

**TANLOV VARIATSIYASI VA VARIATSIYA QOIDALARI. TANLOV VARIATSIYASINING TA'RIFI**

**A.O.Abdug'aniyev**

Ilmiy rahbar: Iqtisod fanlari bo'yicha falsafa doktor(Phd)

**O'tanazarova Yulduz Ravshan qizi**

Termiz davlat universiteti Axborot texnologiyalari fakulteti talabasi [otanazarovay@gmail.com](mailto:otanazarovay@gmail.com)

**Annotatsiya:** Tanlama kuzatishda birlikni tanlashning tasodifiyligi ta'minlanishi zarur. Har bir birlik boshqa birliklar bilan tanlanishida teng imkoniyatga ega bo'lishi kerak. Tasodifiy tanlashning o'zi aynan shu tamoyilga asoslanadi. Tasodifiy tanlashning o'ziga butun bosh to'plamdan (oldindan u hech qanday guruhlarga ajratilmaydi) qur'a vositasida (afzalroq) yoki boshqa shunga o'xshash usul bilan, masalan, tasodifiy sonlar jadvali yordamida birliklarni tanlash hisoblanadi. Tasodifiy tanlov- bu tartibsiz tanlov emas. Tasodifiylik tamoyili tanlovga obyektning qo'shilishi va olib tashlanishiga tasodifdan boshqa biror omil ta'sir qila olmasligini bildiradi. Oldin ta'kidlanganidek, tasodifiy tanlovning o'ziga misol qilib lotereya o'yinlari tirajini olishimiz mumkin.

**Kalit so'zlar:** tasodifiy tanlash, kuzatuv, variatsiya, Tanlov kovariatsiyasi

Tasodifiy  $X$  o'zgaruvchini haqida kuzatuvlar berilgan va variatsiya  $X$  ning o'rtacha qiymatidan farqlarining kvadratidir.

$$\begin{aligned} \text{Var}(X) &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \\ \text{Var}(X) &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \\ &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(X_i - \bar{X}) \end{aligned}$$

Tanlov variatsiyasi tanlov kovariatsiyasining xususiy holdir. Buni olish uchun kvadratni boshqacha yozamiz.

$$\begin{aligned} \text{Var}(X) &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \\ &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(X_i - \bar{X}) \\ &= \text{Cov}(X, X) \end{aligned}$$

Demak biz  $X$  ning kovariatsiyasini topdik.

Variatsiyaning birinchi qoidasi :

**Agar  $Y = V + W$ ,  $\text{Var}(Y) = \text{Var}(V) + \text{Var}(W) + 2\text{Cov}(V, W)$**

Biz bu natijani kovariatsiya qoidalarini topish uchun ham qo'llashimiz mumkin. Birinchi

qoidani ikki tasodifiy o`zgaruvchilarning variatsiya yig`indisini topish uchun qo`llaniladi.

**Variatsiya qoidasi :**

$$\text{Agar } Y = V + W, \text{ Var}(Y) = \text{Var}(V) + \text{Var}(W) + 2\text{Cov}(V, W)$$

*Isboti:*

$$\text{Var}(Y) = \text{Cov}(Y, Y) = \text{Cov}(Y, [V + W])$$

Y kovariatsiyasi quyidagicha.

**Variatsiya qoidasi:**

$$\text{Agar } Y = V + W, \text{ Var}(Y) = \text{Var}(V) + \text{Var}(W) + 2\text{Cov}(V, W)$$

*Isboti:*

$$\text{Var}(Y) = \text{Cov}(Y, Y) = \text{Cov}(Y, [V + W]) = \text{Cov}(Y, V) + \text{Cov}(Y, W)$$

Birinchi kovariatsiya qoidasini kengaytiramiz.

**Variatsiya qoidasi:**

$$\text{Agar } Y = V + W, \text{ Var}(Y) = \text{Var}(V) + \text{Var}(W) + 2\text{Cov}(V, W)$$

*Isboti:*

$$\begin{aligned} \text{Var}(Y) &= \text{Cov}(Y, Y) = \text{Cov}(Y, [V + W]) = \text{Cov}(Y, V) + \text{Cov}(Y, W) \\ &= \text{Cov}([V + W], V) + \text{Cov}([V + W], W) \end{aligned}$$

Endi Y o`rniga qo`yib chiqamiz.

**Variatsiya qoidasi:**

$$\text{Agar } Y = V + W, \text{ Var}(Y) = \text{Var}(V) + \text{Var}(W) + 2\text{Cov}(V, W)$$

*Isboti:*

$$\begin{aligned} \text{Var}(Y) &= \text{Cov}(Y, Y) = \text{Cov}(Y, [V + W]) \\ &= \text{Cov}(Y, V) + \text{Cov}(Y, W) \\ &= \text{Cov}([V + W], V) + \text{Cov}([V + W], W) \\ &= \text{Cov}(V, V) + \text{Cov}(W, V) \\ &\quad + \text{Cov}(V, W) + \text{Cov}(W, W) \end{aligned}$$

Kovariatsiya qoidasini yana ikki bor qo`llaymiz.

**Variatsiya qoidasi :**

$$\text{Agar } Y = V + W, \text{ Var}(Y) = \text{Var}(V) + \text{Var}(W) + 2\text{Cov}(V, W)$$

*Isboti:*

$$\begin{aligned} \text{Var}(Y) &= \text{Cov}(Y, Y) = \text{Cov}(Y, [V + W]) \\ &= \text{Cov}(Y, V) + \text{Cov}(Y, W) \\ &= \text{Cov}([V + W], V) + \text{Cov}([V + W], W) \\ &= \text{Cov}(V, V) + \text{Cov}(W, V) \\ &\quad + \text{Cov}(V, W) + \text{Cov}(W, W) \\ &= \text{Var}(V) + \text{Var}(W) + 2\text{Cov}(V, W) \end{aligned}$$

Cov(V, V)ni Var(V) variatsiyasidan olamiz. Cov(W, W)ni Var(W) dan topamiz. Cov(W, V) va Cov(V, W) kovariatsiyalari bir xil.

**Variatsiyaning ikkinchi qoidasi :**

**Agar  $Y = bZ$ , bunda  $b$  konstanta,  $\text{Var}(Y) = b^2\text{Var}(Z)$**

Demak tasodifiy o'zgaruvchi variatsiyasini o'zgarmas hadga ko'paytiramiz.

Variatsiyaning ikkinchi qoidasi:

**Agar  $Y = bZ$ , bu yerda  $b$  konstanta,  $\text{Var}(Y) = b^2\text{Var}(Z)$**

*Isboti:*

$$\text{Var}(Y) = \text{Cov}(Y, Y) = \text{Cov}(Y, bZ)$$

$Y$  o'zining kovariatsiyasi va o'zgaruvchini erkin hadga ko'paytirish kerak.

Variatsiyaning ikkinchi qoidasi:

**Agar  $Y = bZ$ , bu yerda  $b$  konstanta,  $\text{Var}(Y) = b^2\text{Var}(Z)$**

*Isboti:*

$$\text{Var}(Y) = \text{Cov}(Y, Y) = \text{Cov}(Y, bZ) = b\text{Cov}(Y, Z).$$

Endi ikkinchi qoidaning qo'llanishini ko'rib chiqamiz.

Variatsiyaning ikkinchi qoidasi :

**Agar  $Y = bZ$ , bu yerda  $b$  konstanta ,  $\text{Var}(Y) = b^2\text{Var}(Z)$**

*Isboti:*

$$\text{Var}(Y) = \text{Cov}(Y, Y) = \text{Cov}(Y, bZ) = b\text{Cov}(Y, Z) = b\text{Cov}(bZ, Z)$$

Variatsiyaning ikkinchi qoidasi :

**Agar  $Y = bZ$ , bu yerda  $b$  konstanta,  $\text{Var}(Y) = b^2\text{Var}(Z)$**

*Isboti:*

$$\begin{aligned} \text{Var}(Y) &= \text{Cov}(Y, Y) = \text{Cov}(Y, bZ) = b\text{Cov}(Y, Z) \\ &= b^2\text{Cov}(Z, Z) = b^2\text{Cov}(Z, Z) = b^2\text{Var}(Z) \end{aligned}$$

va nihoyat, ikkinchi kovariatsiya qoidasini yana qo'llaymiz.

**Variatsiyaning uchinchi qoidasi:**

**Agar  $Y = b$ , bu yerda  $b$  konstanta,  $\text{Var}(Y) = 0$**

Odatda o'zgarmas hadning variatsiyasi nolga teng.

**Variatsiyaning uchinchi qoidasi:**

**Agar  $Y = b$ , bu yerda  $b$  konstanta ,  $\text{Var}(Y) = 0$**

*Isboti:*

$$\text{Var}(Y) = \text{Cov}(Y, Y) = \text{Cov}(b, b) = 0$$

Buni isbotlash uchun 3-kovariatsiya qoidasini qo'llaymiz.

**Variatsiya to'rtinchi qoidasi:**

**Agar  $Y = V + b$ , bu yerda  $b$  konstanta,  $\text{Var}(Y) = \text{Var}(V)$**

*Isboti:*

$$\text{Var}(Y) = \text{Var}(V + b) = \text{Var}(V) + \text{Var}(b) + 2\text{Cov}(V, b)$$

Buni isbotlash uchun birinchi qoidani eslaymiz.

**Variatsiya to'rtinchi qoidasi :**

**Agar  $Y = V + b$ , bu yerda  $b$  konstanta ,  $\text{Var}(Y) = \text{Var}(V)$**

*Isboti:*

$$\text{Var}(Y) = \text{Var}(V + b) = \text{Var}(V) + \text{Var}(b) + 2\text{Cov}(V, b) = \text{Var}(V)$$

Uchinchi variatsiya va kovariatsiya qoidalaridan oxirgi ikki qism nolga teng bo'lishini

isbotlaymiz.

**Variatsiya to`rtinchi qoidasi :**

Agar  $Y = V + b$ , bu yerda  $b$  konstanta ,  $\text{Var}(Y) = \text{Var}(V)$

**Isboti:**

$$\text{Var}(Y) = \text{Var}(V + b) = \text{Var}(V) + \text{Var}(b) + 2\text{Cov}(V, b) = \text{Var}(V)$$

**Tanlov kovariatsiyasi hisoblashga doir misol.** Ta`rifga binoan tanlov kovariatsiyasi:

$$\begin{aligned} \text{Cov}(X, Y) &= \frac{1}{n} [(X_1 - \bar{X})(Y_1 - \bar{Y}) + \dots + (X_n - \bar{X})(Y_n - \bar{Y})] \\ &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}) \end{aligned}$$

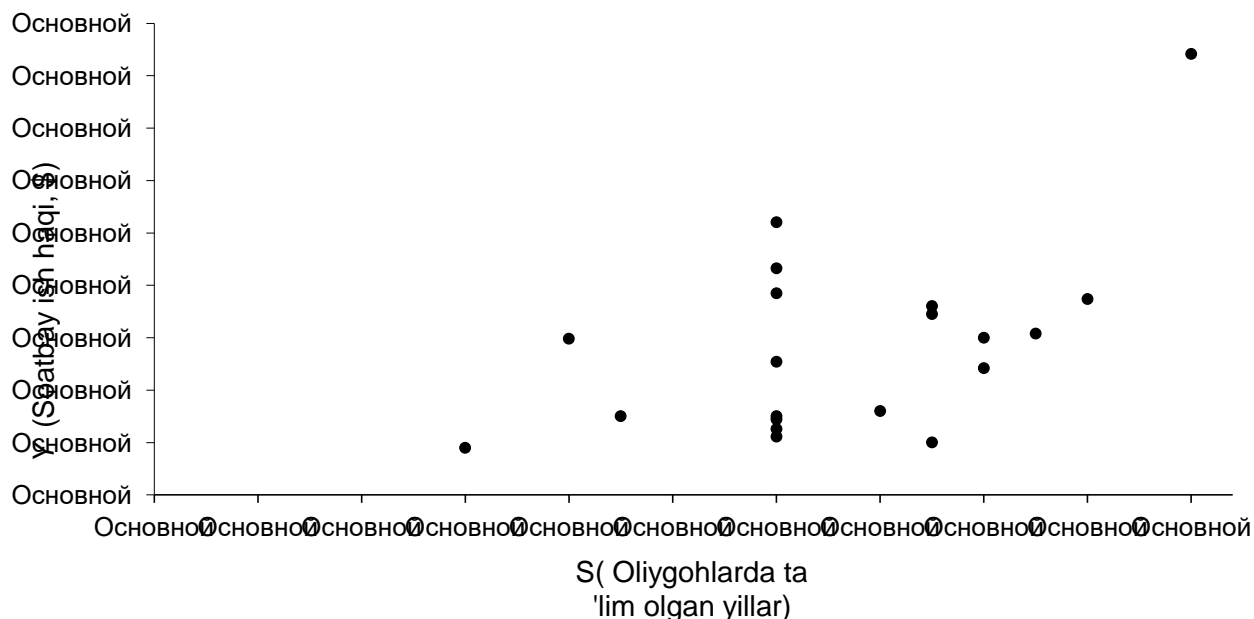
ga teng.

Quyidagi misol tanlov kovariatsiyasi tushunchasini misol yordamida tushuntirib beradi. Quyida ikkita o`zgaruvchi X va Y, haqida n ta kuzatuv berilgan. Tanlovning kovariatsiyalari uning o`rtacha qiymatidan farqi asosida hisoblanadi. (1-jadval)

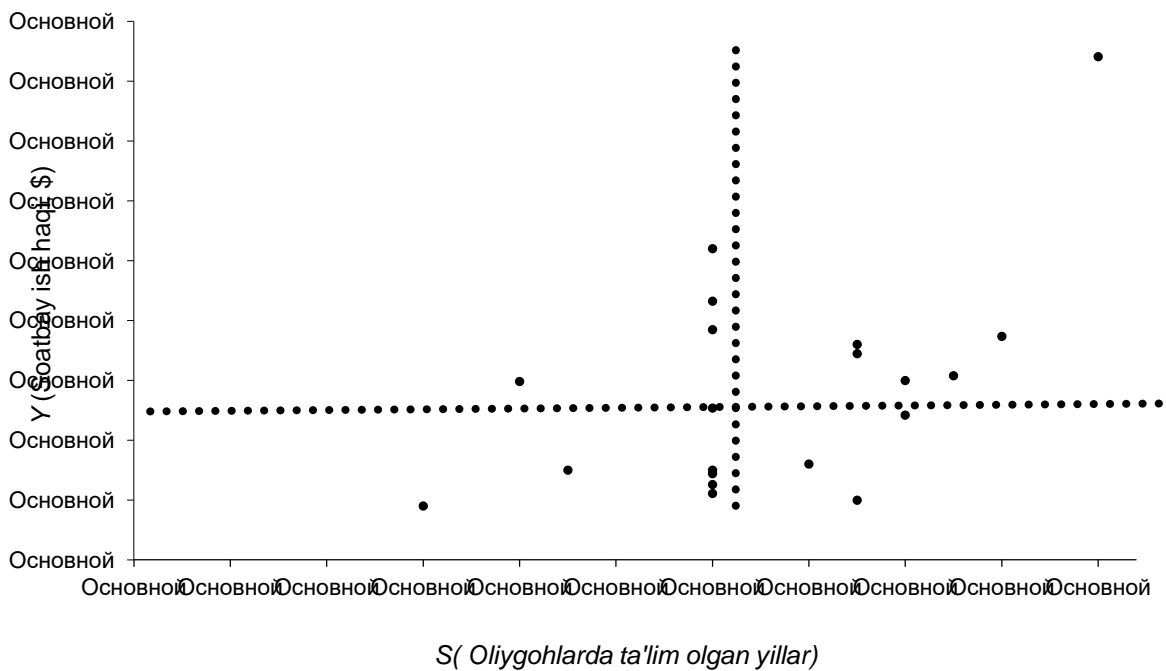
1-jadval

Kuzatuvlar	S	Y
1	15	17.24
2	16	15.00
3	8	14.91
4	6	4.50
5	15	18.00
6	12	6.29
7	12	19.23
8	18	18.69
9	12	7.21
10	20	42.06
...	...	...
...	...	...
19	12	7.50
20	14	8.00

Yuqoridagi jadvalda S, Amerika Qo`shma Shtatlarida o`tkazilgan statistik kuzatuvdagi ishchilarning necha yil o`qiganlarini va Y, bir soatga to`lanadigan ish haqini ko`rsatadi.



Hisoblashni  $S$  va  $Y$  larning o'rtacha qiymatini topishdan boshlaymiz.



Yuqoridagi grafikda  $S$  va  $Y$  ning o'rtacha qiymatlari nuqtalar bilan ko'rsatilgan. (2-jadval)

2-jadval

Kuzatuvlar	$S$	$Y$	$S - \bar{S}$	$Y - \bar{Y}$	$(S - \bar{S})(Y - \bar{Y})$
------------	-----	-----	---------------	---------------	------------------------------

1	15	17.24	1.75	3.016	
2	16	15.00	2.75	0.776	
3	8	14.91	-5.25	0.686	
4	6	4.50	-7.25	-9.725	
5	15	18.00	1.75	3.776	
6	12	6.29	-1.25	-7.935	
7	12	19.23	-1.25	5.006	
8	18	18.69	4.75	4.466	
9	12	7.21	-1.25	-7.015	
10	20	42.06	6.75	27.836	
...	...	...	...	...	
...	...	...	...	...	
19	12	7.50	-1.25	-6.725	
20	14	8.00	0.75	-6.225	
Jami	265	284.49			
O`rtacha	14.225	13.25			

S ning o`rtacha qiymati 13.25 yilga teng. Demak birinchi kuzatuv uchun o`rtachadan farqi 1.75 yilga teng. Xuddi shuningdek boshqa kuzatuvlar uchun farqlarni topamiz. Xuddi shu asnoda Y ning o`rtacha tanlov qiymatidan farqini topamiz. (3-jadval)

3-jadval

Kuzatuvlar	$S$	$Y$	$S - \bar{S}$	$Y - \bar{Y}$	$(S - \bar{S})(Y - \bar{Y})$
1	15	17.24	1.75	3.016	5.277
2	16	15.00	2.75	0.776	
3	8	14.91	-5.25	0.686	
4	6	4.50	-7.25	-9.725	
5	15	18.00	1.75	3.776	
6	12	6.29	-1.25	-7.935	
7	12	19.23	-1.25	5.006	
8	18	18.69	4.75	4.466	
9	12	7.21	-1.25	-7.015	
10	20	42.06	6.75	27.836	
...	...	...	...	...	
...	...	...	...	...	
19	12	7.50	-1.25	-6.725	
20	14	8.00	0.75	-6.225	
Jami	265	284.49			

O`rtacha	14.225	13.25			
----------	--------	-------	--	--	--

Keyinchalik farqlar va ko‘paytmalar natijalarini topamiz. Birinchi kuzatuv uchun u o‘z navbatida farqlar 1.75 va 3.016, ko‘paytma 5.277ga teng. (4-jadval)

4-jadval

Kuzatuvlar	$S$	$Y$	$S - \bar{S}$	$Y - \bar{Y}$	$(S - \bar{S})(Y - \bar{Y})$
	15	17.24	1.75	3.016	5.277
2	16	15.00	2.75	0.776	2.133
3	8	14.91	-5.25	0.686	-3.599
4	6	4.50	-7.25	-9.725	70.503
5	15	18.00	1.75	3.776	6.607
6	12	6.29	-1.25	-7.935	9.918
7	12	19.23	-1.25	5.006	-6.257
8	18	18.69	4.75	4.466	21.211
9	12	7.21	-1.25	-7.015	8.768
10	20	42.06	6.75	27.836	187.890
...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...
19	12	7.50	-1.25	-6.725	8.406
20	14	8.00	0.75	-6.225	-4.668
Jami	265	284.49			
O`rtacha	14.225	13.25			

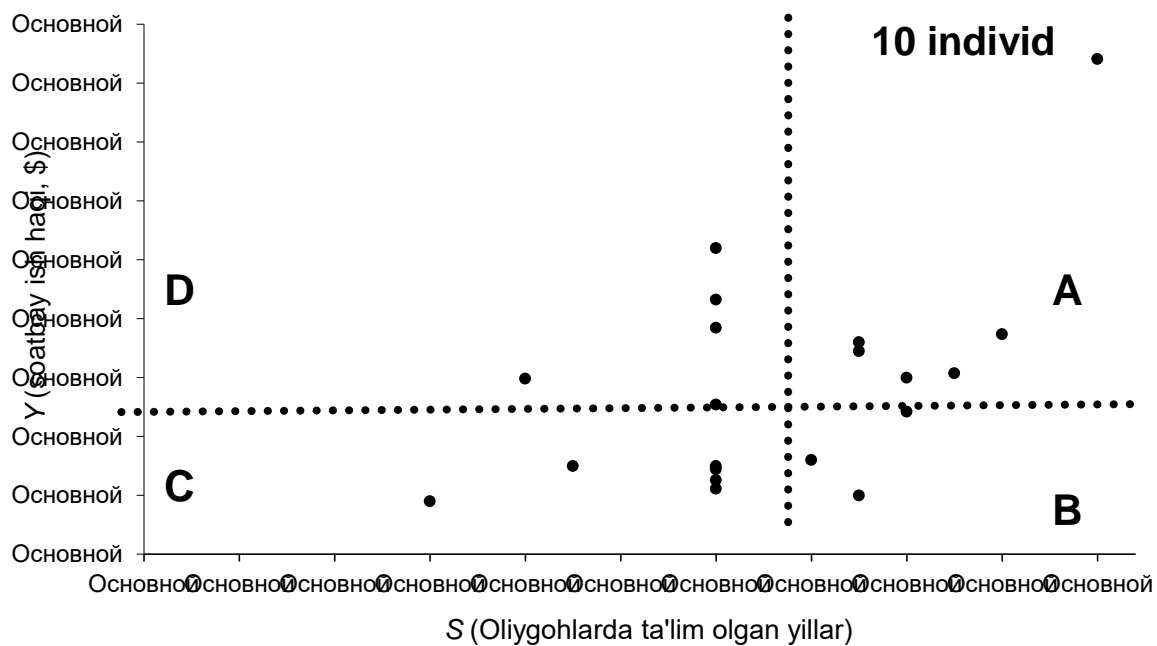
Xuddi shuningdek boshqa kuzatuvlar uchun ham hisoblarni bajaramiz. (5-jadval)

Kuzatuvlar	$S$	$Y$	$S - \bar{S}$	$Y - \bar{Y}$	$(S - \bar{S})(Y - \bar{Y})$
1	15	17.24	1.75	3.016	5.277
2	16	15.00	2.75	0.776	2.133
3	8	14.91	-5.25	0.686	-3.599
4	6	4.50	-7.25	-9.725	70.503
5	15	18.00	1.75	3.776	6.607
6	12	6.29	-1.25	-7.935	9.918
7	12	19.23	-1.25	5.006	-6.257
8	18	18.69	4.75	4.466	21.211
9	12	7.21	-1.25	-7.015	8.768
10	20	42.06	6.75	27.836	187.890
...	...	...	...	...	...

...	...	...	...	...	...
19	12	7.50	-1.25	-6.725	8.406
20	14	8.00	0.75	-6.225	-4.668
Jami	265	284.49			305.888
O`rtacha	14.225	13.25			15.294

5-jadval

Natijalar qo‘yib chiqildi va 20 ga bo‘lindi. Tanlovning o‘rtacha kovariatsiyasi 15.29 ga teng. Kovariatsiya oldidagi ishoraning musbatligi ikkala o‘zgaruvchilar S va Y, orasidagi bog‘liqlik ilgari tahmin etilganidek musbatligini anglatadi.



A kvadrantdagi nuqtalar Y va S dan farqi musbat, demak ular kovariatsiyaga pozitiv ta'sir etadi. Ayniqsa kuzatuvdagi A individ eng ko‘p ulushini qo‘shadi. (6-jadval)

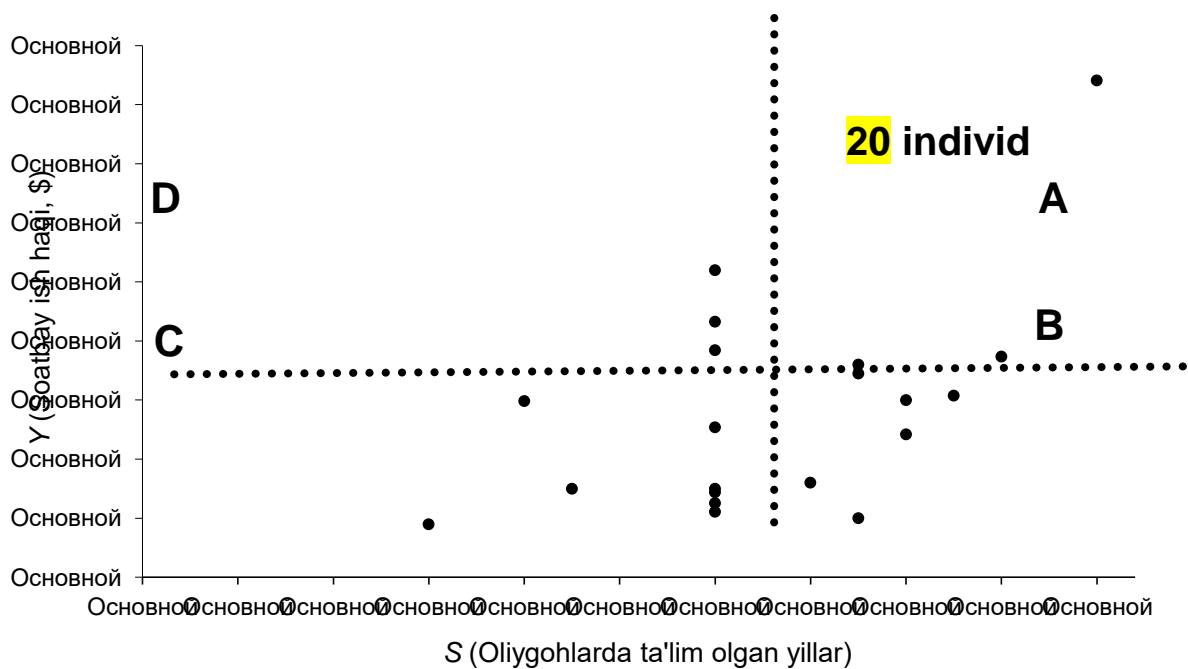
6-jadval

Kuzatuvlar	S	Y	$S - \bar{S}$	$Y - \bar{Y}$	$(S - \bar{S})(Y - \bar{Y})$
1	15	17.24	1.75	3.016	5.277
2	16	15.00	2.75	0.776	2.133
3	8	14.91	-5.25	0.686	-3.599
4	6	4.50	-7.25	-9.725	70.503
5	15	18.00	1.75	3.776	6.607
6	12	6.29	-1.25	-7.935	9.918



7	12	19.23	-1.25	5.006	-6.257
8	18	18.69	4.75	4.466	21.211
9	12	7.21	-1.25	-7.015	8.768
10	20	42.06	6.75	27.836	187.890
...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...
19	12	7.50	-1.25	-6.725	8.406
20	14	8.00	0.75	-6.225	-4.668
Jami	265	284.49			305.888
O`rtacha	14.225	13.25			15.294

U shaxs biologiya sohasida kollejni bitirgandan so`ng hamshira bo`lishi uchun meditsina kollejida ham o`qigan. Uning o`rtacha soatbay ish haqi \$42 teng.



20 individ B kvadrantdagi tanlovga misol bo`ladi. U 4 yillik meditsina kollejida ikki yil o`qigandan so`ng uni tark etgan, etikduz bo`lib ishlaydi va soatiga atigi \$8.00 oladi. (7-jadval)

7-jadval

Kuzatuvlar	S	Y	$S - \bar{S}$	$Y - \bar{Y}$	$(S - \bar{S})(Y - \bar{Y})$
1	15	17.24	1.75	3.016	5.277
2	16	15.00	2.75	0.776	2.133

3	8	14.91	-5.25	0.686	-3.599
4	6	4.50	-7.25	-9.725	70.503
5	15	18.00	1.75	3.776	6.607
6	12	6.29	-1.25	-7.935	9.918
7	12	19.23	-1.25	5.006	-6.257
8	18	18.69	4.75	4.466	21.211
9	12	7.21	-1.25	-7.015	8.768
10	20	42.06	6.75	27.836	187.890
...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...
19	12	7.50	-1.25	-6.725	8.406
20	14	8.00	0.75	-6.225	-4.668
Jami	265	284.49			305.888
O`rtacha	14.225	13.25			15.294

Shu tufayli u kovariatsiyaga manfiy ulushini qo`shmoqda.

D

A

.....

C

**4** individ

B

4 individ , Meksikada tug`ilgan va u 6 yil maktabda o`qigan va shu tufayli bog`bon bulib ishlaydi, past oylik oladi. (8-jadval)

8-jadval

Kuzatuvlar	$S$	$Y$	$S - \bar{S}$	$Y - \bar{Y}$	$(S - \bar{S})(Y - \bar{Y})$
1	15	17.24	1.75	3.016	5.277
2	16	15.00	2.75	0.776	2.133
3	8	14.91	-5.25	0.686	-3.599
4	6	4.50	-7.25	-9.725	70.503
5	15	18.00	1.75	3.776	6.607
6	12	6.29	-1.25	-7.935	9.918
7	12	19.23	-1.25	5.006	-6.257
8	18	18.69	4.75	4.466	21.211
9	12	7.21	-1.25	-7.015	8.768

10	20	42.06	6.75	27.836	187.890
...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...
19	12	7.50	-1.25	-6.725	8.406
20	14	8.00	0.75	-6.225	-4.668
Jami	265	284.49			305.888
O`rtacha	14.225	13.25			15.294

S va Y, larning o`rtachalaridan manfiy ulushga ega bulgani uchun umuman kovariatsiyaga musbat ulushini qo`shadi.

Va nihoyat 3 individ D kvadrantda o`rin olib u o`rtachadan past ma'lumotga va o`rtacha ish haqidan yuqorida joylashgan. U quruvchi bo`lib ishlaydi. (9-jadval)

**D**

**3 individ**

**A**



9-jadval

Kuzatuvlar	$S$	$Y$	$S - \bar{S}$	$Y - \bar{Y}$	$(S - \bar{S})(Y - \bar{Y})$
1	15	17.24	1.75	3.016	5.277
2	16	15.00	2.75	0.776	2.133
<b>3</b>	<b>8</b>	<b>14.91</b>	<b>-5.25</b>	<b>0.686</b>	<b>-3.599</b>
4	6	4.50	-7.25	-9.725	70.503
5	15	18.00	1.75	3.776	6.607
6	12	6.29	-1.25	-7.935	9.918
7	12	19.23	-1.25	5.006	-6.257
8	18	18.69	4.75	4.466	21.211
9	12	7.21	-1.25	-7.015	8.768
10	20	42.06	6.75	27.836	187.890
...	...	...	...	...	...

...	...	...	...	...	...
19	12	7.50	-1.25	-6.725	8.406
20	14	8.00	0.75	-6.225	-4.668
Jami	265	284.49			305.888
O`rtacha	14.225	13.25			15.294

Bu kvadrantda joylashgan individlar kovariatsiyaga manfiy ulushini qo`shadi

Xulosa: Kovariatsiya, variatsiya va korelyatsiyani to`liq o`zlashtirish statistikada keng qo`llaniladigan kovariatsiya va variatsiya tushunchalarining mohiyatini, uning matematik asoslarini va amalda qo`llash doirasini kengroq va chuqurroq tushuntirishga yordam beradi. Bir juft va to`plam o`zgaruvchilar o`rtasidagi bog`liqliklarni standart o`lchovi bo`lmish korrelyatsion bog`liqliklar haqida ham kerakli bilimga ega bo`ladi. Bulardan tashqari tanlov variatsiyasiga, yalpi tanlov kovariatsiyasi kovariatsiyaga oid qoidalar va variatsiya hamda korrelyatsiya koeffitsientlarini hisoblash texnikasini o`zlashtirish imkoniyatiga ega bo`ladi.

**Asosiy adabiyotlar.**

1. Эконометрика. Учебник. /под ред. проф. И.И.Елисеевой. -М.: Финансы и статистика, 2004.
2. Захарченко А.И. Бизнес статистика и прогнозирование в MS Excel. -М.: Изд. дом. «Вильямс», 2004.
3. Горбунов В.К Математическая модель потребительского спроса. Теория и прикладной потенциал. М.: Экономика, 2004.-174с.