

La Enseñanza de las Matemáticas Aplicadas en el proceso productivo y económico

The teaching of the mathematics applied in the economic and productive process

Autor:

*Ing. Manuel Cortés Iglesias
cortes2m@gmail.com*

*Ing. Marianelis Manzano Cabrera
marianelis92@nauta.cu*

*PhD. Manuel Cortés Cortés
mciglesias@ucf.edu.cu*

*PhD. Miriam Iglesias León
miriam.iglesias.leon@gmail.com*

Universidad de Cienfuegos, Cuba.

RESUMEN

Un modelo matemático es una reproducción simplificada de la realidad, que cumple una función heurística, permite describir y estudiar nuevas relaciones y cualidades del objeto de estudio. En concreto en matemáticas se trabaja con modelos formales. Un modelo formal para una cierta teoría matemática es un conjunto sobre el que se han definido un conjunto de relaciones unarias, binarias y trinarias, que satisface las proposiciones derivadas del conjunto de axiomas de la teoría. Una Caja Negra es un elemento que es estudiado desde el punto de vista de las entradas que recibe y las salidas o respuestas que produce, sin tener en cuenta su funcionamiento interno. En otras palabras, de una caja negra nos interesará su forma de interactuar con el medio que le rodea entendiendo qué es lo que hace, el modelo matemático. En nuestro artículo la caja negra presenta salidas, no solo en los resultados, sino en la apropiación del conocimiento. El presente trabajo aborda las aplicaciones de la modelación matemática en los procesos productivos y económicos, desde la enseñanza de las matemáticas aplicadas en la Educación Superior.

Palabras clave: modelación matemática, enseñanza de las matemáticas aplicadas, campos de aplicación.

ABSTRACT

A mathematical model is a simplified reproduction of reality, which plays a heuristic function allows to describe and explore new relationships and qualities of the object of study. Specifically in mathematics it is working with formal models. A formal model for some mathematical theory is a set on which defined a set of unary, binary and trinary relations, which satisfies the propositions derived from the axioms of set theory. A black box is an element that is studied from the point of view of the inputs and outputs or receives responses occurs, regardless of its inner workings. In other words, a black box we are interested in how they interact with the environment around him understanding what makes the mathematical model. In our article presents the black box outputs, not only in the results but in the appropriation of knowledge. This paper addresses the application of mathematical modeling in productive and economic processes, from teaching applied mathematics in Higher Education.

Key Word: mathematical modeling, teaching of applied mathematics, fields of application.



Un modelo matemático es una reproducción simplificada de la realidad, que cumple una función heurística, permite describir y estudiar nuevas relaciones y cualidades del objeto de estudio. En concreto, en matemáticas se trabaja con modelos formales. Un modelo formal para una cierta teoría matemática es un conjunto sobre el que se han definido un conjunto de relaciones unarias, binarias y trinarias, que satisface las proposiciones derivadas del conjunto de axiomas de la teoría (Doucer, 2002).

En ciencias aplicadas, ingenierías, administración, economía, informática, matemática y otras, un modelo matemático es uno de los tipos de modelos científicos que emplea algún tipo de formalismo matemático para expresar relaciones, proposiciones sustantivas de hechos, variables, parámetros, entidades y relaciones entre variables y/o entidades u operaciones, para estudiar comportamientos de sistemas complejos ante situaciones difíciles de observar en la realidad.

Una Caja Negra a un elemento estudiado desde el punto de vista de las entradas que recibe y las salidas o respuestas que produce, sin tener en cuenta

su funcionamiento interno. En otras palabras, de una caja negra nos interesará su forma de interactuar con el medio que le rodea entendiendo qué es lo que hace, el modelo matemático. En nuestro artículo la caja negra presenta salidas, no solo en los resultados, sino en la apropiación del conocimiento.

Objetivo

El presente trabajo aborda las aplicaciones de la modelación matemática en los procesos productivos y económicos, desde la enseñanza de las matemáticas aplicadas en la Educación Superior.

Métodos

La Modelación Matemática abarca aquellas asignaturas de la Matemática Aplicada, de las que forma parte la Investigación de Operaciones en las cuales el estudiante debe crear un **modelo abstracto**, basado en los conocimientos, aportados por la llamada matemática aplicada, que resuelva el problema que ante él se presenta. Ello juega un papel importante dentro de la formación del profesional, debido a los conocimientos y habilidades de carácter profesional y científico que proporcionan; la solución a situaciones a las que se afrontará

en su vida profesional una vez egresado, así como la habilidad de aplicar dichas habilidades de manera independiente y creadora en la empresa industrial o la economía.

Es por ello que en el campo de la enseñanza de las matemáticas problematizar el contenido es, ante todo, establecer las relaciones afectivas con dicho material. El contenido de esta disciplina está estructurado en las diferentes asignaturas: Programación Lineal, Programación en Enteros, Programación Dinámica, Programación Multiobjetivo, Teoría de inventarios, Teoría de Colas, Reposición y Mantenimiento, Optimización de Redes, Máximos y Mínimos, Inversión y Teoría de la Decisión, entre otras.

El contenido de estas asignaturas se debe concebir desde la enseñanza de un modelo matemático que dé solución a los problemas que se utilicen en la producción y la economía, según las carreras que estudien los futuros profesionales, lo que implica una abstracción, un reflejo ideal simplificado, una innovación, una representación de los objetos o cosas en una dimensión diferente, para darle finalmente solución al problema modelado y en definitiva resolver un problema de la vida productiva real.

Es importante el hecho de que en la enseñanza de las matemáticas aplicadas, dadas las dificultades que conlleva para el aprendizaje de los estudiantes, por lo complejo y abstracto de los temas, debe intervenir la motivación de estos. Los contenidos son importantes no sólo en el plano académico y social sino en el del propio estudiante, quien los emplea para darle solución a los problemas profesionales.

Resultados

La Modelación sirve como base para reforzar la concepción científica del mundo, la cognoscibilidad y materialidad de este, la relación del objeto y su modelo, la relación causa-efecto en los sistemas, el desarrollo del pensamiento lógico, el nivel de abstracción y la capacidad de razonamiento y del conocimiento del porqué de las cosas (Bunge, M. 2005).

En el presente trabajo los autores consideran que esto se logra cuando el estudiante está convencido de que el contenido estudiado tiene aplicación, forma parte de su interés profesional y con dicho conocimiento cuenta con las habilidades para las soluciones de los problemas en un nuevo escenario práctico o en el desempeño de su actividad.

Según (Mandler, G. 2007) la Caja Negra es una metáfora para designar aquel elemento estructural de un modelo abstracto sobre el funcionamiento de un sistema que se halla entre la entrada (input) y la salida (output).

En la literatura científica se aprecia que esta se utiliza en psicología para señalar aquel componente que se encuentra entre el estímulo y la respuesta (conducta). El concepto fue adoptado en la psicología desde la biología del comportamiento y fue utilizado por sus inicios por la corriente conductista para señalar todos aquellos procesos cognitivos de procesamiento mental interno -incluyendo los afectos, sentimientos, pensamientos, deseos e ideas que intervengan internamente en estos procesos-, definidos por el conductismo clásico como no observables. Tales aspectos se definieron como el contenido de la "caja negra" inexplorable (o no interesante), que no es susceptible de definir de manera operacional, ni de medir directamente con instrumentos científicos. La base epistemológica que sustenta esta concepción es el positivismo.

La Teoría de la Caja Negra, muy útil desde el punto de vista matemático, puede concebirse para influir en la formación de los estudiantes si se considera introducir en el proceso de enseñanza de las matemáticas una nueva salida de la caja, que es lo consustancial que se forma en el estudiante en el proceso de su instrucción y educación, modificando la concepción de la interpretación de la caja negra y su análisis desde una perspectiva socio educativa en la enseñanza de la matemática de los estudiantes (Mandler, G. 2007).

Es muy usual decir que en la Caja Negra se tiene una entrada representada por los datos del problema real y una salida que representa la salida o solución de mismo: dentro la caja negra está el proceso industrial o económico que se quiere investigar,



pero desde el punto de vista matemático es una función, un método o un algoritmo que modela el proceso real, luego, aunque el estudiante no sepa nada del proceso, puede estudiarlo, conocer sus variaciones a diferentes estímulos, estudiar el cambio del resultado, el cambio de alguna parte específica de las entradas, en fin, investigarlo y lograr los mejores resultados o los puntos y a la vez provocar su propia transformación (Cortes, M. Archipiélago, 2005).

La Caja Negra aquí significa el proceso productivo, económico, social o educativo el cual es desconocido para nosotros, pero en su lugar la matemática incorpora una función:

$$y = f(x)$$

que nos da la relación entre las entradas y las salidas, modelando de esta forma el proceso antes mencionado.

Discusión

Veamos diferentes aplicaciones de este concepto:

Plano educativo en el proceso de la enseñanza de la programación lineal

El estudiante dispone de un sistema de referencias, concretado en un conjunto de conocimientos de estadística de base de datos, de matrices, habilidades y valores adquiridos anteriormente para trabajar con ellos, a los que constantemente se está remitiendo.

El profesor debe poseer la habilidad de hacer visibles las insuficiencias que poseen dichos contenidos anteriores para dar solución al nuevo problema. De esta forma, el estudiante se siente motivado y puede establecer las relaciones afectivas con la solución del problema, condición suficiente para la instrucción. El objetivo instructivo y educativo se puede lograr cuando se establece la relación entre contenido y le motive, entre conocimientos, habilidades y afectos.

En este sentido es el concepto de la Caja Negra en la enseñanza de las matemáticas aplicadas, podemos decir debe ser una función multivariable en su solución, incorporando además de la superficie respuesta o variable independiente $y = f(x)$ y desde el punto de vista de la dimensión educativa,

todo aquello que se apropia un estudiante.

Aquí:

Salidas o Soluciones Y_i ($i = 1, \dots, n$) en donde la i puede tener sus salidas en:

Habilidades, conocimientos, convicciones, ética, estética, moral espíritu de solidaridad y cooperación, el tratamiento hacia las demás personas y el medio ambiente y otras, tal y como hemos venido planteando (Cortes, M. Archipiélago, 2005).

A modo de ejemplo, podemos citar la enseñanza de la Programación Lineal. En ella el estudiante aprende a modelar un proceso, separar sus elementos fundamentales, representados por las variables del proceso, determinar y encontrar las expresiones de las relaciones entre los elementos del proceso, las restricciones y, por último, saber determinar el objetivo que se persigue y cómo relacionarlo con los elementos fundamentales o variables, función objetivo.

Matemáticamente el Problema de Programación Lineal se define: (Cortes, 2005)

Sean $x_i \geq 0$ $i=1, \dots, n$ (variables no negativas)

Sujeto al sistema de restricciones:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \{< = >\} b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \{< = >\} b_2$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \{< = >\} b_m$$

max.

$$Z = C_1 X_1 + C_2 X_2 + \dots + C_n X_n$$

min.

Una vez definido el modelo del proceso, el estudiante no solo aprende la Programación Lineal, sino que, desde el punto de vista social, ello contribuye a formarle en la concepción científica del mundo, en el principio de la materialidad del mundo, la relación directa existente entre el modelo y el proceso, el ahorro de recursos, la forma de aportar lo mejor al medio ambiente, a la sociedad en su conjunto. Contribuye también a forjarle en los principios éticos inherentes a la resolución de un problema propio de los principios de la economía, la ciencia y la técnica, a su relación con el entorno, a su comprensión de la necesidad existente de la

respuesta científica al problema dado, entre otras.

Una vez apropiado el estudiante de estos conceptos dados por la enseñanza de las matemáticas, está preparado para buscar aplicaciones que le servirán en su vida profesional. Entre otros están los siguientes modelos en los planos productivo y económico.

Plano productivo (inversiones)

Modelo matemático para la utilización del Método de Montecarlo en inversiones

Para la evaluación de riesgos industriales, en procesos de inversiones, se necesitan dos variables: la Frecuencia con la que ocurre el riesgo y su Impacto. El manejo de estas variables para la evaluación del riesgo y la confección del Plan de Prevención, se utiliza actualmente en las empresas cubanas de forma empírica, mediante la decisión de un comité de expertos que aportan su experiencia en este tipo de situaciones. Ello ocasiona posibles incoherencias y una toma incorrecta de decisiones con respecto a la evaluación del riesgo, lo cual propicia una administración inadecuada de los recursos disponibles en la empresa.

El método de Montecarlo proporciona soluciones aproximadas a una gran variedad de problemas matemáticos, posibilitando la realización de experimentos con muestreos de números pseudo-aleatorios en una computadora. Se define como fórmula para obtener la evaluación del riesgo:

$$I+F=R$$

Donde:

I: Impacto presente en cada riesgo.

F: Frecuencia presente en cada riesgo.

R: Riesgo presente en un proyecto.

Las variables Impacto y Frecuencia pueden tomar tres valores, alto, medio y bajo; la ecuación quedará plasmada de esta forma:

$$Im + Fm = R.$$

Donde:

Im: Impacto en el valor dado presente en cada riesgo.

Fm: Frecuencia en el valor dado presente en cada riesgo.

El índice m puede tomar los valores: alto, medio o bajo.

Para la realización de este método se trabaja con estos valores, convirtiendo las variables cualitativas en cuantitativas. A cada variable se le asigna un valor estricto entre 0 y 1, transformándolos así en una probabilidad. A cada valor que toma la variable se le asigna un rango determinado:

$$0.01 \leq \text{Bajo} \leq 0.33$$

$$0.34 \leq \text{Medio} \leq 0.66$$

$$0.67 \leq \text{Alto} \leq 0.99$$

Se determinan estos rangos considerando que 0 no es ocurrencia y 1 es certeza del suceso. Estos rangos fueron determinados por expertos en gestión y administración de riesgos consultados en esta investigación.

Se crean dos variables aleatorias para la simulación del método, una por cada variable que se necesita para la evaluación del riesgo. Estas variables pueden tomar valores entre 0 y 1, ambas tienen que ser mayor que 0 y la suma tiene que ser 1, convirtiéndolas así a los valores en una probabilidad:

$$VF > 0$$

$$VI > 0$$

$$VF + VI = 1$$

Donde:

VF: Variable aleatoria para la Frecuencia.

VI: Variable aleatoria para el Impacto.

$$Im = Im \times VI$$

$$Fm = Fm \times VF$$

Sustituyendo, la ecuación general quedará de la siguiente manera:

$$(Im \times VI) + (Fm \times VF) = R$$

Se realizan N iteraciones (donde $5000 \leq N \leq 8000$), se restringe al valor de Fm e Im en correspondencia con la clasificación que tenga el riesgo. Además, se restringe el valor de las VI e VF al rango determinado anteriormente. Este resultado se guarda en una lista temporal X y se suma las N veces que el método itera. Se crea una variable temporal Y que almacena la cantidad de veces que el método cumple con la restricción.

Los valores obtenidos y almacenados en X se recorren para definir el rango de entrada de la suma obtenida de la evaluación del riesgo, se crean la cantidad de restricciones que son igual a la cantidad de rangos determinados. Una vez sabido los valores almacenados en X en que rango se encuentran, son sumados y guardados en una variable temporal Z que es dividida entre Y para obtener la media de los resultados.



Estos resultados se recalifican para obtener un valor cualitativo que arrojará el resultado final en la evaluación del riesgo.

Con la evaluación del riesgo y el valor de la Frecuencia y el Impacto, se obtiene la exposición que es importante para la matriz de riesgo y muestra hasta qué punto el riesgo puede incidir en el proyecto. Es calculada tomando los la Frecuencia y el Impacto para los valores Catastróficos ($F_m = \text{Alto}$ y $I_m = \text{Alto}$) e Insignificante ($F_m = \text{Bajo}$ y $I_m = \text{Bajo}$) y la evaluación del riesgo para los valores Moderado ($R = \text{Medio}$), Alto ($R = \text{Alto}$) y Bajo ($R = \text{Bajo}$).

Plano económico

Modelo matemático para la selección de proyectos desde la economía (Factibilidad Económica) (Cortes, 1999)

Existen diferentes métodos para la solución óptima de proyectos de inversión.

V.A.E - Valor actual equivalente: Todos los ingresos y costos que ocurran durante un período son convertidos en una anualidad equivalente.

Si $VAE > 0$ el proyecto es recomendable.

V.A.N. Valor anual o valor presente neto. VAN

T.I.R. Tasa interna de retorno. Es el rendimiento que se espera que devengue una inversión. Es la tasa de retorno o tiempo de actualización o descuento de una inversión que hace cero al VAN. VAN. Consiste en determinar en un tiempo cero de los flujos de efectivo futuros (corriente de cobros y pagos actualizados) que genere un proyecto y compara esta equivalencia con el desembolso inicial.

Si el VAN > 0 se recomienda el proyecto.

Suponiendo que se tengan muchos proyectos a evaluar, es necesario acudir a la selección óptima mediante métodos computacionales. Una de estas técnicas es la Programación Lineal, la cual permite resolver con facilidad dichos problemas, una vez que se hayan calculado los VAN de cada proyecto de inversión.

VAN es una equivalencia en el tiempo cero de los flujos efectivos futuro s que genera la alternativa y compara esta equivalencia con el desembolso inicial. Los proyectos son aceptados cuando VAN tiene valores mayores que cero.

$$VAN = -P + \sum St / (i+i)t$$

Donde

P = desembolso inicial

St = Flujo efectivo neto

T = tasa de recuperación mínima atractiva TREMA

Problema de programación Lineal.

Función Objetivo:

$$\text{Max } Z = \sum (-P_{jk} + (S_{jk} * X_{jk}) / (1+i)^t) = \sum \text{VAN}_{jk}$$

Restricciones:

1. - Financieras

$$\sum P_{jk} X_{jk} < C$$

2. - Proyectos Excluyentes

$$\sum X_{jk} \leq 1$$

3. - Relaciones de contingencia

Cuando la captación de un proyecto depende de la aceptación previa de otro.

$$-X_{ik} + X_{jk} \geq 0$$

$$i = 1, I$$

$$j = 1, J$$

$$k = 1, K$$

4. - Área obligada

Cuando es obligado a escoger una alternativa de las propuestas.

$$\sum X_{jk} = 1 \quad k = 1, K$$

Definición de las variables. $-X_{jk} = (1, 0) \quad j = 1, J;$

$$k = 1, K$$

J = total de subdivisiones que pretenden realizar inversiones

K = total de proyectos de inversión por subdivisión

T = total de períodos de inversión

VAN_{jk} = Valor anual/ presente neto del proyecto k en la subdivisión j durante el período t.

X_{jk} = variable de decisión para el proyecto k en la subdivisión j.

i = TREMA (tasa de recuperación mínima atractiva)

P_{jkt} = desembolso inicial del proyecto k en la división j

C = capital disponible de la empresa

Conclusiones

La construcción de modelos muestra relaciones que no son evidentes a primera vista. Estas relaciones se visibilizan al disponer de un mayor conocimiento, el cual se adquiere cuando se empieza a modelar, es decir, cuando mejor se va conociendo la realidad del fenómeno que se intenta representar. La Teoría de la Caja Negra en la enseñanza de las matemáticas aplicadas, y en la enseñanza en general, debe ser una función multivariable en la solución de la superficie respuesta o variable

independiente $y = f(x)$, teniendo en cuenta no solo las respuestas analíticas del modelo sino, desde el punto de vista de la dimensión educativa, todo aquello de lo que se apropia del estudiante en cuanto a los hábitos, convicciones, ética, responsabilidad honestidad, solidaridad, elevada autoestima y educación entre otras.

La confección de un modelo matemático en la aplicación a la industria o la economía conlleva una fase superior en la visión del futuro profesional.

El proceso de formación académico en las universidades debe integrar a lo laboral y a lo investigativo, y estructurar su proceso docente educativo con presupuestos desde el punto de vista instruc-

tivos y educativos que contribuyan a desarrollar un profesional con formación integral, que responda a las exigencias de su época. Un proceso docente-educativo alcanzará mayor intención educativa en la medida en que más asocie el contenido con la vida.

Una vez construido el modelo matemático, es viable extraer de él propiedades y características de las relaciones entre los elementos que de otra forma continuarían ocultas.

El aporte de los modelos matemáticos a los procesos productivos y económicos no solo resuelve los problemas técnicos sino que ayuda a la formación profesional de los futuros egresados.



Referencias bibliográficas

- Cortes, M. y otros, *Modelos matemáticos aplicados a la admiración y la economía*. Universidad Autónoma del Carmen. Campeche México. 2005.
- Cortes, M. *Introducción a la investigación de Operaciones*, Universidad de Guayaquil, Ecuador. 1999.
- Cortés, M. *Modelación Matemática Aplicada*. Universidad Interamericana del Ecuador, Ecuador. 2010.
- Sáiz, Milagros; Blanca Anguera, Cristina Civera, Gonzalo de la Casa, et al. (2009), *Historia de la psicología*, Barcelona: UOC, pp. 240-241, ISBN 9788497888370, Mandler,
- Mandler, George (2007), *A history of modern experimental psychology: from James and Wundt to cognitive science*, MIT Press, p. 100, ISBN 9780262134750.
- Cortés, M., Herrera, S., Iglesias, M. *La Modelación Matemática*. Revista Archipiélago UNAN. México 2005.
- *Documento de posición sobre la Educación después de 2015*. ED-14/EPA/POST-2015.
- Mario, Bunge. *Buscar la filosofía en las ciencias sociales*. Siglo XXI editores de s.a. de c.b. México. 2005.
- Doucet & Sloep (2002): "Mathematical Modeling in the Life Sciences", Ellis Horwood.