MATEMATIKA KURSINI O'QITISHDA NOSTANDART MISOL VA MASALALARNI O'QITISH METODIKASI

Norqulova Gulibodom Oybek qizi
Buxoro Davlat Universiteti fizika-matematika fakulteti talabasi

Annotatsiya: Ushbu maqolada matematika kursini o'qitishda nostandart misol va masalalarni o'qitish metodikasi haqida fikr yuritiladi. Bunda ko'rsatkichli va logarifmik tenglama va tengsizliklarni yechishda ratsionallashtirish usulidan foydalaniladi.

Kalit so'zlar: Ratsionallashtirish usuli, o'suvchi funksiya, kamayuvchi funksiya, an'anaviy usul.

Nostandart misollar odatda logarifm asosidagi o'zgaruvchiga ega bo'lgan tengsizliklarni yechish bilan bog'liq. Ularni hal qilish uchun ikki xil yechish usulini ko'rib chiqish mumkin. Ulardan biri an'anaviy, ikkinchisi esa o'suvchi va kamayuvchi funksiyalarning ta'riflaridan kelib chiqadigan funksiyalarning xossalaridan foydalaniladi. Bu usul ratsionallashtirish usuli dab ataladi. U faqat logarifmning asosi o'zgaruvchi bo'lgan holatda emas, balki boshqa muhim holatlarda ham qo'llanishi mumkin. Aniqrog'i, bu usul, funksiyalarning monotonligi bilan bog'liq. Bu monotonik funksiyani o'z ichiga olgan eksponensial, logarifmik yoki boshqa tengsizliklarning tezda ratsional tengsizlikka aylanishidadir.

Gap shundaki, o'suvchi funksiya uchun uning ikki qiymatining farqi uchun argumentining mos keladigan qiymatlari farqi bilan bir xil ishoraga ega. Ikkita kamayuvchi funksiya, uning ikki qiymatining farqi uning argumentining tegishli qiymatlari farqining ishorasiga qarama-qarshi ishoraga ega. Quyida biz ushbu xususiyatlardan foydalanishni isbotlaymiz va ko'rsatamiz. Bu usul, afsuski, matematika o'qituvchilari tomonidan juda kam qo'llaniladi.

Misol: Quyidagi logarifmik tengsizlikni yeching.

$$log_{x-1}(x^2-3) \geq 2.$$

$$log_{x-1}(x^2-3) \geq 2 \;\Leftrightarrow\; log_{x-1}(x^2-3) \geq log_{x-1}(x-1)^2$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x-1>1 \\ x^2-3 \geq (x-1)^2 \\ x^2-3>0 \end{cases} \\ \begin{cases} 0<x-1<1 \\ x^2-3 \leq (x-1)^2 \\ x^2-3>0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x>2 \\ x^2-3 \geq x^2-2x+1 \end{cases} \\ \begin{cases} 1<x<2 \\ x^2-3 \leq x^2-2x+1 \\ x^2>3 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x > 2 \\ x \geq 2 \end{cases} \\ \begin{cases} 1 < x < 2 \\ \left[\begin{array}{l} x < -\sqrt{3} \\ x > \sqrt{3} \end{array}\right. \\ x \leq 2 \end{cases} \end{array}\right. \quad \Leftrightarrow \quad \left[\begin{array}{l} x > 2 \\ \sqrt{3} < x < 2 \end{array}\right.$$

Javob: $x\epsilon\left(\sqrt{3};2\right) \cup (2;\infty)$.

Eslatma. Ko'pchilik talabalar uchun ramziy belgi murakkab va g'ayrioddiy, ammo biz buni faqat ikkita sababga ko'ra taqdim etamiz:

-matematika o'qituvchilari, pedagogika oliy o'quv yurtlari talabalari va yuqori sinf o'quvchilarini ushbu turdagi matematik yozuvlar bilan tanishtirish;

-mazkur ishdagi yozuvlarning ixchamligi, aniqligi va uyg'unligi uchun.

Ikkinchi yechim usulini qo'llashdan oldin, algebraning umumiy ta'lim kursidan barcha o'qituvchilarga tanish bo'lgan ba'zi nazariy qoidalarni eslab, tahlil qilib o'tamiz.

f(x) funksiya o'suvchi funksiya deyiladi, agar uning qiymatlar sohasidagi har qanday ikkita qiymat uchun argumentning katta qiymatiga funksiyaning katta qiymati to'g'ri kelsa, ya'ni agar $x_2>x_1$, $f(x_2)>f(x_1)$.

Bu ta'rifdan kelib chiqadiki, o'suvchi f(x) funksiya uchun:

-agar $x_2 - x_1 > 0$ bo'lsa, $f(x_2) - f(x_1) > 0$;

-agar $x_2 - x_1 < 0$ bo'lsa, $f(x_2) - f(x_1) < 0$,

ya'ni $x_2 - x_1$ va $f(x_2) - f(x_1)$ ayirmalar bir xil ishorali bo'ladi.

Kamayuvchi f(x) funksiya uchun ham xuddi shunday, $x_2 - x_1$ va $f(x_2) - f(x_1)$ ayirmalar har doim qarama-qarshi ishoralarga ega.

Bu xossa monoton funksiyani o'z ichiga olgan tengsizliklarni yechishda unumli qo'llanilishi mumkin, bu yerda monoton funksiyaning ikkita qiymatining farqlari farqi yoki koeffitsienti bo'lgan chap tomon nolga taqqoslanadi.

Misol: Tengsizlikni ratsionallashtirish usuli yordamida yeching:

$$log_{x-1}(x^2-3) \geq 2.$$

Tengsizlikni ratsionallashtirish usuli yordamida yechish uchun dastlab, tengsizlikning chap tomonini 3 asosga ko'ra logarifmlaymiz. Shu bilan birga 2 raqamini chap tomonga o'tkazamiz va umumiy maxraj beramiz. Natijada

$$log_{x-1}(x^2-3) \geq 2, \qquad \frac{log_3(x^2-3)-2log_3(x^2-1)}{log_3(x-1)-0} \geq 0,$$

$$\frac{log_3(x^2-3)}{log_3(x-1)} - 2 \geq 0, \qquad \frac{log_3(x^2-3)-2log_3(x-1)^2}{log_3(x-1)-log_3 1} \geq 0$$

Oxirgi tengsizlik ratsionallashtirish usuli uchun zarur shaklga ega bo'lgani uchun $y = log_3 t$ funksiyaning ortib boruvchi maxrajining ikki qiymatining ayirmasida argumentlarga o'tishda farqlarning belgilari o'zgarmaydi, shuning uchun

$$\frac{log_3(x^2-3) - log_3(x-1)^2}{log_3(x-1) - log_3 1} \geq 0$$

$$\begin{cases} \frac{(x^2-3)-(x-1)^2}{(x-1)-1} \geq 0 \\ x^2 - 3 > 0 \\ x - 1 > 0 \\ x - 1 \neq 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2 \geq 0 \\ \left[\begin{array}{l} x < -\sqrt{3} \\ x > \sqrt{3} \end{array}\right. \\ x > 1 \\ x \neq 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{2x-4}{x-2} \geq 0 \\ |x| > \sqrt{3} \\ x > 1 \\ x \neq 2 \end{cases} \qquad \begin{cases} x > 3 \\ x \neq 2 \end{cases}$$

Javob: $\begin{cases} x > 3 \\ x \neq 2 \end{cases}$

Ratsionallashtirish usulidan ildiz funksiyasi uchun ham foydalanish mumkin: $y = \sqrt{x}$. U ko'payadi, shuning uchun bu usuldan foydalanishda hech qanday muammo yo'q. Keling bir misolni ko'rib chiqaylik.

Misol. Tengsizlikni yeching: $\frac{\sqrt{2x^2-3x+1}}{\sqrt{2x-2}} \leq 1$

Yechish:Tengsizlikni quyidagi ko'rinishda yozib olamiz:

$$\frac{\sqrt{2x^2-3x+1} - \sqrt{2x-2}}{\sqrt{2x-2} - \sqrt{0}} \leq 0$$

Bundan

$$\begin{cases} \frac{2x^2-3x+1-2x+2}{2x-2} \leq 0 \\ 2x^2 - 3x + 1 \geq 0 \\ 2x - 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2(x-1)(x-1,5)}{2(x-1)} \leq 0 \\ 2(x-1)(x-0,5) \geq 0 \\ x > 1 \end{cases}$$

U holda x $\in (1; 1,5]$

Javob: x $\in (1; 1,5]$.

Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati:

1.S.Alixonov. Matematika o'qitish metodikasi. Toshkent-2011.

2.В.Н.Литвиненко. А.Г.Мордкович. Практикум по решению математических задач. Москва, Просвещение, 1984.

3.В.Г.Рисберг. И.Ю.Черникова. Решение показательных и логарифмических уравнений, неравенств и систем уравнений повышенного и высокого уровня сложности. ПУШКА, 2015.