M_0}(F(t_1,t_0)x^o,l)+\int_{t_0}^{t_1}(F(t_1,t)B(t)u(t),l)dt+\int_{t_0}^{t_1}\max_{v\in V}(F(t_1,t)C(t)v,l)dt\right] \quad (20)$$

formula o'rinlidir.

3-teorema. (4) formula bilan aniqlanuvchi $J(u(\cdot))$ funksional $U(T)$ da botiq funksional bo'ladi.

Haqiqatan ham, ixtiyoriy $u\in U(T)$ va $l\in R^n$ nuqtalarda aniqlangan

$$\rho(u(\cdot),l)=\max_{\xi\in D}(F(t_1,t_0)\xi,l)+\int_{t_0}^{t_1}(F(t_1,t)B(t)u(t),l)dt+\int_{t_0}^{t_1}\max_{v\in V}(F(t_1,t)C(t)v,l)dt \quad (21)$$

funksionalini qaraymiz. (20) tenglikga ko'ra, $J(u(\cdot))=\min_{l\in\omega L}\rho(u,l)$ deb yozish mumkin. (21) funksional har bir belgilangan $l\in R^n$ uchun $u(\cdot)\in U(T)$ bo'yicha chiziqli, demak botiq funksionaldir. Bundan $J(u(\cdot))=\min_{l\in\omega L}\rho(u,l)$ funksionalning $U(T)$ da botiq bo'lishi kelib chiqadi.

4-teorema. Ixtiyoriy $u_1\in U(T)$, $u_2\in U(T)$ uchun quyidagi tengsizlik o'rinli:

$$\left|J(u_1(\cdot))-J(u_2(\cdot))\right|\le \max_{t\in T}\left\|F(t_1,t)B(t)\right\|\max_{l\in L}\left\|l\right\|\int_{t_0}^{t_1}\left\|u_1(t)-u_2(t)\right\|dt. \quad (22)$$

Teorema isboti uchun (21) formuladan foydalanamiz. U vaqtda ixtiyoriy $u_1\in U(T), u_2\in U(T)$ uchun

$$\left|J(u_1(\cdot))-J(u_2(\cdot))\right|\le \max_{l\in coL}\left|\int_{t_0}^{t_1}(F(t_1,t)B(t)u_1(t),l)dt-\int_{t_0}^{t_1}(F(t_1,t)B(t)u_2(t),l)dt\right|$$

tengsislikga ega bo‘lamiz. Bu yerdan talab qilingan (21) tengsizlik kelib chiqadi.

MUHOKAMA

Ishda qaralgan masala qoyilishiga ko‘ra minimaksli tipda bo‘lsada, unda trayektoriyalar ansamblini boshqarish mezonini aniqlashtirish mumkinligini ko‘rsatamiz. Buning uchun $L_i, i=1,2,\dots,s$ kompakt to‘plamlarning algebraik yig‘indisi sifatida aniqlangan $L=\sum_{i=1}^{s}L_i$ kompakt to‘plamni qaraymiz. Shu belgilash yordamida (3) funksionalni ixchamroq formada

$$g(x(t_1;x^0,u(\cdot),v(\cdot)))=\min_{l\in L}(l,x(t_1;x^0,u(\cdot),v(\cdot)))$$

kabi yozish munkin.

(5) masala quyidagi masalaga teng kuchli: barcha $u(\cdot)\in U(T)$ boshqaruvlar va γ sonlar orasida shunday optimal $u^0(\cdot)$ va γ^0 ni topish talab etiladiki,

1) $u=u^0(\cdot), \gamma=\gamma^0$ bo‘lganda ushbu

$$\min_{l\in L}(l,x(t_1;x^0,u(\cdot),v(\cdot)))\le\gamma \quad (23)$$

tengsizlik barcha $x^0\in M_0, v(\cdot)\in V(T)$ uchun bajarilsin;

2) γ^0 son biror $u(\cdot)\in U(T)$ mavjud bo‘lib, unga mos (23) tengsizlik barcha $x^0\in M_0$ va $v\epsilon V(T)$ uchun bajariladigan γ sonlar orasida eng kichigi bo‘lsin.

(23) tengsizlikning biror $x^0\in M_0, v(\cdot)\in V(T)$ uchun bajarilishi (1) sistema trayektoriyasi o‘ng cheti $x(t_1;x^0,u(\cdot),v(\cdot))$ uchun birorta $l\in L$ topilib, $(l,x\big(t_1;x^0,u(\cdot),v(\cdot)\big))\le\gamma$ tengsizlik bagarilishini anglatadi. Bu oxirgi tengszlik esa, $x(t_1;x^0,u(\cdot),v(\cdot))$ nuqtaning $G_l(\gamma)=\{x\in R^n:(l,x)\le\gamma\}$ gipertekislik yordamida hosil qilinhan $R_l^{n+}(\gamma)$ musbat yarim fazoda yotishini bildiradi. Demak, (23) tengsizlikning bajarilishi $x(t_1;x^0,u(\cdot),v(\cdot))\in\bigcup_{l\in L}R_l^{n+}(\gamma)$ munosabatning bajarilishidan iborat.

(23) tengsizlikning barcha $x^0\in M_0, v(\cdot)\in V(T)$ uchun bajarilishi esa, (1) sistema trayektoriyalari o‘ng chetlari bo‘lgan $x(t_1;x^0,u(\cdot),v(\cdot))$ ko‘rinishdagi nuqtalar to‘plaminng, ya’ni trayektoriyalar ansamli o‘ng chetining $R_l^{n+}(\gamma), l\in L$ yarim fazolar birlashmasida to‘liq yotishini $(X\big(t_1;u(\cdot)\big)\subset\bigcup_{l\in L}R_l^{n+}(\gamma))$ bildiradi. Bu aytilganlardan xulosa qilib, aytish mumkinki, qo‘yilgan masala (1) sistema trayektoriyalari ansamblini optimal boshqarishga oid masala bo‘lib, unda $X\big(t_1;u(\cdot)\big)\subset\bigcup_{l\in L}R_l^{n+}(\gamma)$ munosabatning eng kichik $\gamma=\gamma^0$ uchun bajarilishini ta’minlovchi $u=u^0(\cdot)$ optimal boshqaruvni topish talab etiladi.

Trayektoriyalar ansamblining o‘rganilgan xossalari orasida uning chetki holatini chisiqli bir jinsli sistema fundamental yechimlar matritsasi yordamida (7) Koshi formulasi alohida ahamiyatga ega. Bu formula asosida trayektoriyalar ansamblining dinamikasini hamda har bir vaqt momentida qanday topologik xususiyatli to‘plamni ifodalashini aniqlash mumkin. Jumladan, qavariq va kompakt boshlang‘ich holatlar to‘plamiga mos trayektoriyalar ansamblining har bir vaqt momentidagi holati qavariq va kompakt to‘plamdan iboratligi aniqlangan.

Sistemani boshqarishdag sifat mesoni bo‘lgan silliqmas terminal funksional xossalari orasida olingan 1-teorema alohida o‘ringa ega. Chunki bu yerdagi qolgan xossalar aynan shu teorma asosida o‘rinli ekanligi ko‘rsatiladi.

XULOSA

Shunday qilib, ushbu ishda chiziqli boshqaruv sistemasi uchun boshlang‘ich va tashqi qo‘zg‘atuvchi ta’irlar bo‘yicha ma’lumotlar noaniqligi sharoitidagi modeli qaraldi. Nomalum parametrlar to‘g‘risidagi axborot juda cheklangan, ya’ni faqatgina ularning mumkin bo‘lgan qiymatlar to‘plamigina ma’lum deb hisoblangan. Boshqaruv sifatini baholashda chiziqli funksiyalar minimumi tipidagi silliqmas funksiyadan foydalanildi. Noaniqlik sharoitini hisobga olgan holda, trayektoriyalar ansambli terminal(chetki) holatini boshqarishda minimaksli masala qo‘yildi va tadqiq etildi. Optimal boshqaruvning masalasining ushbu modeli uchun trayektoriyalar ansamblining va silliqmas terminal funksionalning xossalari o‘rganildi. Bu xossalar qaralgan masalada optimal boshqaruvni mavjudligi va uning sifat belgilarini aniqlashda, sh jumladan optimallikning zaruriy va yetarli shartlarini tadqiq etishda qo‘llanilishi mumkin.

REFERENCES

1. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. -М.: Наука,1961.
2. Беллман Р., Калаба Р. Динамическое программирование и современноая теория управления.-М.: Наука, 1969.
3. Габасов Р.Ф., Кириллова Ф.М. Качественная теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1971.
4. Ли Э.Б., Маркус Л. Основы теории оптимального управления. М.: Наука, 1972.
5. Габасов Р.Ф., Кириллова Ф.М. Оптимизация линейных систем. Методы функционального анализа. Минск: Изд-во БГУ, 1973.
6. Варга Дж. Оптимальное управление дифференциальными и функциональными уравнениями. –М.: Наука, 1977.
7. Благодатских В.И., Филиппов А.Ф. Дифференциальные включения и оптимальное управление. Труды математического института АН СССР, Т.169, 1985. - с. 194-252.
8. Кларк Ф. Оптимизация и негладкий анализ. -М.: Наука, 1988.
9. Куржанский А.Б. Управление и наблюдение в условиях неопределенности. -М.: Наука, 1977.
10. Овсянников Д.А. Математические методы управления пучками траекторий. Ленинград: Изд-во ЛГУ, 1981.
11. Куржанская Н.А. Оптимальное управление пучком траекторий системы с недоопределенными параметрами. Дифференциальные уравнения, Т.21, №3, 1985. - с. 404-410.
12. Otakulov S., Musayev A. O., Abdiyeva H.S. Application the mathematical methods in the problem of decision making under informational constraints. Proceedings of Scholastico-2021, International Consortium on Academic Trends of Education and Science, April 2021. London, England. -p. 105-107.

13. Otakulov S. On the minimization problem of reachable set estimation of control system. IFAK Workshop on Generalized Solutions in Control Problems (GSCP–2004). Pereslavl-Zalessky, Russia, September 2004, 2004. -p. 212-217.
14. Otakulov S. The control problems of ensemble of trajectories for differential inclusions. LAP Lambert Academic Publishing, 2019.
15. Otakulov S., Kholiyarova F.Kh. About the conditions of optimality in the minimax problem for controlling differential inclusion with delay. Academica: An International Multidisciplinary Research Jounal,Vol.10, Issue 4 (April 2020).- p. 685–694.
16. Otakulov S., Kholiyarova F.Kh. On the theory differential inclusions with delay argument. Dokl. Akad.Nauk, Resp.Uzbek., No. 3,2005. - p.14–17
17. Otakulov S.,Haydarov T.T. The nonsmooth control problem for dynamic system with parameter under conditions of incomplete initial date. International Conference On Innovation Perspectives, Psychology and Social Studies (ICIPPCS-2020), may 11-12 2020. International Engineering Journal for Research & Development(IEJRD). pp.211-214.
18. Otakulov S., Rahimov B. Sh., Haydarov T.T. The nonsmooth optimal control problem for ensemble of trajectories of dynamic system under conditions of indeterminacy. Middle European Scientific Bulletin, vol. 5, October 2020. -p. 38-42.
19. Otakulov S., Kholiyarova F.Kh. About conditions of controllability of ensemble trajectories of differential inclusion with delay. International Journal of Statistics and Applied Mathematics. V.5, issue 3, 2020.–p.59–65.
20. Отакулов С., Рахимов Б.Ш. Об условиях управляемости ансамбля траекторий дифференциальных включений. Physical and mathematical scinces. Vol. 3, Issue 1,2020.-p.45-50.
21. Борисович Ю.Г., Гельман Б.Д., Мышкис А.Д.,Обуховский В.В. Введение в теорию многозначных отображений и дифференциальных включений. -М.: КомКнига.,2005.
22. Otakulov S., Murotboyev M.B. Noanilik sharoitidag boshqaruv tizimi uchun silliqmas terminal funksionalning xossalari. “Zamonaviy innovatsion tadqiqotlarning dolzarb muammolari va rivojlanish tendensiyalari: yechimlar va istiqbollar”. Respublika miqyosidagi ilmiy-texnik anjuman materiallari to‘plami, 2022 yil 13-14 may, O‘zMU Jizzax filiali. Jizzax, 2022. 349–352 b.
23. Кейн В.Н. Оптимизация систем управления по минимаксному критерию. – М.: Наука, 1985. .
24. Половинкин Е.С. Многозначный анализ и дифференциальные включения. -М.: Физматлит, 2015.