



---

## ABOUT THE METHODS OF SOLVING PARAMETRIC EQUATIONS

Soatov Ulugbek Abdukadirovich<sup>1</sup>

Dzhonizakov Ulugbek Abduganievich<sup>2</sup>

*Jizzakh Polytechnic Institute*

---

### KEYWORDS

parameter,  
equation,  
solution,  
function,  
graph,  
coordinate system,  
whole value,  
variable,  
coefficient,  
optional value

---

### ABSTRACT

This article deals with the problems of solving some parametric equations graphically, and through the study and solution of them in the process of developing the skills of independent solution of parametric equations in applicants and high school graduates preparing to enter universities and solving problems in a graphical way. It is intended to introduce the various methods used.

2181-2675/© 2022 in XALQARO TADQIQOT LLC.

DOI: 10.5281/zenodo.6414860

This is an open access article under the Attribution 4.0 International (CC BY 4.0) license (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.ru>)

---

<sup>1</sup> Associate Professor, Ph.D., Jizzakh Polytechnic Institute, Jizzakh, UZB ([ulugbeksoatov595@gmail.com](mailto:ulugbeksoatov595@gmail.com))

<sup>2</sup> Senior Lecturer, Jizzakh Polytechnic Institute, Jizzakh, UZB ([udjonuzoqov@gmail.com](mailto:udjonuzoqov@gmail.com))

## О СПОСОБАХ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ С ПАРАМЕТРАМИ

### КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:

параметр,  
уравнение,  
решение,  
функция,  
график,  
система координат,  
целое значение,  
переменная,  
коэффициент,  
произвольное значение

### АННОТАЦИЯ

В данной статье рассматриваются вопросы графического решения некоторых уравнений с параметрами, изучение и решение которых направлено на формирование навыков самостоятельного решения уравнений с параметрами у абитуриентов и выпускников общеобразовательных школ, готовящихся к поступлению в вузы, а также ознакомление с различными методами, применяемыми в процессе решения рассматриваемых задач графическим способом.

## PARAMETRLI TENGLAMALARNI YECHISH USULLARI HAQIDA

### KALIT SO‘ZLAR:

parametr,  
tenglama,  
yechim,  
funksiya,  
grafik,  
koordinatalar sistemasi,  
butun qiymat,  
o'zgaruvchi,  
koeffitsent,  
ixtiyoriy qiymat

### ANNOTATSIYA

Ushbu maqolada ba'zi parametrli tenglamalarni grafik usulda yechishga oid masalalar qaralgan bo'lib, ularni o'rganish va yechish orqali oliygohlarga kirishga tayyorlanayotgan abiturentlar va umumta'lim maktabi bitiruvchilarida parametrli tenglamalarni mustaqil yechish ko'nikmalarini shakllantirish hamda qaralayotgan masalalarni grafik usulda yechish jarayonida qo'llaniladigan turli usullar bilan tanishtirish maqsad qilingan.

Inson kamoloti, hayotning rivoji, texnika va texnologiyalarning takomillashib borishi hamda raqamli iqtisodiyotga o'tib borish asosida, fanlar o'qitilishiga bo'lgan talablarini hisobga olgan holda maktab matematika kursini ularning zamonaviy rivoji bilan uyg'unlashtirish o'quvchilarga matematikani o'qitishdan ko'zda tutilgan asosiy maqsadlardan biridir. Matematika fani o'quvchilarni iroda, diqqatni to'plab olishni, qobiliyat va faollikni, tasavvurining rivojlangan bo'lishini talab eta borib, mustaqil, mas'uliyatli, mehnatsevar, intizomli va mantiqiy fikrlash hamda o'z dunyoqarashi va e'tiqodlarini dalillar asosida himoya qila olish ko'nikmalarini rivojlantiradi. Shu o'rinda maktab matematikasi kursida murakkab masalalar, xususan parametrli masalalarni va ularni yechishni o'rganish matematik bilimlarni tatbiqiy mustahkamlashga yordam beradi [1-6].

Ko'p hollarda umumiy o'rta ta'lim maktablari matematika ta'limida turli sabablarga ko'ra o'quvchilarga parametrli masalalarni hamda ularni yechish usullarini to'la o'rganishga erishilmaydi. Chunki parametrli tenglamalarni yechish elementar matematikadagi qiyinlik darajasi yuqori va yechish oson bo'lmagan masalalar biri hisoblanadi. Parametrli masalalarni yechish jarayoni birinchidan ko'p vaqt talab qiladi va ikkinchidan biror bir aniq masalani yechish uchun o'quvchi matematika kursida o'tilgan mavzularini to'liq bilishi zarur bo'ladi.

$F(x, a) = 0$  ko'rinishdagi tenglamalarni ikki o'zgaruvchining funksiyasi sifatida emas,

balki bir  $x$  o'zgaruvchining funksiyasi va  $a$  parametrli tenglama sifatida qarash mumkin. Parametrli tenglamalarni yechish, asosan masala shartida keltirilgan funksiyalarni o'rganish va sonli koeffisientlar bilan berilgan tenglamaning keyingi yechimini topishdan iboratdir. Shuningdek, tenglamani yechish jarayonida berilgan tenglama parametrning qanday qiymatlarida yechimga egaligi va bu yechimlarni topishni izohlash lozim [6-10]. Bu jarayonda parametrning birorta qabul qilishi mumkin bo'lgan qiymati e'tibordan chetda qolsa ham masala to'liq yechilmagan hisoblanadi. Quyida mavzuga oid bir qancha masalalarni qarab chiqamiz.

**1-Masala.**  $b$  ning ixtiyoriy qiymatlarida  $ax + b = |x|$  tenglama yechimga ega bo'ladigan  $a$  parametrning barcha qiymatlarini toping.

**Yechish:** Bu masalani yechishning eng qulay usuli - geometrik, ya'ni grafik usuldir.  $OXY$  koordinatalar sistemasida  $y = |x|$  va  $y = ax + b$  funksiyalarning grafiklarini qaraymiz.

a) Agar  $b < 0$  va  $|a| \leq 1$  bo'lsa, chizmadan ko'rinib turibdiki, grafiklar kesishmaydi va berilgan tenglama yechimga ega emas.

b) Agarda  $b > 0$  va  $|a| \leq 1$  bo'lsa u holda grafiklar kesishadi va tenglama faqat  $b > 0$  bo'lgandagina yechimga ega.

c) Agar  $|a| > 1$  bo'lsa grafiklar  $b$ -ning ixtiyoriy qiymatida kesishadi va tenglama yechimga ega bo'ladi.

Demak javob:  $|a| > 1$  da  $ax + b = |x|$  tenglama  $b$ -ning ixtiyoriy qiymatida yechimga ega.

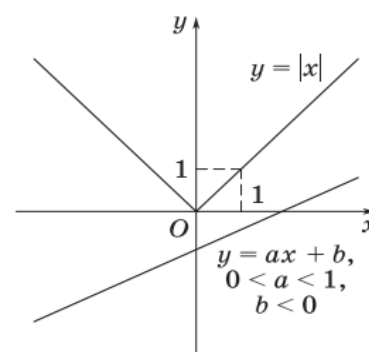
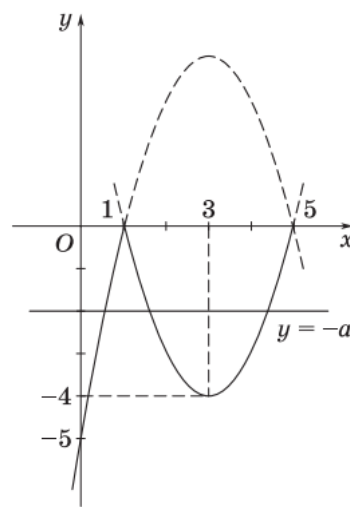
**2-Masala.**  $a$ - parametrning qanday qiymatlarida  $|x - 1|(x - 5) + a = 0$  tenglama uchta yechimga ega bo'ladi.  $a$ - parametrning tenglama yechimga ega bo'ladigan eng katta butun qiymatini ko'rsating?

**Yechish:** Tenglamani dastlab  $|x - 1|(x - 5) = -a$  ko'rinishda yozib olamiz. So'ngra  $OXY$  koordinatalar sistemasida  $y = |x - 1|(x - 5)$  funksiyaning grafigini yasaymiz. Quyidagi holatlar mavjud:

a) Agar  $x \geq 1$  bo'lsa, funksiyaning grafigi  $(x - 1)(x - 5) = x^2 - 6x + 5$  parabolaning qismi bo'ladi;

b) Agar  $x < 1$  bo'lsa, u holda funksiyaning grafigi  $-(x - 1)(x - 5) = -x^2 + 6x - 5$  parabolaning qismini tashkil etadi.

Ma'lumki  $y = -a$  ning grafigi  $Ox$  o'qiga parallel to'g'ri chiziqdan iborat. Shakldan ko'rinib turibdiki, bu to'g'ri chiziq  $y = |x - 1|(x - 5)$  funksiya grafigini



$-4 < a < 0$  oraliqdagi uchta nuqtada kesib o'tadi.

Demak  $a \in (-4; 0)$  va bu oraliqdagi  $a$  parametrning tenglama yechimga ega bo'ladigan eng katta butun qiymati  $a = 3$  dan iborat.

**3-Masala.**  $|x - 2| = a + 2$  tenglama yagona yechimga ega bo'ladigan  $a$ - parametrning qiymatini toping?

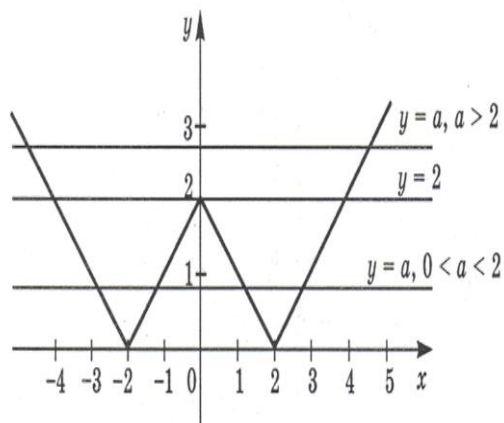
**Yechish:**  $OXY$  koordinatalar sistemasida  $y = |x - 2|$  va  $y = a + 2$  funksiyalarning grafiklarini yasaymiz. Shakldan ko'rish mumkinki,

a) Agar  $a + 2 < 0$  ya'ni  $a < -2$  bo'lsa, funksiyalar grafiklari kesishmaydi va tenglama yechimga ega emas.

b) Agar  $a + 2 = 0$  ya'ni  $a = -2$  bo'lsa, funksiyalar grafiklari faqat bitta nuqtada kesishadi va tenglama yagona yechimga ega.

c) Agar  $a + 2 > 0$  ya'ni  $a > -2$  bo'lsa, funksiyalar grafiklari ikkita nuqtada kesishadi va tenglama ikkita yechimga ega.

Demak berilgan tenglama  $a$ - parametrning  $a = -2$  qiymatidagina yagona yechimga ega.



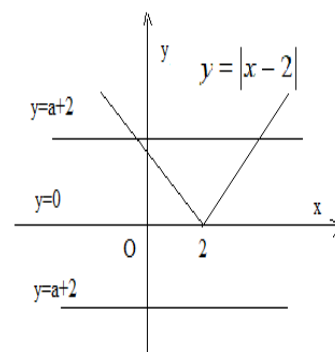
**4-Masala.**  $||x| - 2| = a$  tenglama  $a$ - parametrnga bog'liq ravishda nechta ildizga ega bo'ladi?

**Yechish:**  $OXY$  koordinatalar sistemasida  $y = ||x| - 2|$  va  $y = a$  funksiyalar grafiklarini yasaymiz. Chizmadan ko'rinadiki:

a) Agar  $a = 0$  bo'lsa u holda  $y = a$  to'g'ri chiziq  $OX$  o'qi bilan ustma-ust tishadi va  $y = ||x| - 2|$  funksiya grafigi bilan ikkita umumiy nuqtaga ega, demak, berilgan tenglama ikkita ildizga ega.

b) Agar  $0 < a < 2$  bo'lsa, u holda  $y = a$  to'g'ri chiziq  $y = ||x| - 2|$  funksiya grafigi bilan to'rtta umumiy nuqtaga ega, demak, berilgan tenglama to'rtta ildizga ega.

c) Agar  $a = 2$  bo'lsa, u holda  $y = a$  to'g'ri chiziq  $y = ||x| - 2|$  funksiya grafigi bilan uchta umumiy nuqtaga ega, demak, berilgan tenglama uchta ildizga ega.



d) Agar  $a > 2$  bo'lsa, u holda  $y = a$  to'g'ri chiziq  $y = ||x| - 2|$  funksiya grafigi bilan ikkita umumiy nuqtaga ega, demak, berilgan tenglama ikkita ildizga ega.

Demak, agar  $a < 0$  bo'lsa tenglama ildizga ega emas, agar  $a = 0$  yoki  $a > 2$  bo'lsa tenglama ikkita ildizga,  $a = 2$  bo'lsa uchta ildizga va nihoyat  $0 < a < 2$  bo'lsa to'rtta ildizga

ega bo'lar ekan.

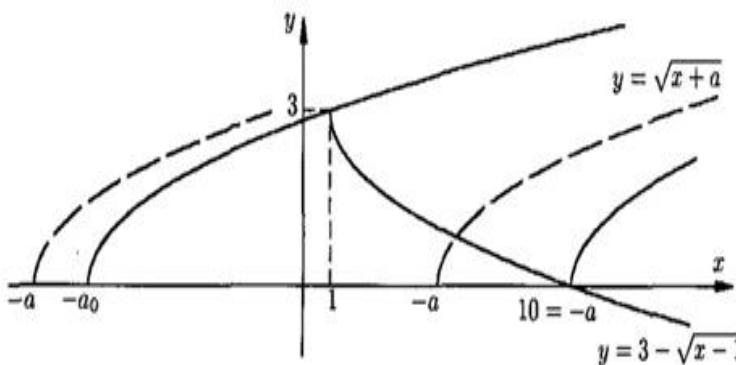
**5-Masala.**  $\frac{x+1}{|x|-1} = |x| + a$  tenglama ikkita yechimga ega bo'ladigan  $a$  parametrning qiymatini toping?

**Yechish:**  $OXY$  koordinatalar sistemasida  $y = \frac{x+1}{|x|-1}$  va  $y = |x| + a$  funksiyalar grafiklarini yasaymiz. Lekin avval qulaylik uchun uni

$$y = \begin{cases} \frac{x+1}{x-1}, & x \geq 0, x \neq 1 \\ \frac{x+1}{-x-1}, & x < 0, x \neq -1 \end{cases} \text{ yoki } y = \begin{cases} 1 + \frac{2}{x-1}, & x \geq 0, x \neq 1 \\ -1, & x < 0, x \neq -1 \end{cases}$$

ko'rinishda ifodalaymiz.  $y = |x| + a$  funksiya grafigi  $y = |x|$  funksiya grafigini  $OY$  o'q bo'ylab  $a$  birlik siljitish bilan hosil qilinadi. Chizmadan ko'rinadiki:

a) Agar  $a > -1$  bo'lsa  $y = \frac{x+1}{|x|-1}$  va  $y = |x| + a$  funksiyalar grafiklari bitta nuqtada kesishadi, demak berilgan tenglama yagona yechimga ega.



b) Agar  $a = -1$  yoki  $a = -2$  bo'lsa funksiyalar grafiklari ikkita nuqtada kesishadi, demak berilgan tenglama ikkita yechimga ega.

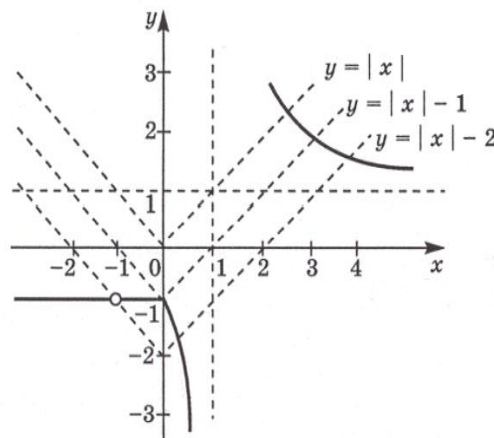
c) Agar  $-2 < a < -1$  va  $a < -2$  bo'lsa funksiyalar grafiklari uchta nuqtada kesishadi, demak berilgan tenglama bu qiymatlarda uchta yechimga ega.

Demak, agar  $a > -1$  bo'lsa tenglama bitta; agar  $a = -1$  yoki  $a = -2$  bo'lsa tenglama ikkita; agar  $-2 < a < -1$  va  $a < -2$  bo'lsa tenglama uchta ildizga ega bo'lar ekan.

**6-Masala.**  $\sqrt{x+a} + \sqrt{x-1} = 3$  tenglama yechimga ega bo'ladigan  $a$  parametrning barcha qiymatlarini toping.

**Yechish.**  $OXY$  koordinatalar sistemasida  $y = 3 - \sqrt{x-1}$  va  $y = \sqrt{x+a}$  funksiyalar grafiklarini yasaymiz. Chizmadan ko'rinadiki:

a) Agar  $a > 10$  bo'lsa  $y = 3 - \sqrt{x-1}$  va  $y = \sqrt{x+a}$  funksiyalar grafiklari kesishmaydi, demak berilgan tenglama yechimga ega emas.



b) Agar  $-a \in [-a_0; 10]$  bo'lsa  $y = 3 - \sqrt{x-1}$  va  $y = \sqrt{x+a}$  funksiyalar grafiklari kesishadi, bu yerda  $a_0$  ning

qiymatini  $\sqrt{x+a_0}=3$  shartdan topamiz.  $x=1$  bo'lganda  $\sqrt{1+a_0}=3$  bo'lib  $a_0=8$  kelib chiqadi. Demak  $-a \in [-8;10]$  da berilgan tenglama yagona yechimga ega.

c) Agar  $a < -8$  bo'lsa  $y = 3 - \sqrt{x-1}$  va  $y = \sqrt{x+a}$  funksiyalar grafiklari kesishmaydi, demak berilgan tenglama yechimga ega emas.

Demak, agar  $a > 10$  va  $a < -8$  bo'lsa tenglama yechimga ega emas; agar  $-8 < a < 10$  bo'lsa tenglama bitta ildizga ega bo'lar ekan.

Xulosa o'rnida aytishimiz mumkinki, parametrli modulli tenglamalarni yechish jarayonida tenglamalarni yechishning turli usullaridan, jumladan grafik usuldan foydalanish talabalarning parametrli tenglamalarni yechish to'g'risida kengroq ma'lumotlar olishiga va matematika faniga bo'lgan qiziqishining ortishiga muhim turtki bo'lib xizmat qiladi [1-22]. Yuqorida keltirilgan ma'lumotlarni o'quvchilar bilan qo'shimcha mashg'ulotlar va fakul'tativ mashg'ulotlarda kengroq muqyosda o'rganish yanada samarali natiga berishiga ishonamiz. Chunki matematika fani o'quvchi tafakkurini rivojlantirib, ularning aqlini peshlaydi, uni tartibga soladi, o'quvchilarda maqsadga yo'naltirilganlik, mantiqiy fikrlash, topqirlik xislatlarini shakllantirib boradi. Shu bilan bir qatorda mulohazalarning to'g'ri, go'zal tuzilganligi o'quvchilarni didli, go'zallikka ehtiyojli qilib tarbiyalab boradi.

#### **FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR.**

1. Sh.A.Alimov, Yu.M.Kolyagin va boshqalar. Algebra va analiz asoslari. O'rta maktabning 10- 11- sinf uchun darslik. -T.: O'qituvchi, 2001.
2. В.С.Крамор. «Павторяем и систематизируем школьный курс алгебры и начал анализа», Москва, «Просвещение», 1990
3. И.Ф.Шарыгин, В.И. Голубев. Факультативный курс по математике решение задач. Москва, «Просвещение». 1991.
4. Soatov, U. A. (2018). Djonuzoqov. UA" Problems of geometry with the help of joint application of basic theorems and formulas". Scientific-methodical journal of" Physics, Mathematics and Informatics", (4), 40.
5. Soatov Ulugbek Abdukadirovich, & Dzhonuzokov Ulugbek Abduganievich (2020). ABOUT THE ISSUES OF GEOMETRICAL INEQUALITIES AND THE METHODS OF THEIR SOLUTION. European science, (7 (56)), 5-10.
6. Abdukadirovich, S. U., & Abduganievich, D. U. (2021, June). ON SOME PROBLEMS OF EXTREME PROPERTIES OF THE FUNCTION AND THE APPLICATION OF THE DERIVATIVE AND METHODS FOR THEIR SOLUTION. In Archive of Conferences (pp. 113-117).
7. Abdug'aniyevich, D. U. B. (2022). PARAMETRLI LOGARIFMIK TENGLAMALARNI YECHISH USULLARIGA OID BA'ZI MASALALAR. PEDAGOGS jurnali, 5(1), 8-16.
8. Soatov U.A. U.A. Djonuzaqov. "Irratsional tenglama va tengsizliklarni yechish metodlarining tatbiqlari haqida". Scientific-methodical journal of" Physics, Mathematics and Informatics". 2019. № 4. 8-16.

9. Soatov U.A. U.A. Djonuzaqov. "Tenglamalar sistemalarini tuzish va ularni yechishga oid ba'zi masalalar haqida". Scientific-methodical journal of " Physics, Mathematics and Informatics". 2019.№ 1.13-20.
10. Соатов, У. А. Сложные события и расчет их вероятностей / У. А. Соатов, У. А. Джанизоков // Экономика и социум. – 2022. – № 1-2(92). – С. 222-227.
11. Гадаев, Р. Р. О семействе обобщенных моделей Фридрихса / Р. Р. Гадаев, У. А. Джанизоков // Молодой ученый. – 2016. – № 13(117). – С. 5-7.
12. Гадаев, Р. Р., Джанизоков, У. А., & Ахадова, К. С. К. (2020). ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ ФРЕДГОЛЬМА ДВУМЕРНОЙ ОБОБЩЕННОЙ МОДЕЛИ ФРИДРИХСА. Наука и образование сегодня, (12 (59)).
13. Бердиев, А. Ш. Построение периодических решений с помощью метода Простых итераций / А. Ш. Бердиев, У. А. Джанизоков, У. У. Арслонов // Экономика и социум. – 2021. – № 12-1(91). – С. 858-864.
14. Неъматов А. Р., Рахимов Б. Ш., Тураев У. Я. СУЩЕСТВОВАНИЕ И ЕДИНСТВЕННОСТЬ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ ВОЛЬТЕРРА //Ученый XXI века. – 2016. – Т. 6.
15. Otakulov S., Haydarov T. T. The nonsmooth control problem for dynamic system with parameter under conditions of incomplete initial date //International Conference On Innovation Perspectives, Psychology and Social Studies (ICIPPCS-2020). – 2020. – С. 211-214.
16. Останов К., Тураев У. Я., Рахимов Б. Ш. Об обучении учащихся основным методам решения квадратных неравенств //European science. – 2020. – №. 1 (50).
17. Отакулов С., Рахимов Б. Ш., Хайдаров Т. Т. Задача оптимизации квадратичной функции на неограниченном многогранном множестве //Science and Education. – 2020. – Т. 1. – №. 2. – С. 11-18.
18. Останов К., Тураев У. Я., Рахимов Б. Ш. ИЗУЧЕНИЕ ПОНЯТИЯ «СЛУЧАЙНАЯ ВЕЛИЧИНА» И ЗАКОНЫ ЕЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ //ББК 72 С127. – 2019.
19. Nematov A. R. et al. Application of Integral Accounting in Architecture and Construction //JournalNX. – С. 589-593.
20. Неъматов А. Р., Рахимов Б. Ш., Тураев У. Я. СУЩЕСТВОВАНИЕ И ЕДИНСТВЕННОСТЬ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ ВОЛЬТЕРРА //Ученый XXI века. – 2016. – Т. 6.
21. Rahimov, B. S., Ne'matov, A. R., & Fayzullayev, S. E. (2022, February). LAGRANJ FUNKSIYASIDAN FOYDALANIB BA'ZI MASALALARNI YECHISH HAQIDA. In Archive of Conferences (pp. 41-43).
22. Ne'Matov, A. R., & Raximov, B. S. (2022). Aniq integralni me'morchilikda qo'llash. Aniq integralning tadbirlariga doir misollar yechish. Science and Education, 3(2), 16-21.