

## 5 Serbestlik Dercesine Sahip Bir Kaynak Robotunun İleri Kinematik Analizi

Nülifer GÜNDOĞAN<sup>1\*</sup> (Orcid ID: 0000-0003-0519-2139), Cengiz DOĞAN<sup>2</sup> (Orcid ID: 0000-0002-1468-8462)

<sup>1</sup>Adıyaman Üniversitesi, Besni Ali Erdemoğlu MYO, Mekatronik, Adıyaman

<sup>2</sup>Harran Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Şanlıurfa

\*Sorumlu yazar (Corresponding author): ngundogan@adiyaman.edu.tr

**Geliş Tarihi (Received):** 14.09.2022

**Kabul Tarihi (Accepted):** 12.10.2022

### Özet

Bu çalışmada, tasarımı ve imalatı yapılmış olan beş eksenli bir kaynak robotunun uzuvlarına ait eklemlerinin, Denavit Hartenberg kurallarına göre kinematik diyagramı oluşturularak kinematik ve ileri kinematik denklemleri oluşturulup robota ait veriler ile hesapları yapıldı. Robotun uç efektörünün konum ve yönelim kontrolünü yapabilmek için elde edilen bu denklemler, Microsoft Visual Studio C# 2010 programında hazırlanmış bir arayüz programında kodlara dönüştürülerek analitik hesapları bilgisayar ortamında yapıp sonuçlar elde edildi. Bu sayede kaynak robotunun uç efektörü olan torçun otomatik olarak klavyeden girilen ilerleme (d) ve açı (θ) eklem parametreleri verileri ile kaynak işleminin otomatik olarak yapılabileceği yörünge belirlenmiş olur. Aynı zamanda kinematik formüllerin doğruluğunun sağlanmasının yapılması için tüm bu işlemler bir Microsoft Excel programında da matematiksel formüller haline dönüştürülüp farklı veriler için de hesapları yapıldı. Bilgisayarda hazırlanan Microsoft Visual Studio C# 2010 editöründe hazırlanmış arayüz programındaki kinematik hesaplamalar ile kaynak robotunun uç efektörü olan kaynak torçunun istenilen yörüngede uzaktan kontrollü olarak doğru bir şekilde kaynak uygulamalarını yapması sağlanmıştır.

**Anahtar Kelimeler:** Homoju dönüşüm matrisi, kinematik diyagram, ileri kinematik

## Forward Kinematic Analysis of A Welding Robot With 5 Degrees Of Freedom

### Abstract

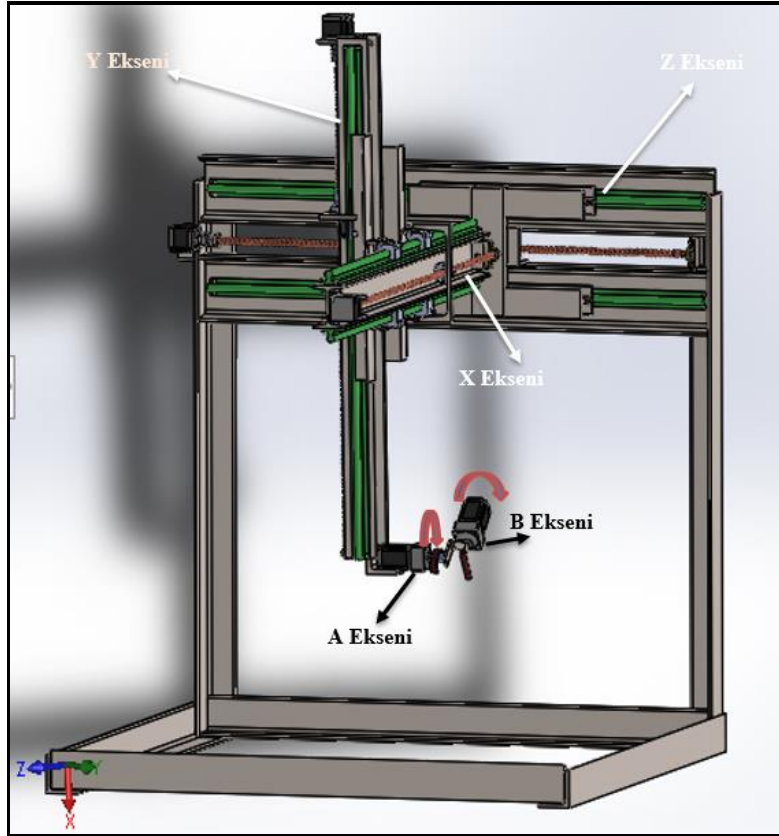
In this study, the kinematic diagram of the joints of the limbs of a five-axis welding robot, which was designed and manufactured, was created according to the Denavit-Hartenberg rules, kinematics and advanced kinematics equations were created and calculations were made with the data of the robot. These equations, which were obtained in order to control the position and orientation of the end effector of the robot, were converted into codes in an interface program prepared in Microsoft Visual Studio C# 2010 program, analytical calculations were made in the computer environment and the results were obtained. In this way, the trajectory in which the welding process can be performed automatically is determined with the feed (d) and angle (θ) joint parameters data entered automatically from the keyboard of the torch, which is the end effector of the welding robot. With the kinematic calculations in the interface program prepared in the Microsoft Visual Studio C# 2010 editor prepared on the computer, it was ensured that the welding torch, which is the end effector of the welding robot, remotely controlled the welding applications in the desired trajectory.

**Keywords:** Transformation matrix, kinematic diagram, forward kinematics

## GİRİŞ

Kinematik bilimi nesnelere yörünge, hız ve ivme gibi parametrelerle ele alan mekanik bir bilim dalıdır. Robot kinematikinde robotun uç işlevcisi ve pozisyonu arasındaki ilişki, robota ait eklem değişkenleri ve parametreleri kullanılarak kinematik bir diyagram yardımı ile tanımlanır. Kinematik diyagram tanımında robotlar, yapısal olarak uzuvların birbiri ile mafsallı bağlantı şekillerine göre isimlendirilirler. Buna göre mafsalların birbirine göre öteleme (prismatic) hareketleri için çoğunlukla P harfi, dönme (revolute) hareketleri için ise R harfi kullanılır. Kinematik diyagram oluşturulurken mafsallı türleri, seçilen robotun mekanik yapısına ve

bağlantılarına uygun bir şekilde yerleştirilmelidir. Bu tez çalışmada PPPRR mafsallı bağlantısına sahip bir robot tasarımı yapılmıştır. Manipülatörün zemin bağlantısı prizmatik (P) eklemli olup (Z), bu eklem yatayda dik olarak konumlandırılmış 1 adet prizmatik (P) eklem (X) bağlantısı yapılmış ve bu yataydaki eksene ise 1 adet dikeyde prizmatik (P) eklem (Y) bağlantısı yapılmıştır. Dikey eksen üzerinde torç taşıyıcı ünitesi bulunmakta olup, bu ünite 2 adet döner (RR) mafsallardan oluşmuştur. Toplamda 5 serbestlik derecesine sahip PPPRR eklem tipinde bir kaynak robotu tasarlanarak imal edilmiştir (Şekil 1).



Şekil 1. Robota ait kızak ve şase bağlantıları

Bu çalışmada hazırlanan kinematik diyagramda “a1, a2, a3, a4, a5 ve a6” ifadeleri her bir mafsala ait

uzuvların uzunluklarını ifade eder. Kinematik diyagram oluşturulurken mafsallı çeşidi dikkate alınarak serbestlik

derecesi parametreleri belirlenir. Birinci, ikinci ve üçüncü prizmatik (P) eklemler olup parametreleri  $d_1$ ,  $d_2$  ve  $d_3$  ile gösterilir. Sonraki eklemler döner (R) olup parametreleri  $\theta_4$  ve  $\theta_5$  ifadeleri ile gösterilir. Kinematik diyagramın oluşturulmasında bir takım kurallar bulunmaktadır. Denavit-Hartenberg kuralları kinematik diyagramda kullanılan eksenlerin ve koordinat çerçevelerinin yerleştirilmesini ve buna bağlı olarak yönelim ve oryantasyon bilgileri ile kinematik analiz yapılmasını kolaylaştırmak için kullanılan bir yöntemdir. Bu kurallar, Jacques Denavit ve Richard Hartenberg tarafından 1955 yılında koordinat çerçevelerinin yerleştirilmesini standartlaştırmak için tanımlanmıştır. Denavit-Hartenberg kurallarına göre eklemlere koordinat sistemleri yerleştirilirken sırasıyla aşağıdaki işlemler gerçekleştirilir:

1. İlk olarak her bir mafsala ait dönme ya da kayma yönleri belirlenerek bu

eksenlere paralel olacak şekilde doğru çizimi yapılır.

2. Bu eksenlerden Z ekseninin tayini yapılırken; mafsal eğer döner ise dönüş yönü (sağ el kuralına göre), prizmatik ise kayma yönü Z eksenini olarak seçilir.

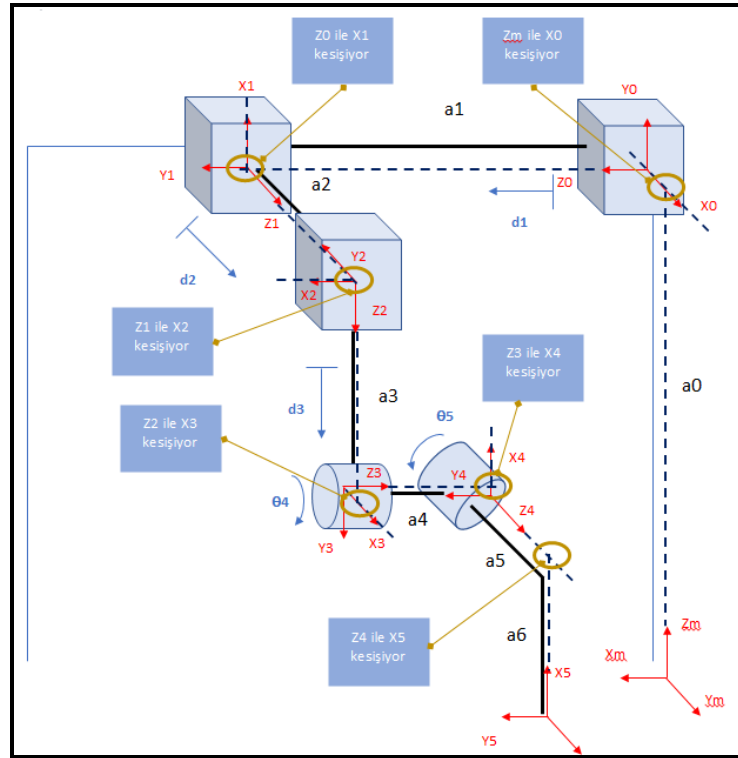
3. Z eksenine dik ve kolun uzunluğu yönünde olan eksen, X eksenini olarak tanımlanır.

4. Z ve X eksenini belirlendikten sonra sağ el kuralı ile bu eksenlere dik olan Y eksenini belirlenir.

5. Eğer ardışık iki eklemin Z eksenleri aynı yönde ise, bu eksenlerin ait olduğu kolun uzunluğu yönünde X eksenleri tanımlanarak sağ el kuralı ile Y eksenini tanımlanır.

6. Sıfırıncı ile birinci eksenler üst üste çakışık aynı eksen olarak kabul edilebilir.

Bu çalışmada Denavit-Hartenberg kurallarına göre oluşturulan kinematik diyagramda eksenlerin tayini Şekil 2'deki gibidir.



Şekil 2. Denavit-Hartenberg kurallarına göre tüm eksenlerin tayini

Robot kinematiği eklemlerin konumlarına ve birbirlerine göre sahip oldukları konumlarına bağlıdır. Birbiri ardınca oluşturulan bu bağlantıya açık kinematik zincir denir. Bu tanımlamadan sonra robot kinematiğini oluşturmak için robotun tüm eklemlerine ait konum ( $d_B^A$ )

$$T_B^A = \begin{bmatrix} R_B^A & d_B^A \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Bu çalışmada hazırlanan kinematik diyagramda ana çerçeve olarak bir makine koordinat çerçevesi (M) tanımlanmıştır. Kinematik hesaplamaların yapılması için ilk olarak makine (M) koordinat çerçevesinden itibaren sırasıyla tüm çerçeveler birbiri ile ilişkilendirilerek bunların arasında öteleme vektörü bulunması işlemi yapılmıştır. Robotun her bir eklemine ait 4x4 boyutlarında homojen dönüşüm

ve yönelim bilgileri ( $R_B^A$ ) hazırlanarak 4x4 boyutlarında homojen dönüşüm matrisleri ( $T_B^A$ ) oluşturulur. Hazırlanan matrislerin sayısı, robotun serbestlik derecesi sayısı kadardır (Craig, 2005). Dönüşüm matrisinin gene ifadesi Denklem 1'deki gibidir.

matrislerini oluşturabilmek için ilk olarak konum bilgisine ihtiyaç vardır. 3 boyutlu uzayda bir noktanın konumu, evrensel koordinatın merkez noktası referans alınarak 3x1 boyutlu bir matris vektör ile tanımlanabilir (Bingül ve Küçük, 2005). Örneğin, 0 ve 1 nolu koordinat çerçevelerinin arasındaki konumu ( $d_1^0$ ) ifade etmek için aşağıdaki Denklem 2 kullanılabilir.

$$d_1^0 =$$

$$\begin{bmatrix} \text{çerçeve 1 merkezi ile çerçeve 0 merkezinin arasındaki x0 yönündeki mesafe} \\ \text{çerçeve 1 merkezi ile çerçeve 0 merkezinin arasındaki y0 yönündeki mesafe} \\ \text{çerçeve 1 merkezi ile çerçeve 0 merkezinin arasındaki z0 yönündeki mesafe} \end{bmatrix}$$

(2)

Her bir eksen için Denklem 2' deki konum formülü, Tablo 1 ve Tablo 2' deki

robotta ait sabit eklem ve parametre değişkenleri verilerine göre hesaplanır.

**Tablo 1.** Robotta ait sabit eklem uzunlukları

a0	1000 mm
a1	50 mm
a2	500 mm
a3	50 mm
a4	50 mm
a5	50 mm
a6	50 mm

**Tablo 2.** Robotta ait eklem değişkenlerinin giriş değerleri

d1	638 mm
d2	82,35 mm
d3	743,24 mm
$\theta_4$	40°
$\theta_5$	50°

$$d_0^M = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ a_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1000 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$d_1^0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ a_1 + d_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 688 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$d_2^1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ a_2 + d_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 582,36 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$d_3^2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ a_3 + d_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 793,24 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$d_4^3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ a_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 50 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$d_5^4 = \begin{bmatrix} -a_6 * \cos \theta_5 \\ -a_6 * \sin \theta_5 \\ a_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -50 * \cos 50 \\ -50 * \sin 50 \\ 50 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -32,14 \\ -38,3 \\ 50 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Bir noktanın 3 boyutlu Kartezyen uzaydaki tanımlanmasında konum bilgilerinin yanı sıra yönelim ya da oryantasyon bilgilerine de ihtiyaç vardır. Oryantasyon, robotun her bir eklemine ait 3 boyutlu eksen takımının birbirine göre eksenlerinin dönme miktarının 3x3

şeklindeki bir matrisle ifadesidir. 3x3 şeklinde yazılabilen bu matrise dönme matrisi (rotation matrix) denir ve  $R_0^M$  şeklinde Denklem 9'daki gibi gösterilir.

$$R_{i-1}^i = \{i\hat{X}_{i-1}, i\hat{Y}_{i-1}, i\hat{Z}_{i-1}\} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \quad (9)$$

Çerçeve M'nin çerçeve 0 içinde veya çerçeve 0'ın çerçeve M'ye göre dönüş ifadesini tanımlayacak olursak;

$$R_0^M = \begin{bmatrix} X0 \text{ in } XM \text{ üzerine iz düşümü} & Y0 \text{ in } XM \text{ üzerine iz düşümü} & Z0 \text{ in } XM \text{ üzerine iz düşümü} \\ X0 \text{ in } YM \text{ üzerine iz düşümü} & Y0 \text{ in } YM \text{ üzerine iz düşümü} & Z0 \text{ in } YM \text{ üzerine iz düşümü} \\ X0 \text{ in } ZM \text{ üzerine iz düşümü} & Y0 \text{ in } ZM \text{ üzerine iz düşümü} & Z0 \text{ in } ZM \text{ üzerine iz düşümü} \end{bmatrix} \quad (10)$$

Buna bağlı olarak 5 nolu koordinat çerçevesi olarak tanımlanan uç efektörünün, M nolu koordinat

çerçevesine göre dönme ifadesi olan  $R_5^M$ 'i tanımlamak için;  
 $R_5^M = R_0^M * R_1^0 * R_2^1 * R_3^2 * R_4^3 * R_5^4$   
 çarpımları yapılır.

Bu tanımları biraz daha genişletecek olursak, dönme matrislerinden X ekseninde dönmeyi tanımlayan ifade  $R_X$ , Y ekseninde dönmeyi tanımlayan ifade  $R_Y$  ve Z ekseninde dönmeyi tanımlayan ifade ise  $R_Z$  ile gösterilir. Bu ifadelerin arasında kalan dönüşler, bunların kombinasyonu olarak düşünülecektir.

Her bir koordinat çerçevesinin bir önceki çerçeveye göre yönelimini bulmak için bu çerçevelerin X,Y,Z eksenlerinden hangisinin etrafında bir dönme gerçekleşti ise ona göre bu eksenlere ait Denklem 11’deki birim dönme matrisleri ile önden çarpma metodu ile Denklem 12, 13, 14, 15, 16 ve 17’de ki  $R_0^M$ ,  $R_1^0$ ,  $R_2^1$  ve  $R_3^2$  oryantasyon matrisleri elde edilmektedir.

$$R_x(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}, R_y(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix}, R_z(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$R_0^M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$R_1^0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$R_2^1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$R_3^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$R_4^3 = \begin{bmatrix} \cos \theta_4 & -\sin \theta_4 & 0 \\ \sin \theta_4 & \cos \theta_4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin 40 & 0 & \cos 40 \\ -\cos 40 & 0 & \sin 40 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 0,64 & 0 & 0,77 \\ -0,77 & 0 & 0,64 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$R_5^4 = \begin{bmatrix} \cos \theta_5 & -\sin \theta_5 & 0 \\ \sin \theta_5 & \cos \theta_5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos 50 & -\sin 50 & 0 \\ \sin 50 & \cos 50 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 0,64 & -0,77 & 0 \\ 0,77 & 0,64 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (17)$$

**Homojen dönüşüm matrisleri ( $T_B^A$ )**

Robot koordinat sisteminde bulunan çerçevelerin birbirlerine göre konum ve yönelimleri incelenmiş ve bir önceki bölümde denklemler elde edilmiştir.

Koordinat sistemlerinin genel dönüşüm itibariyle hem pozisyonunu

hem de oryantasyonunu (yönelim) ifade etmek için 4x4 boyutunda, “homojen transformasyon matrisi” veya “dönüşüm matrisi” adı verilen bir matris tanımlanır. Örneğin A ve B koordinat çerçeveleri için oluşturulma sistematığı Denklem 18’de gösterilmiştir.

$$T_B^A = \begin{bmatrix} R_B^A & d_B^A \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{18}$$

Her bir ekleme ait homojen transformasyon matrisleri Denklem 19,

20, 21, 22, 23 ve 24’de gösterildiği gibi bulunmuştur;

$$T_0^M = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & a_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1000 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{19}$$

$$T_1^0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & a_1 + d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 688 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{20}$$

$$T_2^1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & a_2 + d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 582,36 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{21}$$

$$T_3^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & a_3 + d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 793,24 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{22}$$

$$T_4^3 = \begin{bmatrix} \sin \theta_4 & 0 & \cos \theta_4 & 0 \\ -\cos \theta_4 & 0 & \sin \theta_4 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & a_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.64 & 0 & 0.77 & 0 \\ -0.77 & 0 & 0.64 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 50 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{23}$$

$$T_5^4 = \begin{bmatrix} \cos \theta_5 & -\sin \theta_5 & 0 & a_6 * \cos \theta_5 \\ \sin \theta_5 & \cos \theta_5 & 0 & a_6 * \sin \theta_5 \\ 0 & 0 & 1 & a_5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.64 & -0.77 & 0 & -32,14 \\ 0.77 & 0.64 & 0 & -38,3 \\ 0 & 0 & 1 & 50 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (24)$$

### İleri Kinematik (Forward Kinematics)

İleri kinematik ile robota ait mafsalsal parametrelerinin belirlenmesi ile ana çerçeveye göre uç işlevcisinin konumunun ve yöneliminin bulunmasıdır. İleri kinematik hesapları yapılırken eklemlere ait homojen dönüşüm matrisleri birbirleriyle sıralı şekilde çarpılması yöntemi ile Denklem 25'deki gibi yapılır. (Bingül ve Küçük, 2005). Uç efektör çerçevesinin zemin yani makine çerçevesine göre ileri kinematik denklemi işlemleri

$$T_0^M * T_1^0 * T_2^1 * T_3^2 * T_4^3 * T_5^4 = T_5^M \quad (25)$$

ile bulunur.

$T_0^M * T_1^0 * T_2^1 * T_3^2 * T_4^3 * T_5^4 = T_5^M$  çarpım ifadesi ile  $T_5^M$  ifadesi elde edilir. Buna göre  $T_5^M$  matrisinin sol üstten başlayarak 3x3'lük matrisi uç efektörün oryantasyonunu göstermekte olup, 4. Sütunun 1., 2. ve 3. elemanları uç efektörünün koordinatlarını ifade eder (Denklem 26).

$$T_5^M = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & p_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & p_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (26)$$

$P_x, P_y$  ve  $P_z$  ifadeleri uç efektörüne ait x, y ve z koordinatlarıdır.

$$T_0^M * T_1^0 * T_2^1 * T_3^2 * T_4^3 * T_5^4 = T_5^M \text{ çarpım ifadesi:}$$

Elde edilen denklemlere trigonometrik dönüşüm formülleri uygulandığında aşağıdaki formülleri elde ederiz.

$$(\cos(\theta_3 + \theta_4) + \cos(\theta_3 - \theta_4))/2 = \cos\theta_3 * \cos\theta_4 \quad (27)$$

$$(\sin(\theta_3 + \theta_4) + \sin(\theta_3 - \theta_4))/2 = \sin\theta_3 * \cos\theta_4 \quad (28)$$

$$(-\sin(\theta_3 + \theta_4) + \sin(\theta_3 - \theta_4))/2 = -\cos\theta_3 * \sin\theta_4 \quad (29)$$

$$(\cos(\theta_3 + \theta_4) - \cos(\theta_3 - \theta_4))/2 = -\sin\theta_3 * \sin\theta_4 \quad (30)$$

$T_5^M$  homojen dönüşüm matrisini tekrar düzenlersek;

$$T_5^M = \begin{bmatrix} \sin\theta_4 * \cos\theta_5 & \cos\theta_4 * \cos\theta_5 & 0 & -a_1 + d_1 - a_4 + a_6 * \sin\theta_5 \\ \cos\theta_4 * \cos\theta_5 & -\cos\theta_4 * \sin\theta_5 & \cos\theta_4 & a_2 + d_2 + a_5 * \cos\theta_4 - a_6 * \cos\theta_5 * \sin\theta_4 \\ \sin\theta_5 & \cos\theta_5 & -\sin\theta_4 & a_0 - a_3 - d_3 - a_5 * \sin\theta_4 - a_6 * \cos\theta_4 * \cos\theta_5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

elde ederiz.



İleri kinematik için gerekli olan homojen transformasyon matrislerinin çarpımları sırasıyla yapılırsa;

$$T_1^M = T_0^M x T_1^0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1000 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 688 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 688 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1000 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (31)$$

$$T_2^M = T_1^M x T_2^1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 688 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1000 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 582,36 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 688 \\ 0 & -1 & 0 & 582,36 \\ 0 & 0 & -1 & 1000 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (32)$$

$$T_3^M = T_2^M x T_3^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 688 \\ 0 & -1 & 0 & 582,36 \\ 0 & 0 & -1 & 1000 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 793,24 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 688 \\ 1 & 0 & 0 & 582,36 \\ 0 & -1 & 0 & 206,76 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (33)$$

$$T_4^M = T_3^M x T_4^3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 688 \\ 1 & 0 & 0 & 582,36 \\ 0 & -1 & 0 & 206,76 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x \begin{bmatrix} 0,64 & 0 & 0,77 & 0 \\ -0,77 & 0 & 0,64 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 50 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 638 \\ 0,6427 & 0 & 0,7660 & 582,36 \\ 0,7660 & 0 & -0,6427 & 206,76 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (34)$$

$$T_5^M = T_4^M x T_5^4 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 638 \\ 0,6427 & 0 & 0,7660 & 582,36 \\ 0,7660 & 0 & -0,6427 & 206,76 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x \begin{bmatrix} 0,64 & -0,77 & 0 & -32,14 \\ 0,77 & 0,64 & 0 & -38,3 \\ 0 & 0 & 1 & 50 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,76604 & 0,64278 & 0 & 600 \\ 0,41318 & -0,49240 & 0,76604 & 600 \\ 0,4924 & -0,58682 & -0,64279 & 150 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (35)$$

Bu çarpıma göre;

$$T_5^M = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & p_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & p_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin\theta_4 * \cos\theta_5 & \cos\theta_4 * \cos\theta_5 & 0 & -a_1 + d_1 - a_4 + a_6 * \sin\theta_5 \\ \cos\theta_4 * \cos\theta_5 & -\cos\theta_4 * \sin\theta_5 & \cos\theta_4 & a_2 + d_2 + a_5 * \cos\theta_4 - a_6 * \cos\theta_5 * \sin\theta_4 \\ \sin\theta_5 & \cos\theta_5 & -\sin\theta_4 & a_0 - a_3 - d_3 - a_5 * \sin\theta_4 - a_6 * \cos\theta_4 * \cos\theta_5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.76604 & 0.64278 & 0 & 600 \\ 0.41318 & -0.49240 & 0.76604 & 600 \\ 0.4924 & -0.58682 & -0.64279 & 150 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (36)$$

Denklem 36'daki  $T_5^M$ ' e ait 3 adet matris birbirine eşitlenerek uç efektörünün  $P_x$ ,  $P_y$ ,  $P_z$  uç koordinatlarının değerleri aşağıdaki Denklem 37, 38 ve 39 ile gösterilir.

$$P_x = -a_1 + d_1 - a_4 + a_6 * \sin\theta_5 = 600 \quad (37)$$

$$P_y = a_2 + d_2 + a_5 * \cos\theta_4 - a_6 * \cos\theta_5 * \sin\theta_4 = 600 \quad (38)$$

$$P_z = a_0 - a_3 - d_3 - a_5 * \sin\theta_4 - a_6 * \cos\theta_4 * \cos\theta_5 = 150 \quad (39)$$

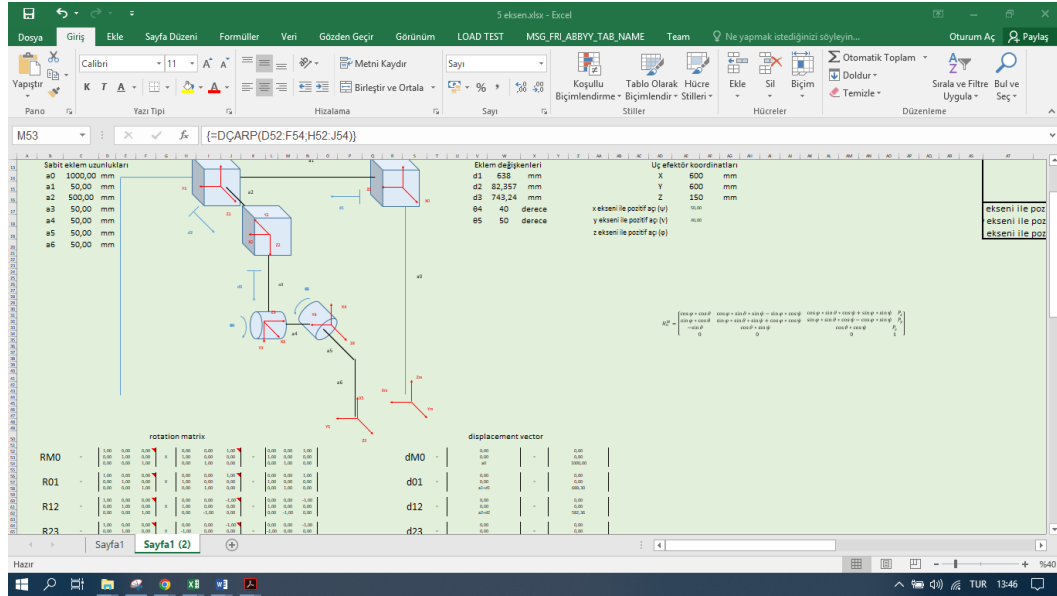
olarak elde edilir.

Tüm bu ileri kinematik hesaplamalar, Microsoft C# editöründe hazırlanan arayüz programında matematiksel eşitliklerinin kodları oluşturulmuştur. Bu sayede robot hareketlerinin kontrolü yapılarak, kaynak torç ünitesine yörünge takibi sağlanmıştır. Mach3 programının X, Y ve Z eksen bilgilerinden robota ait  $d_1$ ,  $d_2$  ve  $d_3$  ilerleme miktarlarının bilgileri ve Mach3 programının A ve B eksen bilgilerinden de  $\theta_4$ ,  $\theta_5$  dönme açıları bilindiğine göre robot kaynak torcunun uç noktasının koordinatları olan  $P_x$ ,  $P_y$  ve  $P_z$  noktaları Denklem 36, 37 ve 38'den elde edilmektedir. Bu sayede ileri kinematik için gerekli olan robot uç noktasının koordinatları bulunabilmektedir.

Tüm bu ileri kinematik hesaplar Microsoft C# editöründe hazırlanan arayüz programı tarafından kullanılarak, Mach3'teki konum bilgileri ile beraber G kodları halinde hazırlanıp Mach3 programına kaydedilebilmekte ve kontrol ünitesi üzerinden motorlara ve dolayısıyla uç efektörüne hesaplanan koordinatlara ilerleme ve dönme miktarları kadar hareket verilebilmektedir (Denklem 40).

N00 G01 X ( $d_0$ ) Y ( $d_1$ ) Z ( $d_2$ ) A (A) B (B) F 40 (40)

Tüm bu hesaplamaların doğruluğunu analiz etmek için Microsoft Excel programında kinematik ve ileri kinematik formüller hazırlanıp farklı veriler için de hesaplanmıştır (Şekil 3).



Şekil 3. Denavit-Hartenberg kurallarına göre Microsoft Excel programında kinematik ve ileri kinematik formüller

## SONUÇLAR

Robotun uç efektörünün yörünge takibi için Denavit-Hartenberg kuralları kullanılarak kinematik diyagram oluşturulmuş ve ileri kinematik denklemleri hazırlanarak kinematik analizleri yapılmıştır. Elde edilen kinematik denklemler Microsoft C# editöründe hazırlanan arayüz programında kod haline getirilerek matematiksel işlemlerin hesaplanması sağlanmıştır. Aynı zamanda bir Microsoft Excel belgesinde de formül haline getirilip hesapları yapılmış ve Denavit-Hartenberg yöntemi ile elde edilen denklemlerin doğruluğu ispatlanmıştır. Bilgisayarda hazırlanan bu programlar ile kaynak robotunun uç efektörü olan torçun istenilen yörüngede uzaktan kontrollü olarak doğru bir şekilde kaynak yapması sağlanmıştır.

## KAYNAKLAR

Adar, N.G., Ören, H., Kozan, R. 2013. “5 Serbestlik Dereceli Robot Kolunun Modellenmesi Ve Kontrolü”. Saü, Fen Bil. Der., 17. Cilt, 1. Sayı: 155-160. [Erişim

Tarihi: 05.11.2020]

[Http://Www.Saujs.Sakarya.Edu.Tr/Tr/Download/Article-File/192690](http://www.saujs.sakarya.edu.tr/tr/download/article-file/192690)

Akpınar, Ö. 2008. “Depolama Amaçlı Görüntü İşleme Tabanlı Bir Kartezyen Robot Tasarımı”. Sakarya Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, Sakarya, 85 S.

Akyüz, İ.H., Bingül, Z., Kizir, S. 2012. “Tek Eklemlerli Esnek Robot Kolunun Modellenmesi, Tasarımı Ve Bulanık Mantık İle Kontrolü”. Otomatik Kontrol Ulusal Konferansı (Tok09), İstanbul, S 713-726. [Erişim Tarihi: 05.11.2020]

[Https://Journals.Tubitak.Gov.Tr/Elektrik/Issues/Elk-12-20-5/Elk-20-5-5-1101-1056.Pdf](https://journals.tubitak.gov.tr/elektrik/issues/elk-12-20-5/elk-20-5-5-1101-1056.pdf)

- Ayyıldız, M., Çetinkaya, K. 2014. “4-Serbestlik Dereceli Gerçek Bir Seri Robotun Ters Kinematiğinin Qpso İle Çözümü”, I. Uluslararası Endüstriyel Tasarım Mühendisliği Sempozyumu (Isıde14), 8-9 Mayıs 2014, Karabük, Türkiye
- Bingül, Z., Küçük, S. 2005. Robot Tekniği. Birsen Yayınevi, İstanbul, 343 S.
- Boztay, İ. 2007. “Gereğinden Çok Serbestlik Dereceli Yılsarı Bir Robotun Dizaynı Ve İmalatı”. Pamukkale Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü. Yüksek Lisans Tezi, 117s.
- Bruccoleri, M., D. , Commare, C, U. L. 2007. “Off-Line Programming And Simulation For Automatic Robot Control Software Generation”. 5th Ieee International Conference On Industrial Informatics, 23-27 June, Vol 2: 191-196. Erişim Tarihi: 03.01.2020] <https://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=4384806> Adresinden Erişilmiştir.
- Corwin, M., Hohn, R., Tarvin, R. 1975. “Method And Apparatus For Programming A Computer Operated Robot Arm”. United States/ Ohio Patent No. 3920972. <https://patents.google.com/patent/Us3920972a/en>
- Craig, J., J. 2005. “Introduction To Robotics”. Third Edition, United States Of America, Pg408. [Erişim Tarihi: 5.11.2020] [http://www.mech.sharif.ir/C/D/ocument\\_Library/Get\\_File?Uuid=5a4bb247-1430-4e46-942c-D692dead831f&Groupid=14040](http://www.mech.sharif.ir/C/D/ocument_Library/Get_File?Uuid=5a4bb247-1430-4e46-942c-D692dead831f&Groupid=14040)
- Dereli, S., Köker, R. 2017. “7-Dof Seri Robotun Ters Kinematik Çözümünde Eğitim Amaçlı Kullanılan Çok Katmanlı Yapay Sinir Ağının Tasarlanması Ve Sonuçların Analizi”, Gaziosmanpaşa Bilimsel Araştırma Dergisi (Gbad), (6): 60-71.
- Mühürücü, A. Durmuş, G. 2013. “5 Eklemlili Bir Robot Koluna Ait İleri Kinematik Hesaplama Yönteminin Ysa İle Çözümü”. [Erişim Tarihi: 04.03.2022] [https://www.emo.org.tr/Ekler/258b2257ce52929\\_Ek.Pdf](https://www.emo.org.tr/Ekler/258b2257ce52929_Ek.Pdf)
- Tonbul, T.S., Saritas, M. 2002. “Beş Eksenli Bir Robot Kolunda Ters Kinematik Hesaplamalar Ve Yörünge Planlaması”. [Erişim Tarihi: 6.10.2020] [https://www.emo.org.tr/Ekler/Edc6ed006e6f49a\\_Ek.Pdf](https://www.emo.org.tr/Ekler/Edc6ed006e6f49a_Ek.Pdf)