СТРУКТУРА И ХАРАКТЕРИСТИКИ ОПТИМАЛЬНОГО АЛГОРИТМА ОПРЕДЕЛЕНИЯ КООРДИНАТ ОБЪЕКТОВ ПО ИЗМЕРЕННЫМ ЗАДЕРЖКАМ ИЗЛУЧАЕМЫХ ИМИ СИГНАЛОВ

[1]В.П. Дубыкин, [2]А.А. Макаров, [2,3]О.В. Чернояров

chernoyarovov@mpei.ru

[1]Воронежский государственный технический университет, Россия, г. Воронеж

[2]Национальный исследовательский университет «МЭИ», Россия, г. Москва

[3]Майкопский государственный технологический университет, Россия, г. Майкоп

Введение

В настоящее время вопросам измерения координат источников радиоизлучений (ИРИ) многопозиционными пассивными радиолокационными системами уделяется большое внимание [1-4]. В [1, 2] описаны особенности функционирования данных систем и подробно рассмотрены следующие методы определения координат ИРИ: эллиптический, гиперболический, триангуляционный, а также их сочетания. Показано, что в тех случаях, когда нельзя измерить время распространения радиосигнала ИРИ до каждой из приёмных позиций (ПП) системы и не требуется знать априори форму и момент излучения принимаемых сигналов для определения координат ИРИ (в том числе и источников активных помех) целесообразным является применение гиперболического метода, основанного на составлении нелинейных уравнений, определяющихся геометрией разностно-дальномерной системы (РДС), в сочетании с различными аналитическими или численными способами их решения. Однако подобный подход не учитывает флуктуационных свойств обрабатываемых сигналов и, как следствие, не позволяет получать оптимальные в статистическом смысле оценки координат ИРИ, обеспечивающие минимальную среднеквадратическую ошибку (СКО) [5]. Поскольку при определении местоположения ИРИ, как правило, выполняются обычные условия регулярности [6], в качестве оценок неизвестных координат, обладающих минимальным рассеянием, могут выступать оценки максимального правдоподобия [6,7].

Целью настоящей работы является разработка максимально правдоподобного алгоритма определения координат ИРИ на основе предложенной модификации гиперболического метода с определением потенциальной точности их измерений. При этом предполагается учесть наличие дополнительных взаимосвязей координат ИРИ со статистическими свойствами случайных ошибок измерений разностей расстояний от ИРИ до ПП через закон распределения взаимных задержек распространения сигнала ИРИ до двух соседних ПП РДС.

Особенности и условия функционирования РДС

В качестве особенностей и условий функционирования РДС примем следующие [1,2].

1. Будем считать [1,2], что определение координат ИРИ происходит на плоскости. Тогда геометрическую структуру РДС можно представить в виде произвольного плоского многоугольника, в вершинах которого располагаются ПП. Обозначим (x_i, y_i) – координаты i-ой ПП ($i = \overline{0, M-1}$) в декартовой правой системе координат XOY, B_{im} – расстояние (база) между двумя соседними ПП, M – число ПП, а (x, y) – текущие координаты ИРИ. Поскольку геометрическая структура рассматриваемой РДС является замкнутой, нумерация ПП может начинаться с любой приемной позиции РДС и продолжаться по контуру структуры в направлении против хода часовой стрелки. При этом обозначение баз осуществляется двумя индексами i и m, где $m = i + 1$, если $i = 0,1,\ldots, M-2$, и $m = 0$, если $i = M-1$. В частности, для трехпозиционной структуры РДС, рассмотренной ниже, имеются три базы с обозначениями B_{01}, B_{12}, B_{20}.

2. Исходными данными для алгоритма оценки координат ИРИ являются измеряемые РДС взаимные задержки τ_{im} распространения сигнала ИРИ до каждых двух соседних ПП, разнесенных на базы B_{im}. Это позволяет исключить зависимость алгоритма оценки от времени начала излучения сигнала ИРИ, которое большинстве практически важных случаев неизвестно наблюдателю.

3. Полагаем, что ошибки измерения координат ИРИ подчиняются нормальному закону распределения, а измерения τ_{im} по каждой базе B_{im} являются независимыми.

4. В качестве критерия оптимальности измерения координат ИРИ используется критерий максимального правдоподобия [2].

5. Для получения максимально правдоподобной оценки координат ИРИ и корреляционной матрицы ошибок их измерений используется итерационный метод [1-4], согласно которому на каждом n-ом шаге ($n = 1,2,\ldots$) итерационного процесса формируется условная апостериорная плотность вероятности координат $w(x, y | x_{n-1}, y_{n-1})$ при условии, что на предыдущем шаге координаты приняли значения x_{n-1}, y_{n-1}. Итерационный процесс останавливается, когда квадрат расстояния между точками (x_n, y_n) и (x_{n-1}, y_{n-1}) не превышает некоторого установленного порогового значения. Выбор начальной точки итерационного процесса с координатами (x_0, y_0) осуществляется на основе метода геометрического центра РДС, метода взвешенного (относительно принимаемой мощности сигналов ИРИ) геометрического центра РДС и метода точки пересечения асимптот гипербол всех пар баз B_{im} РДС [8]. Тогда оптимальная оценка координат ИРИ $(\hat{x}_n, \hat{y}_n)$ определится как положение наибольшего максимума плотности вероятности $w(x, y | x_{n-1}, y_{n-1})$ [2,9], т.е. исходя из условия

$$\max w(x_n, y_n | x_{n-1}, y_{n-1}) = w(\hat{x}_n, \hat{y}_n | x_{n-1}, y_{n-1}). \qquad (1)$$

Методика оптимальной оценки координат

Для получения координатных соотношений между координатами ПП РДС (X_i, Y_i), которые являются известными, с координатами ИРИ (x, y), подлежащими оценке, с учетом сделанных допущений о независимости измерений τ_{im} и нормальности их ошибок запишем совместную плотность вероятности ошибок измерения взаимных задержек в виде

$$w(\delta\tau_{01}, \delta\tau_{12}, \delta\tau_{20}) = \prod_{(i,m)} w(\delta\tau_{im}). \qquad (2)$$

Здесь $\delta\tau_{im} = \tau_{im} - \tau_{im}^{(0)}$, τ_{im}, $\tau_{im}^{(0)}$ – измеренные и истинные взаимные задержки, соответственно,

$$w(\delta\tau_{im}) = \exp\left[-\left(\tau_{im} - \tau_{im}^{(0)}\right)^2 \Big/ 2\sigma_{\tau_{im}}^2\right] \Big/ \sigma_{\tau_{im}}\sqrt{2\pi}, \qquad (3)$$

а $\sigma_{\tau_{im}}$ – среднеквадратическое отклонение измерения взаимных задержек.

Нетрудно видеть, что ошибки $\delta\tau_{im}$ связаны с координатами (x, y) ИРИ соотношением

$$\delta\tau_{im} = [D_i(x, y) - D_m(x, y)]/c - \tau_{im}, \qquad (4)$$

где $D_l(x, y) = \sqrt{(x - X_l)^2 + (y - Y_l)^2}$, $l = i, m$ – расстояния от ИРИ с неизвестными координатами (x, y) до l-ой ПП, c – скорость света.

Используя (2)-(4), можно получить явный вид функции $w(x, y|x_{n-1}, y_{n-1})$, однако возникающее при этом уравнение правдоподобия (1) будет существенно нелинейным и требовать для своего решения достаточно сложных итерационных алгоритмов. Для преодоления указанных трудностей при вычислении оценки (1) используем метод линеаризации [1,3]. Следуя [1,3], обозначим

$$\Gamma_{im} = D_i(x, y) - D_m(x, y) \qquad (5)$$

и линеаризуем нелинейную функцию (5) путем ее разложения в ряд Тейлора в окрестности точки с координатами (x_{n-1}, y_{n-1}), ограничиваясь линейными членами разложения. Тогда имеем

$$\Gamma_{im}(x, y) = \Gamma_{im}(x_{n-1}, y_{n-1}) + A_{im}(x - x_{n-1}) + B_{im}(y - y_{n-1}), \qquad (6)$$

где

$$A_{im} = \partial\Gamma_{im}(x_{n-1}, y_{n-1})/\partial x, \qquad B_{im} = \partial\Gamma_{im}(x_{n-1}, y_{n-1})/\partial y. \qquad (7)$$

Заменяя соотношения (7) уравнениями с линейными приращениями по теореме Лагранжа [10], можем записать

$$\begin{aligned} A_{im} &= \frac{x_{n-1} - X_i}{D_i(x_{n-1}, y_{n-1})} - \frac{x_{n-1} - X_m}{D_m(x_{n-1}, y_{n-1})}, \\ B_{im} &= \frac{y_{n-1} - Y_i}{D_i(x_{n-1}, y_{n-1})} - \frac{y_{n-1} - Y_m}{D_m(x_{n-1}, y_{n-1})}. \end{aligned} \qquad (8)$$

Далее, подставляя (3)-(8) в (2) и осуществляя несложные преобразования, приходим к следующему выражению для апостериорной плотности вероятности координат (x, y):

$$w(x, y|x_{n-1}, y_{n-1}) = C_1 \exp[-\lambda(x, y)/2], \tag{9}$$

где C_1 – постоянный множитель, а

$$\lambda(x, y) = Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F\ . \tag{10}$$

В (10) обозначено

$$A = \sum_{i,m} \frac{A_{im}^2}{\sigma_{\Gamma_{im}}^2}, \quad B = \sum_{i,m} \frac{A_{im} B_{im}}{\sigma_{\Gamma_{im}}^2}, \quad C = \sum_{i,m} \frac{B_{im}^2}{\sigma_{\Gamma_{im}}^2}, \quad D = \sum_{i,m} \frac{A_{im} e_{im}}{\sigma_{\Gamma_{im}}^2}, \quad E = \sum_{i,m} \frac{B_{im} e_{im}}{\sigma_{\Gamma_{im}}^2},$$

$$F = \sum_{i,m} e_{im}^2, \qquad e_{im} = \Gamma_{im} - x_{n-1} A_{im} - y_{n-1} B_{im} - c\tau_{im}, \qquad \sigma_{\Gamma_{im}}^2 = c^2 \sigma_{\tau_{im}}^2 .$$

Согласно (1) для нахождения искомых оценок $(\hat{x}_n, \hat{y}_n)$ необходимо максимизировать выражение (9) одним из известных способов, например, как описано в [1,3,9]. Выполняя указанную процедуру, получим соотношения

$$\partial\lambda(x, y)/\partial x \Big|_{\substack{x=\hat{x}_n \\ y=\hat{y}_n}} = A\hat{x}_n + B\hat{y}_n + D = 0, \quad \partial\lambda(x, y)/\partial y \Big|_{\substack{x=\hat{x}_n \\ y=\hat{y}_n}} = B\hat{x}_n + C\hat{y}_n + E = 0 .$$

Отсюда следует, что максимально правдоподобные оценки координат ИРИ (x, y) определятся как

$$\hat{x}_n = (BE - CD)/\left(AC - B^2\right), \qquad \hat{y}_n = (BD - AE)/\left(AC - B^2\right). \tag{11}$$

Оценка точности измерения координат

Из теории статистических оценок известно [2,6,7], что при увеличении времени наблюдения сигнала ИРИ и/или заметного превышения сигналом ИРИ уровня шума на выходе приемника ПП, оценки максимального правдоподобия являются асимптотически несмещенными, асимптотически эффективными и асимптотически нормальными, а их корреляционная матрица является обратной к информационной матрице Фишера [1,6]. Применительно к оценкам (11) несложно показать, что корреляционная матрица K и обратная к ней матрица K^{-1} имеют вид

$$K = \begin{pmatrix} C/\Delta & -B/\Delta \\ -B/\Delta & A/\Delta \end{pmatrix}, \qquad K^{-1} = \begin{pmatrix} A & B \\ B & C \end{pmatrix}, \tag{12}$$

где $\Delta = AC - B^2 \neq 0$ – определитель матрицы K^{-1}.

С другой стороны, элементы матрицы K являются элементами корреляционной матрицы ошибок и допускают представление [1-4]

$$K = \begin{pmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_x \sigma_y r_{xy} \\ \sigma_x \sigma_y r_{xy} & \sigma_x^2 \end{pmatrix}, \tag{13}$$

где σ_x, σ_y и r_{xy} – среднеквадратические отклонения и коэффициент корреляции оценок координат, соответственно.

Сопоставляя (12), (13), для ошибок измерения координат ИРИ находим

$$\sigma_x^2 = C/\Delta, \quad \sigma_y^2 = A/\Delta, \quad r_{xy} = -B/AC. \qquad (14)$$

Последовательность проведения расчетов

Для разработанного алгоритма последовательность определения координат ИРИ и оценка точности их измерения может быть представлена следующим образом.

1. В прямоугольной (декартовой) правой системе координат задаются координаты ПП РДС (которые являются известными) и вводятся координаты ИРИ (которые являются неизвестными);

2. С использованием соотношений (4), (5) и выбранной геометрии РДС определяются разности дальностей Γ_{im} между ПП, образующими базу B_{im}, и ИРИ;

3. В соответствии с (6) и (8) осуществляется разложение функций Γ_{im} в ряд Тейлора до первой степени разложения по каждой переменной включительно;

4. Формируется условная плотность вероятности координат (x, y) (9) и ее квадратичная форма (10);

5. Максимизируется функция (9) и по формулам (11) определяются оптимальные (максимально правдоподобные) координаты ИРИ;

6. Оценка потенциальной точности измерения полученных координат осуществляется с использованием соотношений (12)-(14).

Проверка работоспособности алгоритма

Для подтверждения работоспособности предложенной методики и синтезированного на ее основе алгоритма измерения местоположения ИРИ было проведено математическое моделирование (с использованием пакета прикладных программ MATLAB) процесса функционирования трехбазовой РДС, приемные позиции которой располагались в вершинах равностороннего треугольника с центром в начале координат и величиной базы $B_{im} \approx 10$ км. Полоса пропускания приемников РДС принималась равной 20 МГц, а ширина спектра сигналов ИРИ изменялась в пределах от 20 до 200 кГц. При этом излучаемая мощность составляла 10 Вт.

В качестве тестового сигнала использовался сигнал с линейной частотной модуляцией как наиболее просто реализуемый из широко используемых на практике и позволяющий регулировать ширину спектров сигналов от различных ИРИ. Математическая модель тестового сигнала на входе приемных устройств ПП РДС записывалась в виде

$$S_m(t) = \sum_{l=1}^{I} \sqrt{\frac{P_{cl}}{4\pi D_{ml}^2}} \cos\left[2\pi f_{cl}(t - \tau_{ml}) + \frac{\pi \Delta f_{cl}}{T_{cl}}(t - \tau_{ml})^2\right] + \frac{\xi_{gauss}(t)}{q_m} \sqrt{\sum_{l=1}^{L} \frac{P_{cl}}{4\pi D_{ml}}},$$

где L – число ИРИ; P_{cl}, T_{cl}, f_{cl}, Δf_{cl} – мощность излучения, длительность, несущая частота и ширина полосы частот сигнала l-го ИРИ, соответственно; D_{ml} и τ_{ml} – расстояние и задержка в распространении сигнала от l-го ИРИ до m-ой ПП; $\xi_{gauss}(t)$ – гауссовский случайный процесс с нулевым средним, единичной дисперсией и равномерной спектральной плотностью в рабочей полосе частот ПП; q_m^2 – отношение сигнал/помеха (по мощности) на входе приемного устройства m-ой ПП. Такое представление тестового сигнала является удобным с точки зрения физической интерпретации, так как позволяет трактовать второе слагаемое в общем выражении как напряжение шумовой помехи (шума), распределенной по нормальному закону.

Некоторые результаты моделирования для различных методов выбора опорной точки (x_0, y_0) показаны в таблице. Представленные здесь значения получены путем усреднения по 100 измерениям координат ИРИ при фиксированных длительности каждого измерения, координатах ИРИ и условиях приема.

Таблица

Результаты моделирования работы алгоритма оценки координат источника радиоизлучения для различных методов выбора опорной точки

Дальность, км	Методы выбора опорной точки					
	Геометрический центр		Взвешенный центр		Пересечения асимптотикой гипербол	
	СКО, м	Количество итераций	СКО, м	Количество итераций	СКО, м	Количество итераций
5	2,72	3	1,76	3	0,317	3
8	2,13	4	1,43	3	3,53	4
10	2,17	7	1,48	4	4,3	12
12	3,0	9	2,43	9	5,74	16

Анализ результатов моделирования показывает, что разработанный алгоритм определения местоположения ИРИ является работоспособным и позволяет оценивать эффективность функционирования РДС в широком диапазоне условий, как по координатной обстановке, так и по помеховой. Дополнительным преимуществом данного алгоритма является возможность его использования для оценки оперативной обстановки при работе РДС по нескольким целям (ИРИ) а также при различных (в зависимости от решаемых задач) методах выбора опорной точки для итерационной процедуры.

Заключение

Разработан алгоритм оптимального определения координат и потенциальной точности их измерения гиперболическим методом. Определение оптимальных координат ИРИ и оценка их точности осуществляется через условную апостериорную плотность вероятности координат с использованием статистических методов оценки и свойств матрицы Фишера. Алгоритм реализует основные аналитические соотношения в явном виде, что позволяет разработчикам процесса организации измерений на всех его этапах осуществлять в оперативном порядке различные предварительные экспертные оценки. В качестве исходных данных для предложенного алгоритма используются взаимные задержки сигналов излучающих объектов при распространении до каждой пары приемных позиций, оптимальные оценки измерения которых являются максимально правдоподобными.

Оптимальная оценка координат источника радиоизлучения реализована на основе пошаговой процедуры с определением погрешности производимых измерений. Показано, что структура алгоритма позволяет при необходимости осуществлять межфильтровую обработку сигналов, позволяющую осуществлять их идентификацию относительно принадлежности к “своему” источнику радиоизлучения. Работоспособность и эффективность предложенного алгоритма определения местоположения источника радиоизлучения подтверждены методами статистического имитационного моделирования.

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (проект FSWF-2020-0022).

Список литературы

1. Черняк В.С. Многопозиционная радиолокация. – М.: Радио и связь, 1993. – 416 с.

2. Радиотехнические системы: учебник. / Ю.М. Каазринов, Ю.А. Коломенский, В.М. Кутузов и др.; Под ред. Ю.М. Казаринова. – М.: Издательский центр «Академия», 2008. – 589 с.

3. Proakis J.G. Digital communication. – New York: McGraw-Hill Education, 2001. – 1150 p.

4. Hamkins J., Zeqer K. Improved bounds on maximum size binary radar array // IEEE Transactions on Information Theory. – 1997. – Vol. 43. – No. 3. – P. 997-1000.

5. Паршин Ю.Н., Лыонг Ч.В. Статистический синтез и анализ гибридного алгоритма определения координат источника радиоизлучения // Радиотехнические и телекоммуникационные системы. – 2013. – № 1 (11). – С. 16-27.

6. Kutoyants Y.A. Identification of dynamical systems with small noise. – Dordrecht: Kluwer, 1994. – 298 p.

7. Перов А.И. Статистическая теория радиотехнических систем. – М.: Радиотехника, 2003. – 400 с.

8. Дубыкин В.П., Матвеев Б.В., Степаненко Р.В., Саликов А.А. Оценка влияния выбора опорной точки для итерационной процедуры определения координат источника радиоизлучений в разностно-дальномерной системе // Вестник Воронежского государственного технического университета. – 2012. – Т. 8. – № 3. – С. 9-12.

9. Ипатов В.П. Широкополосные системы и кодовое разделение сигналов. Принципы и приложения. – М.: Техносфера, 2007. – 488 с.

10. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников. – М.: Наука, 1984. – 831 с.