FUNKSIYA TUSHUNCHASINING PAYDO BO’LISHI VA RIVOJLANISHI

Ilmiy rahbar: PhD **N.Sh.Ibragimov**
Kattaxo'jaeva Jahonbibi Akramjon qizi
Termiz davlat universiteti talabasi

Annotatsiya: Funksiya so`zi lotincha “function” so`zidan olingan bo`lib, u sodir bo`lish bajarish degan ma`nolarni bildiradi. Funksiyaning dastlabki ta`riflari G.Leybnits, I.Bernulli, N.I.Lobachevskiy asarlarida berilgan. . Agar X to’plamning har bir elementiga Y to’plamning yagona elementiga biror qonuniyat buyicha akslanishi funksiya deyiladi. Y o’zgaruvchi Xning funksiyasi ekanligini y=f(x) ko’rinishda belgilaymiz. Fransuz matematigi Rene Dekart (1596-1650) matematikaga o‘zgaruvchi miqdor tushunchasini fanga birinchi bo‘lib kiritdi. U o‘zgaruvchi miqdor va funksiya tushunchalarini kiritdi. Funksiyaning berilish usullari analitik, jadval, grafik va so‘z usullari bilan berilishi mumkin.

Kalit so’zlar: Funksiya, akslantirish, analitik usul, jadval usuli, grafik usuli, Dirixli funksiyasi.

Funksiya so`zi lotincha “function” so`zidan olingan bo`lib, u sodir bo`lish bajarish degan ma`nolarni bildiradi. Funksiyaning dastlabki ta`riflari G.Leybnits, I.Bernulli, N.I.Lobachevskiy asarlarida berilgan. Funksiyaning hozirgi ta`rifini bilishmasada, qadimgi olimlar o`zgaruvchi miqdorlar orasida funksional bog`lanish bo`lishi lozimligini tushunishgan.

To`rt ming yil avvalroq Bobil olimlari radiusi r bo`lgan doira yuzi uchun-xatoligi sezilarli bo`lsada formulasini chiqarishgan.

Sonning darajasi haqidagi ilk ma`lumotlar qadimgi bobilliklardan bizgacha yetib kelgan bitiklarda mavjud. Xususan, ularda natural sonlarning kvadratlari, kublari jadvallari berilgan.

Buyuk qomusiy daho Abu Rayhon Beruniy hamo`z asarlarida funksiya tushunchasidan,uning xossalaridan foydalangan. Abu Rayhon Beruniy o`zining mashhur “QONUNI MA`SUDIY” asarining 6-maqolasida argument va funksiyaning o`zgarish oraliqlari,funksiyaning ishoralari va eng katta,eng kichik qiymatlarini ta`riflaydi.

Ratsional ko`rsatkichli daraja S.Stevin,J.Vallis,I.Nyuton tomonidan kiritilgan.

Ixtiyoriy haqiqiy son uchun daraja tushunchasi L.Eyler ning “ANALIZGA KIRISH” asarida berilgan.

Abu Rayxon Beruniy sinuslar va tangenslar jadvalini tuzadi. Huddi shu kabi boshqa mamlakatlarda ham asta – sekin funksiya tushunchasi rivojlana bordi. Turli davrlarda funksiyaga turlicha ta’riflar berila boshlandi. Quyida ayrimlarini keltiramiz. 1673 yilda Golfrit Vilgelm Leybnis (1649-1716) “funksiya” degan atamani kiritadi va biror vazifani bajaruvchi miqdor deb atadi. Dastlabki belgilashlar f1(x), f2(x), … , fn(x) lar Leybnis tomonidan kiritildi. Dastlabki oshkor ta’rifi esa yuqorida aytganimizdek 1718 – yilda Chagan Bernulli tomonidan berildi.

Biz funksiya tushunchasini kiritishdan oldin akslantirishlar haqida qisqacha tushunchaga ega bo’laylik. A va B to’plam bo’sh bo’lmasin.

Ta’rif. Agar A to’plamning har bir elementiga B to’plamning biror elementi mos qo’yilsa, A to’plam B to’plamga akslantirilgan deyiladi. Odatda akslantirishlar f, g, h kabi harflar bilan

belgilanadi.f : A B kabi yoziladi. Bizga X va Y bo’sh bo’lamagn to’plam berilgan bo’lsin.
Ta’rif. Agar X to’plamning har bir elementiga Y to’plamning yagona elementiga biror qonuniyat buyicha akslanishi funksiya deyiladi.Y o’zgaruvchi Xning funksiyasi ekanligini y=f(x) ko’rinishda belgilaymiz.
x ni shu funksiyaning aniqlanish sohasi deb, (D(f)), Y to’plam f(x) funksiyaning o’zgarish sohasi yoki qiymatlar sohasi deyiladi. E(f) ko’rinishda belgilanadi.
TA’RIF: O’zgaruvchi miqdorning funksiyasi deb o’zgarmaslar va o’zgaruvchilar yordamida biror usul bilan hosil qilingan qiymatga aytiladi.
1834 – yilda Labachevskiy funksiya tushunchasini yanada oydinlashtiradi va hozirgi ta’rifga yaqinroq ta’rifni beradi.
TA’RIF: X ning funksiyasi deganda x ning har qanday qiymatiga mos kelgan va y bilan birga o’zgaradigan sonlarni bilamiz. Chex matematigi Bol’tsono ham mazmunan Labachevskiy ta’rifiga yaqin ta’rif beradi. 1834-yilda nemis matematigi Dirixle (1805-1850) funksiyani quyidagicha ta’riflaydi.
TA’RIF: y ni x o’zgaruvchining [a, b] oraliqdagi funksiyasi deyiladi, agar x ning har bir qiymatiga y ning aniq bir qiymati mos kelsa.
To’plamlar nazariyasi yaratilishi bilan uning ijodkorlari nemis matematigi G. Kontor, R. Yulitse, Dedikind funksiya tushunchasining umumlashmasi- akslantirishga ta’rif berdilar.
TA’RIF: X va Y to’plamlar berilgan bo’lsin. X to’plamni Y to’plamga akslantirish f berilgan deyiladi. Agarda X to’plamning har qanday x elementiga Y to’plamdagi unga mos y element mos keltirilgan bo’lsa uni x elementning f akslantirishdagi obrazi deb ataladi.
Fransuz matematigi Rene Dekart (1596-1650) matematikaga o‘zgaruvchi miqdor tushunchasini fanga birinchi bo‘lib kiritdi. U to‘g‘ri chiziqli koordinatalar usulini ishlab chiqdi, s huningdek o‘zgaruvchi miqdor va funksiya tushunchalarini kiritdi. Bu bilan u geometriya va arif metika orasidagi uzilishni bartaraf etdi.
Shunday qilib, miqdorlar orasidagi bog‘lanishlar sonlar orasidagi bog‘lanishlar orqali foydalana boshladi, bu esa yaqqol ifodalanmagan sonli funksiya g‘oyasidan iborat edi. Fanga o‘zgaruvchi miqdorlarning kirib kelishi bilan hisoblash matematikasi va harfli algebra yanada rivojlandi. Koordinatalar yordamida miqdorlar orasidagi mosliklarni grafik ravishda tasv irlash mumkin bo‘ldi. Rene Dekart “Geometriya”, “Uslub haqida mulohazalar” asarlarini yozib, matematikada to‘g‘ri chiziqda nuqtaning koordinatalari usulini ishlab chiqdi, o‘zgaruvchi miqdor va funksiya tushunchalarini geometric talqin qildi. Miqdor orasidagi munosabatlarni yozishga, harflardan foydalanish natijasida algebraikshakl almashtirishlar yordamida bog‘lanishlarni boshqa ko‘rinishga o‘tkazish imkoniyati yaratildi. Dekart davriga kelib harfiy belgilashla takomillashdi, koeffitsiyentlar lotin harflari (a, b, c, …) bilan, noma’lumlar esa oxirgi lotin harfrlari (x, y, z, …) bilan belgilangan.
Funksiyaning berilish usullari.
Ikki o’zgaruvchi miqdorni taqqoslashda bulardan birini erkli o’zgaruvchi miqdor deb, ikkinchisini esa erksiz o’zgaruvchi miqdor deb qarash qulaydir. Masalan doiraning radiusi R ni erkli o’zgaruvchi miqdor deb, doiraning yuzi S ni esa erksiz o’zgaruvchi miqdor deb hisoblash qulay.

ISSN 2181-2632 www.involta.uz

Ikki o’zgaruvchi miqdordan qaysi birini erksiz va qaysi birini erkli o’zgaruvchi miqdor deb olinishi turlicha hal qilinadi. Masalan, temperatura o’zgarmas bo’lgan gaz bosimining o’zgarishi nimaga olib kelishi bizni qiziqtirsa, bu holda bosimni erkli o’zgaruvchi miqdor deb hajmini esa erksiz o’zgaruvchi deb olish tabiiydir. Ushbu formula bilan quyidagicha ifodalanadi.
Agar biz gaz qisilganda qanday xodisa bo’lishini bilmoqchi bo’lsak, yaxshisi hajmni erkli o’zgaruvchi, bosimni esa erksiz o’zgaruvchi miqdor deb qarash kerak. Bu holda u ushbu formula orqali ifodalanadi.

$$P = \frac{C}{V}.$$

Keltirigan hollarning istalgan birida ikki miqdor o’zaro shunday bog’langanki, bulardan birining mumkin bo’lgan har bir qiymatiga ikkinchisining to’la aniqlagan qiymati mos keladi.
Agar bir o’zgaruvchi miqdor X ning har bir qiymatiga boshqa o’zgaruvchi miqdor y ning to’la aniqlagan bitta qiymati biror f usul bilan mos keltirilgan bo’lsa, bu holda f funksiya berilgan deyiladi. Bunda o’zgaruvchi y miqdor erksiz o’zgaruvchi miqdor yoki funksiya, x miqdor esa erkli o’zgaruvchi miqdor yoki argument deyiladi. U o’zgaruvchi x argumentning funksiyasi ekanini ifodalash uchun odatda quyidagilardan foydalaniladi: va xakazo.
Funksiyani berish degan so’z argumentning qiymatlari bo’yicha funksiyalarning mos qiymatlarini izlash demakdir. Biz maktab matematika kursida funksiyaning analitik usullarda berilishiga odatlanib qolganmiz. Bunday usulda erksiz o’zgaruvchi miqdor (funksiya) ning erkli o’zgaruvchi miqdor (argument) bilan bog’lovchi formula ko’rsatiladi, masalan: y=x2 ; y=lgx; s=πr2 ;

Funksiya — matematikaning eng muhim va umumiy tushunchalaridan biri. Funksiyaning turlari koʻp boʻlib, eng koʻp qoʻllaniladigani bu chiziqli funksiyadir yaʼni . Oʻzgaruvchi miqdorlar orasidagi bogʻlanishni ifodalaydi va muhim.
Funksiya umumiy holda analitik, jadval, grafik va soʻz usullari bilan berilishi mumkin:
Analitik usul. Koʻpincha xvay o'zgaruvchilar orasidagi bog'lanish formulalar yordamida ifodalanadi. Bunda argument x ning har bir qiymatiga mos keladigan funksiyaning y qiymati x ustida analitik amallar — qoʻshish, ayirish, koʻpaytirish, boʻlish, darajaga ko'tarish, ildizdan chiqarish, logarifmlash va h.k. amallami bajarish natijasida topiladi. Odatda, bunday usul funksiyaning analitik usulda berilishi deyiladi. Funksiya analitik usulda quyidagi koʻrinishlarda berilishi mumkin.
1) v=g(x) yoki x=g(y) koʻrinishdagi formulalar bilan berilgan funksiyalar oshkor koʻrinishda berilgan funksiyalar deyiladi. Masalan, y=6x— 2, y=x2+lnx funksiyalar oshkor koʻrinishda berilgan. Analitik usulda berilgan funksiya bir nechta formulalar
vositasida yozilishi ham mumkin, masalan,

$$f(x)=\begin{cases}\cos x, & -\pi\le x\le 0 \text{ bo‘lganda},\\ 1, & 0<x<1 \text{ bo‘lganda},\\ \dfrac{1}{x}, & 1\le x\le 2 \text{ bo‘lganda}.\end{cases}$$

Bu funksiyaning aniqlanish sohasi $[-\pi;2]$ bo‘lib, u uchta formula yordamida berilgan.
2) Agar x va y o‘zgaruvchilar qandaydir F(x,y)=0 tenglama bilan bog‘langan, ya‘ni tenglama y ga nisbatan yechilmagan bo'lsa, u holda funksiya oshkormas ко ‘rinishda berilgan deyiladi. Masalan, x2+y2- R2=0 tenglama oshkormas shaklda berilgan funksiyani ifodalaydi, uni y ga nisbatan yechish natijasida ikkita funksiyani hosil qilamiz:

$$y=\pm\sqrt{R^2-x^2}.$$

Ba’zi bir oshkormas ko‘rinishdagi funksiyalarni y = f(x) (oshkor) ko‘rinishda ifodalash ham mumkin. Har qanday oshkor ko‘rinishdagi y=f(x) funksiyani oshkormas ko‘rinishda yozish ham mumkin: y —f (x)=0.
3) parametrik ko’rinishda, ya’ni

$$\begin{cases}x=\varphi(t)\\ y=\psi(t)\end{cases}\alpha\le t\le\beta,$$

Shaklda berilishi. y = f(x) funksiyada x ning y ga mos qo'yilishi parametr deb ataladigan uchunchi bir o‘zgaruvchining yordamida ifodalanishi mumkin: bu yerda φ(t) va ψ(t) lar ham analitik usulda berilgan funksiyalar bo'lib, D(φ)∩D(ψ)≠ ∅ deb hisoblanadi.

Funksiyalar berilishining eng ko‘p uchraydigan usuli analitik usuldir. Bu usul matematik analizda juda ko‘p ishlatiladi.

Jadval usuli. Ba‘zi hollarda x∈X va y∈Y o‘zgaruvchilar orasidagi bog’lanish formulalar yordamida berilmasdan, balki jadval orqali berilgan bo‘lishi ham mumkin. Masalan, t-yanvar oyining birinchi dekadasi (10 kunligi) kunlari nomeri bo'lsa, T — shu nomerli kuni soat 1600 da Samarqand shahrida kuzatilgan havo haroratini bildirsin, natijada quyidagi jadvalga kelamiz:

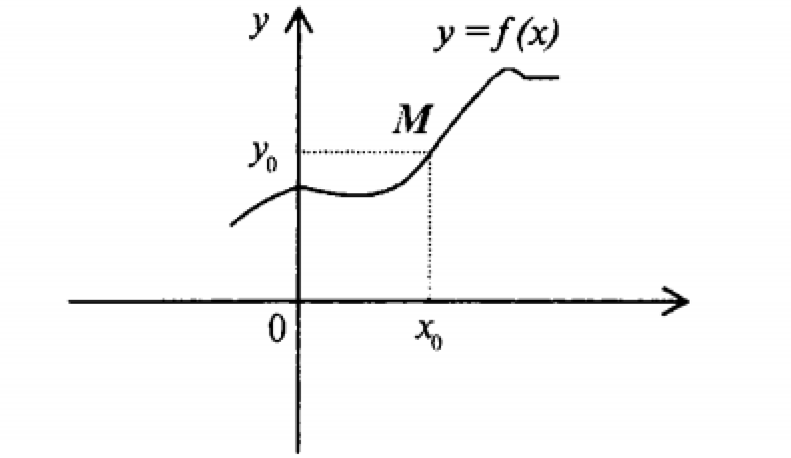
t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
T	—3°	—5°	+2°	+5°	+1°	0°	—2°	—5°	—3°	—1°

bunda t — argument, T — funksiya bo‘ladi. Bog’lanishning bunday berilishi funksiyaning jadval usulda berilishi deb ataladi. Bu usuldan ko‘pincha miqdorlar orasida tajribalar o‘tkazish jarayonida foydalaniladi. Jadval usulining qulayligi shundan iboratki, argumentning u yoki bu aniq qiymatlarida, funksiyani hisoblamasdan, uning qiymatlarini aniqlash mumkin. Jadval usulining

ISSN 2181-2632 www.involta.uz

qulay bo‘lmagan tomoni shundan iboratki, argumentning o‘zgarishi bilan funksiyaning o‘zgarish xarakterini to‘liq aniqlab bo‘lmaydi.

Grafik usuli. xOy koordinata tekisligida x ning X to‘plam (X =D (f)) dan olingan har bir qiymati uchun M (x,y) nuqta yasaladi, bunda nuqtaning abssissasi x, ordinatasi y esa funksiyaning x ga mos kelgan qiymatiga teng. Yasalgan nuqtalami tutashtirsak, natijada biror chiziq hosil boiadi, hosil bo‘lgan bu chiziqni berilgan funksiyaning grafigi deb qaraladi

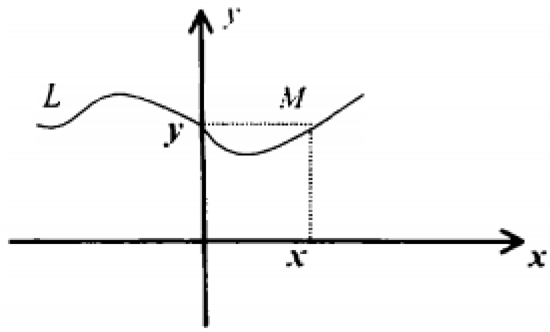


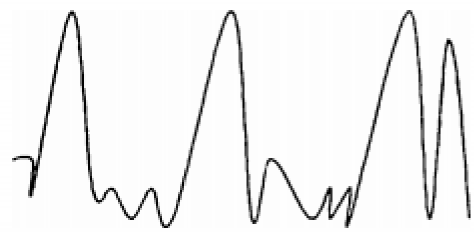
2- ta‘rif. Tekislikning (x, J[x)) kabi aniqlangan nuqtalaridan iborat ushbu

$$\{(x, f(x))\}=\{(x,f(x)):x \in X,\ y=f(x) \in Y\}$$

to‘plam, funksiyaning grafigi deb ataladi. xOy tekisligida shunday L chiziq berilgan bo‘lsin, Ox o‘qda joylashgan nuqtalardan shu o‘qqa o‘tkazilgan perpendikular L chiziqni faqat bitta nuqtada kesib o‘tsin. Ox o'qdagi bunday nuqtalardan iborat to‘plamni X orqali belgilaymiz. X to‘plamdan ixtiyoriy x ni olib, bu nuqtadan Ox o‘qiga perpendikular o‘tkazamiz. Bu perpendikularning L chiziq bilan kesishgan nuqtasini y bilan belgilaymiz. Natijada X to‘plamdan olingan har bir x ga yuqorida ko'rsatilgan qoidaga ko‘ra bitta y mos qo‘yilib, funksiya hosil boiadi. Bunda xvay o‘zgaruvchilar orasidagi bog'lanish L cliiziq yordamida berilgan bo‘ladi. Odatda funksiyaning bunday berilishi uning grafik usulda berilishi deb ataladi. Funksiyaning grafik usulda berilishi ilmiy tadqiqotlarda va hozirgi zamon ishlab chiqarishi jarayonlarida keng qo'llaniladi. Masalan, tibbiyotda uchraydigan elektrokardiogramma grafigi—yurak muskullaridagi tok impulslarining vaqt bo‘yicha o'zgarishini ko‘rsatadi. Bu grafik analitik tarzda yozilishi shart bo‘lmagan biror У =f(x) funksiyaning grafigidir, bu funksiyaning formulasi shifokor uchun unchalik qiziqarli emas. Funksiyaning grafik usulda berilishining kamchiligi shundan iboratki, argumentning sonli qiymatida berilgan funksiyaning aniq ko'rinishini har doim topib bo'lavermaydi, lekin bu usulning boshqa usullardan afzalligi uning ta‘siri yaqqol ko‘zga ko‘rinib turishidadir.

ISSN 2181-2632 www.involta.uz





So‘zlar orqali ifodalanadigan usul. Bu usulda (x∈X, y ∈Y) o‘zgaruvchilar orasidagi funksional bog‘lanish faqat so‘zlar orqali ifodalanadi.
1- misol. Har bir ratsional songa 1 ni, har bir irratsional songa 0 ni mos qo‘yish natijasida ham funksiya hosil bo‘ladi. Bu funksiya, odatda, Dirixle funksiyasi deyiladi va D(x) kabi belgilanadi:

$$D(x)=\begin{cases}1, \text{agar } x \quad \text{ratsional son} \quad \text{bo‘lsa,}\\ 0, \text{agar } x \quad \text{irratsional son} \quad \text{bo‘lsa.}\end{cases}$$

Funksiya umumiy holda analitik, jadval, grafik va so‘z usullari bilan berilishi mumkin ekan. Funksiyalar berilishining eng ko‘p uchraydigan usuli analitik usuldir. Bu usul matematik analizda juda ko‘p ishlatiladi. Jadval usulining qulayligi shundan iboratki, argumentning u yoki bu aniq qiymatlarida, funksiyani hisoblamasdan, uning qiymatlarini aniqlash mumkin. Biroq jadval usulining qulay bo‘lmagan tomoni shundan iboratki, argumentning o‘zgarishi bilan funksiyaning o‘zgarish xarakterini to‘liq aniqlab bo‘lmaydi. Funksiyaning grafik usulda berilishi ilmiy tadqiqotlarda va hozirgi zamon ishlab chiqarishi jarayonlarida keng qo'llaniladi. Masalan, tibbiyotda uchraydigan elektrokardiogramma grafigi—yurak muskullaridagi tok impulslarining vaqt bo‘yicha o'zgarishini ko‘rsatadi.

Foydlanilgan adabiyotlar ro'yxati

1. GAZIYEV, I. ISRAILOV, M .YAXSHIBOYEV FUNKSIYALAR VA GRAFIKLAR O‘zbekiston Respublikasi Oliy va o ‘rta maxsus ta ’lim vazirligi tomonidan oliy ta ’lim muassasalari uchun o ‘quv qo‘llanma sifatida tavsiya etilgan “VORIS-NASHRIYOT“ T O S H K E N T – 2006.
2. http://edarslik.uz/algebra7/mavzu/rd.htm
3. https://uz.m.wikipedia.org/wiki/Funksiya_(matematika)

ISSN 2181-2632 www.involta.uz