

## Capítulo 2

---

Caracterización del rendimiento académico de escolares de cuarto de Educación Primaria, España

**Elena Vernazza<sup>1</sup>, Alar Urruticoechea<sup>2</sup>, Diana del Callejo Canal<sup>3</sup>, Ramón Álvarez Vaz<sup>1</sup> y Margarita Canal Martínez<sup>3</sup>**

<sup>1</sup> Instituto de Estadística, Facultad de Ciencias Económicas y de Administración Universidad de la República, Uruguay.

<sup>2</sup> Departamento de Neurocognición, Facultad de Ciencias de la Salud, Universidad Católica del Uruguay, Uruguay.

<sup>3</sup> Instituto de Investigación de Estudios Superiores, Económicos y Sociales Universidad Veracruzana, México.

evernazza@iesta.edu.uy, alar.urruticoechea@ucu.edu.uy, ddelcallejo@uv.mx, ramon@iesta.edu.uy, mcanal@uv.mx

---

**Resumen.** En España, el Ministerio de Educación aplica a nivel nacional una prueba conocida como Evaluación General de Diagnóstico (EDG). Dicha prueba mide el rendimiento académico de escolares en las competencias básicas de comunicación lingüística, matemática, conocimiento e interacción con el mundo físico, y competencia social-ciudadana. Para fines de esta investigación se utilizó la información, recabada en el año 2009, de 25295 escolares de cuarto año de primaria, con el propósito de proponer una medida fiable del rendimiento académico general, que recoja los puntajes de las cuatro competencias mencionadas y permita clasificar a los escolares en función de dicha medida. Para ello, se aplicó un análisis de clases latentes que fue verificado por un análisis discriminante cuadrático con un 90 % de casos coincidentes y un análisis CHAID con un 92.7 % de casos coincidentes. Los resultados muestran que una clasificación con tres clases latentes es suficiente para explicar el rendimiento académico general. Así, 32 % de los escolares de la muestra fueron clasificados con un rendimiento académico alto, caracterizado por presentar valores mayoritariamente altos en las 4 competencias, aunque se detectan también escolares con valores medios en comunicación lingüística y matemática; un 51 % con un rendimiento académico medio, caracterizado por presentar un nivel medio de todas las cuatro competencias; y un 17 % con un rendimiento académico bajo, caracterizado por presentar valores bajos en tres competencias y registros medios en matemáticas. Por último, se detecta que la mayor proporción de escolares en escuelas privadas reportan un nivel de rendimiento alto, mientras que la mayor proporción de escolares en escuelas públicas reportan un rendimiento académico medio. Además, la mayor proporción de escolares no repetidores cuenta con un rendimiento académico alto, mientras que la mayor proporción de escolares repetidores reportan un rendimiento académico bajo.

**Abstract.** In Spain, the Ministerio de Educación (Education Ministry) applies a

test, at national level, known as the Evaluación General de Diagnóstico (EDG). This test measures the schoolchildren academic performance in basic competences as linguistic communication, mathematics, knowledge and interaction with the physical world, and social-civic competence. In this research, the information collected in 2009 from 25295 fourth-year primary school students was used, with the objective of proposing a reliable measure of general academic performance, which collects the scores of the four aforementioned competencies and allows us to establish a schoolchildren classification, based on this measure. For this, a latent class analysis was applied that was verified by means of a quadratic discriminant analysis with 90% coinciding cases and a CHAID analysis with 92.7% coinciding cases. The results show that a classification with three latent classes is sufficient to explain the general academic performance. Thus, 32% of schoolchildren in the sample were classified as having high academic performance, characterized by mainly presenting high values in the 4 competencies, although schoolchildren with average values in linguistic and mathematical communication were also detected; 51% with an average academic performance, characterized by having a medium level of the four competences; and 17% with low academic performance, characterized by presenting low values in three competencies and average records in mathematics. Finally, it is detected that the highest proportion of schoolchildren in private schools report a high level of achievement, while the highest proportion of schoolchildren in public schools report an average academic performance. Furthermore, the highest proportion of schoolchildren who do not repeat have a high academic performance, while the highest proportion of schoolchildren who repeat report a low academic performance.

*Palabras clave:* Educación, análisis de clases latentes, CHAID, análisis discriminante, rendimiento.

## 2.1. Introducción

Se entiende por rendimiento académico el nivel de conocimientos, habilidades y destrezas que el alumno adquiere a lo largo del ciclo educativo [10]. El grado de adquisición de éstos suele ser cuantificado en pruebas que miden el logro académico. Por ejemplo, a nivel internacional se mide mediante las pruebas PISA, a nivel nacional (España), mediante la Evaluación General de Diagnóstico (EGD) [7] y a nivel de centro mediante las calificaciones globales en exámenes escolares [13]. Cada una de estas pruebas mide el rendimiento entendiendo diferentes aspectos del conocimiento. Concretamente en esta investigación se utiliza la EGD de 2009, la cual mide el rendimiento de los alumnos de cuarto de Educación Primaria en las competencias básicas de comunicación lingüística, matemática, conocimiento e interacción con el mundo físico y competencia social-ciudadana. Cada una de estas habilidades se evalúa mediante pruebas divididas en cinco niveles de dificultad y las puntuaciones de cada una de las habilidades se pueden categorizar midiendo el grado de conocimiento que posee el escolar. Como el conocimiento es gradual, aquel escolar que obtenga puntuaciones correspondientes a una determinada categoría, tendrá adquiridas las capacidades y destrezas de la categoría inferior.

Así la competencia y sus categorías están explicadas como sigue<sup>1</sup>:

**Competencia en comunicación lingüística:** mide la capacidad para la utilización del lenguaje como instrumento de comunicación oral y escrita, de representación, interpretación y comprensión de la realidad, de construcción y comunicación del conocimiento y de organización y autorregulación del pensamiento, las emociones y la conducta. Los rangos de puntuación y nivel de adquisición para cada categoría son:

1. Es el nivel más bajo, los alumnos obtienen puntuaciones que oscilan entre 333 y 407 puntos, lo que se equipara a una capacidad para: conocer el destinatario de un escrito, conocer el significado de expresiones comunes insertas en un texto, Integrar el significado de expresiones comunes en un texto y el de algunas palabras de uso relativamente frecuente, sintetizar información relativa a hechos concretos o a rasgos más destacados de un personaje, identificar situaciones y acciones específicas vinculadas a dicho personaje, reflexionar sobre la definición de un objeto a partir de la información obtenida de un texto, localizar el espacio en que se desarrolla una historia, organizando la información del texto, completar un texto de forma coherente con palabras dadas.
2. Es el segundo nivel, los alumnos obtienen puntuaciones que oscilan entre 408 y 484 puntos, lo que se equipara a una capacidad para: obtener e identificar la información de un texto corto, sintetizarla eligiendo la frase que mejor lo consigue, reflexionar sobre la forma de actuar de un personaje ante un hecho concreto, valorar lo que dice y las afirmaciones que se vierten en el texto, organizar y localizar en un texto hechos y tiempos concretos que les permitan orientarse en situaciones concretas de la vida cotidiana, sustituir palabras que aparecen en un texto por otras de su vocabulario sin que pierda cohesión, o elegir las palabras que mejor se adecuen a otra que no son de su vocabulario usual, escribir un texto coherente, bien a partir de frases independientes bien libremente, de forma que coincida con las ideas de un texto leído previamente, reconocer el significado de símbolos gráficos en la escritura.
3. Es el tercer nivel, los alumnos obtienen puntuaciones que oscilan entre 484 y 574 puntos, lo que se equipara a una capacidad para: sintetizar información práctica que les permite actuar adecuadamente en la vida cotidiana, buscar información en textos con mayor extensión y dificultad que los de anteriores niveles, reflexionar sobre los valores o formas de ser de los personajes a partir de la forma de expresarse de los mismos, organizar la información y reconociendo e identificando las relaciones entre partes concretas del texto, integrar el significado de frases literarias por el contexto de texto, realizar descripciones con una cierta coherencia y cohesión léxica y gramatical basadas en un texto previamente leído usando un vocabulario adecuado a la situación a la que se destina el texto, controlando aspectos como la legibilidad de caligrafía.
4. Es el cuarto nivel, los alumnos obtienen puntuaciones que oscilan entre 575 y 649 puntos, lo que se equipara a una capacidad para: organizar la información de un texto reconociendo palabras poco usuales e identificando las partes del

---

<sup>1</sup>Información obtenida del Informe de Resultados de la EGD 2009

mismo y sus relaciones, valorar las acciones de los personajes a partir del conjunto de informaciones que aparecen aisladas a lo largo de un texto y escribe sus reflexiones, adaptar, recrear y aplicar a otros contextos lo leído en un texto, elaborar un texto -a partir de otro leído- con coherencia, cohesión léxica y gramatical y progresión temática de las ideas que quieren expresar.

5. Es el quinto nivel, los alumnos obtienen puntuaciones mayor a 650 puntos, lo que se equipara a una capacidad para: sintetizar un texto divulgativo, elaborar un texto organizando sus partes de forma que expresen una progresión temática que permita seguir la información que se pretende dar, utilizando al mismo tiempo los mecanismos más relevantes para conseguir una cohesión léxica y gramatical, con legibilidad y presentación correctas, resumir por escrito la información extraída de un texto, eliminando la información no relevante.

**Competencia matemática:** mide la capacidad para utilizar y relacionar los números, sus operaciones básicas, los símbolos y las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto para producir e interpretar distintos tipos de información, como para ampliar el conocimiento sobre aspectos cuantitativos y espaciales de la realidad, y para resolver problemas relacionados con la vida cotidiana y con el mundo laboral. Los rangos de puntuación y nivel de adquisición para cada categoría son:

1. Es el nivel más bajo, los alumnos obtienen puntuaciones que oscilan entre 330 y 408 puntos, lo que se equipara a una capacidad para: localizar y recuperar información sobre números, interpretar el valor posicional de las cifras de un número, utilizar las unidades de medida en situaciones cotidianas, utilizar estrategias personales de cálculo mental, realizar cálculos con números naturales y usarlos en la resolución de problemas, expresar el resultado del recuento de datos en forma de tabla o gráfica, interpretar un gráfico sencillo en una situación familiar y reconocer y clasificar figuras y cuerpos geométricos.
2. Es el segundo nivel, los alumnos obtienen puntuaciones que oscilan entre 409 y 487 puntos, lo que se equipara a una capacidad para: realizar cálculos con números naturales, usarlos en la resolución de problemas y dominar los algoritmos escritos, utilizar técnicas sencillas de recuento, recoger datos sobre hechos y objetos de la vida cotidiana, utilizar las nociones básicas de los elementos geométricos (perímetro), conocer las propiedades básicas de cuerpos y figuras planas, utilizar los movimientos en el plano para emitir y recibir informaciones sobre situaciones cotidianas. cotidianas.
3. Es el tercer nivel, los alumnos obtienen puntuaciones que oscilan entre 488 y 566 puntos, lo que se equipara a una capacidad para: aplicar los conocimientos adquiridos sobre la medida, apreciar si llegan a resultados válidos, exactos o estimados, en función de los números que intervienen y de la situación de cálculo en que se produce, utilizar estrategias personales para la resolución de problemas y expresar de forma escrita y ordenada el proceso, resolver problemas relacionados con el entorno que exijan cierta planificación, aplicando los contenidos básicos de geometría, comunicar de forma escrita los resultados acompañados de una tabla, utilizar las nociones básicas de los movimientos geométricos.

4. Es el cuarto nivel, los alumnos obtienen puntuaciones que oscilan entre 567 y 645 puntos, lo que se equipara a una capacidad para: convertir unas unidades de medida en otras, emplear fracciones usuales, como partes de la unidad, con denominador igual o menor de diez, interpretar diferentes representaciones espaciales de objetos.
5. Es el quinto nivel, los alumnos obtienen puntuaciones mayor a 646 puntos, lo que se equipara a una capacidad para: resolver problemas relacionados con el entorno que exijan cierta planificación, aplicando dos operaciones con números naturales como máximo.

**Competencia en Conocimiento y la interacción con el mundo físico:** mide la capacidad para la aplicación del pensamiento tecnocientífico para interpretar la información que se recibe y para predecir y tomar decisiones con iniciativa y autonomía personal en un mundo en el que los avances que se van produciendo en los ámbitos científico y tecnológico tienen una influencia decisiva en la vida personal, la sociedad y el mundo natural. Asimismo, implica la diferenciación y valoración del conocimiento científico al lado de otras formas de conocimiento, y la utilización de valores y criterios éticos asociados a la ciencia y al desarrollo tecnológico. Los rangos de puntuación y nivel de adquisición para cada categoría son:

1. Es el nivel más bajo, los alumnos obtienen puntuaciones que oscilan entre 328 y 405 puntos, lo que se equipara a una capacidad para: relacionar la energía con sus usos habituales en la vida cotidiana y poner ejemplos de usos prácticos de la energía en el entorno próximo; identificar y clasificar animales relevantes de su entorno con criterios elementales; identificar hábitos de alimentación y poner ejemplos asociados a la higiene y a la alimentación equilibrada; identificar los principales factores del medio físico, e identificar, a partir de ejemplos de la vida diaria, algunos de los principales usos que las personas hacen de los recursos naturales; identificar la diversidad de máquinas en el entorno próximo, e identificar palabras clave para buscar información elemental relacionada con el mundo físico o su interacción con él.
2. Es el segundo nivel, los alumnos obtienen puntuaciones que oscilan entre 406 y 482 puntos, lo que se equipara a una capacidad para: identificar transformaciones simples de energía en el entorno próximo y reconocer la importancia de hacer un uso responsable de las fuentes de energía del planeta; identificar y clasificar animales según su régimen alimentario y su morfología en casos sencillos e identificar algunos recursos del medio físico vitales para los seres vivos; identificar las consecuencias para la salud y el desarrollo personal de determinados hábitos de alimentación e higiene; valorar las repercusiones de las actividades humanas en relación con la utilización del agua, e identificar variables meteorológicas elementales y explicar el origen de las estaciones; reconocer efectos visibles de las fuerzas sobre los objetos e identificar los objetos y máquinas más sencillos usados en la vida diaria; obtener información relevante sobre hechos o fenómenos previamente delimitados en entornos muy familiares, y extraer, elaborar y comunicar conclusiones a partir de datos en casos muy sencillos en contextos familiares.
3. Es el tercer nivel, los alumnos obtienen puntuaciones que oscilan entre 483 y 560 puntos, lo que se equipara a una capacidad para: poner ejemplos de

comportamientos individuales y colectivos para utilizar de forma responsable las fuentes de energía, identificar fuentes de energía comunes renovables y no renovables, y procedimientos y máquinas para obtenerla; identificar, reconocer y clasificar con criterios elementales los animales y plantas más relevantes de su entorno así como algunas otras especies conocidas por la información obtenida a través de diversos medios; explicar las consecuencias para la salud y el desarrollo personal de determinados hábitos de alimentación e higiene; identificar los elementos fundamentales del tiempo atmosférico; reconocer la importancia de la sostenibilidad del equilibrio ecológico; relacionar algunas propiedades elementales de los materiales con sus usos; identificar objetos y máquinas simples usados en la vida diaria; obtener información relevante sobre hechos o fenómenos previamente delimitados en casos sencillos, y extraer, elaborar y comunicar conclusiones a partir de datos en casos sencillos en una variedad de contextos.

4. Es el cuarto nivel, los alumnos obtienen puntuaciones que oscilan entre 561 y 638 puntos, lo que se equipara a una capacidad para: valorar la importancia de la utilización responsable de las fuentes de energía, identificar y clasificar animales y plantas según criterios científicos y representar gráficamente las relaciones tróficas establecidas entre los seres vivos de un ecosistema cercano, valorar los principales usos que las personas hacen de los recursos naturales señalando ventajas e inconvenientes, describir algunos fenómenos naturales relacionados con los movimientos relativos entre la Tierra y el Sol, y ordenar temporalmente algunos hechos relevantes del entorno próximo, obtener información relevante sobre hechos o fenómenos previamente delimitados en casos relativamente complejos, reconocer las características clave de la indagación científica, interpretar pruebas científicas en investigaciones sencillas, y extraer, elaborar y comunicar conclusiones a partir de datos en situaciones vitales relativamente complejas.
5. Es el quinto nivel, los alumnos obtienen puntuaciones mayor a 639 puntos, lo que se equipara a una capacidad para: identificar y reconocer las peculiaridades de los grupos más importantes de seres vivos e identificar sus principales funciones, reconocer la importancia de la sostenibilidad del equilibrio ecológico y la necesidad de adoptar actitudes respetuosas con el medio, analizar las partes principales de objetos y máquinas y las funciones de cada una de ellas, y elaborar y comunicar conclusiones a partir de datos en situaciones vitales complejas para justificar decisiones.

**Competencia Social-Ciudadana:** mide la capacidad para comprender la realidad social en la que viven, convivir y ejercer la ciudadanía democrática en una sociedad plural y comprometerse a contribuir a su mejora. El ejercicio de esta competencia implica adquirir conocimientos en torno a la pluralidad y evolución de las sociedades actuales; los fundamentos, la organización y el funcionamiento de los estados y sociedades democráticas; el establecimiento gradual de un sistema de valores autónomo; la asunción y valoración de los principales derechos y deberes que derivan de la Declaración Universal de los Derechos Humanos, de la Convención sobre los Derechos del Niño, de la Constitución española y de la legislación de las comunidades autónomas. Los rangos de puntuación y nivel de adquisición para cada categoría son:

1. Es el nivel más bajo, los alumnos obtienen puntuaciones que oscilan entre 324 y 400 puntos, lo que se equipara a una capacidad para: captar el sentido global de un texto sencillo e integrar las ideas propias con la información contenida en el mismo, mostrar empatía, reconocer el valor del diálogo, del respeto y el acuerdo en las relaciones de convivencia, identificar la importancia de compartir actividades y responsabilidades en el ámbito familiar y la necesidad de establecer vínculos de amistad en las relaciones con los otros, aceptar la diversidad cultural, reconocen que todas las personas tienen los mismos derechos, mostrar actitudes de cuidado hacia los bienes comunes.
2. Es el segundo nivel, los alumnos obtienen puntuaciones que oscilan entre 401 y 477 puntos, lo que se equipara a una capacidad para: identificar y extraer información sencilla de gráficos, localizar información concreta y realizar inferencias directas de la lectura de textos, valorar la igualdad en el reparto de tareas en el ámbito familiar y aceptar las responsabilidades en el ámbito personal cercano, reconocer la necesidad de normas que faciliten la convivencia y el deber de todos los ciudadanos de respetar las leyes, identificar los rasgos que han de definir a las personas que nos representan, reconocer y valorar la diversidad y las actitudes cooperativas e igualitarias en el trabajo en equipo.
3. Es el tercer nivel, los alumnos obtienen puntuaciones que oscilan entre 478 y 553 puntos, lo que se equipara a una capacidad para: inferen el significado global de expresiones de uso corriente relacionadas con el ámbito social y de convivencia, reconocen los derechos básicos de los ciudadanos y explican situaciones de injusticia y vulneración de los derechos de los ciudadanos y de los niños, identifican algunos de los rasgos que caracterizan fenómenos y relaciones sociales en un entorno próximo y las características que definen el funcionamiento democrático en un contexto escolar así como los rasgos básicos de un estado democrático, identifican y explican la evolución en el tiempo de la desigualdad y el camino hacia la igualdad de derechos entre hombres y mujeres en el acceso a la educación.
4. Es el cuarto nivel, los alumnos obtienen puntuaciones que oscilan entre 554 y 630 puntos, lo que se equipara a una capacidad para: realizar las tareas descritas en los niveles 1, 2 y 3 con mayor seguridad y eficacia, extraer información explícita de un texto histórico, extraer información de otro tipo de fuentes más complejas como planos, gráficos y carteles informativos que suelen presentarse en anuncios u otras informaciones públicas como las que ofrecen los ayuntamientos o empresas de diversa índole.
5. Es el quinto nivel, los alumnos obtienen puntuaciones mayor a 631 puntos, lo que se equipara a una capacidad para: relacionar información con el conocimiento de vocabulario específico social, cultural y político del entorno próximo, municipal o regional, distinguir y clasificar normas de convivencia en el ámbito escolar y del entorno vecinal, reconocer en un contexto adecuado los derechos y deberes básicos de los ciudadanos como miembros de una sociedad.

### 2.1.1. Objetivos

El objetivo principal de esta investigación es proponer una medida fiable del rendimiento académico general, que recoja los puntajes de las cuatro competencias comunicación lingüística, matemática, conocimiento e interacción con el mundo físico y social-ciudadana, para poder clasificar a los escolares de cuarto año de Educación Primaria de España.

De este objetivo general se desprenden los siguientes objetivos específicos:

- Determinar cuantas categorías son necesarias para clasificar a los escolares en función de su rendimiento académico general (propuesta de un modelo).
- Corroborar la viabilidad del modelo propuesto, mediante estrategias de análisis alternativas, para asegurar su fiabilidad.
- Caracterizar cada uno de los grupos que se forman.

## 2.2. Material y método

### 2.2.1. Material - Instrumento de Medida

La EGD, llevada a cabo por el Ministerio de Educación de España, tiene por objetivo contribuir a la mejora de la calidad de la educación a partir del conocimiento de la situación del sistema educativo, en este caso, a través de la valoración de los aprendizajes de los estudiantes y de los procesos de innovación y mejora de la educación en todo el sistema. La medición del aprendizaje se da mediante exámenes ordinarios para un nivel académico concreto, particularmente, en 2009 se evaluó a cuarto año de Educación Primaria. La prueba se realiza a nivel nacional y se puede contestar en cualquiera de los idiomas oficiales del Estado (castellano, catalán, gallego, valenciano o vasco). La prueba recoge información del escolar, del centro, de los profesores y de los padres.

### 2.2.2. Material - Muestra

En este trabajo se analizaron 25295 escolares y las siguientes variables: titularidad del centro al que acude, idioma, sexo y las puntuaciones en las cuatro competencias ya mencionadas (tanto en su versión categórica como en su versión continua). Para la categorización de las puntuaciones, se calculó la media de las puntuaciones obtenidas para cada una de las competencias y se asignó un nivel de competencia: bajo, medio o alto.

### 2.2.3. Método - Clases latentes

El análisis de clases latentes (ACL) [1], [5] es una técnica cuyo objetivo es clasificar, en grupos, a un conjunto de individuos a partir de la determinación de una variable categórica no observable. El algoritmo utiliza como variables de entrada un conjunto de variables categóricas observables (variables manifiestas).

Así, el ACL busca segmentar la tabla/hipercubo de contingencia, creado a partir de las variables observadas/manifiestas, por una variable no observada/latente, asumiendo que las respuestas a todas las variables manifiestas son estadísticamente independientes con respecto a los valores de la variable de clases latentes (independencia local o condicional). El modelo asocia, en términos de probabilidad, cada individuo a una clase latente y permite determinar el valor esperado con el que cada individuo responde a cada variable observada [2].

La estimación de un modelo a través de ACL no establece una cantidad de clases latentes, sin embargo, una de las ventajas de esta técnica, sobre las técnicas de clusterización más comúnmente utilizadas, es la variedad de herramientas existentes para determinar la cuantía de las clases.

Para el caso en estudio, con la finalidad de elegir el *mejor* modelo de clases latentes, se estimaron y compararon modelos de una a tres clases, bajo los siguientes criterios de selección: los estadísticos  $G^2$ ,  $\chi^2$ ,  $AIC$  y  $BIC$ .

Los estadísticos  $G^2$ ,  $\chi^2$  y sus p-valores asociados a la prueba de hipótesis que testea:

$H_0$ ) El modelo ajustado es el *adecuado*

vs.

$H_1$ ) El modelo ajustado NO es el *adecuado*

indican en todos los escenarios planteados que el modelo ajustado es el adecuado.

Por otra parte, teniendo en consideración que: a) el AIC tiende a sobrestimar el número de clases necesarias; b) el BIC tiende a subestimarlos; y c) en el caso de muestras grandes, se puede presentar un sobreajuste, el estadístico que se utilizó fue el BIC, además del nivel de interpretabilidad general de las clases propuestas. Así, las clases consideradas para caracterizar el rendimiento académico de los escolares de cuarto año de España, fueron 3.

Sin embargo, dada la posible subestimación del modelo, se ocuparon como estrategias de verificación/respaldo de esta decisión, dos alternativas metodológicas: análisis discriminante y análisis CHAID.

### **Método - Análisis discriminante**

El análisis discriminante lineal o linear discriminant analysis (LDA) es un método de clasificación, en el que la categorización en  $K$  grupos es previamente conocida, el objetivo principal es catalogar nuevas observaciones, en los grupos ya establecidos (en este caso, grupos provenientes del modelo de clases latentes que queremos verificar).

Existen dos maneras de abordar una aproximación de LDA: la primera, su forma convencional, hace una reducción de dimensionalidad mediante descomposición en

valores singulares [4]; la segunda, modela la distribución de las variables predictoras  $X$  en cada una de las clases de la variable respuesta y, mediante teorema de Bayes, estima  $P(Y = k|X = x)$ . Cuando se asume una distribución normal, el modelo es similar a la regresión logística, pero con algunas ventajas [8].

En el caso particular de este estudio se utilizó la alternativa conocida como análisis discriminante cuadrático o quadratic discriminant analysis (QDA), que asume un límite de decisión (o de corte para distinguir a los grupos) que, en lugar de ser una línea, es una curva. La elección de QDA tiene que ver con el hecho de no hacer ningún supuesto acerca de la forma que tendrá el límite de decisión [8].

### Método - CHAID

Los métodos AID (Automatic Interaction Detection) [11] tienen por objetivo detectar la presencia de interacción en un modelo de predicción, generalmente mediante algoritmos de tipo iterativo. Existen distintos tipos de métodos AID, según la naturaleza de la variable dependiente, dentro de los que se destaca, por su popularidad, el CHAID [9]. Este se utiliza, fundamentalmente con fines exploratorios y descriptivos y su principal objetivo es encontrar una clasificación de la población en estudio, en grupos capaces de describir, de la mejor manera, la variable dependiente. El algoritmo CHAID está pensado para variables (dependiente y predictoras) cualitativas y utiliza el contraste chi-cuadrado de independencia en cada una de las fases del proceso iterativo.

Las etapas de implementación de esta metodología son:

1. **Agrupación de categorías:** se agruparán las categorías de los predictores cuando éstas tengan un perfil similar en la variable dependiente; es decir, las categorías que al aplicar el test chi-cuadrado resulten no significativas.
2. **Selección del mejor predictor:** si existen varios predictores cuyas categorías son significativamente diferentes respecto a la variable dependiente, se selecciona como mejor predictor aquel para el que se obtenga un menor *p-valor* (o mayor coeficiente de asociación). Así, el mejor predictor será el que mejor discrimina a los sujetos según la variable dependiente.
3. **Segmentación:** si el mejor predictor es significativo, se realiza la segmentación de la población en tantos segmentos como categorías tenga dicho predictor.
4. **Repetición:** para cada segmento se repite el proceso desde el 1er paso. El proceso sigue hasta que no hay predictores significativos; al nodo que no tiene predictores significativos se le conoce con el nombre de *nodo terminal*. La segmentación terminará, por lo tanto, cuando todos los nodos sean terminales.

## 2.3. Resultados

Los resultados presentados se dividen en 3 partes. En primer lugar se presentan las variables utilizadas y sus principales características. A continuación, se exponen

los principales resultados que dan lugar a la determinación de la cantidad de clases: evaluación de los modelos planteados con ACL, QDA y CHAID. Por último, se presenta la caracterización final del rendimiento de los escolares de cuarto año de España, en función de las variables que lo determinan, así como su asociación con variables sociodemográficas. Los análisis fueron realizados con el software libre R [12], en particular se utilizaron las librerías *MASS* [14] y *poLCA* [3], y SPSS en su versión 25 [6].

### 2.3.1. Variables sociodemográficas y de rendimiento

De la muestra analizada (25295 escolares), el 63.9% de los estudiantes provienen de una escuela pública y el 36.1% de escuela privada, el 49.1% son niñas y el 50.9% niños. Se registraron pruebas respondidas en cinco lenguas, con la siguiente distribución de frecuencias: 77.5% de castellano, 11.1% de catalán, 5.1% de gallego, 2.8% vasco y 1.4% de valenciano. También se registra que el 91.2% de los participantes no han repetido ningún curso, 3.5% repitieron en cuarto de primaria, 3.1% repitieron segundo de primaria y el resto (2.2%) no contestaron esa pregunta.

Por otra parte, en cuanto a las variables asociadas al rendimiento académico, cabe destacar que la media de las cuatro dimensiones prácticamente coincide en 507 ( $sd \simeq 91$ ).

Tabla 2.1: Descriptivos variables de rendimiento académico.

	Min.	Q1.	Mediana	Media (sd)	Q3.	Max.
LING	162.7	442.9	506.5	507.4 (91.8)	572.3	822.9
MAT	191.5	442.3	498.5	507.1 (90.5)	567.7	838.3
MFIS	154.6	445.1	509.2	507.2 (90.8)	573.2	815.2
SYC	172.0	446.6	514.1	507.0 (91.4)	573.7	763.5

### 2.3.2. Determinación del número de clases latentes

Tal como fuera especificado en las sección 2.2.3, el criterio utilizados para determinar el número de clases de la variable no observable (rendimiento académico) fue el de mínimo BIC. Este índice reporta su mínimo valor al estimar un modelo con tres clases latentes. Así, luego de especificado y estimado un modelo con tres clases latentes se procedió a verificar dicha categorización, mediante las estrategias ya mencionadas: análisis discriminante y análisis CHAID.

En cuanto al análisis discriminante, debido a la estructura de los datos y dado que no se cumple el supuesto de normalidad (Lillifors,  $p < 0.001$ ), ni homogeneidad de varianzas (Levene,  $p < 0.001$ ) se decidió utilizar la alternativa no paramétrica del QDA. Se utilizaron las 4 variables continuas originales (puntuaciones en la competencias de comunicación lingüística, matemática, conocimiento e interacción con el mundo físico y social-ciudadana) como variables independientes y la variable latente (con 3 clases) como variable de agrupación.

Los resultados obtenidos muestran que el 90% de los casos coinciden en ambas clasificaciones (ACL vs QDA). En la Tabla 2.2 se observa que el grupo más eficientemente clasificado es el grupo número 2 (G2, asociado a la clase latente 2) con un 91.3% de coincidencias. Sin embargo, es también el grupo que presenta mayor casos de observaciones mal clasificadas. En el otro extremo, el grupo con menor eficiencia en su clasificación es el grupo 3 (G3, asociado a la clase latente 3) con 84.7% de coincidencia con 15.3% de casos confusos con el G2. El grupo 1 (G1, asociado a la clase latente 1) presenta un 90.7% de coincidencia en la clasificación, con el 9.3% de los casos confusos con la clase latente 2.

Tabla 2.2: Matriz de confusión QDA y clases latentes.

Clasificación QDA	Clase			Total
	c = 1	c = 2	c = 3	
G1	<b>7300</b>	665	0	7965
G2	745	<b>11747</b>	671	13193
G3	0	459	<b>3706</b>	4092
Total	8045	12871	4377	25293

A través de un análisis gráfico (ver Figura 2.1), se puede observar que los casos mal clasificados (en rojo) se encuentran en los límites de las particiones establecidas por el QDA.

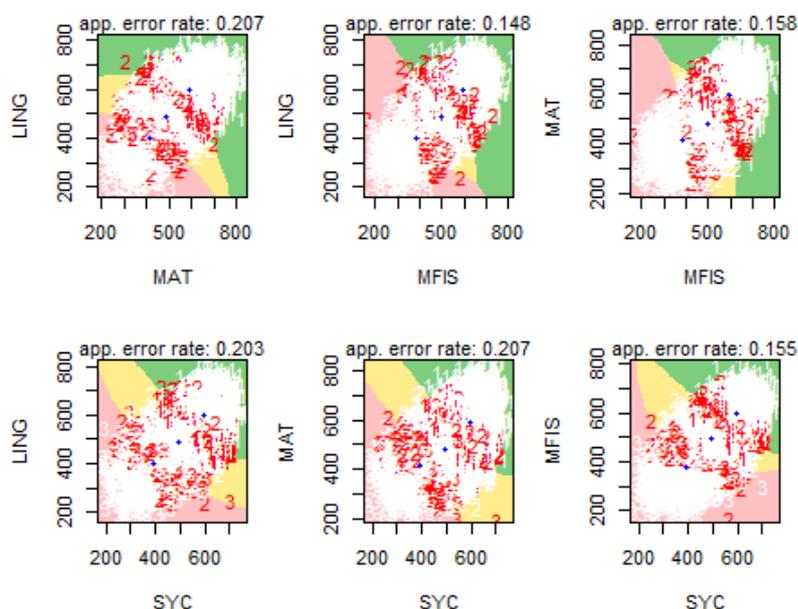


Figura 2.1: Partición y clasificación de casos correctos e incorrectos QDA.

En lo que refiere al análisis CHAID, este se realizó tomando como variables explicativas las mismas variables que para el ACL (es decir, la versión categorizada

de las puntuaciones de cada una de las cuatro competencias). Al igual que para el QDA, la variable dependiente fue la variable de clases latentes (con 3 clases).

Los resultados obtenidos ponen de manifiesto que el 92.7% de los casos coinciden en ambas clasificaciones (ACL vs CHAID). A partir de los resultados presentados en la Tabla 2.3, es posible concluir que el grupo más eficientemente clasificado es el grupo 1 (G1, asociado a la clase latente 1) con un 98.8% de coincidencias. En el otro extremo, el grupo con menor eficiencia en su clasificación es el grupo 2 (G2, asociado a la clase latente 2) con 88.5%. La mayor confusión en la clasificación de este grupo se da con la clase 1 (8.1%). El grupo 3 (G3, asociado a la clase latente 3) presenta un 97.1% de coincidencia en la clasificación.

Tabla 2.3: Matriz de confusión CHAID y clases latentes.

Clasificación CHAID	Clase			Total
	c = 1	c = 2	c = 3	
G1	<b>6882</b>	82	0	6964
G2	1161	<b>12674</b>	489	14324
G3	2	115	<b>3888</b>	4005
Total	8045	12871	4377	25293

Así, los resultados obtenidos, respaldan la determinación de establecer tres clases latentes.

### 2.3.3. Caracterización de las clases

En función de lo expuesto previamente se decide estimar un modelo de una variable con tres clases latentes, cuya caracterización se presenta a continuación. Tal como se observa en la Tabla 4, la probabilidad de pertenecer a la clase 2 es la mayor, mientras que la menor corresponde a la clase 3

Tabla 2.4: Probabilidad de cada una de las clases.

Clase	1	2	3
P(c)	0.3	0.5	0.2

La caracterización de cada una de las clases se realiza en función de la probabilidad condicional, de cada una de las categorías de cada variable manifiesta, dada la clase. Tomando como referencia los resultados presentados en la Tabla 2.8, la caracterización de las clases en las que se agrupan a los 25295 niños y niñas en estudio es la siguiente:

#### *Clase Latente 1*

Los escolares de esta clase se caracterizan por presentar valores mayoritariamente altos en las 4 variables observadas. Se detectan, también en esta clase, escolares con valores medios en lingüística y matemática. Cabe destacar que la probabilidad de que un escolar que pertenece a esta clase, tenga niveles bajos en cualquiera de las variables observadas, es prácticamente 0. En función de la descripción hecha, se

entiende que los patrones característicos de esta clase son los que se presentan en la Tabla 2.5.

Tabla 2.5: Patrones - Clase 1.

Variable observada	Categoría(s)
CatLing_R	3/2
CatMat_R	3/2
CatMfis_R	3
CatSyc_R	3

*Clase Latente 2*

Los escolares que se encuentran en la clase latente 2, presentan un nivel medio de todas las variables observadas. Cabe destacar, además, el hecho de que la probabilidad de que un niño o niña que pertenece a esta clase, tenga tanto niveles bajos como altos en alguna de las variables observadas es menor a 0.1 y 0.2 respectivamente. El patrón específico de esta clase es se presenta en la Tabla 2.6.

Tabla 2.6: Patrones - Clase 2.

Variable observada	Categoría(s)
CatLing_R	2
CatMat_R	2
CatMfis_R	2
CatSyc_R	2

*Clase Latente 3*

Por último, los escolares de esta clase presentan valores bajos en las competencias de lingüística, mundo físico y social-ciudadana. Además se caracterizan por tener registros medios en matemática. La caracterización de estos escolares se complementa destacando que la probabilidad de que un escolar que pertenece a esta clase, tenga niveles altos en cualquiera de las variables observadas, es prácticamente 0. Así, los patrones característicos de esta clase son los que se presentan en la Tabla 2.7.

Tabla 2.7: Patrones - Clase 3.

Variable observada	Categoría(s)
CatLing_R	1/2
CatMat_R	2/1
CatMfis_R	1/2
CatSyc_R	1/2

En cuanto a la composición de cada una de las clases, en función de las probabilidades a posteriori de cada una de ellas, el total de escolares de cuarto año queda distribuido en un 32 %, 51 %, y 17 % respectivamente.

Tabla 2.8: Probabilidades condicionales  $P(Y_i|c)$ .

<i>CatLing_R</i>	1	2	3
c = 1	0.0002	0.3338	0.6661
c = 2	0.0557	0.8658	0.0785
c = 3	0.5715	0.4281	0.0004
<i>CatMat_R</i>	1	2	3
c = 1	0.0034	0.3525	0.6442
c = 2	0.0940	0.7958	0.1103
c = 3	0.4124	0.5840	0.0036
<i>CatMfis_R</i>	1	2	3
c = 1	0.0003	0.2362	0.7635
c = 2	0.0363	0.8408	0.1229
c = 3	0.5876	0.4123	0.0001
<i>CatSys_R</i>	1	2	3
c = 1	0.0000	0.2169	0.7831
c = 2	0.0487	0.7725	0.1788
c = 3	0.5651	0.4286	0.0063

Para finalizar, en lo que refiere al *rendimiento académico*, las clases se podrían categorizar como:

- c = 1: Niños y niñas cuyo *rendimiento académico en 4to año* es **alto**.
- c = 2: Niños y niñas cuyo *rendimiento académico en 4to año* es **medio**.
- c = 3: Niños y niñas cuyo *rendimiento académico en 4to año* es **bajo**.

Esta estructura se verifica tanto al analizar el comportamiento por clase, de cada una de las variables originales, utilizadas para el QDA (ver Tabla 2.9) como al analizar el árbol resultante del CHAID (ver Figura 2.2).

Tabla 2.9: Media (sd) de las variables originales por clase.

Clase	c = 1	c = 2	c = 3
LING	595.6 (63.2)	489.4 (59.4)	398.3 (61.8)
MAT	592.3 (73.3)	484.2 (61.9)	417.5 (58.8)
MFIS	595.1 (56.3)	495.7 (52.1)	379.8 (54.9)
SYC	591.6 (52.1)	493.1 (62.5)	392.3 (68.7)

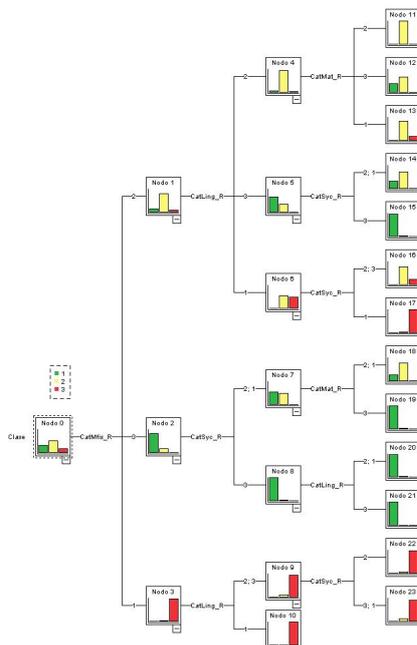


Figura 2.2: Resultado CHAID.

Por último, se presenta una caracterización de los escolares por clase latente, en función de su sexo, lengua en la que realizaron la prueba, titularidad de la escuela (Pub./Priv.) y repetición escolar. En cuanto al sexo de los escolares se destaca que la mayor diferencia se da en la clase 3 (46 % niñas y 54 % niños). Al analizar la composición de las clases teniendo en consideración la lengua en la que fue realizada la prueba, se observa que la clase 1 es la que presenta la mayor proporción de pruebas en castellano y la menor proporción de pruebas realizadas en vasco y valenciano. Por otra parte, la clase 2 es la que presenta la mayor proporción de pruebas realizadas en gallego, mientras que en el caso de la clase 3, se registran las mayores proporciones de pruebas en realizadas en catalán, valenciano y vasco.

Tabla 2.10: Distribución por clase, según Lengua de la prueba.

Clase/Lengua	Cas.	Cat.	Gal.	Val.	Vas.
c = 1	83.5	8.0	4.8	0.9	2.8
c = 2	75.8	11.5	5.7	1.6	5.4
c = 3	71.6	15.5	4.1	1.9	6.8

En lo que refiere a la titularidad de la escuela, se observa que la mayor paridad entre escuelas públicas y privadas se da en la clase 1, mientras que la mayor diferencia de composición (menor proporción de escuelas privadas) se da en la clase 3.

Tabla 2.11: Distribución por clase, según Titularidad.

Clase/Titularidad	Púb.	Priv.
c = 1	0.57	0.43
c = 2	0.65	0.35
c = 3	0.75	0.25

Para finalizar, en lo que refiere a la repetición escolar, y su distribución por clase latente, se destaca que la clase 1 es la que reporta mayor cantidad de escolares que no han repetido, mientras que la clase 3 es la que registra mayor proporción de escolares que si lo han hecho.

Tabla 2.12: Distribución por clase, según Repetición.

Clase/Rep.	No	Rep.2do	Rep.4to
c = 1	0.98	0.01	0.01
c = 2	0.93	0.03	0.04
c = 3	0.83	0.09	0.07

## 2.4. Conclusiones

Existe una categorización de 3 clases latentes que permite clasificar a los escolares según su rendimiento académico, competencias comunicación lingüística, matemática, conocimiento e interacción con el mundo físico y social-ciudadana. La categorización realizada por el ACL es fiable, dado que fue verificada a partir de dos técnicas más: QDA y CHAID.

Con los resultados de esta clasificación del rendimiento académico final, se puede distinguir que un 32 % de los estudiantes de cuarto año de primaria en España cuenta con un rendimiento académico alto, un 51 % con un rendimiento académico medio y 17 % con un rendimiento académico bajo.

Un rendimiento académico alto, se caracteriza por presentar valores mayoritariamente altos en las 4 competencias, aunque se detectan también escolares con valores medios en comunicación lingüística y matemática. Un rendimiento académico medio, se caracteriza por presentar un nivel medio en las cuatro competencias. Por último, un rendimiento académico bajo, se caracteriza por presentar valores medios en matemáticas y bajos en las otras tres competencias.

La mayor proporción de escolares en escuelas privadas reportan un nivel de rendimiento alto, mientras que la mayor proporción de escolares en escuelas públicas reportan un rendimiento académico medio.

En cuanto al hecho de ser repetidores o no, se detectó que la mayor proporción de niños no repetidores cuenta con un rendimiento académico alto, mientras que la

mayor proporción de niños repetidores reportan un rendimiento académico bajo.

## Bibliografía

- [1] AGRESTI, A. *Categorical data analysis*. Wiley-Interscience, Hoboken, N., 2013.
- [2] ÁLVAREZ-VAZ, R. & VERNAZZA, E. *Probabilidad, Estadística y sus Aplicaciones*, Benemérita Universidad de Puebla, México. Capítulo 3. Primera Edición 2019. ISBN: 978-607-525-589-7, 2019.
- [3] LINZER, D. Y LEWIS, J.. *poLCA: An R Package for Polytomous Variable Latent Class Analysis* Journal of Statistical Software, 42(10), 1-29. URL <http://www.jstatsoft.org/v42/i10/>, 2011.
- [4] GHASSABETH, A.G., RUDZICK, F. & MOGHADDAM, H.A. *Fast incremental LDA feature extraction*, Pattern recognition, 48(6), 1999-2012. doi: 10.1016/j.patcog.2014.12.012, 2015.
- [5] HAGENAARS, J. *Applied latent class analysis*. Cambridge University Press, Cambridge New York, 2002.
- [6] IBM CORP. RELEASED 2017. *IBM SPSS Statistics for Windows, Version 25.0* Armonk, NY: IBM Corp., 2017.
- [7] INSTITUTO DE EVALUACIÓN (ESPAÑA). *Evaluación general de diagnóstico 2009*, 2010.
- [8] WITTEN, J. Y TIBSHIRANI, T. *An Introduction to Statistical Learning with Applications in R.*, En Allen, G., De Veaux, R., Nugent, R. (Ed. De la serie), Springer Text in Statistics: Cap.4. Clasificación (pp.138-151). doi: 10.1007/978-1-4614-7138-7, 2013.
- [9] KASS, G.V. *An Exploratory Technique for Investigating Large Quantities of Categorical Data*, Applied Statistics, Vol. 29, No. 2., pp. 119-127, 1980.
- [10] MONTES, J. Y CASTRO, B., & GONZÁLEZ, M., *Niveles de estrés y rendimiento académico en estudiantes de la carrera de Psicología del Centro Universitario de Los Altos*, Revista de Educación y Desarrollo, 77-82, 2007.
- [11] MORGAN, J. & SONQUIST, J., *Problems in the Analysis of Survey Data, and a Proposal*, Journal of the American Statistical Association, 58:302, 415-434, DOI: 10.1080/01621459.1963.10500855, 1963
- [12] R CORE TEAM. *R: A language and environment for statistical computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria, 2019.

- [13] URRUTICOECHEA, A., VERNAZZA E., DEL CALLEJO CANAL, D., CANAL MARTÍNEZ, M. & ÁLVAREZ-VAZ, R., *Estudio comparativo del rendimiento de niños repetidores y no repetidores.*, International Journal of Developmental and Educational Psychology INFAD Revista de Psicología, 1(1) 53-62. ISSN: 0214-9877, 2020.
- [14] VENABLES, W. & RIPLEY, B., *Modern Applied Statistics with S.* Fourth Edition. Springer, New York. ISBN 0-387-95457-0, 2002.