

**UMUMIY O'RTA TA'LIM MAKtablARI GEOMETRIYA KURSINI  
AKSIOMATIK YONDASHUV ASOSIDA QURISH**

<https://doi.org/10.5281/zenodo.6094908>

**Shomurodova Zebinise Uyg'un qizi**

*Nizomiy nomidagi Toshkent davlat  
pedagogika Universiteti "Aniq va tabiiy fanlarni  
o'qitish metodikasi (matematika)" yo'nalishi 1-kurs magstranti;  
Davletov Davronbek Egamberganovich.*

*Nizomiy nomidagi Toshkent davlat  
pedagogika Universiteti fizika-matematika fakulteti "Algebra, geometriya,  
matematik analiz" kafedrasи dotsenti, f.-m.f.n.*

**Annotatsiya:** Ushbu maqolada umumiy o'rta ta'lrim maktablarining geometriya kursi va uni aksiomatik metod asosida o'qitishni takomillashtirish to'g'risida fikrmulohazalar keltirib o'tilgan.

**Kalit so'zlar:** Aksioma, teorema, ta'rif, isbot, yuza, metod.

**Aksiomalarni o'qitish metodikasi.** Maktab geometriya kursini o'rganishda aksiomalarni ahamiyati. Maktab darsligiga aksiomalarni kiritishning asosiy maqsadlaridan biri bu isbotlashlarni asoslash uchun bazani tashkil etishdir. Aksiomalarning muvaffaqiyatli tanlangan sistemasi butun kursni samarali va oddiy ko'rinishini ta'minlashga qaratilgan. Umuman aksiomalar o'quv kursini ham an'anaviy-sintetik, ham analitik qismlarini bayon etishga mo'ljallangan.

Yana shuni e'tiborga olish lozimki, aksiomalar sifatida ko'rgazmali tasavvurdagi va hayotiy tajribalardagi ma'lumotlar tanlanadi. Bunda o'quvchilar uchun yangilik aksiomalarning mazmuni emas, balki ularni ifoda etadigan aniq va lo'nda matematik til hisoblanadi. Kursning boshida aksiomalarni keltirilishi oldin ma'lum bo'lgan bilimlarni sistemalashtirish va ularni yangi bilimlar bilan boyitishni anglatadi. Kurs boshlanganda o'quvchilar tomonidan butun kursni o'rganishda zarur bo'lgan matematik terminologiyani faol o'zlashtirish jarayoni bo'lib o'tadi.

**O'quvchilarni aksiomalar bilan tanishtirish metodikasi.**

Dastlab "mavjud o'quv qo'llanma o'quvchilarni aksiomalar bilan tanishtirishning qanaqa metodikasiga mo'ljallangan?" degan savolga aniqlik kiritib olamiz.

A.B.Pogorelov qo'llanmasida o'ziga xos uslubiy yondashuvdan foydalilanilgan. Dastlab "aksioma", "teorema", "isbotlash" kabi so'zlar hatto ishlatilmaydi, ularning o'rniga "asosiy xossalari", "xossalari", "tushunchalar" kabi jumlalar ishlataladi. "Ta'rifni ayting" ifodasi o'rniga "qanday figura aytildi" ifodasi ishlataladi. "Aksioma", "teorema", "isbot" terminlari kiritiladi va birinchi paragraph oxirida ya'ni o'quvchilar isbotlashda ayrim aksiomalarni qo'llash malakasiga ega bo'lganlaridan so'ng tushuntiriladi. Natijada norasmiy ravishda aksiomalarni kiritish boshlanadi, ularni rolini tushuntirish bir munka

aniq va asoslangan bo'ladi. O'quvchilarga bu jumlalarni o'qish topshirig'ini berish maqsadga muvofiqdir. Bunda aksiomalarini kiritishning quyidagi metodik sxemasidan foydalilanildi: 1)ko'rgazmali asosda aksiomani kiritish; 2) aksiomani shakllantirish ; 3)aksiomani shakllantirishning mantiqiy tahlilini bajarish; 4)matematik diktant o'tkazish.

### **Dastlabki tushunchalarini kiritish haqida.** Ayrim matematik tushunchalar

mavhum ekanligini e'tiborga olish zarur (maktab geometriya kursida bunday tushunchalar ko'plab uchraydi). Bunday tushunchalar sifatida "nuqta", "to'g'ri chiziq", "nuqta to'g'ri chiziqa tegishli", "B nuqta A va C nuqtalar orasida yotadi", "yarim tekislik", "kesma uzunligi", "burchak o'lchovi", "berilgan o'lchamdag'i kesmani ajrating"lar keltiriladi. Mavhum tushunchalar xossalari aksiomalar orqali ifodalananadi. Qolgan barcha tushunchalar aniqlanadigan tushunchalardir. Bunday tushunchalarga misol sifatida: "kesma", "burchak", "yoyiq burchak", "nur burchak tomonlari orasidan o'tadi", "uchburchak", "uchburchak burchagi", "teng burchaklar", "parallel to'g'ri chiziqlar" va boshqalarni keltirish mumkin.

### **Maktab geometriya kursini aksiomatik qurish muammolari.** Maktab

geometriya kursi geometriyaning planametriya bo'limi va stranametriya o'rganishga mo'ljallangan bo'lib, Geometriya kursining dastlabki bobida "dastlabki geometrik ma'lumotlar" bilan tanishtiriladi. Bunda geometriyaning boshlang'ich tushunchalari sifatida nuqta to'g'ri chiziq va tekislik tushunchalari kiritiladi. Kesma va nurga ta'rif berilib, ularning bir-biridan farqi tushuntiriladi. Quyidagi aksiomalar kesma uzunligining xossalari sifatida kiritiladi:

1. Har qanday kesma noldan farqli uzunlikka ega bo'lib, u musbat son bilan ifodalananadi.

2. Agar to'g'ri chiziqda B nuqta A va C nuqtalar orasida joylashgan bo'lsa AC kesma uzunligi AB va BC kesmalar uzunliklarining yig'indisiga teng bo'ladi:  $AC=AB+BC$ .

Aylana va doiraga doir mavzularni o'rganish orqali o'quvchi aylana va doiranining ta'rifini, ularning bir-biridan farqini hamda radius, diametr, vatar kabi tushunchalarga ega bo'lish bilan birga ularni chizmada tasvirlash (yasash)ni ham o'rganadilar.

O'qituvchi "Eng sodda geometrik shakllar" mavzusini tushuntirayotganda o'quvchilarning asosiy e'tiborini mavzu matnida keltirilgan quyidagi 3 ta aksiomaga qaratadi:

1. Tekislikda qanday to'g'ri chiziq olinmasin, bu to'g'ri chiziqa tegishli bo'lgan nuqtalar ham, tegishli bo'lmanan nuqtalar ham mavjud.

2. Har qanday ikki nuqtadan faqat biita to'g'ri chiziq o'tadi.

3. Har bir to'g'ri chiziq tekislikni ikki bo'lakka ya'ni ikkita yarimtekislikka ajratadi.

Ushbu aksiomalar geometriya kursining aksiomatik qurilishini aks ettiruvchi tekislikda nuqtalar va to'g'ri chiziqlar tegishlilikining asosiy xossalarni ifodalab, kelgusida uchraydigan ba'zi teorema va xossalarni isbotlashda hamda yasashga doir masalalarni yechishda tayanch tushunchalar sifatida foydalilanildi.

Quyida o'quvchilarning asosiy matematik tafakkurlarini shakllantirishda e'tibor berish kerak bo'lgan mashqlar turlari ro'yxati keltirilgan:

1)Masala matnini tushunish;

2)Masala matnini to'g'riliqini aniqlash;

- 3) Deduktiv xulosalar tuzilishini tushunish;
  - 4) Ta’riflarning mantiqiy tuzilishini o’zlashtirish;
  - 5) Tushunchalar mazmunini anglash;
  - 6) Muhim xususiyatlarni tanlash va o’zgartirish;
  - 7) Berilgan shartlardan baarcha mumkin bo’lgan natijalarni chiqarish;
  - 8) Ob’ektning ma’lum bir to’plamga tegishli ekanligidan foydalanib natijalarni chiqarish;
  - 9) Assotsiatsiya (to’plam)lar va taqqoslashlarni topish;
  - 10) Mavjud ma’lumotlar asosida masalalar tuzish;
  - 11) Tayyor chizma asosida masalalar tuzish;
- O’quvchilar tomonidan olingen bilim va ko’nikmalar matematika, xususan geometriya kursi davomida kengaytirilishi va chuqurlashtirilib o’qitilishi kerak. Kelajakda bunday mashqlarni bajarish, evristika (aniq matematik modellar) asosida isbotlash g’oyasini alohida shakllantirish imkoniyatining asosini tashkil qiladi. Tegishli darajadagi masala matnini o’zlashtirish o’quvchilarni evristikani tizimli o’rganishga va ular yordamida mustaqil ravishda isbot (yechim) izlashni amalga oshirishga tayyorlaydi. Bunda mavzuni o’rganishning oldingi bosqichlarida o’zlashtirilgan ko’nikmalar ham bir xil darajada muhimdir.

Umumiy o’rtalim muassasalarida matematika o’qitishning vazifalaridan biri bu fanning g’oya va metodlarini o’quvchilar tomonidan o’zlashtirilishidan iborat.

Ular orasida matematika tabiatini chuqur anglash bilan bog’liq bo’lgan aksiomatik metod muhim o’rin tutadi.

Uni maktabda qo’llash katta uslubiy ahamiyatga ega: u matematik bilimlarni o’rganish usuli bo’libgina qolmay, balki mukammal tafakkur shaklini ham ko’rsatadi, bundan tashqari u anglashning yuqori evistik shakli hisoblanadi. Bu usulning uslubiy ahamiyati quyidagilardan iborat:

Isbotlanayotgan teorema yakka holda ko’rib chiqilmaydi, balki matematikaning ma’lum bir sohasini aksiomatik usulda o’rganish natijasida olingen bilimlarning yagona zanjiridagi bo’g’in (element) sifatida qaraladi. Shu bilan birga o’quvchilar yangi teoremlarni isbotlash uchun ushbu sohadagi barcha bilimlarini faol qo’llash ko’nikmalariga ega bo’ladilar. Umumiy o’rtalimda aksiomatik metodni qo’llash zaruratini o’quvchilarning matematik tafakkurini uzlusiz rivojlantirish vazifasi ham taqozo etadi, bu esa ushbu metod bilan bevosita bog’liqdir. Ushbu maqolada biz geomatrik fikrlashni rivojlantirishni ko’rib chiqish bilan cheklanamiz, chunki mакtab o’quvchilarining aksiomatik usul bilan tanishishi bevosita geometriya kursida sodir bo’ladi. Psixologik tatqiqotlar geometrik fikrlashning 5 darajasini, balki geometrik rivojlanish darajasini aniqladi. Har bir daraja o’ziga xos mavhumlikka, o’z tabiatiga ega. Bir darajadan ikkinchisiga o’tish o’rganish jarayonida amalga oshiriladi va ko’p jihatdan geometriyani o’qitish prinsipiiga bog’liq.

Birinchi bosqich geometrik figuralarning bir butun sifatida qaralishi va faqat shakl bilan farqlanishi orqali tavsiflanadi.

Ikkinci bosqichda o’rganilayotgan figuralar tahlil qilinadi, buning natijasida ularning xossalari eksperimental tarzda ochiladi.

Uchinchi bosqichning xususiyatlari – figuralar va raqamlarning xususiyatlarini mantiqiy tartibga solish, ta'riflar yordamida raqamlarning xususiyatlari o'rtasidagi mantiqiy munosabtalarni o'rnatish; deduksiyaga kirish.

To'rtinchi bosqichda deduksiyaning ma'nosi butun geometriya fanini qurish va rivojlantirish usuli sifatida tushuniladi, bu o'quvchilarga aksiomalar, ta'riflar, teoremlarning roli va mohiyatini, isbotlashning mantiqiy tuzilishini tushunishga imkon beradi. Boshqacha qilib aytganda, bu darajadagi aksiomatik nazariyani o'zlashtirishga mos keladi.

Beshichi bosqich aksiomatik usulni bilishning evristik usuli sifatida tushunish bilan tavsiflanadi. Uni bajarish o'quvchilarni kichik aksiomatik nazariyalar va ularning talqinlari bilan tanishtirishni o'z ichiga oladi. Bunday nazariyalar odatda masofalar yuza va boshqalarning aksiomatikasidir. Bu bosqichdagi elementlar avvalgi bosqichlarda, bundan tashqari matematik bo'limgan materialda ham uchrashi mumkin.

SHunday qilib, aksiomatik metodni o'qitishda qo'llash muammosida o'zaro bog'liq bo'lgan 2 ta jihatga ajratiladi:

1) Aksiomatik metod o'quv materialini o'rganish usuli sifatida.

2) Aksiomatik usul evristik yondashuv sifatida.

O'rganishning turli bosqichlarida ushuji jihatlarning biriga yoki boshqasiga ustunlik beriladi: kichiklar uchun birinchisi; kattalar uchun ikkinchisi. O'quv materialini tashkil etish usuli sifatida aksiomatik metodni tahlil qilish quyidagi tarkibiy qismalarni ajratib ko'rsatish imkonini beradi:

1) Turli faktlarni asoslash zarurligini anglash, o'quvchilarning taklif va kuzatuvarlarini to'g'riligini mantiqiy asoslashga intilishi;

2) O'rganilayotgan tushunchalarning muhim xususiyatlarini ajratib ko'rsatish qobiliyati;

3) Deduktiv xulosalar chiqarish qobiliyati;

4) Ayrim gaplardan faqat mulohaza yuritish orqali yangi gaplar hosil qilish mumkinligini anglash;

5) Ta'riflar ahamiyatini tushunish;

6) evristik usullarni qo'llash zarurligini tushunish;

7) isbotlar g'oyasini ta'kidlash zarurligini tushunish;

8) ta'rifning tuzilishini tushunish;

9) ilmiy atamalarni qo'llash zarurligini anglash;

10) materialni aksiomatik tashkil etish zarurligini tushunish;

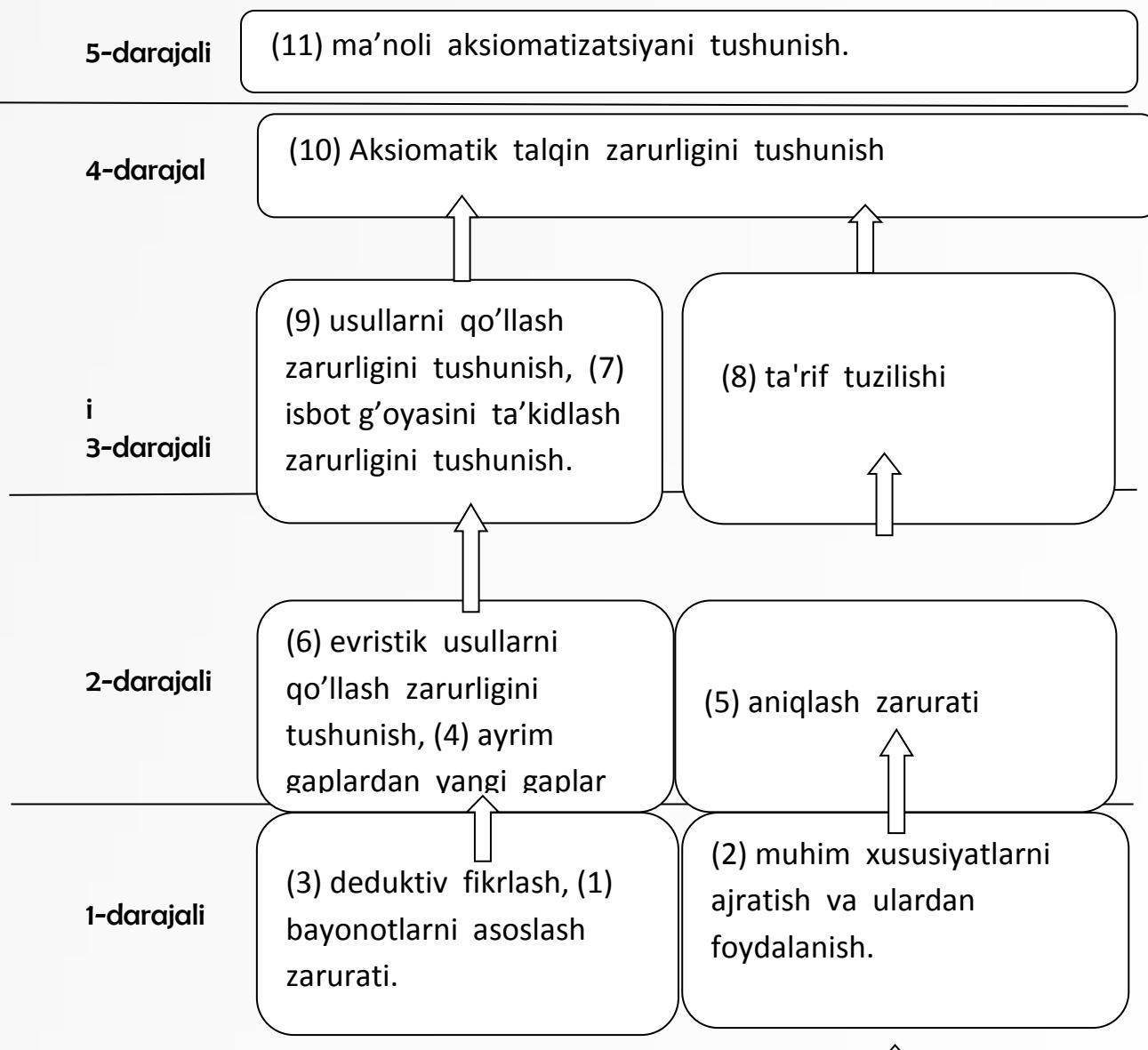
11) mazmunli aksiomatizatsiyani tushunish;

12) yarim rasmiy aksiomatizatsiyani tushunish;

13) rasmiy aksiomatizatsiyani tushunish.

1-9 komponentlar maqsadlariga ko'ra, ikkita guruhgaga bo'lish tausiya etiladi, 7-8-sinflarda aksiomatik usulni o'zlashtirishga qaratilgan rivojlanish yo'nalishlariga mos keladi. Birinchisi (1; 3; 4; 6; 7; 9 komponentlar) geometriya kursining aksiomatik talqini zarurligini tushunishga olib keladi. Ikkinchisi (2; 5; 8 komponentlar) o'quvchilarni tushuncha ta'rifining mohiyatini va aniqlanmagan tushunchalarga bo'lgan ehtiyojni tushunishga tayyorlaydi. Ikkala satrda ham fikrlashning aksiomatik shaklining uchta ketma-ket darajasini ajratish mumkin. Birinchi guruhda ular 1 va 3 komponentlarga

mos keladi; 4 va 6; 7 va 9; ikkinchisida - 2; 5; 8. 10-13 komponentlar ko'satilgan sinflarda o'rganish doirasidan tashqariga chiqadigan keyingi darajalarni tashkil qiladi (Quyidagi rasmda tasvirlangan).



Darajalarning bunday taqsimlanishi o'qitish metodikasi nuqtai ~~hazaridan~~ o'zini oqlaydi, chunki 7-8-sinf o'quvchilarida fikrlashning aksiomatik shaklini shakllantirish usullari bir xil bo'lishi mumkin emasligi aniq. Geometriya o'qitishda aksiomatik metodni qo'llash masalasining ikkinchi jihatni bevosita birinchisiga bog'liq. Geometriyaning aksiomatik tarzda tuzilgan kursini (hatto aksiomatik yondashuvni ham) tushunish biz aniqlagan to'rtta daraja shakllangandan keyingina mumkin bo'ladi. Keling, hozirgi vaqtida geometriyani o'qitishda fikrlashning aksiomatik shakli darajalari tizimini joriy qilish bilan qanday vaziyatda ekanligini ko'rib chiqaylik. 7-8-sinflar uchun geometriya darsliklarining tahlili bizni ishontiradiki, geometriyani bu darajada o'qitishda hatto tizimning uchinchi darajasiga ham yetib bormaydi. Shuning uchun 7-8-sinflarda va 9-sinflarda fanni o'qitish o'rtasida an'anaviy ravishda mantiqiy bo'shliq mavjud bo'lib, bu birinchi navbatda planimetriya kursining birinchi mavzusini o'rganish bilan bog'liq ko'plab qiyinchiliklarning sababi hisoblanadi. Planimetriyaning tizimli kursini ongli

ravishda o'zlashtirish geometriyaning propedevtik kursini mantiqiy va mazmunli jihatdan mustahkamlashni talab qiladi. Birinchi holda, alohida tushunchalarning ta'riflarini, turli faktlarning dalillarini kiritish kerak. Savol tug'ilishi tabiiy: buning uchun imkoniyat bormi, 7-8-sinflarda matematika kursi ortiqcha yuklanadimi? Geometrik materiallaeni tahlil qilish orqali bu savollarga yechim topishimiz mumkin. Ushbu sinflarda ko'plab geometrik tushunchalarni shakllantirish 1-4-dagi kabi bir xil darajada amalga oshiriladi. Shunday qilib, masalan, yettinchi sinf o'quvchisining segment haqidagi g'oyasi boshlang'ich sinf o'quvchisiniki bilan bir xil, yagona farq shundaki, u segmentni belgilash bilan tanish. Xuddi shu narsa boshqa ko'plab tushunchalar uchun ham amal qiladi. Demak, 7-8-sinflarda va 9-sinflarda geometriya o'qitish o'tasidagi ziddiyatlarni bartaraf etishning birinchi yo'li geometriya kursini mantiqiy va mazmunli mustahkamlashdan iboratdir. Utifikator shakli sifatida aksiomatik metodning to'rtta darajasini shakllantirishni ta'minlashi kerak, umumta'lim maktablarida geometriyani o'qitishning geokonstruktsiyasining tizimli kursini ishlab chiqish kerak. Darsning 3 va 4-darajalarining asoslaridan biri geometrik tushuncha o'rganiladi, ular asosan o'lchovsiz bo'lib, u xuddi hozirgidek, 7-sinfdan boshlanadi. Qarama-qarshiliklarni hal qilishning boshqa usullari va shu bilan birga umum ta'lismu muassasalarida geometriya o'qitishning o'ziga xos qurilishi mavjud. Ulardan biri, 7-8-sinflarning geometrik materiali o'zgarishsiz qolsa, 9-sinfda geometriya o'qitish biroz o'zgaradi. Yilning birinchi yarmida aksiomatik usulning 3 va 4-darajali elementlarini shakllantirish amalga oshiriladi. Birinchi darsda nuqtalar to'plami sifatida geometrik figura tushunchasi kiritiladi. O'quvchilarga ular o'rganadigan shakllar asosan cheksiz nuqtalar to'plami ekanligi aytildi, shuning uchun ularni xususiyati bilan qanday aniqlashni o'rganish muhimdir. Maktab o'quvchilari "figurani o'ziga xos xususiyati bilan belgilash" o'rniga, "figurani aniqlash" ni o'rganadilar. Shundan so'ng aylana, aylana va doira, va hokazolarning ta'riflari ko'rib chiqiladi. Aniq tushunchalarning ta'riflarini o'rganishni ularning "tizimi"ni tuzish bilan birga olib borish maqsadga muvofiqdir. Ushbu "tizimi"ni ko'rib chiqish nafaqat ta'rifning tuzilishini "ravshan" qiladi, balki aniqlanmagan tushunchalarga bo'lgan ehtiyojni tushunishga yordam beradi. Birinchi variant bilan ko'rsatilgan ish 8-sinfda amalga oshiriladi. Bundan tashqari, o'quvchilar e'tiborini tushunchaga ta'rif berishda uning mazmuni va boshqa tushunchalar bilan aloqasi ochib berilishiga qaratiladi.

Aniqlanmagan tushunchalarning mazmuni va ular orasidagi bog`lanish aksioma deb ataladigan atamada ochib beriladi. Ushbu jummalardan foydalanib, teoremlar deb ataladigan yangi tushunchalarni olish mumkin. Agar aksiomalar isbotsiz qabul qilinsa, teoremlarning to'griligi faqat uning yordami bilan aniqlanadi. Birinchi teoremlarni isbotlashda barcha takliflarni aksiomalarga qisqartirgan holda ularning "tizimi"ni tuzish ham tavsya etiladi. Shu munosabat bilan 7-sinf geometriya kursining birinchi bo'limlari kiritilgan aksiomalardan foydalanadigan teoremlar va isbotlash vazifalari bilan to'ldirilgan bo'lishi kerak.

Keyingi bosqich o'quvchilarni kichik aksiomatik tuzilgan nazariyalar bilan tanishtirishdir. Bunday nazariya sifatida, masalan, "Raqamlar kvadrati" mavzusi xizmat qilishi mumkin. 9-sinfning oxirgi darslarida planimetriya kursining aksiomalar tizimi va unga qo'yiladigan talablar haqida o'quvchilarga ma'lumot berish tavsya etiladi. Uchinchi yo'l - planimetriya kursining aksiomatikasidan voz kechish. Bu yo'lda 7-8-sinflar

geometriya kursi 9-sinflar geometrik materialining davomi bo'lib xizmat qiladi. 9-sinfda o'quvchilar aksiomatik usulning mohiyati va kichik aksiomatik tuzilgan nazariyalar bilan tanishadilar.

Ushbu uchta usuldan oxirgisi barcha jo'n, oddiylik sifati uchun unchalik samarali emas, chunki u sezilarli kamchiliklar bilan ajralib turadi:

a) kurs uchun aniq asos yo'q, buning natijasida isbotlanayotgan faktlar o'zaro zaif bog'langan (bunday kurs poydevorsiz bino bilan taqqoslanadi);

b) juda uzoq vaqt davomida o'quvchilarning geometrik rivojlanishi 3-bosqichda amalga oshiriladi (agar birinchi 2 darajaga 1-4-sinflarda erishilgan bo'lsa, u holda 3-bosqichga - faqat 9-sinf oxirida erishiladi).

v) o'quvchilarning tushunchalarga ta'riflar bo'yicha ongsiz xarakterga ega bo'lib, bu ta'rif usulini shakllantirishni qiyinlashtiradi.

Maktab geometriya ta'lימיни qayta qurishning ushbu bosqichida ikkinchi yo'l eng maqbuldir ya'ni birinchisiga nisbatan o'rta umumiyligi ta'lim muassasalarida geometriyanı o'qitishning mavjud tizimiga ancha kam ta'sir ko'rsatadi va eksperimental tekshirishni talab qiladi.

### **FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:**

1. A.YA.Narmanov, A.S.SHaripov Geometriya asoslari. T.Universitet, 2004 y.
2. N.V.Efimov. Вусшая геометрия М., 1978 у.
3. A.V.Pogorelov. geometrii. M., Nauka, 1968
4. Matematika N.Ya.Vilenkin, A.S.Chisnokov, V.I.Xojov.