格子系（非保存的時間依存Ginzburg-Landau模型）の可逆測度（Gibbs状態）の特徴付け

Research Proposal · July 2022

DOI: 10.13140/RG.2.2.31881.31849

1 author:

Hiroki Yagisita
Kyoto Sangyo University

格子系（非保存的時間依存Ginzburg-Landau模型）の可逆測度（Gibbs状態）の特徴付け

Characterization of reversible measure (Gibbs state) of lattice system (non-conservative time-dependent Ginzburg-Landau model)

Hiroki Yagisita (Kyoto Sangyo University)

予想：$FS(\mathbb{N})$ で、$\mathbb{N}$ の「有限部分集合」の全体の集合を表す。$\{U_A\}_{A\in FS(\mathbb{N})}$ は列とし、任意の $A\in FS(\mathbb{N})$ に対して、U_A は $\mathbb{R}^A$ 上の（滑らかさなどに関する適当な条件を満たす）実数値関数であるとする。さらに、（「格子系」を考える、という意味合いで、）任意の $k\in\mathbb{N}$ に対して、「$k\in A, \frac{\partial U_A}{\partial x_k}\neq 0$（すなわち、$U_A$ は x_k について定数でない）となる $A\in FS(\mathbb{N})$ の個数は有限である」とする。そこで、$k\in\mathbb{N}$ に対して、$\mathbb{R}^\infty(:=\mathbb{R}^{\mathbb{N}})$ 上の実数値関数 H_k を

$$H_k(\{x_l\}_{l\in\mathbb{N}}):=\sum_{k\in A,\frac{\partial U_A}{\partial x_k}\neq 0} U_A(\{x_l\}_{l\in A})$$

で定める。$\{P_x\}_{x\in\mathbb{R}^\infty}$ は確率微分方程式の無限系

$$dX_k=dB_k-\frac{\partial H_k}{\partial x_k}(\{X_l\}_{l\in\mathbb{N}})dt$$

の（初期分布がそれぞれ δ_x の）解が定める（$\mathbb{R}^\infty$ 上の）Markov 過程とする。μ を $\mathbb{R}^\infty$ 上の確率測度とする。このとき、「μ が $\{P_x\}_{x\in\mathbb{R}^\infty}$ の可逆測度であるため」には、「任意の $k\in\mathbb{N}$ に対して、$\mathbb{R}^{\mathbb{N}\setminus\{k\}}$ の上の σ 有限なある測度 μ_k が存在して、

$$d\mu(\{x_l\}_{l\in\mathbb{N}})=e^{-2H_k(\{x_l\}_{l\in\mathbb{N}})}dx_k d\mu_k(\{x_l\}_{l\in\mathbb{N}\setminus\{k\}})$$

であること」が必要十分である。

【注意】数学辞典の「相互作用 Brown 粒子系」の項に、「カノニカルな Gibbs 状態」と可逆測度の同値性が知られている、とあります。この既知の事実と強い関係がありそうですが、「カノニカルな Gibbs 状態」と「上記の予想の条件」の同値性の問題であって、既に（ほぼ？）解決済みかもしれません。

舟木直久『確率微分方程式』（岩波書店）