O paradoxo de Bootstrap e o aumento da entropia

The Bootstrap Paradox and increasing entropy

Arthur G. Rodrigues *[1]

[1]Universidade Federal de Alagoas, Maceió, AL, Brasil.

Resumo: A viagem no tempo é muito abordada na ficção científica e na cultura pop como um todo, no entanto, na maioria dos casos implica na inversão da causalidade, que acaba gerando alguns paradoxos, dentre eles o de Bootstrap, caracterizado pela criação de elementos a partir do nada. Além disso, uma viagem no tempo para o passado resultaria na diminuição da entropia, o que geraria incompatibilidades com a segunda lei da termodinâmica, sendo necessária a criação de linhas do tempo alternativas para que a viagem no tempo possa ocorrer sem esses problemas. No entanto, ao estabelecermos condições específicas para que a viagem no tempo para o passado ocorra, podemos definir o instante em que o objeto foi criado e obter o aumento da entropia mesmo em uma eventual volta para o passado, resultando em uma resolução do paradoxo de Bootstrap sem a utilização de múltiplas linhas do tempo.

***Palavras-chave*:** Viagem no tempo, Paradoxo de Bootstrap, Relatividade Geral, Relatividade Especial, Entropia.

Abstract: *Time travel is much discussed in science fiction and pop culture as a whole, however in most cases it implies the inversion of causality that ends up leading to some paradoxes, among them that of Bootstrap, characterized by the creation of elements from the anything. In addition, time travel to the past would result in entropy decrease, which would generate incompatibilities with the second law of thermodynamics, requiring the creation of alternative timelines so that time travel can occur without these problems. However, by establishing specific conditions for time travel to the past to occur, we can define the instant in which the object was created and obtain the increase in entropy even in an eventual return to the past, resulting in a resolution of the paradox of Bootstrap without using multiple timelines.*

***Keywords*:** *Time travel, Bootstrap Paradox, General Relativity, Special Relativity, Entropy*

1 Introdução

A teoria da relatividade geral publicada por Einstein em 1915 foi capaz de descrever a curvatura do espaço-tempo e sua interação com a matéria, possuindo uma alta precisão experimental e sendo constantemente testada mesmo após 100 anos de sua publicação [4]. Na relatividade geral, quando um corpo é atraído por um astro, ele não depende de sua massa para descrever sua trajetória, movendo-se como se estivesse livre da ação gravitacional, logo, Einstein assumiu que nas redondezas de um corpo celeste massivo [2], cada partícula se move livremente por meio de geodésicas do espaço-tempo deformado pela presença de um corpo massivo, ou seja, a gravidade nada mais é do que uma distorção no espaço-tempo ocasionada pela

*Endereço de correspondência: arthur.rodrigues@iqb.ufal.br

presença de um corpo. Essa definição da gravidade admite a existência de geometrias no espaço-tempo do tipo temporal fechado e causal fechado, sendo estas resoluções válidas para as equações de Einstein, mas que podem resultar na violação da causalidade [7].

Violações na causalidade geradas a partir de geometrias exóticas no espaço-tempo normalmente implicam na violação de condições energéticas e leis termodinâmicas já estabelecidas, gerando paradoxos. Dentre os principais tipos de paradoxos podemos destacar os paradoxos de consistência, nos quais há a ausência de uma evolução consistente de acontecimentos dentro das leis da física, e os paradoxos de Bootstrap, que, de maneira geral, são aqueles em que um determinado objeto é criado do nada [4]. Tais violações na causalidade são abordadas em diversas obras de ficção científica modernas, como a websérie de origem alemã *"Dark"*[1] e a série de animação japonesa *"Attack on Titan"*[2], que abordam a influência de eventos futuros em acontecimentos do passado. Viajar para o passado resultaria nos paradoxos já citados. Além disso, violaria uma das leis mais fundamentais da física, sendo esta a segunda lei da termodinâmica, pois resultaria na diminuição da entropia do sistema.

O presente trabalho tem como objetivo geral descrever os de paradoxos de bootstrap através de modelos matemáticos e lógicos, bem como propor uma resolução para os problemas associados a causalidade, onde a criação de um dado objeto pode ser definida em um instante específico, obedecendo também a segunda lei da termodinâmica e as condições energéticas previstas na física moderna.

2 O Paradoxo de Bootstrap

Para ilustrar algumas implicações das teorias da relatividade restrita e geral, são utilizados certos problemas denominados de "paradoxos". Podemos definir um paradoxo como sendo um problema que aparentemente apresenta inconsistências, contrariando argumentos lógicos, situações reais e o próprio sentido físico. Vale ressaltar, que nem todos os problemas da teoria da relatividade levam a paradoxos. Psicologicamente, a razão pela qual algumas pessoas cheguem a paradoxos ao resolver problemas relativísticos ocorre devido a situações em que corpos se movimentam com velocidades próximas da luz são contra intuitivas em situações do cotidiano [6].

Os paradoxos são mais comuns quando trabalhamos com resoluções de equações relativísticas que geram situações extremas, como velocidades superiores a da luz e as já citadas inversões de causalidade. O paradoxo de Bootstrap pode ser definido como uma situação exótica em que determinado objeto ou pessoa pode existir em uma linha do tempo fixa sem ao menos ter sido criado, de forma que todos os eventos influenciados por esse objeto ou pessoa promovem a criação de um ciclo no tempo, onde não são admitidas linhas do tempo paralelas, ou seja, um evento ocorrido no passado sempre irá convergir para o futuro que causará esse passado. Imaginemos uma seguinte situação: Um cientista renomado recebe uma encomenda contendo um bilhete com instruções para fabricar uma máquina do tempo, onde é dito que após o término da construção da máquina ele deve voltar para o exato momento no passado em que havia recebido as instruções, então, após terminar a construção do equipamento, o cientista faz exatamente o que o bilhete pede e, então, se depara que ele mesmo foi responsável por entregar o bilhete para sua versão passada. A figura 1 ilustra essa situação.

[1] Na série *"Dark"*, o paradoxo é abordado de uma forma literal, em que determinados personagens regressam ao passado e isso implica nos paradoxos que dão origem aos eventos principais da série.

[2] Na animação, o paradoxo é abordado de uma forma diferente, onde não existe viagem para o passado propriamente dita, mas sim memórias do futuro sendo mandadas para o passado, fazendo com que o futuro inevitávelmente ocorra em um ponto chave na trama.

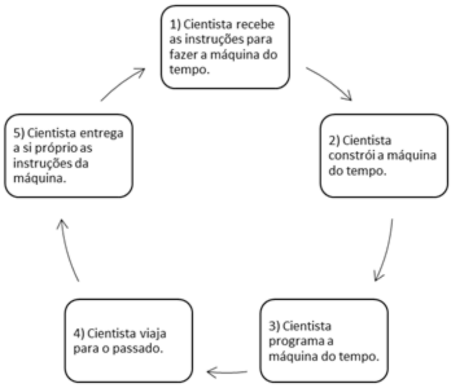

Figura 1. A evolução dos acontecimentos em um paradoxo de Bootstrap

O grande questionamento desse problema está na verdadeira origem da máquina do tempo. Para esse sistema, ela sempre existiu ou foi originada a partir do nada. Além disso, observa-se uma inversão na causalidade, pois um evento futuro ocasionou um evento passado, dando origem a um paradoxo de bootstrap.

2.1 A inversão da causalidade na Relatividade Especial

Imaginemos que o cientista da seção anterior seja um referencial C e, supondo que a máquina do tempo durou 10 anos para ser construída, em seu próprio referencial podemos definir os instantes $t_0 < t_1 < t_2 < t_3 < t_4$ medidos a partir do referencial C. Analisando os eventos ocorridos na viagem do cientista, temos que:

- Em t_0, C recebe as instruções da máquina do tempo;
- Em t_1, C constrói a máquina do tempo;
- Em t_2, C programa o equipamento de acordo com as instruções;
- Em t_3, C viaja para o passado;
- Em t_4, C entrega indiretamente as instruções da máquina para sua versão passada;

Com base nos eventos descritos, observa-se que existe uma inversão na causalidade nos eventos ocorridos em t_0 e t_4, ou seja, o efeito vem antes da causa, isto é, para que C receba as instruções da máquina em t_0, a máquina do tempo já deveria estar construída em t_4, mesmo que $t_4 > t_0$. Uma explicação acerca da inversão nas relações de causa e efeito pode ser expressa através de uma velocidade superluminal, utilizando as transformações de Lorentz. O fator de Lorentz é dado na equação 1:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \tag{1}$$

Consideremos dois referenciais com velocidades distintas, um sendo um ponto P qualquer na terra e outro sendo o cientista C viajando com uma velocidade constante em relação à P. Consideremos também que (x, t) são as coordenadas de P e (x', t') são as coordenadas de C. O tempo t' referente a um evento no referencial de C, com relação à posição e ao tempo do evento no referencial P é dado pela equação 2[6]:

$$t' = \frac{t}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - \frac{v \cdot x}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \tag{2}$$

Onde c é a velocidade da luz no vácuo e v é a velocidade do cientista. Podemos definir os tempos relacionados a C como t'_0, t'_1, t'_2, t'_3 e t'_4, onde:

$$t'_0 < t'_1 < t'_2 < t'_3 < t'_4 \tag{3}$$

Onde as desigualdades expressam uma ordem cronológica para os eventos presenciados pelo cientista. De maneira análoga, fazemos o mesmo com a variável espacial:

$$x'_0 < x'_1 < x'_2 < x'_3 < x'_4 \tag{4}$$

Se a velocidade do cientista em t'_4 for maior que a velocidade da luz, a resolução da equação 2 resulta em $t'_4 < t'_0$, logo o efeito vem antes da causa.

2.2 A inversão da causalidade na Relatividade Geral

Devido às distorções no espaço-tempo ocasionadas pela gravidade, a relatividade geral admite a presença de geometrias exóticas no espaço-tempo, dentre as quais podem haver inversões na causalidade. Na relatividade especial, podemos compreender a causalidade através dos cones de luz[3], no entanto, quando tratamos da relatividade geral, o estudo da causalidade torna-se mais complexo, fazendo-se necessária uma análise mais aprofundada da geometria do espaço-tempo. Tomemos como exemplo um espaço-tempo globalmente hiperbólico: Um espaço-tempo globalmente hiperbólico pode ser definido como aquele que possui uma superfície de Cauchy, que por sua vez, trata-se de uma superfície acronal[4] fechada S tal que o seu domínio de dependência $D(S)$ é todo o espaço-tempo M. Dessa forma, ao se conhecer uma dada informação em uma superfície de Cauchy, é possível prever o que acontece em todo o espaço-tempo, sendo possível estudar a cronologia e a causalidade entre os eventos ocorridos em M.

Uma outra forma de se abordar a influência da geometria do espaço-tempo na causalidade se dá ao estudar a curvatura das superfícies, estudando-se os eventos que ocorrem em uma determinada curva, isto é, os pontos presentes na mesma. Considerando uma curva causal diferenciável, podemos definir formalmente a cronologia entre eventos p e q. Como p e q pertencem a M por definição[1], dizemos que p precede cronologicamente q e se existe uma curva diferenciável do tipo tempo ligando p a q, escrevemos:

$$p \ll q \tag{5}$$

Além disso, podemos dizer que p precede causalmente a q se $p = q$ ou se existe uma curva causal diferenciável ligando p a q, logo temos:

$$p \leq q \tag{6}$$

[3] O cone de luz pode ser definido como uma estrutura causal que é representada por um diagrama tridimensional de uma coordenada de quatro dimensões, que descreve a evolução dos eventos no espaço-tempo. A linha que limita as duas regiões do cone é uma linha tipo-luz, onde objetos se movem na velocidade da luz, como por exemplo fótons. As linhas tipo-luz descrevem o cone no espaço-tempo, tanto do passado como do futuro. Todos os eventos que observamos hoje estão dentro do cone de luz.[3]

[4] Uma superfície é dita como sendo acronal se não houver dois pontos p e q conectados nela cronologicamente, ou seja, os dois pontos não podem ser conectados por uma curva temporal.

Dessa forma, a cronologia e a causalidade são respeitadas para a curva estabelecida, logo, a causalidade em um espaço-tempo M é diretamente relacionada com a curvatura do mesmo.

Considerando agora as curvas do tipo causal fechada, que podem ser definidas brevemente como as curvaturas que formam *loops*[5]. Se o espaço-tempo possui tal curvatura e passa por uma superfície de Cauchy, então as informações contidas na superfície não determinam apenas o futuro, mas também as informações sobre a própria superfície, gerando assim um *loop*. De maneira parecida, podemos definir as curvas do tipo temporal fechada. A região que viola a causalidade de um espaço-tempo é dada pelo conjunto de todos os pontos p que estão conectados a si mesmos por uma curva causal fechada, de tal forma que cada um desses pontos está em seu próprio futuro e passado, não ficando claro como a causalidade funciona para essa região no espaço-tempo [7].

Isso ocorre, pois uma curva diferenciável causal é orientada apenas para o futuro ou para o passado. Seja p pertencente a M, temos que o futuro causal[6] de p é dado por:

$$J^{+}(p) = \{q \in M : p \leq q\} \tag{7}$$

Analogamente, temos o passado causal sendo representado por:

$$J^{-}(p) = \{q \in M : q \leq p\} \tag{8}$$

Em uma curva causal fechada, como já citado, a região em que a causalidade é violada é dada pelo consjunto de todos os pontos p conectados em si próprios, ou seja, a interseção entre os conjuntos futuro causal e passado causal, logo, a região associada a um ponto p onde ocorre a violação na causalidade pode ser definida como:

$$J^{0}(p) \equiv J^{+}(p) \bigcap J^{-}(p) \tag{9}$$

Além disso, podemos definir a região que viola a causalidade para todo o espaço-tempo M como sendo a união de todos os conjuntos $J^{0}(P)$ contidos no espaço-tempo M:

$$J^{0}(M) \equiv \bigcup_{p \in M} J^{0}(p) \tag{10}$$

Se esta região estiver vazia, assume-se que M é um espaço-tempo causal, e se a região não estiver vazia, dizemos que M possui uma máquina do tempo. Retornando ao exemplo do cientista, a inversão na causalidade seria ocasionada, pois a região descrita anteriormente não estaria vazia, dessa forma havendo uma máquina do tempo. Com base nisso, podemos presumir que a máquina do tempo causaria uma curvatura causal fechada, conectando todos os pontos p em si próprios, fazendo com que $t'_4 < t'_0$.

Além da inversão da causalidade, um outro problema seria a origem da máquina do tempo, pois, se o equipamento causaria a curva causal fechada no espaço-tempo e todos os pontos seriam conectados em si próprios, isso implicaria que a máquina do tempo sempre existiu ou surgiu do nada.

[5]Um *loop* é definido como uma curvatura circular que forma um laço no espaço-tempo, gerando assim eventos que se repetiriam infinitamente a partir de um ponto p.

[6]A demonstração das equações 7 e 8 foge ao escopo deste trabalho. Recomenda-se ao leitor consultar a referida bibliografia[1]

3 Resolvendo o paradoxo

Nesta seção vamos trabalhar na resolução do paradoxo de bootstrap, levando-se em conta as implicações termodinâmicas que a possível viagem no tempo causaria. Vale ressaltar que existem modelos que evitam possíveis paradoxos da viagem no tempo através de múltiplas linhas do tempo [7], ou seja, se um viajante no tempo volta para o passado, uma nova linha do tempo é criada, conservando a causalidade em ambas as linhas do tempo. Apesar dessa abordagem evitar a presença de paradoxos, a ideia de múltiplas linhas do tempo não resolve o paradoxo de bootstrap, apenas evitaria o paradoxo. Para iniciar na resolução do paradoxo de bootstrap, desconsiderando possíveis linhas do tempo paralelas, argumenta-se:

1. Em um dado ponto p pertencente ao espaço-tempo M ocorre uma série de eventos que se iniciam em t'_i, ocorrendo inversão na causalidade no instante t'_f, onde $t'_f < t'_i$;
2. Entre os eventos ocorridos em t'_i e t'_f, existem n eventos que ocorrem em instantes t' cuja causalidade não é violada, onde:

$$t'_i < t' < t'_f \tag{11}$$

3. Antes dos eventos ocorridos em t'_i não se tem inversão na causalidade e após os eventos ocorridos em t'_f, a causalidade é reestabelecida, de tal forma que os intervalos de tempo $\Delta t'_j$ são definidos como intervalos de fora do paradoxo;
4. Nenhum objeto pode ser criado nos instantes t'_i ou t'_f;
5. A entropia deve aumentar, mesmo nos instantes em que ocorra a quebra da causalidade;

De maneira resumida, os postulados descritos anteriormente fornecem as condições para que o paradoxo de bootstrap possa ocorrer em um determinado ponto p no espaço-tempo, resolvendo o problema do surgimento de um dado elemento fundamental e o problema da diminuição da entropia. Considerando que um dado objeto não pode ser criado nos tempos em que a quebra da causalidade ocorre, tal objeto deve ser criado no intervalo de tempo $\Delta t'_j$, onde tal violação não acontece. Retomando o exemplo do cientista, ao considerarmos que a máquina do tempo foi criada em algum instante no intervalo $\Delta t'_j$, chega-se a conclusão de que o equipamento foi criado pelo próprio cientista obedecendo as relações de causa e efeito, de forma que a inversão da causalidade nos instantes t'_i e t'_f foi ocasionada pela máquina do tempo ao atingir uma velocidade superluminal ou por uma curvatura causal fechada no espaço-tempo descrita na seção anterior.

3.1 O Problema da Entropia

A entropia de um sistema físico pode ser definida como uma medida das diferentes probabilidades que um determinado conjunto de partículas pode se organizar. Por ser uma grandeza estatística, a entropia de um sistema deve aumentar, visto que estados desordenados são mais prováveis de que estados ordenados. A entropia de um sistema é dada pela equação 12:

$$S = k \cdot lnW \tag{12}$$

Onde k é a constante de Boltzman e W é o número de estados distintos de um sistema.

A probabilidade relativa de se observar um decréscimo na entropia ΔS abaixo de um valor de equilíbrio pode ser obtida pela equação 13:

$$\frac{W}{W_{eq}} = e^{\frac{-\Delta s}{k}} \tag{13}$$

De forma que a chance de se observar uma diminuição na entropia de um sistema em uma escala macroscópica é tão desprezível que nunca é observada [5].

Podemos facilmente relacionar a entropia com a informação de um sistema, pois o aumento da entropia significa a diminuição da informação do sistema estudado, ou seja, ao estudar como uma determinada transformação acontece, conseguimos descrever seus estados passados, pois possuíam menor entropia e mais informação, logo, a medida que a entropia de um sistema aumenta, a informação sobre esse sistema diminui. De forma geral, dizemos que a entropia de um dado sistema sempre deve aumentar com o tempo, visto que conforme um processo avança com o tempo, o número de estados distintos que um sistema pode se encontrar, aumenta.

Consideremos uma série de eventos ocorrendo em um determinado ponto no espaço-tempo. Podemos definir o número de possíveis estados de um sistema como o somatório de todos os instantes t' em que os eventos avançam no tempo:

$$W = \sum_{i=1}^{n} t'_i \tag{14}$$

Pelo terceiro postulado, temos:

$$W = \sum_{i=1}^{n} t'_i + \sum_{j=1}^{m} \Delta t'_j \tag{15}$$

O quinto postulado deste artigo diz que a entropia de um sistema sempre deve aumentar, mesmo nas situações em que a causalidade é violada, isso significa que em uma violação da causalidade ocorrida nos instantes t'_i e t'_f a probabilidade de todas as partículas do sistema se encontrarem exatamente na mesma posição é praticamente nula, logo, a entropia sempre aumenta com o tempo. Dessa forma, a entropia pode ser reescrita em função do tempo pela equação 16:

$$S(t) = k \cdot lnW \tag{16}$$

Onde:

$$S(t) = k \cdot ln(\sum_{i=1}^{n} t'_i + \sum_{j=1}^{m} \Delta t'_j) \tag{17}$$

A constante de Boltzman é igual a $1,38 \cdot 10^{-23} J \cdot K^{-1}$, que é a unidade da entropia, logo, para ajustar a unidade, precisamos de um fator de correção para a unidade de tempo contida no logaritmando, que deve ser adimensional. Pela teoria da relatividade especial, a velocidade na luz do vácuo é constante, de tal forma que o espaço e o tempo sejam relativos. Considerando que o referencial da máquina do tempo esteja com velocidade v igual a velocidade da luz onde:

$$v = \frac{dx'}{dt'} \tag{18}$$

A equação anterior se trata de uma Equação Diferencial Ordinária, podendo ser resolvida mediante integração. Isolando o diferencial dt' e resolvendo a equação diferencial, temos:

$$dt' = \frac{dx'}{v} \tag{19}$$

$$\int dt' = \int \frac{dx'}{v} \tag{20}$$

Com $v = c$:

$$\int dt' = \frac{1}{c} \int dx' \tag{21}$$

Logo:

$$\Delta t' = \frac{1}{c}(x'_f - x'_i) + K \tag{22}$$

Onde K é a constante de integração. Igualando-se K a zero[7], temos:

$$\Delta t' = \frac{1}{c}(x'_f - x'_i) \tag{23}$$

Como a entropia do sistema deve estar relacionada a todos os instantes estudados na viagem no tempo, todas as posições relacionadas aos instantes estudados devem ser consideradas, dessa forma definimos um fator de conversão dado por:

$$A = \frac{1}{c} \sum_{i=0}^{n} \Delta x'_i \tag{24}$$

Logo, multiplicando-se a equação 15 pela recíproca de A, obtém-se um logaritmando adimensional, que pode ser substituído na equação 25:

$$S = k \cdot ln[\frac{1}{A}(\sum_{i=1}^{n} t'_i + \sum_{j=1}^{m} \Delta t'_j)] \tag{25}$$

Adicionando um parâmetro b que relacione o somatório de todos os instantes em que os eventos avançam no tempo com os instantes em que ocorre a inversão da causalidade, temos:

$$S = k \cdot ln[\frac{1}{A}(\sum_{i=1}^{n} t'_i + \sum_{j=1}^{m} \Delta t'_j)] + b \tag{26}$$

Onde:

$$b = \frac{1}{A}(t'_i + t'_f) \tag{27}$$

Logo, a entropia deve ser dada por:

[7] A constante K não apresenta sentido físico, visto que não interfere na relação do quociente da diferença das posições pela velocidade da luz no vácuo, podendo ser igualada a 0 e omitida

$$S = k \cdot ln[\frac{1}{A}(\sum_{i=1}^{n} t'_i + \sum_{j=1}^{m} \Delta t'_j)] + \frac{1}{A}(t'_i + t'_f) \tag{28}$$

A equação 28 relaciona a entropia com todos os intervalos de tempo em que o paradoxo de Bootstrap ocorre, aumentando mesmo com a inversão na causalidade. Isso implicaria que um viajante no tempo em uma viagem de t'_f para t'_i, perceberia o tempo passar, isto é, em seu próprio referencial estaria indo para o futuro. Além disso, o aumento da entropia implicaria que em uma eventual regressão para o passado, as partículas não estariam posicionadas na mesma forma em que estiveram na primeira vez em que o evento com a causalidade invertida ocorreu, ou seja, a cada volta para o passado, os acontecimentos convergiriam para o futuro, porém de maneiras diferentes com diferentes probabilidades de arranjo das partículas do sistema, respeitando o aumento da entropia e a segunda lei da termodinâmica.

4 Considerações Finais

Nesse artigo foram abordadas as relações de causa e efeito relacionadas ao paradoxo de Bootstrap e como essas relações poderiam estar diretamente ligadas à entropia, conservando assim as leis físicas fundamentais. Na seção 2 discutimos o paradoxo propriamente dito e as possíveis causas de uma inversão de causalidade segundo os princípios das teorias da relatividade geral e especial, sendo essas ocasionadas pela geometria do espaço-tempo em pontos específicos ou por um referencial com velocidade superior a da luz.

Na seção 3 foi proposta uma resolução do paradoxo de Bootstrap através de 5 argumentos, que quando combinados resultaram na definição de uma origem para o objeto de estudo do paradoxo, de modo que a confusão acerca da criação do objeto seja dada unicamente pela inversão da causalidade. Por fim, deduzimos uma equação para a entropia de um sistema presente em um paradoxo de Bootstrap, de maneira consistente com a segunda lei da termodinâmica, onde a entropia deve sempre aumentar. Desse modo, foi observado que apesar de a utilização de múltiplas linhas do tempo conseguir evitar a inversão de causalidade e a criação de paradoxos, alguns argumentos lógicos e matemáticos são capazes de resolver esses paradoxos de maneira consistente com as leis da física estabelecidas.

Referências

[1] Rodney Josué Biezuner. *Relatividade Especial, Geral e Geometria Lorentziana*. Vol. 1. Universidade Federal de Minas Gerais - UFMG, 2017.

[2] Jorge Castiñeiras e Luís Carlos Bassalo Crispino. “Relatividade geral: fundamentos e primeira comprovação experimental”. Em: *Ciência e Cultura* 71.3 (2029), pp. 16–22. DOI: 10.21800/2317-66602019000300007. URL: http://cienciaecultura.bvs.br/scielo.php?pid=S0009-67252019000300007&script=sci_arttext&tlng=pt.

[3] “Estruturas causais”. Em: *Revista brasileira do ensino de física* ().

[4] Jacob Hauser e Barak Shoshany. “Time travel paradoxes and multiples histories”. Em: *Physical Review D* 102.6 (2020), pp. 1–18. DOI: 10.1103/PhysRevD.102.064062. URL: https://journals.aps.org/prd/abstract/10.1103/PhysRevD.102.064062.

[5] Walter John Moore. *Físico-Química - vol. 1*. Vol. 1. Editora Blucher, 1976.

[6] Bernard F. Schutz. *A First Course in General Relativity - Second Edition*. Vol. 1. Cambridge University Press, 2009.

[7] Barak Shoshany. “Lectures on faster-than-light travel and time travel”. Em: *SciPost Physics Lecture Notes* 10.1 (2019), pp. 20–23. DOI: doi:10.21468/SciPostPhysLectNotes.10. URL: https://www.scipost.org/SciPostPhysLectNotes.10.