Open Journal of Mathematics and Physics | Volume 2, Article 182, ISSN: 2674-5747
https://doi.org/10.31219/osf.io/tyn7k | published: 8 Oct 2020 | https://ojmp.org HD

[white paper]
Diamond Open Access [awaiting peer review]

Para que servem os números?

Colaboração Matemática Aberta[1]

31 de Março de 2022

Resumo

Apresentamos os números naturais, inteiros, racionais, irracionais e reais. Cada um deles serve para quantificar diferentes tipos de objetos.

palavras-chave: introdução aos números, naturais, inteiros, racionais, irracionais, reais

A versão mais atualizada deste artigo está disponível em
https://osf.io/tyn7k/download
https://zenodo.org/record/6359953

Introdução

1. Ao longo do tempo, a humanidade sentiu a necessidade de criar algo que pudesse *quantificar* os objetos, bem como a posição em que eles ocupam, nos casos em que o *ordenamento* fosse importante.

2. Assim, os **números** foram criados com o intuito de **quantificar** e **ordenar** objetos.

3. A *quantificação* nos ajuda na *contagem*, em *medidas de comprimento e do peso*, no *cálculo de velocidade*, entre outras grandezas.

[1]Todos os autores com suas afiliações aparecem no final deste artigo.

4. Com a criação dos diferentes tipos de *números*, foi necessário organizá-los em *conjuntos*.

5. Para se aprofundar nos temas descritos neste *white paper*, **estude** e **faça os exercícios** de [1–3].

6. É importante mencionar que a matemática busca por padrões que são escritos por meio de símbolos com significados precisos.

Pré-requisitos

7. [4]

Conjuntos

8. `Conjunto` é uma *coleção* (*reunião*) de objetos.

9. Considere um conjunto contendo três bolinhas pretas numeradas.

10. (9) pode ser representado assim,

$$\{\bullet_1, \bullet_2, \bullet_3\}.$$

11. Note que as chaves { } delimitam os elementos do conjunto da mesma forma que, fazendo uma analogia, *uma caixa delimita os objetos em seu interior.*

Naturais

12. O *conjunto dos números naturais* é definido pelo *símbolo* $\mathbb{N}$, isto é,

$$\mathbb{N} \coloneqq \textbf{conjunto dos } \textit{números} \textbf{ naturais}.$$

13. Os *números naturais* caracterizam *quantidades*.

14.

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, ...\}$$

15. $\mathbb{N}$ pode ser definido com ou sem o número zero.

Construção dos números naturais a partir de conjuntos

16. Os números naturais podem ser construídos fazendo-se a correspondência com a quantidade de elementos dos seus respectivos conjuntos.

17. `John von Neumann` teve a *brilhante ideia de associar o número 0 ao conjunto vazio* ($\varnothing$) e, em seguida, *definir os demais naturais sucessivamente* [5], conforme mostrado a seguir.

18. $0 = \{\ \} = \varnothing$

19. $1 = \{0\}$

20. $2 = \{0, 1\}$

21. $3 = \{0, 1, 2\}$

22. ...

23. $n = \{0, 1, 2, 3, ..., n - 1\}$

24. ***A partir do conjunto VAZIO, INFINITOS números naturais podem ser definidos!***

Inteiros

25. Os **números inteiros** são compostos pelos *naturais*, colocando-se um *sinal positivo* (+) ou *negativo* (−) antes dele.

26. $\mathbb{Z}$:= **conjunto** dos *números* **inteiros**

27.

$$\mathbb{Z} = \{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\} = \{0, \pm 1, \pm 2, , \pm 3, ...\}$$

28. O símbolo $\pm$ é lido como *mais ou menos* e significa que o número pode ser positivo ou negativo.

Racionais

29. O nome `racional` vem de *razão*.

30. Os *números racionais* são construídos a partir de *divisões de números inteiros*.

31. $\mathbb{Q} :=$ **conjunto** dos *números* **racionais**

32.

$$\mathbb{Q} = \left\{ r = \frac{n}{d} : n, d \in \mathbb{Z}; d \neq 0 \right\}$$

33. (32) significa $\mathbb{Q}$ *é o conjunto de todos os números* r *iguais a* n *dividido por* d *tal que* n *e* d *pertencem aos números inteiros* $\mathbb{Z}$*, com* $d \neq 0$.

34. O *exemplo* a seguir mostra alguns elementos do conjunto dos números racionais,

$$\mathbb{Q} = \left\{ -\frac{2}{3}, 7, \frac{13}{11}, -9, 0, ... \right\}.$$

35. Os elementos de $\mathbb{Q}$ do exemplo (34) foram escolhidos aleatoriamente.

36. Nos *números racionais*, definimos a seguinte *nomenclatura*

$$\text{número racional} = \frac{\text{numerador}}{\text{denominador}}.$$

37. Todo *número inteiro* é um *número racional com denominador igual a 1*.

38. Note que o **denominador** de um *número racional* tem que ser **diferente de zero** porque o sistema numérico que estudaremos não permite essa operação.

39. A **divisão por zero** requer um *sistema numérico mais avançado*; os interessados podem ler mais a respeito em [6–9].

Irracionais

40. Após a *criação/descoberta* dos *números naturais, inteiros* e *racionais*, percebeu-se que esses conjuntos não eram suficientes para a *resolução* de certos tipos de *problemas*, dando início a um novo tipo de número, os **irracionais**.

41. Por exemplo, a equação $x^2 = 2$ não tem solução para $x \in \mathbb{Q}$.

42. Os **números irracionais**, como o próprio nome diz, NÃO podem ser escritos como a *razão de dois números inteiros*.

43. $\mathbb{I}$:= **conjunto** dos *números* **irracionais**

44. $\mathbb{I} := \left\{\sqrt{2}, \sqrt{3}, \pi, \sqrt[3]{2}, \frac{1}{\pi}, ...\right\}$

45. *É incrível que existam números desse tipo (os irracionais), que não podem ser escritos como a razão de números inteiros!!*

46. Todos os números reais que não podem ser escritos como a razão de dois inteiros são irracionais.

47. Note que o conjunto dos racionais não tem nenhum elemento em comum com o conjunto dos irracionais, isto é, ou um dado número é racional, ou é irracional, nunca ambos; aqui, trata-se de um “ou” excludente.

Reais

48. $\mathbb{R} :=$ **conjunto** dos *números* **reais**

49. O conjunto dos **números reais** é composto pela *união do conjunto dos números racionais com o conjunto dos irracionais* que, em símbolos, se escreve assim,
$$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}.$$

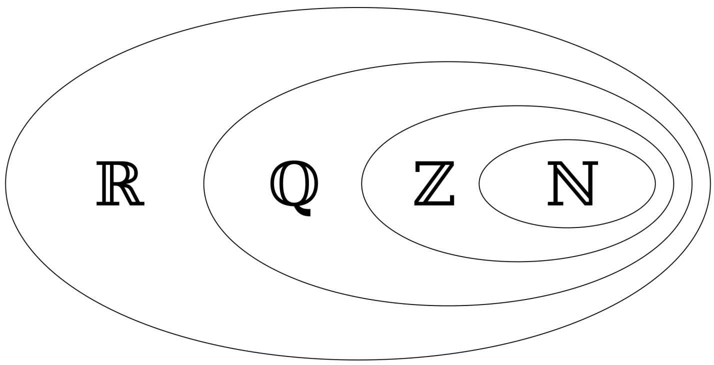

Figura 1: O conjunto dos *números* **naturais** está *contido* no conjunto dos **inteiros**, que está *contido* no conjunto dos **racionais**, que está *contido* no conjunto dos **reais** [10].

50. A Fig. 1 indica que o conjunto dos naturais ($\mathbb{N}$) é um subconjunto dos inteiros ($\mathbb{Z}$) que, por sua vez, é um subconjunto de $\mathbb{Q}$, que é um subconjunto de $\mathbb{R}$.

51. O símbolo $\subset$ é utilizado entre conjuntos e significa *contido*, mas diferente.

52. Por exemplo, $A \subset B$ significa que A está contido em B, com $A \neq B$; neste caso, dizemos que A é um *subconjunto próprio* de B.

53. Assim, temos que
$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}.$$

54. O símbolo $\subseteq$ significa *contido*, podendo ser igual ou não.

55. Por exemplo, podemos escrever $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{N}$.

Quantificadores

56. Questão para o leitor

    Associe diferentes tipos de objetos com seus respectivos conjuntos que melhores podem quantificá-los.

Considerações Finais

57. Cada tipo de número serve para quantificar/ordenar determinadas categorias de objetos.

Ciência Aberta

O **arquivo latex** para este artigo, juntamente com outros *arquivos suplementares*, estão disponíveis em [11,12]. Seja coautor(a) deste artigo, envie sua contribuição para `mplobo@uft.edu.br`.

Consentimento

Os autores concordam com [13].

Como citar este artigo?

`https://doi.org/10.31219/osf.io/tyn7k`
`https://zenodo.org/record/6359953`

Licença

Referências

[1] Demana, Franklin D., Bert K. Waits, and Gregory D. Foley. *Pré-cálculo*, 2a edição. Pearson Education, 2013.

[2] Safier, Fred. *Pré-cálculo: Coleção Schaum*, 2a edição. Bookman Editora, 2011.

[3] Stewart, James, Lothar Redlin, and Saleem Watson. *Precalculus: Mathematics for calculus*, 7th edition. Cengage Learning, 2013.

[4] Lobo, Matheus P. "Matemática Zero." *OSF Preprints*, 1 Oct. 2020. https://doi.org/10.31219/osf.io/dgsf2

[5] Stillwell, John. *Roads to Infinity: The mathematics of truth and proof*. CRC Press, 2010.
https://books.google.com/books?id=XvPRBQAAQBAJ

[6] Lobo, Matheus P. "Divisão Por Zero?." *OSF Preprints*, 14 Sept. 2020. Web. https://doi.org/10.31219/osf.io/kyh5g

[7] Lobo, Matheus P. "Limite De 1 Sobre X Tendendo a Zero Nos Ordinais." *OSF Preprints*, 13 Sept. 2020.
https://doi.org/10.31219/osf.io/epnj4 162

[8] Lobo, Matheus P. "Aritmética Dos Ordinais Transfinitos." *OSF Preprints*, 10 Sept. 2020. https://doi.org/10.31219/osf.io/h3t5f

[9] Lobo, Matheus P. "Soma Ilimitada, Subtração Limitada." *OSF Preprints*, 4 Oct. 2020. https://doi.org/10.31219/osf.io/p3r52

[10] Wikipedia. *Real number*.
https://en.wikipedia.org/wiki/Real_number

[11] Lobo, Matheus P. "Open Journal of Mathematics and Physics (OJMP)." *OSF*, 21 Apr. 2020.
https://doi.org/10.17605/osf.io/6hzyp

[12] https://zenodo.org/record/6359953

[13] Lobo, Matheus P. "Simple Guidelines for Authors: Open Journal of Mathematics and Physics." *OSF Preprints*, 15 Nov. 2019.
https://doi.org/10.31219/osf.io/fk836

[14] CC. Creative Commons. *Attribution 4.0 International* (CC BY 4.0)
https://creativecommons.org/licenses/by/4.0

Colaboração Matemática Aberta

Matheus Pereira Lobo[1,2] (autor principal, mplobo@uft.edu.br)
https://orcid.org/0000-0003-4554-1372

Jainara Vanessa Alves dos Santos[1]
Bruna Borges Costa[1]
Kamile Lima Rangel[1]

[1]Universidade Federal do Tocantins (Brasil)
[2]Universidade Aberta (UAb, Portugal)