

Interkantonale Hochschule für Heilpädagogik, Zürich

Departement 1 / Studienrichtung Sonderpädagogik, BB 1013

Wissenschaftliche Arbeit: Masterarbeit

# ***Differenzierende Vermittlung der Subtraktion***

*Ein Didaktikprojekt mit und für  
Lehrpersonen*

Eingereicht von: Irene Baur, Monica Kröger

Begleitperson: lic. phil. Stefan Meyer

Datum: 6.1.13

**Abstract**

Diese Masterarbeit befasst sich mit den Fragen: Wie soll Mathematik unterrichtet werden? Wie wird die Subtraktion vermittelt? Wie wird der Unterricht fördernd gestaltet? Die Person des Lehrers ist die wichtigste Variable für den Schulerfolg des Kindes. Von Interesse sind die Denkwege der Lehrpersonen und ihr Vorgehen bei der Unterrichtsplanung und – durchführung. So lässt sich feststellen, welches didaktische Wissen sie einsetzen, um ihre Schülerinnen und Schüler zu unterstützen.

Die Umsetzung in der Praxis wurde anlässlich eines Workshops mit Lehrpersonen einer Schuleinheit und durch die Auswertung von Fragebogen erfasst. Ein Vergleich mit den Erkenntnissen aus der Forschung gibt Hinweise zu möglichen schulinternen Weiterbildungsangeboten im Bereich Mathematikdidaktik.

## Inhalt

<b>1. Einleitung</b> .....	<b>5</b>
<b>2. Ausgangslage</b> .....	<b>6</b>
2.1 Zielsetzungen .....	6
2.2 Heilpädagogische Relevanz .....	7
2.3 Persönlicher Bezug .....	8
2.4 Forschungsinteresse .....	9
<b>3. Theoretischer Bezugsrahmen</b> .....	<b>10</b>
3.1 Mathematisches Lernen .....	10
3.2 Vermittlung der Subtraktion im Speziellen .....	11
3.2.1 Inhaltliche Anforderungen der Subtraktion .....	12
3.2.2 Was ist für die Schülerinnen und Schüler schwierig? .....	13
3.3 Aspekte der Mathematikdidaktik .....	16
3.3.1 Die zwei Modelle der kritisch-konstruktiven und der lehr-lerntheoretischen Didaktik .....	17
3.3.2 Didaktische Prinzipien nach Leuders und Wittmann .....	21
3.3.3 Unser Fazit .....	27
3.4 Elemente eines fördernden Unterrichts .....	27
3.4.1 Differenzierung .....	27
3.4.2 Produktives Üben .....	29
3.4.3 Bedürfnisse von rechenschwachen Kindern .....	29
3.4.4 Unser Fazit .....	31
<b>4. Fragestellung</b> .....	<b>32</b>
4.1 Forschungsleitende Fragestellung .....	32
4.2 Teilaspekte .....	33
<b>5. Forschungsmethodisches Vorgehen</b> .....	<b>34</b>
5.1 Qualitative Sozialforschung .....	34
5.2 Forschungsstrategie .....	35
5.3 Forschungsinstrumente .....	36
5.3.1 Gruppendiskussion .....	36
5.3.2 Fragebogen .....	37
5.3.3 Triangulation .....	38
5.4 Gütekriterien .....	39
5.5 Allgemeines inhaltsanalytisches Ablaufmodell nach Mayring .....	40
<b>6. Datensammlung</b> .....	<b>42</b>
6.1 Vorbereitung des Workshops .....	42
6.2 Durchführung des Workshops .....	43
6.3 Nachbereitung des Workshops .....	44
6.4 Fragebogen .....	45

<b>7. Datenanalyse</b> .....	<b>47</b>
7.1 Auswertung der Gruppendiskussion .....	47
7.2 Auswertung der Plakate .....	52
7.3 Auswertung der Fragebogen .....	54
7.4 Unsere Sichtweise .....	61
<b>8. Interpretation der Ergebnisse</b> .....	<b>64</b>
8.1 Triangulation .....	67
8.2 Hypothesen .....	71
<b>9. Schlussdiskussion</b> .....	<b>75</b>
9.1 Beantwortung der Fragestellungen .....	75
9.2 Folgerungen für die Heilpädagogische Praxis .....	79
9.3 Reflexion des forschungsmethodischen Vorgehens .....	79
9.4 Rückblick und Ausblick .....	82
<b>10. Literaturverzeichnis</b> .....	<b>84</b>
<b>11. Anhang (separat gebunden oder auf CD)</b> .....	<b>86</b>
1 Brief an die Schule E. und das Schulhaus K. Zürich .....	86
2 Unterlagen Workshop .....	86
2.1 Ausschreibung Workshop .....	86
2.2 Reader für den Workshop .....	86
2.3 Fotos aus dem Workshop .....	86
2.4 Transkribierte Audioaufnahme .....	86
3 Fragebogen .....	86
4 Projektjournal .....	86
5 Qualitative Inhaltsanalyse .....	86
5.1 Kodierung Hauptkategorie .....	86
5.2 inhaltliche Strukturierung der Hauptkategorie .....	86
5.3 Kodierung der Unterkategorien .....	86
5.4 Darstellung der Unterkategorien .....	86
5.5 Kodierter Fragebogen .....	86
6 Schule A. Projekt ZentrUM (Kurzbeschreibung) .....	86
7 HfH Unterrichtsmodell .....	86
8 Terminplan .....	86

## 1. Einleitung

*„Sie (die Mathematik) ist die abstrakteste Wissenschaft von allen. Sie spricht beispielsweise von Räumen, nennt deren Elemente ‚Punkte‘ und kann davon abstrahieren, ob es sich dabei um Zahlen, Kurven, Flächen, Funktionen oder sonstwas handelt. Verrückt nur, dass einige ihrer reinsten Gedankenkonstruktionen den weltzugewandten Verstand überhaupt erst möglich machen – von der Raumfahrt über Klimaforschung und Kommunikationstechnologie bis zur Medizin und Demografie.“ (Die Zeit, 2008, online)*

(Werner, 2009, S. 11)

In der vorliegenden Arbeit beschreiben wir einen mathematischen Inhaltsbereich, bei dessen Erwerb häufig Schwierigkeiten auftreten: nämlich die Subtraktion. Anhand zentraler Theorien zum mathematischen Fachwissen klären wir im ersten Teil unserer Arbeit die inhaltlichen Anforderungen und die besonderen Schwierigkeiten der Subtraktion. Theoretische Aspekte aus der mathematischen Fachdidaktik liefern uns weitere Grundlagen, um herauszuarbeiten, welche Erfordernisse die Vermittlung der Subtraktion an die Lehrpersonen stellt.

Diese Vermittlung, also „Was tun die Lehrpersonen?“, steht im Zentrum unserer Fragestellung. Zusammen mit Lehrpersonen haben wir in einem Workshop, die für diese Lehrpersonen wichtigen Elemente einer gelungenen Einführung in die Subtraktion gesammelt und die Lehrpersonen danach mit einem Fragebogen zu weiterem didaktischen Wissen im Zusammenhang mit ihrer Unterrichtsvorbereitung befragt. Die auf einem Tondokument und mit dem Fragebogen gesammelten Daten haben wir mit einer qualitativen Inhaltsanalyse ausgewertet, um das bei den Lehrpersonen vorhandene fachdidaktische Wissen zur Subtraktion zu eruieren.

Auf Grund der Triangulation dieser Daten aus der aufgezeichneten Gruppendiskussion, mit den Antworten aus dem Fragebogen und unseren Beobachtungen aus dem Workshop gelangen wir zu Ergebnissen, die differenzierte Rückschlüsse auf die Denkwege dieser Lehrpersonen zulassen und einige Hinweise liefern, wovon diese Lehrpersonen in Weiterbildungen profitieren könnten. Für unsere eigene Praxis profitieren wir ebenfalls von den Ergebnissen. Sie geben uns konkrete und wertvolle Hinweise, wie wir Beratungen oder Inputs für Lehrpersonen in Zukunft gewinnbringend gestalten können.

Wir richten unseren Dank an die Schulleitung und die Lehrpersonen der Aussengemeinden der Schule A., dafür, dass sie uns wertvolle Zeit zur Verfügung stellten, damit wir uns einen konkreten Einblick in ihre Praxis verschaffen konnten. Ein grosser Dank geht ebenfalls an U. M., der mit viel Ausdauer unsere Arbeit gegenlas, uns Ungereimtheiten zurückmeldete und den sprachlichen Formulierungen oftmals zum letzten Schliff verhalf. Danken möchten wir ebenfalls S. M., der unser Forschungsprojekt mit professioneller Erfahrung begleitete und uns mit farbigen, metaphorischen Schilderungen immer wieder eingängig erklärte, wie die einzelnen Schritte des Forschungsprozesses zu verstehen und zu handhaben sind. Zudem danken wir unseren Familien, auf deren Unterstützung wir uns zuverlässig und alltagspraktisch verlassen durften. Sie alle haben direkt oder indirekt zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen.

## 2. Ausgangslage

Gemäss kantonalem Lehrplan werden in der 1. Klasse Handlungen, die zur Addition und zur Subtraktion führen, auf verschiedenen Abstraktionsstufen erfahren. Die Abstraktionsstufen sind: konkret handelnd, bildlich darstellend, verbal ausdrückend. Es kann sich bei der Addition konkret um Handlungen des Hinzufügens, Zusammenlegens oder Verlängerns handeln. Bei der Subtraktion geht es um Handlungen wie wegnehmen, abtrennen oder zudecken. (vgl. Kantonaler Lehrplan Zürich, 2004, S. 264).

Lorenz beschreibt subtraktive Handlungen mit:

Schrumpfen, Aufessen, Zurückgehen,

Wegnehmen, Wegfliegen, Weggeben, Weg-...,

Abtrennen, Absteigen, Abnehmen, Ab-...,

Verlieren, Vermindern, Verkürzen und Verkleinern. (Lorenz, 1993, S. 127)

Der Lehrplan gibt vor, im Bereich Kopfrechnen additive Grundoperationen durchzuführen. Diese beinhalten sowohl das Addieren an sich, wie auch die Umkehrung davon, nämlich das Subtrahieren. Aus unserer persönlichen Erfahrung als Heilpädagoginnen bereitet vor allem die Subtraktion regelmässig einzelnen Kindern Schwierigkeiten. Dessen sind sich auch die Lehrpersonen bewusst. Das Ziel der Autorinnen ist es, mit dieser Arbeit herauszufinden, wie die Subtraktion differenziert vermittelt werden kann und welche Faktoren von den Lehrpersonen für eine gelungene Einführung der Subtraktion als wichtig erachtet werden.

### 2.1 Zielsetzungen

Aufgrund der beschriebenen Situation haben die Autorinnen sich dazu entschieden, Handlungsmodelle zu sammeln. Diese sollen Lehrpersonen eine Auswahl an verschiedenen Möglichkeiten bieten, um die Subtraktion differenziert zu vermitteln. Von speziellem Interesse ist für uns die Frage: „Was machen die Lehrpersonen, um die Ressourcen der Kinder zu aktivieren, damit der „Funke springt.“? Damit meinen wir nicht, dass die Lehrpersonen besonders magisch oder verführerisch handeln müssten, sondern eher: Wie knüpfen sie an die Erfahrungen der Kinder an? Wie machen sie ein Thema zu etwas Bedeutsamem für die Kinder? Wie nutzen sie die unterschiedlichen persönlichen Erfahrungen und Ressourcen der Kinder? Was führt dazu, dass die Kinder nicht nur an Aufgaben heran geführt werden, sondern auch dahinter sehen?

Gemäss Wittmann (1981) und Leuders (2011) ist die Person des Lehrers die wichtigste Variable für den Schulerfolg des Kindes. Lehrplan und Lehrpersonen entscheiden, welche Inhalte welchem Kind angeboten werden.

Wie tief eine Lehrperson den zu vermittelnden Lehrinhalt und dessen Verknüpfungen verstanden hat, wird darüber entscheiden, welche Form der Instruktion das Kind geboten bekommt.

Es geht also darum zu bestimmen, welcher Lerninhalt bei welcher Darbietungsform (Instruktion) zu welchem Lernprozess (Konstruktion) bei welchem Kind führt. Der Wahrnehmungsfähigkeit der Lehrperson obliegt es, aus den nonverbalen und verbalen Äusserungen des Kindes zu erschliessen, zu welchen Denkschritten und Schlussfolgerungen das Kind gelangt ist. (Holzer, Lenart, Schaupp, 2007, S. 29)

Auf Grund der obigen Ausführungen möchten wir die Handlungen der Lehrpersonen und ihre Unterrichtsgestaltung genauer erfassen. Wir gehen davon aus, dass viele Lehrpersonen gute Ideen haben und genau das Richtige tun. Diese Ressourcen möchten wir sammeln und zugänglich machen.

## 2.2 Heilpädagogische Relevanz

Als Schulische Heilpädagoginnen sind wir Fachpersonen für die kindliche Entwicklung. Die Defizite einzelner Kinder sind erkannt, aber der individuell passende Einsatz von niveaudifferenzierten Materialien ist für die Lehrpersonen, in Anbetracht des Zeitdrucks, oft eine zusätzliche Belastung. Unsere Erfahrungen zeigen zudem, dass die Subtraktion nicht in einer 14-tägigen Unterrichtssequenz abgehandelt werden kann, sondern oft bis in die Mittelstufe immer wieder aufgegriffen werden muss.

Um Lehrpersonen kompetent zu unterstützen, interessieren uns als Heilpädagoginnen die fachlichen Anforderungen, welche die Subtraktion an die Schülerinnen und Schüler stellt und auch die didaktischen Aspekte, die für einen fördernden Mathematikunterricht zentral sind. Die hauptsächliche Förderung der Schüler findet im Klassenunterricht bei der Klassenlehrperson statt. Sowohl diese, wie auch wir Heilpädagoginnen, sind gefordert, die wichtigen und richtigen Methoden bei der Vermittlung der Subtraktion anzuwenden. Unterrichtliche Faktoren, die zur Entstehung von Rechenschwäche beitragen könnten, werden so möglichst minimiert.

Im Mathematikunterricht gibt es immer Kinder, denen das Lernen speziell im Fach Mathematik unter den gegebenen Bedingungen schwerfällt. Dieses häufig mit dem Begriff „Rechenschwäche“ bezeichnete Phänomen, lässt sich auch anders ausdrücken: es gibt immer wieder Mathematikstunden, die nicht alle Kinder erreichen. Die Zuschreibung „Rechenschwäche“ oder „Dyskalkulie“ erfährt dann ihren Sinn, wenn sie dazu dient, die Situation „Mathematikunterricht“ so zu gestalten, dass der Schüler besser lernen kann. (vgl. Werner, 2009, S. 7 + S. 101).

„Der Mathematikunterricht selbst ist eine gemeinsame (von Schüler und Lehrer) Lehr- und Lernsituation, die – wie jegliche Form von Unterricht – auf Kommunikation basiert.“ (ebd. S. 7)

Scherer und Moser Opitz verweisen auf eine Reihe von Untersuchungen, die sich mit der Frage beschäftigen, ob es bestimmte mathematische Inhaltsbereiche gibt, bei denen Kinder mit Problemen beim Mathematiklernen besondere Schwierigkeiten haben. Diese Studien (zusammenfassend Scherer und Moser Opitz, 2010) weisen z.B. darauf hin, dass lernschwache Schülerinnen und Schüler vermehrt Probleme haben beim Automatisieren von einfachen Kopfrechenaufgaben oder beim Verständnis des Dezimalsystems. (vgl. Scherer und Moser Opitz, 2010, S. 13/14) Beides sind Voraussetzungen, die für das Lösen von Subtraktionsaufgaben sehr wichtig sind: das Automatisieren von Kopfrechenaufgaben um sich Zahlensätze bis 20 zu merken, die gebraucht werden, um hilfreiche Rechenstrategien bei der Subtraktion anwenden zu können, und das Verständnis des Dezimalsystems, das gebraucht wird fürs Entbündeln bei der schriftlichen Subtraktion. Subtraktionsaufgaben scheinen also im Vergleich zu anderen Lerninhalten der Mathematik in besonderem Masse fehleranfällig zu sein. Sie sind im heilpädagogischen Kontext immer wieder ein Thema. (siehe dazu auch Ausführungen in Kapitel 3.2.1 und 3.2.2)

## 2.3 Persönlicher Bezug

Schülerinnen und Schüler, die im fünften und sechsten Schuljahr oder in der Oberstufe, Schwierigkeiten beim mathematischen Lernen zeigen, haben oft grundlegende Aspekte des Stoffes der ersten vier Schuljahre nicht verstanden. Oft sind Verständnisschwierigkeiten bei der Subtraktion oder der inneren Vorstellung einer Differenz anzutreffen.

Im Förderunterricht Mathematik arbeite ich oft mit Schülern bis zur 6. Primarstufe, die ausgesprochene Schwierigkeiten bei der Subtraktion oder bei Ergänzungsaufgaben haben. Es ist zu vermuten, dass diese Schüler auch Schwierigkeiten bei der Addition haben, dafür scheinen sie aber meist noch mehr oder weniger günstige Strategien anzuwenden, die zu einer Lösung führen; sei dies zählend oder in dem sie selbst einfachste Aufgaben schriftlich rechnen usw. Beim Minus-Rechnen, wenn z.B. zweistellige Zahlen weggezählt werden müssen, wenn mit Franken und Rappen gerechnet wird oder wenn Zahlen ergänzt werden müssen, wie beim Berechnen von Herausgeld oder beim Ergänzen auf 100 oder 1000 scheitern diese Kinder aber oft. Entsprechende Schwierigkeiten beim komplexeren Stoff in den höheren Klassen sind die absehbare Folge.

Die Arbeit mit Unterstufenschülern hat gezeigt, dass oft bereits die Einführung und Vermittlung der Subtraktion ausserordentliche Schwierigkeiten beinhaltet. Schüler der 2. Klasse raten im Zahlenraum bis 20 die Resultate und haben keinen Weg oder keine Anhaltspunkte zur Verfügung, die zu einem gesicherten Resultat führen. Verschärft wird dieses Problem offenbar durch einen Unterricht in der Grundstufe, der fast ausschliesslich darauf beruht, Mathematik auf eigenen Wegen zu erkunden ohne wenigstens die Rechnungen bis 10 oder die Zerlegung der Zahlen bis 10 zu automatisieren. Die Lehrperson der folgenden Stufe ist somit gefordert, auf diese Voraussetzungen der Kinder zu reagieren und ihren Unterricht entsprechend zu gestalten. Was einzelne Kinder oder ganze Gruppen in der Folge brauchen, kann von Klasse zu Klasse variieren. Dieses Alltagsgeschehen in meiner praktischen Förderarbeit ist meine Motivation, die Zusammenhänge zwischen dem dargebotenen Unterricht, dem Lernen der Kinder und den daraus erwachsenden Förderbedürfnissen in unserer Masterarbeit genauer zu erkunden. Ich erhoffe mir dadurch auch eine Zunahme meines persönlichen Fachwissens, um Lehrpersonen entsprechend kompetent zu beraten und zu unterstützen. Nicht zuletzt geht es dabei um das Kerngeschäft von uns Lehrpersonen: ums Lehren, ums Unterrichten und ums Gestalten von Unterricht.

In der Sekundarschule treffe ich auf Jugendliche, die auf Grund von fehlenden grundlegenden Konzepten dem Unterricht nicht folgen können und durch die vielfältigen Misserfolgserlebnisse in ihrer Lernbiografie kein Vertrauen mehr in ihre Fähigkeit zum mathematischen Denken haben. Woran liegt es? Wie können so massive Lücken in der Primarschule entstehen?

Nach Moser Opitz (in Fritz und Schmidt, 2009) trägt ein ganzes „Bündel“ von Ursachen zum Entstehen von Schwierigkeiten beim Mathematiklernen bei. Unterschieden wird dabei zwischen individuellen Voraussetzungen der Kinder und Jugendlichen sowie unterrichtlichen Variablen. Bezüglich der Erfassung und Förderung von Schülerinnen und Schülern mit mathematischen Lernschwierigkeiten finden sich in der Literatur viele Hinweise und Anregungen zur Unterstützung. Ich frage mich: Welche fließen in den Mathematikunterricht der Primarschule ein?



Mehrere Autorinnen und Autoren (vgl. zusammenfassend Moser Opitz 2007, S. 32 ff.) weisen darauf hin, dass Schwierigkeiten beim Mathematiklernen auch durch die Art und Weise, wie Mathematikunterricht erteilt wird, mitbestimmt sind. Wenn im Mathematikunterricht einseitig das Auswendiglernen von nicht verstandenen Algorithmen oder der Abruf von Faktenwissen betont werden, erschwert das den Aufbau von Einsicht und Verständnis und bereitet auch nicht unbedingt auf Anforderungen vor, die im Berufsalltag gestellt werden. (vgl. z.B. Flegel und Schroeder, 2006).

(Moser Opitz in Fritz und Schmidt, 2009, S. 31f.)

Im Gegensatz zu den individuellen Voraussetzungen und den von der Gesellschaft vorgegebenen Schulstrukturen bestehen beim Unterricht Einflussmöglichkeiten. Als SHP werde ich regelmässig zu Unterrichtsbeobachtungen aufgebeten und von Lehrpersonen gefragt: „Wie kann ich und wie soll ich Mathematik unterrichten?“. Dies hat mein Interesse an unterstützender Didaktik geweckt. und mich bewogen, diesen Aspekt im Rahmen der Masterarbeit zu untersuchen.

## **2.4 Forschungsinteresse**

In der Fachliteratur haben die Autorinnen zwar viel Material darüber gefunden, wie die Kinder denken, aber bis anhin relativ wenig über die Denkwege der Lehrpersonen. Diese stehen deshalb im Zentrum unseres Forschungsinteresses.

Um die Denkwege der Lehrpersonen zu erkunden, wollen wir Angaben sammeln zum Hintergrundwissen der Lehrpersonen und zu ihrer Unterrichtsplanung und –vorbereitung. Um das Praxisfeld gleich von Beginn weg miteinzubeziehen, soll ein Workshop mit interessierten Lehrpersonen durchgeführt werden. An diesem Workshop werden die Lehrpersonen in einer kooperativen Arbeitsform gemeinsam Merkmale einer gelungenen Einführung in die Subtraktion diskutieren und eine konkrete Lektion für ihre eigene Schulstufe exemplarisch entwerfen. Diese Entwürfe sollen auf Plakaten festgehalten und die Diskussionsrunde der Lehrpersonen mit einer Tonbandaufnahme dokumentiert werden.

Vertiefend werden die teilnehmenden Lehrpersonen nach dem Workshop mit einem Fragebogen zu den verwendeten Lehrmitteln und ihrer Vorbereitung und Durchführung des Mathematikunterrichts befragt. Zudem werden von uns konkrete Lektionsvorbereitungen zur Einführung der Subtraktion analysiert und ausgewertet.

### 3. Theoretischer Bezugsrahmen

In diesem Teil werden wir ausführlich darlegen, auf welche didaktischen Theorien wir unser Forschungsprojekt abstützen und welche Anforderungen an die Kompetenzen der Lehrpersonen die Vermittlung der Mathematik und der Subtraktion im Speziellen stellt. Fördernder Mathematikunterricht erfordert umfassende fachliche und fachdidaktische Kompetenzen der Lehrpersonen. Im Kapitel 3.2.1 werden wir deshalb klären, welche inhaltlichen Anforderungen die Subtraktion an die Schülerinnen und Schüler stellt und über welches Fachwissen zur Subtraktion die Lehrpersonen selber verfügen müssen (content knowledge). Im Kapitel 3.2.2 werden wir aufzeigen, was für die Schülerinnen und Schüler bei der Subtraktion schwierig sein könnte (pedagogical content knowledge) und in Kapitel 3.3 werden wir herausarbeiten auf welche aktuellen didaktischen Prinzipien sich Lehrpersonen im Mathematikunterricht abstützen können.

Wir möchten mit diesen Ausführungen die Grundlagen schaffen, um die Theorie mit der Praxis zu vergleichen. Allfällige Diskrepanzen sollen zu einer fruchtbaren Wechselwirkung führen, denn „Fortschritt in der Didaktik lebt davon, dass Diskrepanzen zwischen Theorie und Praxis besonders herausgearbeitet werden, damit man von der Theorie aus die Praxis und umgekehrt von der Praxis aus die Theorie kritisieren und weiterentwickeln kann.“ (Wittmann, 2009, S. 8)

#### 3.1 Mathematisches Lernen

Ginsburg (1997) in Moser Opitz (2007) beschreibt ein „Verständnis von mathematischem Lernen, welches davon ausgeht, dass Kinder Mathematik lernen, indem sie mathematischen Inhalten begegnen und sich aktiv mit diesen auseinandersetzen. Das zentrale Problem im Mathematikunterricht sieht er darin, dass Lernen häufig in einer ganz anderen Art und Weise geschieht: in der Form von Vermittlung, Auswendiglernen und Drill.“ (Ginsburg, 1997, in Moser Opitz 2007, S. 32).

Werner (1999) in Moser Opitz (2007) fordert, dass im Umgang mit mathematischen Lernschwierigkeiten stärker die Momente der kognitiven Entwicklung des einzelnen Kindes im Interaktions- und Kommunikationsfeld Mathematikunterricht berücksichtigt werden müsste. Dieses Kommunikationsfeld „Mathematikunterricht“ beschreibt Werner (1999) in drei Bereichen:

„Die *objektive Sachstruktur* umfasst die Sache der Mathematik mit Sachanalyse (z.B. Operationsverständnis, Zahlbegriff usw.), die Bedeutung der Mathematik und die Analyse jeder mathematischen Aufgabenstellung.

In die *interaktive Vermittlungsstruktur* gehen Aspekte wie Unterrichtsklima, didaktische Aufbereitung, gewählte Veranschaulichungsmittel, Mathematiklehrgang usw. ein.

Die *subjektive Aneignungsstruktur* betrifft Lernvoraussetzungen der Schülerinnen und Schüler (kognitiver Entwicklungsstand, individuelle Strategien, Selbstwertgefühl, soziales Umfeld usw.) Mathematische Lernstörungen entwickeln sich, ...aus jahrelangen komplexen Wechselwirkungen zwischen all den Komponenten.“ (Werner, 1999, in Moser Opitz, 2007, S. 33)

Zudem wird oft zu viel Gewicht auf Rechenfähigkeiten gelegt. Moser Opitz beschreibt, dass man oft Schüler antrifft, die offensichtlich sehr viel gerechnet hätten, deren Rechenleistungen aber trotzdem kaum „verwertbar“, d.h. kaum nutzbar zur Lösung von Alltagsproblemen seien. (ebd. S. 36)

### 3.2 Vermittlung der Subtraktion im Speziellen

Mit Vermittlung meinen wir die geplante, didaktisierte Durchführung praktikabler Kurse für das Lernen im Bereich Mathematik, einschliesslich der Überlegungen zur Stoffauswahl und der erforderlichen Lernschritte zur Zielerreichung. (vgl. Wittmann, 2009, S. 1)

Im neuen Zürcher Mathematik-Lehrmittel (2010) wird mit den Kindern im Bereich *Erfahrungen sammeln* mit *Vorher-Nachher-Geschichten* gearbeitet. *Vorher-Nachher-Geschichten* eignen sich für das Dazutun wie auch für das Wegnehmen. Fürs Wegnehmen könnten Geschichten so lauten:

Im Zoo waren zuerst alle 6 Raubtiere im Aussengehege. 3 Raubtiere gingen zurück ins Raubtierhaus. Wie viele Raubtiere sind nachher noch draussen?

Im Hort sind zuerst 12 Kinder. 4 Kinder gehen um 5 Uhr nach Hause. Wie viele Kinder sind nachher noch im Hort?

In der Turnhalle sind zuerst 20 Kinder. 10 Kinder gehen bereits in die Garderobe. Wie viele Kinder sind nachher noch in der Turnhalle?

Auf dem Tisch liegen 8 Gegenstände. Während die Kinder die Augen schliessen, entfernt die Lehrerin einige Gegenstände. Nachher sind noch 5 Gegenstände zu sehen. Wie viele hat die Lehrerin entfernt?

Nach Gaidoschik ist ein klares Vorher-Nachher-Denken wichtig fürs erste Verständnis der Subtraktion. Das Denken und Sprechen in und von zeitlichen Abläufen muss deshalb von der Lehrperson gezielt gefördert und gefordert werden. (vgl. Gaidoschik, 2007. S. 75 und 76)

Im Themenheft *Plus und Minus* wird die Minusfunktion mit einem Kegelspiel eingeführt. Es werden zum Beispiel 9 Spielfiguren aufgestellt und eine kleine Kugel geschoben. Wie viele Kegel fallen um? Wie viele bleiben stehen? Welche Rechnung passt hier dazu?

In einem nächsten Schritt wird mit einer Punktedarstellung am 20er Feld gearbeitet und für jede Darstellung die zugehörige Rechnung dazu geschrieben. Die Minusfunktion kann ebenfalls als Unterschied zwischen zwei Mengen bearbeitet werden (vgl. *Mathematik 1*, 2010, Neues Zürcher Mathematik Lehrmittel, S. 8-13)

Im Zahlenbuch 1 fällt auf, dass viele Vorübungen und Vorarbeiten durchgeführt werden, bevor von der eigentlichen Subtraktion als Operation die Rede ist. Diese Vorarbeiten beinhalten Übungen zur visuellen Erfassung einer Anzahl, zur strukturierten Darstellung einer Anzahl und zum Verständnis einer subtraktiven Handlung in einer Alltagssituation.

### 3.2.1 Inhaltliche Anforderungen der Subtraktion

Bei der Subtraktion geht es grundsätzlich um *abziehen* oder um *ergänzen*. Im Anfangsunterricht spielen Zählstrategien eine grosse Rolle.

Das *Abziehen* wird durch Rückwärtszählen gelöst. Die Schwierigkeit ist, dass Kindern dabei oft Fehler unterlaufen, weil sie nicht genau wissen, ob sie die Anfangszahl mitzählen müssen und wann sie mit zählen aufhören müssen. Beispiel: Zähle von 9 drei Einerschritte rückwärts! Kinder fragen dann oft: Muss ich jetzt die 9 auch noch nennen? 9,8,7, dann kommt das Kind auf 7.

Das Zählen mit Material ist häufig einfacher: Die Kinder zählen die Ausgangsmenge, zählen davon den abzuziehenden Teil aus, nehmen diese Anzahl weg und zählen wiederum den verbleibenden Rest.

*Ergänzen* wird durch Vorwärtszählen gelöst. Wenn ich 3 Bonbons habe, wie viele muss ich noch dazu tun, um 5 Bonbons zu erhalten? Hier kann das Kind in Einerschritten vorwärts zählen: noch 1 dann habe ich 6, noch eines dann habe ich 7: ich muss also 2 Bonbons ergänzen.

Oft hängt von den gegebenen Zahlen ab, ob das Abziehen oder das Ergänzen sinnvoller ist. Beispiel: Bei 41-3 ist das Abziehen, bei 41-38 dagegen das Ergänzen sinnvoll.

Als Ziel der Vermittlung wird eine Ablösung vom zählenden Subtrahieren angestrebt. Dazu muss das Kind in einer ersten Phase einige einfache Zahlensätze bis 10 auswendig können. Zahlensätze sind laut Lorenz (2002) Grundaufgaben, die sich das Kind als Zahlenkombination (Zahlensatz) auswendig merken muss. Beispiele für Zahlensätze sind alle Zahlenpaare, die 10 ergeben. Also:  $0+10$ ,  $1+9$ ,  $2+8$ ,  $3+7$ ,  $4+6$ ,  $5+5$  und die Umkehrungen davon. Oder alle Zahlenpaare, die 8 ergeben usw. Sobald dies der Fall ist, können bei „grösseren“ Subtraktionsaufgaben mehr und mehr Rechenstrategien entdeckt werden: Diese Rechenstrategien sind Ableitungsstrategien: Die Aufgabe wird auf eine bekannte Grundaufgabe zurückgeführt und die Lösung davon abgeleitet:

Beispiel: Aufgabe  $4+5 \rightarrow$  bekannte Aufgabe:  $4+4=8$ , also ist  $4+5=9$  ( $8+1$ )

Hilfreiche Rechenstrategien sind:

Analogieaufgaben: Wenn  $7-3=4 \rightarrow$  dann  $17-3=14$

Nachbaraufgaben:  $17-8=?$  Wenn ich weiss  $18-8=10 \rightarrow$  dann  $17-8=9$

Halbierungsaufgaben: Aufgabe  $11-6$  Ich kenne 6 als die Hälfte von 12  $\rightarrow$  also ist  $11-6=5$

Schrittweises Rechnen: Aufgabe  $14-6$  Ich kenne die Zahlensätze von 6 ( $4+2$ ) und kann deshalb die Aufgabe in zwei Schritten lösen:  $\rightarrow 14-4=10$   $10-2=8$

Umkehraufgaben: Aufgabe  $17-9$  Ich kenne die Additionsaufgabe  $9+8=17 \rightarrow$  also ist  $17-9=8$

(Vgl. Padberg 2011, S. 109 – 117)

Im Zahlenraum bis 20 sind Ableitungsstrategien kognitiv entlastend. Das Arbeitsgedächtnis wird im Vergleich zum schrittweisen Kopfrechnen entlastet, da sich das Kind weniger Zwischenschritte speichern muss.

Im Zahlenraum bis 100 ist das *schrittweise Subtrahieren* hingegen die sicherste Methode. Bei der Subtraktion von zweistelligen Zahlen werden *schrittweises Rechnen* und *stellenweises Rechnen* unterschieden.

Beispiel für eine schrittweise Subtraktion:  $57 - 23$

$$57 - 20 = 37$$

$$37 - 3 = \underline{34}$$

Beispiel für eine stellenweise Subtraktion:  $\underline{57 - 23}$

$$50 - 20 = 30$$

$$7 - 3 = \underline{4}$$

$$\underline{34}$$

Das stellenweise Rechnen (Zehner und Einer getrennt) funktioniert problemlos bei der Addition und bei der Subtraktion, wenn kein Zehnerübergang erforderlich ist. Umfangreiche Untersuchungen von Benz (2005) in Padberg (2011) haben gezeigt, dass bei der Subtraktion schrittweises Rechnen generell weniger fehleranfällig ist als stellenweises Rechnen. (vgl. Padberg, 2011, S. 122-124)

Bei der schriftlichen Subtraktion, die in der 4. Klasse eingeführt wird, entscheidet man wieder zwischen *abziehen* oder *ergänzen* in der Vorgehensweise. Zusätzlich gibt es verschiedene Zugangswege für den Umgang mit erforderlichen Überträgen. Padberg (2011) schildert ausführlich drei Möglichkeiten: **Abziehen mit Entbündeln**, **Ergänzen mit Erweitern** und **Auffüllen**. Studien in Deutschland zeigen, dass **Abziehen kombiniert mit Entbündeln** den anderen Techniken haushoch überlegen ist (vgl. Padberg 2011, S. 251). Dieser Algorithmus scheint durchwegs am besten verstanden zu werden. Im bisherigen Zürcher Lehrmittel 4 wird nach der Technik **Ergänzen mit Erweitern** gearbeitet. Für Lehrpersonen wäre es wohl wichtig, mehrere Zugangswege fundiert zu kennen, um Kindern mit Schwierigkeiten passend weiterzuhelfen.

Padberg zeigt zu jedem Zugangsweg aufs Genaueste die richtige Sprechweise auf und verweist auf die naheliegende Möglichkeit der Rechenkontrolle. („Die Probe machen“.) (vgl. Padberg, 2011, S. 262)

Ebenfalls plädiert Padberg dafür, die Schüler zu Flexibilität beim Rechnen zu motivieren. Anhand einiger Aufgaben sollen sie z.B. entscheiden, miteinander diskutieren und begründen, ob sie folgende Aufgaben schriftlich oder im Kopf lösen würden:

$$297 + 503$$

$$486 + 277$$

$$703 - 698$$

$$823 - 564$$

Zudem empfehlen sowohl Gaidoschik (2007) wie auch Padberg (2011), Kinder auch mal unlösbare Aufgaben ausprobieren zu lassen. Z.B.  $11 - 18$  oder  $8345 - 37643$ . Das Verständnis der Subtraktion kann durch diese Aufgaben, die im Bereich der natürlichen Zahlen nicht lösbar sind, getestet und auch vertieft werden.

### 3.2.2 Was ist für die Schülerinnen und Schüler schwierig?

Lehrpersonen brauchen neben dem Fachwissen über die inhaltlichen Anforderungen der Subtraktion auch differenzierte Kenntnisse darüber, was für Kinder bei der Subtraktion schwierig sein könnte und welche Rechenstrategien fehleranfällig und deshalb eher ungünstig sind. Die folgende Auflistung zeigt eine Vielzahl von möglichen Schwierigkeiten beim Erlernen und Lösen von Subtraktionsaufgaben. Die Sammlung beruht auf Erfahrungen der Autorinnen und wird in der Literatur so oder ähnlich auch beschrieben. Sie ist umfangreich aber keineswegs vollständig. Die Schwierigkeiten sind in mehr oder

weniger grossem Umfang bei allen Kindern anzutreffen und es ist auch kein Anspruch an die Lehrperson damit verbunden, sie durchwegs zu vermeiden. Sie gehören zum normalen Lernprozess. Wenn Kinder besonders viele und dauerhaft Fehler machen, kann von einer Schwierigkeit beim mathematischen Lernen gesprochen werden.

In Scherer und Moser Opitz 2010, Padberg 2011, Gaidoschik 2007 und den Heilpädagogischen Kommentaren zum Zahlenbuch 1-6 sind, abgestimmt auf die beschriebenen Schwierigkeiten, zahlreiche Förderempfehlungen konkret ausgeführt. Da die heterogenen mathematischen Leistungen von Schülerinnen und Schülern einen Unterricht erfordern, der sich vermehrt mit individuellen Schwierigkeiten und Problemen befasst, ist es für Lehrpersonen unabdingbar, diese Schwierigkeiten und geeignete Massnahmen zu deren Überwindung zu kennen.

### **Rechnen bis 20:**

- Schülerinnen und Schüler zählen falsch rückwärts.
- Schülerinnen und Schüler verstehen das Teil/Teil/Ganze Konzept nicht. D.h. sie verstehen z.B. nicht dass bei der Rechnung  $5-2$ , die Zahl 2 in 5 enthalten ist. Bei Darstellungen kann das dazu führen, dass die Schüler sowohl die Anzahl 5 als auch die Anzahl 2 bildlich darstellen.
- Über den Zehner (nach unten) zu rechnen fällt ihnen schwer.
- Sie verstehen Zahlbeziehungen nicht und rechnen jede Aufgabe neu:  $17-4$ . ( $7-4$  wäre eigentlich bekannt)
- Sie kennen die Zahlensätze nicht.

### **Rechnen bis und über 100:**

- Unterschiedliche Schreib- und Sprechweise der Zahlen führt zu umgekehrter Notation oder Leseweise der Zehner und Einer.
- Beim Ergänzen (besonders auf 100) bekommen sie immer einen Zehner zu viel.
- Sie wechseln die Rechenrichtung bei  $67 - 29$ . Gute Benutzung der Ableitung von  $67-30$ . Aber dann  $-1$  statt  $+1$ .
- Schwierigkeiten bei der Subtraktion einer zweistelligen Zahl: sie rechnen stellenweise statt schrittweise Bsp:  $62-25$
- Rechnen bis 100 ist eine wichtige Grundlage um mit Fr. und Rp. zu rechnen. Minus Rechnen bis 100 ist wichtig für Berechnungen von Herausgeld. Wichtig für Rechnen mit 100- oder 1000-teiligen Masseinheiten.

### **Gesamter Zahlenraum:**

- Schreiben Rechnungen umgekehrt auf:  $1000-1670$  (Verstehen nicht, dass der Subtrahend ein Teil des Minuenden ist. Verstehen subtraktive Handlung nicht: ich kann nur etwas wegnehmen was vorher da war.)

### **Schriftliches Rechnen:**

- Schülerinnen und Schüler verstehen die Entbündelung nicht.
- Sie machen Übertragsfehler

- Sie haben Schwierigkeiten wenn eine Null vorkommt.
- Sie vergessen, dass man bei den Einern (von rechts) beginnen muss.
- Sie ordnen die Stellenwerte falsch untereinander.

Nach Moser Opitz (in Fritz und Schmidt, 2009) sind umfassende Forschungsergebnisse zu Schwierigkeiten beim Mathematiklernen in der Primarschule vorhanden, für die Sekundarstufe I gibt es nur wenige Aussagen.

Zum einen konnte nachgewiesen werden, dass die Jugendlichen mit schwachen Mathematikleistungen zentrale Elemente der Grundschulmathematik – den sogenannten basalen mathematischen Lernstoff (auch „Basisstoff“ genannt) – nicht oder nur teilweise erworben haben. Zum anderen bestätigte sich, dass auch diese Schülerinnen und Schüler Defizite bei der Strategieverwendung aufweisen. Sie verwendeten auch bei einfachen Kopfrechenaufgaben Abzählstrategien und/oder verwendeten das schriftliche Normalverfahren (fehlerhaft). [...]

Zum anderen konnte nachgewiesen werden, dass bestimmte Bereiche der Grundschulmathematik besonders wichtig sind für den Aufbau von weiterführenden Kompetenzen.

(Moser Opitz in: Fritz und Schmidt, 2009, S.33/34)

Zu den zentralen Konzepten gehört das Zählen in Schritten grösser als 1 (Zweier-, Zehner- und Hunderterschritte). Schwierigkeiten haben Schülerinnen und Schüler bei der Sprechweise der deutschen Zahlwörter und bei den Übergängen über die Zehner, Hunderter und Tausender. Als Beispiel nennt Moser Opitz das Wechseln der Schrittgrösse bei den Übergängen: 195, 197, 199, 1200, 1300, 1400 usw. Übungen zum verbalen Zählen findet man oft nur in den ersten Primarschuljahren.

Schülerinnen und Schüler mit schwachen Mathematikleistungen haben zudem oft wenig Einsicht in die Beziehung Teil–Teil–Ganzes. Dabei geht es um die Zerlegung einer Anzahl in Teilmengen und die Nutzung dieser Einsicht für das Verständnis der Grundoperationen ( $1000 - 1670 = 430$ ).

Schwierigkeiten beim Mathematisieren, beim Verbinden von Mathematik und Situationen in der Wirklichkeit, sind zumindest teilweise auf unterrichtliche Aspekte zurückzuführen.

Wenn im Unterricht kaum Gewicht auf das Lösen von Problemen gelegt wurde, fehlen den Schülerinnen und Schülern oft Strategien zum Bearbeiten von Sachaufgaben.

Jugendliche mit Schwierigkeiten beim Mathematiklernen sind oft zählende Rechner und haben bis in die Sekundarschule keine Abruf- oder Ableitungsstrategien entwickelt, weil das Operationsverständnis fehlt oder im Unterricht nicht darauf geachtet wurde (vgl. Moser Opitz in Fritz und Schmidt, 2009 S. 39).

Zentral bei der Förderung von Schülerinnen und Schülern der Sekundarstufe sind das konzeptuelle Verständnis des Basisstoffs und das Problemlösen. Moser Opitz verweist auf die Untersuchung von Woodward und Brown:

Hier war eine Vorgehensweise effektiv, die methodisch den Dreischritt „warm up“, begleitete Einführung (mit besonderer Beachtung von Fehlvorstellungen) und eine Vertiefungsphase enthielt. Die Intervention fokussierte inhaltlich den Aufbau von Verständnis, liess individuelle Lernwege zu, war aber methodisch klar strukturiert und demnach von der

Lehrperson gesteuert und begleitet. Gerade hinsichtlich der Förderung von Schülerinnen und Schülern mit Beeinträchtigungen zeigt die Forschung, dass eine solche Begleitung für diese Lernenden besonders wichtig ist (z.B. Hartke 2002).

Zusätzlich muss berücksichtigt werden, dass auch das Fachwissen der Lehrpersonen eine wichtige Rolle zu spielen scheint. Dies muss vor allem in der Ausbildung der Lehrpersonen berücksichtigt werden, indem fachliche und fachdidaktische Inhalte gewichtet werden.

(Moser Opitz in: Fritz und Schmidt, 2009, S.41)

### 3.3 Aspekte der Mathematikdidaktik

*„Wir sind Schüler von heute, die in Schulen von gestern, von Lehrern von vorgestern, mit Methoden aus dem Mittelalter, auf die Probleme von übermorgen, vorbereitet werden.“*

*Autor unbekannt*

#### **Definition Didaktik**

Das Wort „Didaktik“ kommt aus dem Griechischen und kann von „didasko“ „ich lehre, belehre, unterrichte“ abgeleitet werden.

Didaktik ist die wissenschaftliche Reflexion von organisierten Lehr- und Lernprozessen, die Lehre des Unterrichts unter Berücksichtigung der pädagogischen Absichten, Mittel und Ziele (vgl. Duden).

Die Didaktik beschäftigt sich mit der Umsetzung des Lehrens und Lernens und mit der theoretischen Einbettung (vgl. Jank und Meyer, 2002, S. 14). Sie ist Grundlage zur Beschreibung, Erklärung, Durchführung und Bewertung von Lehr-Lern-Situationen. Die Didaktik liefert Modelle zur Planung und Strukturierung von Unterricht.

Nach Stein (in Gasteiger-Klicpera et al., 2008) beschäftigen sich mit der Theorie nicht nur Wissenschaftler sondern auch praktizierende Pädagogen, indem sie eine Analyse und Planung des aktuellen Lehr-Lern-Geschehens betreiben. Speziell die Didaktik der Mathematik lebt von der Wechselwirkung wissenschaftlicher Erkenntnisse und deren Anwendung im Unterricht. Wer Mathematik unterrichtet, bewegt sich ständig zwischen theoretischen Erkenntnissen zum Lehren und Lernen und dem täglichen Geschäft der Unterrichtsgestaltung. (vgl. Leuders, 2011, S.7)

Nach Wittmann (2009) könnte man die Didaktik der Mathematik auch als „Theorie und Praxis des Mathematikunterrichts“ definieren. Die Verbindung Theorie – Praxis ermöglicht ein übergreifendes Verständnis von Unterricht, das dauerhaft ist und flexiblere Lehrstrategien vermittelt. In der Regel harmonisieren Theorie und Praxis nicht ohne weiteres, wie auch der folgende Vierzeiler zeigt:

*„Sag, Freund, was ist denn Theorie?“*

*Wenn's stimmen soll und stimmt doch nie.“*



*„Und was ist Praxis?“*

*„Frag nicht dumm!“*

*Wenn's stimmt und keiner weiss warum.“*

Der Bezug zwischen Theorie und Praxis des Mathematikunterrichts ist ein Problem, das durch die Begleiterscheinungen der gegenwärtigen Reform noch erheblich verschärft wird, aber ganz prinzipiell besteht. Der Theoretiker wird immer dazu neigen, die Schwierigkeiten der Praxis nicht richtig einzuschätzen. Umgekehrt knüpft auch der Praktiker an die Verwendbarkeit der Theorien nur mässige Erwartungen.

(Wittmann, 2009, S. 7)

Was ist die Aufgabe der Didaktik?

Die Didaktik beschreibt,

- Wer (Lehrer – Schüler – Relation)
- von wem (lehrende Person)
- mit wem (Sozialform)
- wann (Zeitpunkt)
- wo (Lernort)
- was (Inhalte)
- wie (Methode)
- womit (Medien)
- wozu (Lernziele)

lernen soll. (Jahnke, 2006, Vorlesung an der Uni Potsdam)

Wittmann bezeichnet die Mathematikdidaktik als Grenzdisziplin zwischen Mathematik, Psychologie, Pädagogik, Gesellschaftswissenschaften und der Praxis des Mathematikunterrichts. (Wittmann, 2009, S. 3)

### **3.3.1 Die zwei Modelle der kritisch-konstruktiven und der lehr-lerntheoretischen Didaktik**

Mathematiklehrkräfte müssen fundierte didaktische Kenntnisse haben, um die oben erwähnten Bereiche hinreichend abzudecken. Sie sollten beispielsweise verschiedene Lösungsmöglichkeiten einer Aufgabe kennen, damit sie die Schülerinnen und Schüler individuell unterstützen und proaktiv handeln können.

Unter einem didaktischen Modell versteht man – in Bezug auf Unterricht – ein erziehungswissenschaftliches Theoriegebäude, ein Denkmodell, das didaktisches Handeln in der Schule auf allgemeiner Ebene modelliert. Ziel ist eine Verbesserung des Unterrichts durch die genaue Analyse der Planung, Abläufe, Merkmale und Strukturen der unterrichtlichen Praxis basierend auf der Theorie. Ein didaktisches Modell wird einer, manchmal auch mehreren wissenschaftlichen Positionen zugeordnet.

Nach Heckmann und Padberg (2008) wurde das heutige Didaktikverständnis von zwei Modellen geprägt:

- Kritisch–konstruktivistische Didaktik nach Klafki
- Lehr–lerntheoretische Didaktik nach Heimann

### **Kritisch–konstruktivistische Didaktik**

„Kritisch“ ist die Position, weil die Didaktik zu bedenken hat, dass die schulische und gesellschaftliche Wirklichkeit das Erreichen ....[von Zielen] in vielfältiger Weise behindert. Sie soll diese Restriktion aber nicht einfach hinnehmen, sondern – gemeinsam mit anderen Instanzen – auf ihre Beseitigung hinwirken.

(Klafki 1985, S. 37f nach Jank und Meyer, 1991, S. 161)

„Konstruktiv“ ist sie, weil sie „...sich nicht mehr damit zufrieden gibt, innerhalb der vorgegebenen institutionellen und curricularen Rahmenbedingungen Vorschläge zur Unterrichtsgestaltung zu formulieren, sondern so etwas wie eine konkrete Utopie ...“ entwirft: Vorgriffe der Theorie, Modellentwürfe für mögliche Praxis, begründete Konzepte für veränderte Praxis, für eine humanere und demokratischere Schule.

(Jank und Meyer, 1991, S. 167)

Die kritisch–konstruktive Didaktik ist eine Weiterentwicklung der bildungstheoretischen Didaktik. Die

Kernpunkte

- Exemplarische Bedeutung
- Gegenwartsbedeutung
- Zukunftsbedeutung
- Thematische Strukturierung
- Zugänglichkeit

wurden ergänzt durch folgende Punkte

- Selbstbestimmungsfähigkeit
- Mitbestimmungsfähigkeit
- Solidaritätsfähigkeit

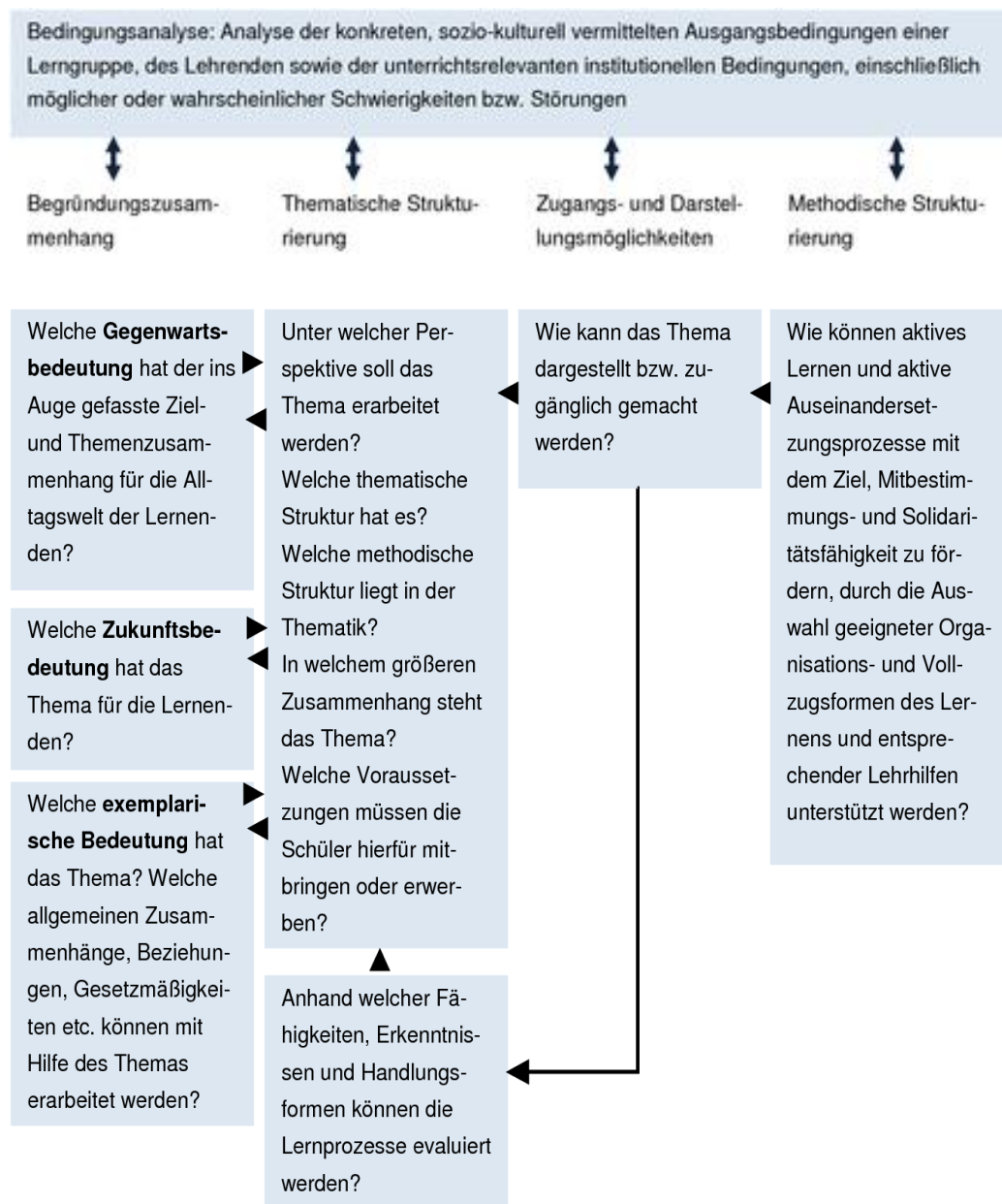
Im Unterricht sollen die Schülerinnen und Schüler Hilfestellungen zur Entwicklung ihrer Selbstbestimmungs– und Solidaritätsfähigkeit erhalten, sie sollen ihr Handeln begründen und reflektieren lernen und mit Unterstützung der Lehrperson sich die Fähigkeit zu eigenständigem Lernen aneignen. Somit muss das Lernen vor allem ein entdeckendes und verstehendes Lernen sein. Reproduzieren und

Wiederholen ist eindeutig nachrangig. Die Lernenden werden als gleichberechtigt mitbestimmende Partner in den Planungsprozess einbezogen.

Unterrichtsinhalte werden nach Schlüsselproblemen ausgewählt. Die Inhalte müssen sich sowohl durch ihre Gegenwarts- und Zukunftsbedeutung als auch durch ihre exemplarische Bedeutung begründen lassen.

Bei allen Planungsphasen des Unterrichts wird auf die sozio-kulturellen Ausgangsbedingungen der Lerngruppe Bezug genommen. (vgl. Jank und Meyer, 2011, S. 228ff)

**Didaktisches Modell als Perspektivenschema nach Klafki (1980)**



(Abb. nach Jank und Meyer, 2002, S. 236)

Zusammengefasst versteht Klafki sein Modell als ein „Problematisierungsraster“, das durch Benennung genereller Kriterien der Unterrichtsplanung begründete konkrete Entscheidungen in praktischen Situationen ermöglicht. Es muss auch jeweils durch fachdidaktische Überlegungen konkretisiert werden. – Schliesslich soll es Lehrende zu flexiblem Unterrichtshandeln befähigen, denn der Massstab für erfolgreichen Unterricht ist nicht „Planerfüllung“, sondern die Ermöglichung produktiver Lernprozesse.

(Gudjons, 1997, S. 242)

### Lehr–lerntheoretische Didaktik

Die lehr–lerntheoretische Didaktik („Hamburger Modell“) ist eine Weiterentwicklung der ursprünglich als „Berliner Modell“ bekannten Fassung. Zentral sind Beobachtung und Planung des Unterrichts. Bei der Planung des Unterrichts wird ein einfaches Raster eingesetzt:

Unterrichtsziele: Intentionen und Themen	Ausgangslage der Lernenden und Lehrenden
Erfolgskontrolle: Selbstkontrolle der Schüler und Lehrer	Vermittlungsvariablen wie Methoden, Medien, schulorganisatorische Hilfen

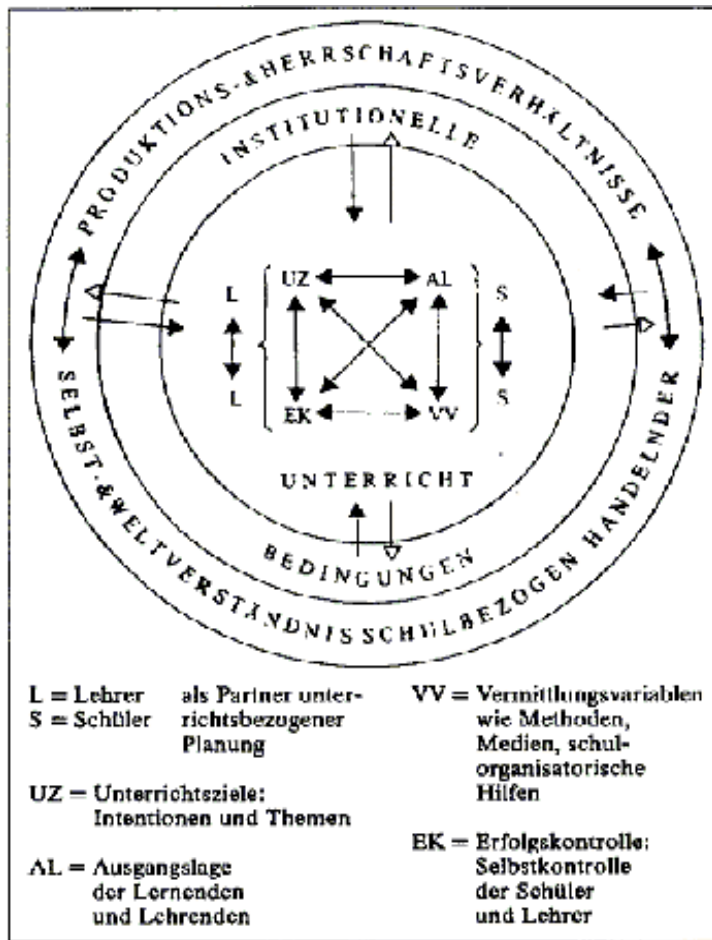
Damit werden die Fragen beantwortet:

- Was soll gelernt / gelehrt werden?
- Wer lernt hier etwas, von wem belehrt?
- Auf welche Weise wird das, was für Menschen mit dieser Ausgangslage als Ziel ermittelt wurde, am besten erreicht – mit welchen Vermittlungsvariablen?
- Wie wird festgestellt, ob der Unterricht erfolgreich war?

Alle vier Bereiche stehen in Wechselwirkung zueinander. Die Verständigung der Probanden, hier Lehrer und Schüler, ist eine zentrale Notwendigkeit.

Auf diese vier Felder wirken Bedingungen:

- Institutionelle Bedingungen (Lehrpläne, Fachkonferenz, Schülerrekrutierung, Unterrichtsorganisation, räumliche und materielle Voraussetzungen, Zusammensetzung der Lerngruppe)
- Gesellschaftliche Rahmenbedingungen (Produktions- und Herrschaftsverhältnisse, Selbst- und Weltverständnis schulbezogen Handelnder) (vgl. Gudjons, 1997, S. 242f)



(Abb. Riedl, 2004)

Didaktische Modelle liefern Raster und Kriterien für die Planung von Unterricht vom Jahresüberblick bis zur Einzellektion. In der Praxis zur Anwendung kommen sie allerdings nur, wenn sie sich auf die Rahmenbedingungen des Schulalltags beziehen. Nach Leuders (2011) vollzieht sich die tatsächliche Unterrichtsplanung pragmatisch und ohne systematischen Bezug auf ein didaktisches Modell.

### 3.3.2 Didaktische Prinzipien nach Leuders und Wittmann

Nach Leuders (2011) wird der Begriff „mathematische Bildung“ immer wieder neu definiert. Anstöße dazu kommen aus der Gesellschaft und fließen über die Bildungspolitik in den Mathematikunterricht ein. Die Anforderungen der Gesellschaft sind sehr unterschiedlich:

- Die Förderung mathematischer Bildung für die individuelle Selbstverwirklichung, aber auch für den gesellschaftlichen Zusammenhalt.
- Die mathematische Qualifikation für das Leben in einer zunehmend von Technologie bestimmten Gesellschaft. Dazu gehören insbesondere das Beherrschen elementarer Kulturtechniken aber auch die von der Wirtschaft viel beschworenen Schlüsselqualifikationen, wie die Befähigung zu lebenslangem Lernen.
- Die Qualifizierung und Rekrutierung von qualifizierten Fachkräften für mathematiknahe Berufe und als wissenschaftlicher Nachwuchs.

(Leuders, 2011, S. 12)

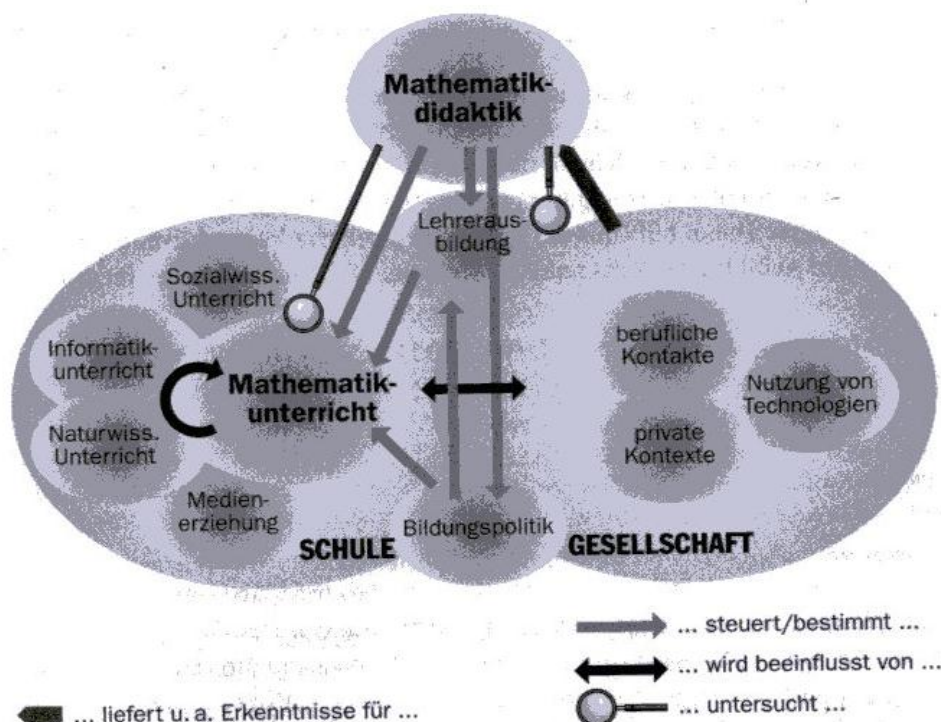


Abb. Leuders (2011) S. 13

Das Schema von Leuders macht deutlich, dass Mathematikunterricht keineswegs isoliert betrachtet werden kann. Verschiedene Teilsysteme steuern, bestimmen oder beeinflussen Mathematikunterricht. Die Definition mathematischer Grundbildung („Mathematical Literacy“) im Rahmen von OECD /PISA lautet:

Mathematische Kompetenz ist die Fähigkeit einer Person, die unterschiedlichen Rollen zu erkennen und zu verstehen, die Mathematik in der Welt spielt, fundierte mathematische Urteile abzugeben und sich auf eine Weise mit der Mathematik zu befassen, die den Anforderungen des Lebens dieser Person als konstruktivem, engagiertem und reflektierendem Bürger entspricht.

(PISA-Kompetenzmessung bei 15-Jährigen, Definition Mathematik)

Um diesen Anforderungen zu entsprechen, braucht es ein Umdenken im Mathematikunterricht. Erfolg versprechend sind Projekte, welche nicht nur theoretisches „Wissen über die Konstruktion von Unterricht“ produzieren, sondern die Praxis von Anfang an einbeziehen (mathe2000<sup>1</sup>, lesson study<sup>2</sup>, IMST-Projekt<sup>3</sup>) (vgl. Leuders, 2011, S 13).

Das System „Mathematikunterricht“ stellt Leuders so dar:

Teilsystem	Sichtweise auf mathematisches Wissen	Umgang mit mathematischem Wissen
<b>Mathematik</b>	Mathematik als System und Erkenntnisweise	Erforschung von mathematischen Begriffen und Beziehungen
<b>Lehrende</b>	Genese mathematischen Wissens im Individuum	Gestaltung einer mathematischen Unterrichtskultur
<b>Lernende</b>	Lernen und Verstehen von Mathematik	Individuelle, subjektive Deutungen von Mathematik
<b>Gesellschaft</b>	funktionale mathematische Bildung + Expertenbildung	Nutzen von Mathematik, Mathematik als Teil der Kultur

(Leuders, 2011, S. 14)

Im Rahmen dieser Masterarbeit interessiert vor allem die Perspektive der Lehrenden. Wie generieren Lehrpersonen mathematisches Wissen, und wie gestalten sie ihren Unterricht?

<sup>1</sup> mathe2000: Projekt „Lernumgebungen für Rechenschwache bis Hochbegabte: Natürliche Differenzierung im Mathematikunterricht“, ein Lösungsansatz, der es ermöglicht, die Probleme beider Extremgruppen besser anzugehen und sie *innerhalb des Klassenunterrichts* – das heisst *integrativ* zu lösen. Federführend bei diesem Projekt sind die Professoren Wittmann und Müller an der Universität Dortmund. Veröffentlicht wurden zwei Handbücher produktiver Rechenübungen und als Schulbuch das Zahlenbuch. In der Schweiz besteht mit *mathe-projekt* ein Anschlussprojekt an *mathe2000*, in dem zu den zentralen Themenkreisen der Primarschulmathematik Lernumgebungen weiterentwickelt und gezielt erprobt werden. Vgl. [www.mathe-projekt.ch](http://www.mathe-projekt.ch)

<sup>2</sup> Lesson Study (Jugyou Kenyuu) ist eine kooperative Form der schulinternen Weiterbildung von Lehrpersonen in Japan. Die dient in erster Linie der Verbesserung von Unterrichtsqualität, bietet den Lehrpersonen aber auch die Möglichkeit, ihre beruflichen Kompetenzen in Kooperation mit Kollegen zu entwickeln. Gewöhnlich gestaltet sich die Lesson Study entlang von fünf Schritten:

- Zielsetzung gemäss schulbezogener Bedürfnisse
- Kooperative Planung der Studienlektionen
- Präsentation einer Studienlektion
- Diskussion der Studienlektion
- Konsolidierung der Ergebnisse

Das Plus der Lesson Studies ist ihr Beitrag zur Professionalisierung der Lehrpersonen durch umfassende Reflexion des pädagogischen Handelns. Es kann allerdings nur dann zum Tragen kommen, wenn die Lehrpersonen ähnliche Vorstellungen und Ziele haben und gleichberechtigt und kooperativ zusammenarbeiten. Vgl. Beiträge zur Lehrerbildung 23 (3), 2005. [www.bzl-online.ch](http://www.bzl-online.ch)

<sup>3</sup> IMST (Innovationen Machen Schulen Top!) (Vorläufer TIMMS) ist ein österreichisches Projekt, welches die Stärkung des Unterrichts in den Fächern Mathematik, Informatik, Naturwissenschaften, Deutsch und Technik verfolgt. Der Unterricht soll verbessert werden durch die Förderung anspruchsvoller Fähigkeiten und durch die Förderung der Selbständigkeit der Schülerinnen und Schüler, durch professionelle Weiterentwicklung der Lehrpersonen (vor allem durch die Reflexion der eigenen Praxis und durch Vernetzung mit Kolleginnen und Kollegen sowie mit Unterstützung von praxisinteressierten Wissenschaftler und Wissenschaftlerinnen) sowie durch eine Stärkung der Fachdidaktik. Das Bildungssystem soll sich in Richtung eines „lernenden Systems“ weiterentwickeln. IMST fördert Unterrichts- und Schulprojekte, betreut und begleitet durch Wissenschaftler und Wissenschaftlerinnen in enger Zusammenarbeit mit Lehrpersonen aus der Praxis, und den Aufbau von regionalen Netzwerken zur Verbreitung der Projekte. Vgl. [www.imst.ac.at](http://www.imst.ac.at)

Leuders arbeitet mit einem Ordnungsprinzip für die Mathematikdidaktik, das die Prozesse des Lehrens und Lernens im Fokus hat:

- Mathematik kommunizieren
- Mathematik betreiben
- Mathematikunterricht gestalten
- Mathematikunterricht auswerten

Kinder sind neugierig. In einem gewissen Alter wird die Frage nach dem „Warum?“ geradezu exzessiv gestellt. Kinder entdecken so Zusammenhänge und Beziehungen. Neugier ist der Antrieb des Lernens. Manche Menschen wollen bis ins hohe Alter hinter die Dinge blicken, andere stumpfen mit der Zeit ab.

Die Fähigkeit und der Wille zum lebenslangen Lernen sind Schlüsselkompetenzen. Es ist deshalb Aufgabe des Unterrichts, die Warum-Frage wach zu halten und zu pflegen. Wissen, welches durch diese intensive Frage-Stellung erlangt wird, hat sich logisch und schlüssig entwickelt und ist sicher verankert.

Wenn der Mathematikunterricht das Argumentieren pflegt, trägt er nicht nur dazu bei, mathematisches Wissen sicher zu verankern; er trägt auch auf fachspezifische Weise zu einer Haltung bei, die gedankliche Klarheit und kritische Rationalität als Werte empfindet und pflegt.

(Hefendehl – Hebecker / Hussman in Leuders, 2011, S. 95)

Der kindliche Wissens- und Forschungsdrang soll gefördert werden. Die Lehrperson kann das Zusammenspiel von logisch-rationalem und unsystematisch-experimentierfreudigem Denken gezielt unterstützen. Um die Warum-Frage in den Unterricht einzubauen, braucht es eine Problemstellung, an die sich die Schülerinnen und Schüler auf individuellen Wegen unterschiedlich schnell herantasten und eine Erkenntnis durch Argumentieren und Beweisen untermauern.

Freudenthal (nach Hefendehl – Hebecker in: Leuders, 2011 S. 110/111) beschreibt ein Stufenmodell für Mathematikunterricht:

- Stufe 0: Sammeln von praktischen Erfahrungen (prämathematische Stufe, Einüben von Grundrechenarten)  
*Beispiel: Vorher-Nachher-Geschichten:*  
In der Turnhalle sind zuerst 20 Kinder. 10 Kinder gehen bereits in die Garderobe. Wie viele Kinder sind nachher noch in der Turnhalle?  
Es gibt nur eine Lösung, Training von Fertigkeiten
- Stufe 1: Gedankliches Ordnen der mathematischen Erfahrungen (erstes theoretisches Wissen)  
*Beispiel: Einfache Schlussfolgerungen*



Mein Vater kann einen Ball 45 Meter weit werfen. Das sind 23 Meter weiter, als ich es kann.  
Eine solche Aufgabe erfordert einen Gedankenschritt. Vom Ergebnis her wird der Ausgangspunkt der Aufgabe gesucht.

- Stufe 2: Lokales Ordnen des theoretischen Wissens  
*Beispiel: Komplexe Schlussfolgerungen – Logikaufgaben – überladene Textaufgaben – Rätselaufgaben*  
Im Hort sind zuerst 12 Kinder. Den ganzen Nachmittag spielen sie draussen. 5 Kinder sind im Sandkasten, 7 auf der Rutsche. 4 Kinder gehen um 5 Uhr nach Hause. Wie viele Kinder sind nachher noch im Hort?  
Die Informationen müssen selektiert werden.
- Stufe 3: Systematisieren des theoretischen Wissens  
*Beispiel: Kreieren eigener Aufgaben*
- Stufe 4: Globales Ordnen des theoretischen Wissens  
*Beispiel: „Kapitänsaufgaben“*

(vgl. Hefendehl – Hebecker / Hussman in Leuders, 2011, S. 111)

Diese Stufen greifen ineinander. Werden im Unterricht Stufen übersprungen oder vertauscht, wird das Wissen nicht verankert, und es entstehen Lücken.

Mathematik kommunizieren und Mathematik betreiben heisst auch, einen Sachverhalt klar und eindeutig beschreiben können. In den Schulbüchern werden mathematische Fachwörter verwendet, welche zwar im Wortschatz der Kinder verankert sind, aber nicht in der mathematischen Bedeutung (Bruch, Winkel). Andere Fachwörter und Definitionen müssen als Mathematiksprache gelernt werden (Summand, addieren). Einige Begriffe werden zwar verstanden, aber nicht im mathematischen Kontext sondern in der „realen“ Welt (gerade, ungerade). Zudem gibt es Fachbegriffe, welche innerhalb der Mathematik verschiedene Bedeutungen haben (Grösse, Differenz). Mit der Verwendung von Symbolen werden zwar mathematische Ausdrücke als solche erkannt, die verpackten Informationen sind jedoch sehr kompakt und müssen von den Schülerinnen und Schülern übersetzt werden. Die Lehrperson muss sich deshalb vergewissern, dass die Schülerinnen und Schüler die Bedeutung der verwendeten Begriffe und Symbole auch verstehen (vgl. Hussmann in: Leuders, 2011, S. 68ff.)

Leuders (2011, S. 265f) sieht die Schulmathematik weniger als fachlich organisiertes System von Inhalten (Algebra, Geometrie), sondern als dynamischen „Prozess des Mathematikbetreibens“. Dabei steht statt der Summe des zu lernenden Stoffes der beim Lernen ablaufende mathematische Prozess im Mittelpunkt. Dies ist gleichzeitig auch eine Kritik am fragend-entwickelnden Unterricht. Beim prozessorientierten Mathematikunterricht beschreibt Leuders (2011, S. 272) vier Kontexte:

- Erfinden und Entdecken
- Prüfen und Beweisen
- Überzeugen und Darstellen
- Vernetzen und Anwenden

Jeder Prozesskontext dauert ganz unterschiedlich lang. Es gibt keine starre Abfolge. Zentral ist die Transparenz der Anforderungen. Es herrscht Klarheit, in welchem Kontext sich die Schülerinnen und Schüler befinden und welche Handlungen gefragt sind oder welche Produkte geliefert werden sollen. Das übliche Auswertungsverfahren des Mathematikunterrichts ist eine mündliche oder schriftliche Lernkontrolle mit dem Ziel, eine Note zu vergeben und damit die Leistungen zu vergleichen und die Weichen für die weitere Laufbahn zu stellen. Die Übersicht von Leuders (2011, S. 294f) zeigt die verschiedenen Dimensionen von Unterrichtsauswertung:

Wer oder was wird ausgewertet?	Personen, Gruppen, Prozesse Systeme
Wer führt die Auswertung durch?	„Selbst“, Beteiligte, Aussenstehende
Womit wird ausgewertet (Instrumente, Vorgehen)?	Beobachtung, Befragung
Wann wird ausgewertet?	formativ, summativ
Wozu wird ausgewertet?	Diagnose, Selektion, Bericht, Normierung
Wem nützt die Auswertung?	Lehrperson / Unterricht, SchülerIn, Eltern

(vgl. Leuders, 2011, S.294/295)

Wittmann (2009, S. 156ff) beschreibt die Unterrichtsplanung auf systematischer Basis. Ein erfolgreicher Mathematikunterricht erfordert eine lang-, mittel- und kurzfristige Planung. In die langfristige Planung fliessen die didaktischen Prinzipien der Orientierung an Grundideen, des spiralförmigen Aufbaus und der Verankerung von Wissen ein. Interaktion und aktives Lernen werden kurzfristig fixiert, und das Integrationsprinzip verbindet die einzelnen Unterrichtseinheiten.

Wittmann schlägt vor, die Unterrichtsplanung in drei Etappen zu realisieren:

- Intuitive Vorarbeit
- Systematische Herstellung einer Entscheidungsbasis (Didaktische Analyse)
  - Mathematische Analyse des Lehrmittels
  - Bezüge des Inhalts zu aussermathematischen Bereichen (Beziehungshaltigkeit)
  - Psychologische Analyse der Lernvoraussetzungen (Prinzip des aktiven Lernens)
  - Hilfsmittel (Medien) für das Lernen
  - Curriculare Rahmenbedingungen und augenblicklicher Stand des Unterrichts
  - Genetische Erschliessung des Lerninhalts unter Berücksichtigung allgemeiner Lernziele
  - Überprüfung des Lernfortschritts und der Lernergebnisse
- Unterrichtsvorlage

(vgl. Wittmann, 2009, S. 157ff)

Bezogen auf eine einzelne Sequenz ergeben sich drei Phasen:

Die Beschäftigung mit dem *Thema in Gang bringen* (Vorkenntnisse auffrischen, Thema vorstellen)

Die Beschäftigung mit dem *Thema in Gang halten* (günstige Bedingungen für Lernfortschritte schaffen, Coaching)

*Zu einem Abschluss kommen* (Ergebnisse austauschen, schriftlich festhalten)

Eine solche Unterrichtsplanung kann sehr aufwändig sein. Wittmann weist im Zuge der alltäglichen Erfordernisse auf die Notwendigkeit hin, Unterricht auch auf Grund knapper Entwürfe zu realisieren.

Wie weit man diese verfeinernde, didaktische Analyse im konkreten Fall treibt, hängt von dem jeweiligen Thema, der eigenen Vertrautheit mit dem Thema, den verfügbaren Hilfsmitteln, der unterrichtlichen Erfahrung und nicht zuletzt von der verfügbaren Zeit ab. Angehende Lehrer müssen daher lernen, nicht nur im vollen Geklirr der didaktischen Rüstung, sondern auch mit knappen Unterrichtsskizzen anzutreten.

(Wittmann, 2009, S.158)

### 3.3.3 Unser Fazit

Sowohl der kritisch-konstruktive wie auch der lehr-lerntheoretische Analyseansatz betonen die Vorbereitungsphase des Unterrichts. Leuders und Wittmann beziehen die Unterrichtspraxis gleichwertig mit ein. Meyer (in Jank und Meyer, 2002, S. 36) spricht von „Feiertagsdidaktik“ dort, wo die didaktischen Modelle weit weg vom Praxisalltag der Lehrerinnen und Lehrer sind. Wir meinen, allgemeindidaktische Modelle wie die kritisch-konstruktive und die lehr-lerntheoretische Didaktik liefern eine solide Basis, auf der eine individuelle pragmatische Unterrichtsplanung aufgebaut werden kann. Gemäss unserer Erkenntnis fliessen die Postulate dieser Theorien ins HfH-Unterrichtmodell ein. (vgl. Kapitel 4.1)

Systematische Unterrichtsplanung ist nach unserer Erfahrung nicht einengend, sondern entlastend und zeitsparend. Je mehr Praxiserfahrung eine Lehrperson aufweist, desto eher nutzt sie dieses Wissen als Rezept für die Unterrichtsplanung. Das didaktische Wissen hilft nach unserer Meinung vor allem, den eigenen Unterricht rationell vorzubereiten, ihn variantenreicher zu gestalten und gezielt zu reflektieren. Wir schliessen uns Leuders an: „Die tatsächliche Unterrichtsplanung vollzieht sich pragmatisch und, was die Wahl der theoretischen Hintergründe angeht, wohl auch in hohem Masse eklektisch<sup>4</sup>.“ (Leuders, 2011, S. 263)

## 3.4 Elemente eines fördernden Unterrichts

### 3.4.1 Differenzierung

Die anspruchsvolle Aufgabe, Schülerinnen und Schüler auf unterschiedlichen Leistungsniveaus zu fördern, kann mit verschiedenen Formen der Differenzierung ermöglicht werden.

---

<sup>4</sup> eklektisch im Sinne von *auswählend*

In der Fachliteratur wird zwischen äusserer und innerer Differenzierung unterschieden. Als äussere Differenzierung werden organisatorische Massnahmen zur Herstellung möglichst homogener Leistungsgruppen verstanden. Dies können sein: Niveaugruppen, Kleinklassen, Jahrgangsklassen oder Einteilung in verschiedene Schultypen. Der Unterricht ist in der Folge häufig zugeschnitten auf „einen Durchschnittsschüler“. (vgl. Scherer und Moser Opitz, 2010, S. 49)

Von innerer Differenzierung spricht man, wenn Lernstoff so aufbereitet wird, dass innerhalb einer Klasse oder Lerngruppe an differenzierten und individualisierten Lernzielen gearbeitet werden kann. Die Umsetzung geschieht häufig in offenen Unterrichtsformen wie Wochenplanarbeit, Werkstattunterricht und Projektarbeit. (vgl. Scherer und Moser Opitz, 2010, S. 51)

Wittmann hat das Konzept der „natürlichen Differenzierung“ entwickelt, das sich wesentlich auf die im Fach Mathematik selbst liegende Offenheit stützt und von den Kindern ausgeht. (Vorwort von E. Wittmann in Hengartner, E., et al., 2006, S. 5) Dies bedeutet, dass im Unterschied zu bisherigen Differenzierungsmöglichkeiten, bei denen es sich meist um organisatorische Massnahmen handelt, bei der „natürlichen Differenzierung“ die Art der Aufgabenstellung im Zentrum steht. Die Kinder arbeiten an gemeinsamen offenen Aufgabenstellungen, bei denen sie, je nach Lernstand, von sich aus die Aufgabe differenziert bearbeiten können. Die Differenzierung innerhalb gemeinsamer Aufgaben hebt sich von einer Didaktik der Zusatzprogramme ab. (ebd. S. 13)

Die Forderung, den Unterricht in einer passenden Differenzierung zu gestalten, hat auch eine diagnostische Komponente. Die Lehrperson muss Hinweise auf allfällige Schwierigkeiten ihrer Schülerinnen oder Schüler lesen und interpretieren können, damit sie bei der Planung des Unterrichts darauf reagieren kann.

Gemäss Born und Oehler sind bei einzelnen Kindern immer wieder Schwierigkeiten anzutreffen beim basalen Zahlen- und Mengenverständnis sowie beim numerischen Faktenwissen. Letzteres bezieht sich auf Automatisierungen im Bereich des Einspluseins und des Einmaleins. Aufbauend auf dem numerischen Faktenwissen können arithmetische Prozeduren erworben werden. Diese beziehen sich auf eine Abfolge von hintereinander durchzuführenden Rechenschritten. Dieser Aufbau gelingt nicht, wenn auf der tiefer liegenden Ebene des numerischen Faktenwissens oder beim Zahlen- und Mengenverständnis noch keine Sicherheit erlangt wurde. (vgl. Born, Oehler, 2011, S. 101 ff.)

Die Lehrperson muss diese Schwierigkeiten erkennen, um im Unterricht mit einem entsprechend differenzierten Lernangebot reagieren zu können.

Gemäss Scherer und Moser Opitz eignen sich besonders Massnahmen der inneren Differenzierung. Diese wird oft mit Formen des offenen Unterrichts realisiert, so zum Beispiel mit Wochenplanarbeit. (vgl. Scherer und Moser Opitz, 2010, S. 198). Dabei muss berücksichtigt werden, dass es nicht zu einem einseitigen Einsatz von Planarbeit kommt. Wenn Schülerinnen und Schüler mehrheitlich einzeln arbeiten, fehlt die soziale Auseinandersetzung mit den Lerninhalten. Bearbeitungen von interessanten Problemen im Klassenverband oder Diskussionen über unterschiedliche Vorgehensweisen und Lösungswege finden dann kaum mehr statt. Dies sind wichtige Voraussetzungen für erfolgreiche mathematische Lernprozesse für alle Kinder.

Wenn Wochenplanunterricht einseitig eingesetzt wird und nahezu sämtlicher Lernstoff in Form von Planarbeit vorgelegt wird, kann dies dazu führen, dass die Lerninhalte nicht

erarbeitet und verstanden, sondern nur Aufträge bzw. Arbeitsblätter abgearbeitet werden und dass keine echte Auseinandersetzung mit dem Lerninhalt erfolgt. Scherer/Moser Opitz empfehlen aus diesem Grund eine ausgewogene Balance von individuellen und gemeinsamen Lernphasen.

(Scherer und Moser Opitz, 2010, S. 54)

### 3.4.2 Produktives Üben

In der Theorie wird die Bedeutung von einsichtigen und auf Verständnis basierenden Übungsaktivitäten verdeutlicht. (vgl. Scherer und Moser Opitz, 2010, S. 61)

Verstehen und Einsicht einerseits und Automatisierung andererseits gehören im Rechenlernprozess gleichberechtigt zusammen. (Born und Ohler, 2011, S. 106)

Es gilt also, „Einsicht“ und „Automatisierung“ in ein ausgewogenes Verhältnis zu bringen. Die Wichtigkeit der Automatisierung von Faktenwissen, wird von Born und Ohler betont (ebd, S. 105). Mit Automatisieren ist jedoch nicht das bloße Abspeichern von isolierten Einzelfakten gemeint, sondern das vernetzte Verinnerlichen dieser Inhalte. (vgl. Scherer und Moser Opitz, 2010, S. 61). Gerade für lernschwache Schülerinnen und Schüler stellt dieses, von Scherer und Moser Opitz „produktives Üben“ genannte Vorgehen, einen wichtigen Bestandteil des Mathematikunterrichts dar. Im Sinne einer konstruktiven Aufbauleistung des Individuums haben Winter (1984a; 1987) und Wittmann (1992) in Scherer und Moser Opitz (2010) eine *Theorie des Übens* entwickelt, in der Übung als integraler Bestandteil eines aktiven Lernprozesses gesehen wird. (vgl. Scherer/Moser Opitz, 2010, S. 64). Üben und einsichtsvolles Lernen sind in dieser Sichtweise keine Gegensätze, sondern beides geschieht häufig gleichzeitig. Wenn etwas gelernt wird, beinhaltet dies auch Übung und wenn produktiv geübt wird, werden gleichzeitig Einsichten erweitert. (ebd. S. 65) „Die jeweiligen Aktivitäten sollen zum langfristigen Ziel beitragen, tragfähige Vorstellungen aufzubauen.“ (Scherer und Moser Opitz, 2010, S. 199) Bedeutungsvoll ist dabei der Strukturierungsgrad der Aufgaben, d.h. die Möglichkeit, dass anhand der Aufgaben Zusammenhänge und Beziehungen zwischen den Aufgaben entdeckt werden können. Laut Scherer und Moser Opitz ist bei lernschwachen Schülerinnen und Schülern darauf zu achten, dass sie Übungsaufgaben mit Hilfe geeigneter Anschauungsmittel lösen können. (ebd. S. 199) Dieses produktive Üben kann somit das Gedächtnis entlasten und trägt zum Aufbau von generalisierbaren, beweglichen kognitiven Strukturen bei.

Ein wichtiger Aspekt einer produktiven Übungspraxis ist auch ein produktiver Umgang mit Fehlern.

### 3.4.3 Bedürfnisse von rechenschwachen Kindern

Für Schüler mit Lernschwierigkeiten ist es besonders wichtig, die zentralen Unterrichtsinhalte zu berücksichtigen. Die Lehrpersonen müssen sich insbesondere Klarheit über die Basiskompetenzen oder Schlüsselqualifikationen verschaffen. (Vgl. Scherer und Moser Opitz, 2010, S. 29). Die Heilpädagogischen Kommentare zum Zahlenbuch 1-6 geben hierzu Hilfestellungen.

Die Auswahl der Lerninhalte für die individuelle Förderung der Schülerinnen und Schüler erfordert einerseits diagnostische, andererseits fachliche und fachdidaktische Kompetenzen.

Fachliche und fachdidaktische Kompetenzen der Lehrpersonen sind wichtige Faktoren für den Schulerfolg von Schülerinnen und Schülern. Shulman (1986) in Scherer/Moser Opitz (2010) unterscheidet drei Formen von Fachwissen:

- *Content knowledge* beinhaltet Wissen zu den inhaltlichen Anforderungen des Unterrichtsthemas. Dies schliesst insbesondere die eigene fachliche Durchdringung der Inhalte ein.
- *Pedagogical content knowledge* beinhaltet Wissen darüber, was einen Lerninhalt einfach oder schwierig macht, wie Schülerinnen und Schüler in verschiedenen Alterstufen bestimmte Lerninhalte verstehen bzw. missverstehen können oder Wissen über geeignete Strategien.
- *Curriculum knowledge* beinhaltet die Kenntnis von Lerninhalten und deren Aufbau für die verschiedenen Lernbereiche und verschiedene Schulstufen und die Kenntnis von geeigneten Lernmaterialien. (Scherer und Moser Opitz, 2010, S. 25)

Die fachspezifischen Kenntnisse zu *content knowledge* und *pedagogical content knowledge* sind in Kapitel 3.2.1 und 3.2.2 ausführlich dargestellt. Auf den Bereich *curriculum knowledge* gehen wir im Rahmen dieser Arbeit nicht weiter ein.

Als diagnostisches Instrument schlagen Scherer und Moser Opitz eine Fehleranalyse vor. Die Fehleranalyse ist produkteorientiert und lässt sich unterrichtspraktisch gut realisieren. Hilfreich dafür sind Raster, mit denen Fehler verschiedenen Kategorien zugeteilt werden können: Beispiele für häufige Fehlerkategorien sind:

- **Verständnisfehler bei Operationen** (Subtraktion grundsätzlich nicht verstanden)  
*Beispiel:* Ein Schüler hat den grundsätzlichen Vorgang nicht verstanden, dass bei einer Subtraktion von einem Ganzen ein Teil weggenommen wird.  
*Oder:* Ein Schüler versteht die Subtraktion nur als Abziehen aber nicht als Ergänzung (fehlendes Vorstellungsvermögen).
- **Fehler bei der Automatisierung** (Ergebnis ist immer um 1 zu gross)  
*Beispiel:*  $16-3=14$   
Ergebnisse oder Abläufe können nicht automatisiert werden und es bleibt bei einer fehlerhaften Abzählstrategie, bei der das Kind die Ausgangszahl immer mitzählt.  
*Oder:* Zu den Automatisierungsfehlern gehören auch Verwechslungen, bei denen das Kind an etwas Einfachem „kleben“ bleibt.  
*Beispiel:*  $10-10=20$  (Assoziation = „kleben“ bleiben bei  $10+10=20$ )
- **Verwechslungsfehler** häufig auf Grund auditiver oder visueller Wahrnehmungsprobleme.  
*Beispiel:* auditive Verwechslung von vierzehn und vierzig oder visuelle Verwechslung von 6 und 9.  
(Vgl. Scherer und Moser Opitz, 2010, S. 42f)

### **3.4.4 Unser Fazit**

Zusammenfassend halten wir fest, dass die heterogenen mathematischen Leistungen von Schülerinnen und Schülern einen veränderten Unterricht fordern, der sich vermehrt mit individuellen Schwierigkeiten und Problemen befasst. Die Förderung findet optimalerweise im Rahmen des regulären Unterrichts statt und fordert von den Lehrpersonen vielfältige Kompetenzen auf unterschiedlichen Ebenen. Um einen fördernden Mathematikunterricht zu gestalten, brauchen Lehrpersonen fachliche, fachdidaktische und diagnostische Kompetenzen. Sie müssen zur individuellen Begleitung ihrer Schülerinnen und Schüler Kenntnisse über verschiedene Lösungswege einer Aufgabe haben. Sie müssen zudem die verschiedenen Schritte zum Aufbau von mathematischen Kompetenzen der Schüler kennen, und sie müssen wissen, was für die Lernenden bei einem Stoff schwierig sein könnte. (vgl. Scherer und Moser Opitz, 2010, S. 197/198). Die Schwerpunkte der Unterrichtsgestaltung sind vor allem: Mathematik kommunizieren, Mathematik betreiben und produktives Üben.

## 4. Fragestellung

In unserem Praxisfeld sind wir immer wieder konfrontiert mit Aussagen oder Fragen zur Einführung und zum Verständnis der Subtraktion. Lehrpersonen melden z.B. grosse Schwierigkeiten der Schülerinnen und Schüler in der 2. Klasse, wenn sie ein- oder zweistellige Zahlen im Hunderterraum und über die Zehnergrenze hinweg nach unten wegzählen müssen. Oder in der 4. Klasse haben Schülerinnen und Schüler Probleme beim Ergänzen auf 1000 oder beim schriftlichen Subtrahieren.

Neue Aktualität und neues Gewicht scheinen diese Fragen mit dem Erscheinen des neuen Zürcher Mathematiklehrmittels zu erhalten. Veränderte Vorgehensweisen beim Aufgreifen und Durcharbeiten der Themen Addition und Subtraktion erfordern ein Umdenken der Lehrpersonen in Bezug auf den Aufbau und die Vermittlungstechnik des Lernstoffes. Es ist zu vermuten, dass das neue Lehrbuch mit entsprechendem didaktischen Wissen zu benutzen ist, um einen fruchtbaren Unterricht zu erreichen, da der Fokus von einer in erster Linie lehrerzentrierten Vermittlung weggeht hin zu einer Unterrichtsform, in welcher die Aktivitäten der Schülerinnen und Schüler im Vordergrund stehen und neue Erkenntnisse nicht aus der Lehreroptik entstehen sondern von den Schülern selbst erarbeitet werden.

Unser Projekt dreht sich deshalb um die Fragen: Wie wird die Subtraktion vermittelt, und wie sollte sie vermittelt werden? Wie kann der Unterricht fördernd gestaltet werden?

Welche Rolle hat die Lehrperson? Welche Kompetenzen brauchen die Lehrpersonen und welches Fachwissen setzen sie in der Praxis ein?

All diese Fragen haben zu tun mit der grundsätzlichen Frage: Wie soll Mathematik unterrichtet werden?

Diese allumfassende Frage haben wir eingeschränkt auf das Thema der Subtraktion und fokussiert auf einen bestimmten Personenkreis und daraus unsere Fragestellung abgeleitet.

### 4.1 Forschungsleitende Fragestellung

**Wie gestalten Lehrpersonen, die an unserem Forschungsprojekt teilnehmen, die Vermittlung der Subtraktion?**

Dieses *WIE* beziehen wir auf die dahinterliegenden Überlegungen dieser Lehrpersonen. Welches Fachwissen setzen sie ein? Welche Elemente erachten sie für das Verständnis der Subtraktion als wichtig, und welches didaktische Wissen steht hinter der Unterrichtsvorbereitung? Wir greifen dabei auf das HfH-Unterrichtsmodell zurück, weil wir der Meinung sind, dass dieses die theoretischen Modelle von Klafki, Schulz-Heimann, Wittmann und Leuders gut abbildet; Klafki, z.B. beim Feld Inhalt und Bedeutsamkeit, Leuders vorallem im Wirkungsdreieck Voraussetzungen – Inhalte - Kommunikation und Wittmann unter anderem bei den Feldern allgemeine Planung und didaktisch-methodische Konzeption. Das HfH-Modell zeigt die Wechselwirkungen des Unterrichts auf und stärkt den Blick für den Unterricht als Kontextfaktor. (s. HfH-Unterrichtsmodell, Grafik, Anhang 7)

Wir stellten uns deshalb die Frage, inwiefern die Bereiche aus dem HfH-Unterrichtsmodell bei der Unterrichtsvorbereitung und -planung einfließen? Was müssen Lehrpersonen im Unterricht und für dessen Vorbereitung berücksichtigen?



## 4.2 Teilaspekte

- Welche Elemente erachten die Lehrpersonen für eine gelungene Einführung der Subtraktion als wichtig?
- Welche dieser Elemente fliessen in eine konkrete Unterrichtsplanung ein?
- Inwiefern berücksichtigen die Lehrpersonen bei ihrer Unterrichtsvorbereitung Aspekte wie sie das HfH Unterrichtsmodell beschreibt?

## 5. Forschungsmethodisches Vorgehen

*Jedem Forschungsvorhaben liegt ein Wissenschaftsverständnis des Forschers zugrunde, das die Basis der Erstellung eines Forschungsdesigns bildet und im Sinne eines besseren Verständnisses der Forschungsperspektive des jeweiligen Vorhabens reflektierbar sein sollte.* (Eckert, 2002, S. 119)

Dieses Kapitel enthält die theoretischen Grundlagen zu unserem Forschungsvorgehen und zu den geplanten Instrumenten, mit denen wir die Daten zu unserer Forschungsfrage erheben wollen. Unser Forschungsvorhaben ist als qualitative Sozialforschung, genauer als empirische Einzelfallstudie zu bezeichnen, und die Instrumente, die wir für die Datensammlung einsetzen wollen, sind eine Gruppendiskussion, schriftliche Lektionsvorbereitungen und ein Fragebogen. Die Zielgruppe unserer Forschungsarbeit ist ein Lehrerteam. (s. Kapitel 5.2) Die gesammelten Daten werden nach den Schritten der qualitativen Inhaltsanalyse nach Mayring 2010 (s. Kapitel 5.5) analysiert. Mit einer Triangulation, die zusätzlich unsere Sichtweise aufzeigt, werden wir die erhobenen Daten vergleichen und auswerten.

### 5.1 Qualitative Sozialforschung

„Gegenstand einer qualitativen Sozialforschung sind immer Menschen oder soziale Situationen. Die Untersuchungen finden möglichst im natürlichen, alltäglichen Umfeld statt. Untersuchungsgegenstand sind konkrete, praktische Problemstellungen.“ (vgl. Mayring, 2002, S. 20-22)

Qualitative Sozialforschung charakterisiert sich durch das Interesse an einer Analyse der Handlungen von Individuen. Die von der Forschungsfrage betroffenen Individuen müssen dabei Ausgangspunkt und Ziel der Untersuchung sein. „Die Forschung wird dabei auch als Interaktionsprozess aufgefasst, in dem sich Forscher und Forschungsgegenstand verändern.“ (ebd., S. 32).

Die Auswertungsmethode für die Analyse der untersuchten Handlungen (hier: Planung und Durchführung von Unterrichtslektionen zur Subtraktion) ist die qualitative Inhaltsanalyse. Diese ist immer ein Verstehensprozess von vielschichtigen Sinnstrukturen im gesammelten Material (hier: Tondokumente und Lektionsvorbereitungen aus dem Workshop und die Auswertungen der Fragebogen). Die Analyse darf nicht bei dem manifesten Oberflächeninhalt stehen bleiben, sie muss auch auf latente Sinngehalte abzielen. (vgl. Mayring, 2010, S. 32)

Zu den Gütekriterien qualitativer Sozialforschung zählen die *Verfahrensdokumentation*: Die Methoden sind meist für diesen Gegenstand entwickelt oder differenziert und müssen klar und nachvollziehbar beschrieben und dokumentiert werden.

Ein weiteres Gütekriterium ist *die Triangulation*: Triangulation meint immer, dass man versucht für die Fragestellung unterschiedliche Lösungswege zu finden und die Ergebnisse zu vergleichen.

Die Teilnehmenden sind nicht Datenlieferanten, sondern *teilnehmende Subjekte* wie die Forscher auch. (vgl. Mayring, 2002, S. 140 ff)

Am Anfang muss eine *genaue und umfassende Beschreibung des Gegenstandsbereichs* stehen: die Explikation des Vorverständnisses.

Es sind auch Vergleiche zwischen quantitativer und qualitativer Analysen möglich.

## 5.2 Forschungsstrategie

Nach Mayring (2010, S. 9) kommen bei offenen Erhebungsmethoden die Befragten selber stärker zur Sprache, dabei werden in der Regel Aufzeichnungsgeräte verwendet. So wird nichts übersehen und es kommt nicht zu einer Selektion im Voraus. Vertreter dieses explorativen, theoriebildenden Ansatzes sind Glaser / Strauss (1979), Strauss (1987) und Strauss / Corbin (1990). Ihre „Grounded Theory“ zählt heute zu den am weitesten verbreiteten Ansätzen qualitativer Sozialforschung (vgl. Mayring, 2010, S. 10 und Lamnek, 2010, S. 91).

Zur Überprüfung unserer Forschungsfragen wählten wir als Erhebungsverfahren die Gruppendiskussion (Tondokument) und das Interview (Fragebogen).

Für diese Masterarbeit stellte sich ein Team von Primarlehrpersonen und schulischen Heilpädagoginnen einer Volksschulgemeinde aus dem Thurgau zur Verfügung. Die Volksschulgemeinde besteht aus drei Schuleinheiten, zwei Primarschulen und einer Sekundarschule. Die Zentrumsgemeinde bildet die eine Primarschuleinheit, die vier umliegenden Dörfer sind zur zweiten Einheit zusammengefasst. Das beschriebene Team unterrichtet in den Dörfern in vier verschiedenen Schulhäusern. In den zwei grösseren Dörfern können je fünf bis sechs Klassen geführt werden, die beiden kleinen Dörfer tauschen die Schülerinnen und Schüler aus, so dass im einen Schulhaus die 1./2. Klasse und im anderen Schulhaus die anderen Klassen (3./4. und 5./6. Klasse) unterrichtet werden können.

Im Rahmen einer schulinternen Weiterbildung gestalteten wir mit den Klassenlehrpersonen und den interessierten Heilpädagoginnen einen Workshop zum Thema „Vermittlung der Subtraktion“. Im ersten Teil informierten wir über aktuelle Modelle der Mathematikdidaktik und stellten verschiedene Unterrichtsmodelle vor. Im zweiten Teil forderten wir die Lehrpersonen auf, Merkmale einer guten Einführung der Subtraktion zu definieren und eine Musterlektion zu planen. Die Gruppendiskussionen wurden auf Tonband aufgenommen und die Lektionsplanung auf Plakaten festgehalten.

Mayring (2010, S. 30) spricht von hermeneutischer Methodologie. Hermeneutik ist der Prozess des Verstehens mit dem Ziel, auch das Aussergewöhnliche oder Unwahrscheinliche mit einzubeziehen. Danner in Mayring (ebd., 2010, S. 30) nennt die Verfahrensschritte:

- Vorbereitende Interpretation: Der allgemeine Sinn des Textes wird durch das erste Durchlesen erschlossen.
- Textimmanente Interpretation: Sowohl Wortbedeutungen wie auch grammatische Zusammenhänge werden interpretiert.
- Koordinierende Interpretation: Der eruierte Textsinn, so wie ihn die Autoren interpretieren, wird als Hypothese formuliert.

Der theoriegestützt erstellte Fragebogen zur Erfassung der individuellen Unterrichtsvorbereitung wurde vorgängig mit zwei Testpersonen erprobt. Die Formulierung von drei Fragen wurde daraufhin präzisiert. Der Schulleiter der Einheit verteilte den Fragebogen in allen Schulhäusern und sammelte die ausgefüllten Exemplare wieder ein. Die Rücklaufquote betrug 50%. Die Fragebogen wurden gemäss Kodierleitfaden analysiert und ausgewertet. Dabei stützten wir uns auf das inhaltsanalytische Ablaufmodell nach Mayring, siehe Kapitel 5.5.

Mit unserer Sicht als Kursleiterinnen und unserer Vor- und Nachbereitung des Workshops, erhalten wir die Gelegenheit zum Vergleich der Daten, können unsere Erkenntnisse belegen und unsere Forschungsfragen datengestützt beantworten.

## 5.3 Forschungsinstrumente

### 5.3.1 Gruppendiskussion

Eine Gruppendiskussion (vgl. Lamnek, 2005, S. 419) ist ein Gespräch zwischen mehreren Personen über ein bestimmtes vom Diskussionsleiter vorgegebenes Thema (Fragestellung oder provokative Aussage). Ziel der Gruppendiskussion ist, die Meinung und Einstellung von Personen zu einem Thema (hier: Vermittlung von Subtraktion) herauszufinden. Ein theoriegestützter Interviewleitfaden hält jene Inhaltsbereiche fest, über die man laut Fragestellung mehr erfahren will. Zu jedem Bereich werden einzelne Fragen als Ausgangspunkte formuliert. Diese können spontan erweitert werden. Der Leitfaden ermöglicht es, das Thema im Auge zu behalten. Auf Tonband aufgezeichnet kann eine Gruppendiskussion transkribiert und mit einer Inhaltsanalyse ausgewertet werden (vgl. Altrichter und Posch, 2007, S. 150-157).

Inhaltsanalytische Verfahren kommen bei der Kodierung von offenen Fragen in der Umfrageforschung, von Gruppendiskussionsprotokollen oder von Beobachtungsprotokollen zur Anwendung. Die Inhaltsanalyse ermöglicht Aussagen über Merkmale nicht direkt zugänglicher Kommunikationsvorgänge und ist beliebig reproduzierbar. Die Forscherin ist weder auf die Kooperation von Untersuchungsteilnehmenden angewiesen noch auf eine Reaktivität des Untersuchungsobjekts.

Eine präzise Definition, was „Inhaltsanalyse“ ist, erweist sich als schwierig. Mayring (2010) nennt sieben im Ansatz völlig unterschiedliche Definitionen und weist auf die Unvollständigkeit der Liste hin.

Nach Barth (2011) ist die systematische Inhaltsanalyse eine Methode, um Aussagen zu gewinnen, indem man systematisch zuvor festgelegte Merkmale von Inhalten erfasst.

Inhaltsanalyse will

- Kommunikation analysieren
- fixierte Kommunikation analysieren
- dabei also regelgeleitet vorgehen
- dabei auch theoriegeleitet vorgehen
- das Ziel verfolgen, Rückschlüsse auf bestimmte Aspekte der Kommunikation zu ziehen.

Der Zweck der qualitativen Inhaltsanalyse ist somit die systematische Bearbeitung von Material, das aus irgendeiner Art von Kommunikation stammt. Dabei beschränkt man sich nicht nur auf den Inhalt der Kommunikation, sondern bezieht auch die Wirkung mit ein. Die Kommunikation muss in irgendeiner Art vorliegen (Protokoll, Audio- oder Videoaufnahmen). Bei der Inhaltsanalyse geht man systematisch und regelgeleitet vor. Sowohl die Ergebnisse als auch die einzelnen Analyseschritte sind von theoretischen Überlegungen geleitet. Mit einer Inhaltsanalyse kann man Aussagen über den Sender oder über die Wirkung beim Empfänger machen.

Eine qualitative Inhaltsanalyse hat folgende Stärken:

- Sie folgt einem vorgängig festgelegten Schema und ist dadurch nachvollziehbar und auf andere Fragestellungen übertragbar.
- Das Kategoriensystem kann im Laufe der Analyse überarbeitet werden.
- Durch das regelgeleitete Vorgehen erfüllt sie das Gütekriterium der Objektivität.

Es muss jedoch darauf geachtet werden, dass die Inhaltsanalyse auf den Forschungsgegenstand abgestimmt und entsprechend angepasst ist.

### 5.3.2 Fragebogen

Nach Altrichter und Posch (2007, S. 167ff.) ist eine schriftliche Befragung in Form eines Fragebogens eine Art formalisiertes Interview. Da sie den Nachteil hat, dass der Fragende nicht unmittelbar auf die Antworten reagieren, also weder nachfragen noch präzisieren kann, ist der Gestaltung von Fragebogen höchste Beachtung zu schenken. Von der Qualität der Fragen hängt der Erkenntnisgewinn ab.

Vorzüge des Fragebogens sind:

- Die Fragen können zeitgleich von einer grösseren Anzahl Personen beantwortet werden.
- Die Anonymität erleichtert die Offenheit bei der Bearbeitung.
- Der Zeitdruck fällt weg.

Als nachteilig auch bei anonym ausgefüllten Fragebogen erwähnen Altrichter und Posch (2007, S. 175) die Punkte:

- Es gibt keine sichere Kontrolle, ob die Fragen im Sinne der Fragenden verstanden werden.
- Es ist möglich, dass die Antwort auf eine Frage beeinflusst wird durch die Tendenz, ein positives Selbstbild der eigenen Person zu zeichnen.

Die Auswertung des Fragebogens und die Kodierung der Daten müssen von Anfang an mit eingeplant sein. Auch Punkte wie

- Ist die Frage wirklich notwendig?
- Ist die Formulierung der Frage eindeutig und neutral?
- In welcher Form erfolgt die Antwort (Skalierung, Multiple Choice)?
- In welcher Abfolge werden die Fragen gestellt?

müssen in der Anfangsphase diskutiert werden.

Vor der Verteilung an die Zielgruppe soll der Fragebogen getestet werden.

### 5.3.3 Triangulation

Das geplante forschungsmethodische Vorgehen gehört zur qualitativen Sozialforschung. Für die Untersuchung wird eine Mischform verschiedener Datensammlungsmethoden verwendet. Die qualitative Forschung wird mit quantitativen Daten kombiniert. Altrichter und Posch (2007) bezeichnen die Verbindung von zwei oder mehreren Methoden als Triangulation. Wenn zu ein und derselben Situation Daten aus drei Perspektiven gesammelt werden, ergibt sich „die Gelegenheit zum kontrastierenden Vergleich“ (vgl. Altrichter und Posch, 2007, S. 179).

Das Wesentliche an der Triangulation ist die Gelegenheit zum kontrastierenden Vergleich unterschiedlicher Berichte zum „selben“ Sachverhalt. (...) Durch den Vergleich der Perspektiven können Unterschiede, Widersprüche und Diskrepanzen entdeckt werden. Diese sind Ansatzpunkte, um die Interpretationen einer Situation (die „praktische“ Theorie) weiterzuentwickeln und besser durch Erfahrung zu stützen. Wenn hingegen unterschiedliche Perspektiven übereinstimmen, d.h. eine Situation ähnlich interpretieren, nimmt man an, dass sich die Vertrauenswürdigkeit dieser Interpretation erhöht hat.

(Altrichter und Posch, 2007, S. 179)

Als Vorteile der Triangulation nennen Altrichter und Posch das präzisere, ausgewogene Bild einer Situation, das Erkennen von Widersprüchlichkeiten und die hohe Glaubwürdigkeit unterschiedlicher, aber gleichwertiger Perspektiven. Nachteilig sind der erforderliche Aufwand durch die mehrfache Datenerhebung und die Empfindlichkeit der beteiligten Personen, wenn ihre Selbstwahrnehmung mit Fremdwahrnehmungen konfrontiert wird.

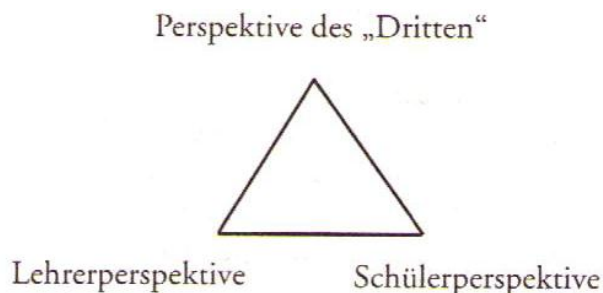


Abb: Die drei Ecken der Triangulation (Altrichter und Posch 2007, S. 179)

Für das vorliegende Forschungsvorhaben wird die Triangulation angepasst:

- Erkenntnisse aus dem Workshop aus der Sicht der Kursleitung
- Datenmaterial aus dem Workshop
- Fragebogen

## 5.4 Gütekriterien

Unter Gütekriterien versteht man Kriterien, anhand derer die Qualität sozialwissenschaftlicher Forschung beurteilt werden kann. Objektivität, Reliabilität und Validität werden in der traditionellen empirischen Forschung als zentrale Gütekriterien bezeichnet.

Objektivität verlangt, dass zwei Beobachterinnen desselben Sachverhalts dasselbe feststellen.

Die Reliabilität (Zuverlässigkeit) bezeichnet die Genauigkeit wissenschaftlicher Untersuchungen, das heisst, bei einer Beobachtung eines Ereignisses zu einem späteren Zeitpunkt wird dasselbe festgestellt.

Validität ist die Gültigkeit der Forschungsmethode: Wird das erforscht, was man zu erforschen beabsichtigt.

Nach Barth (2011) sind die beiden hauptsächlichen Fehlerquellen die Reliabilität der Kodierer und die Validität des Kategoriensystems.

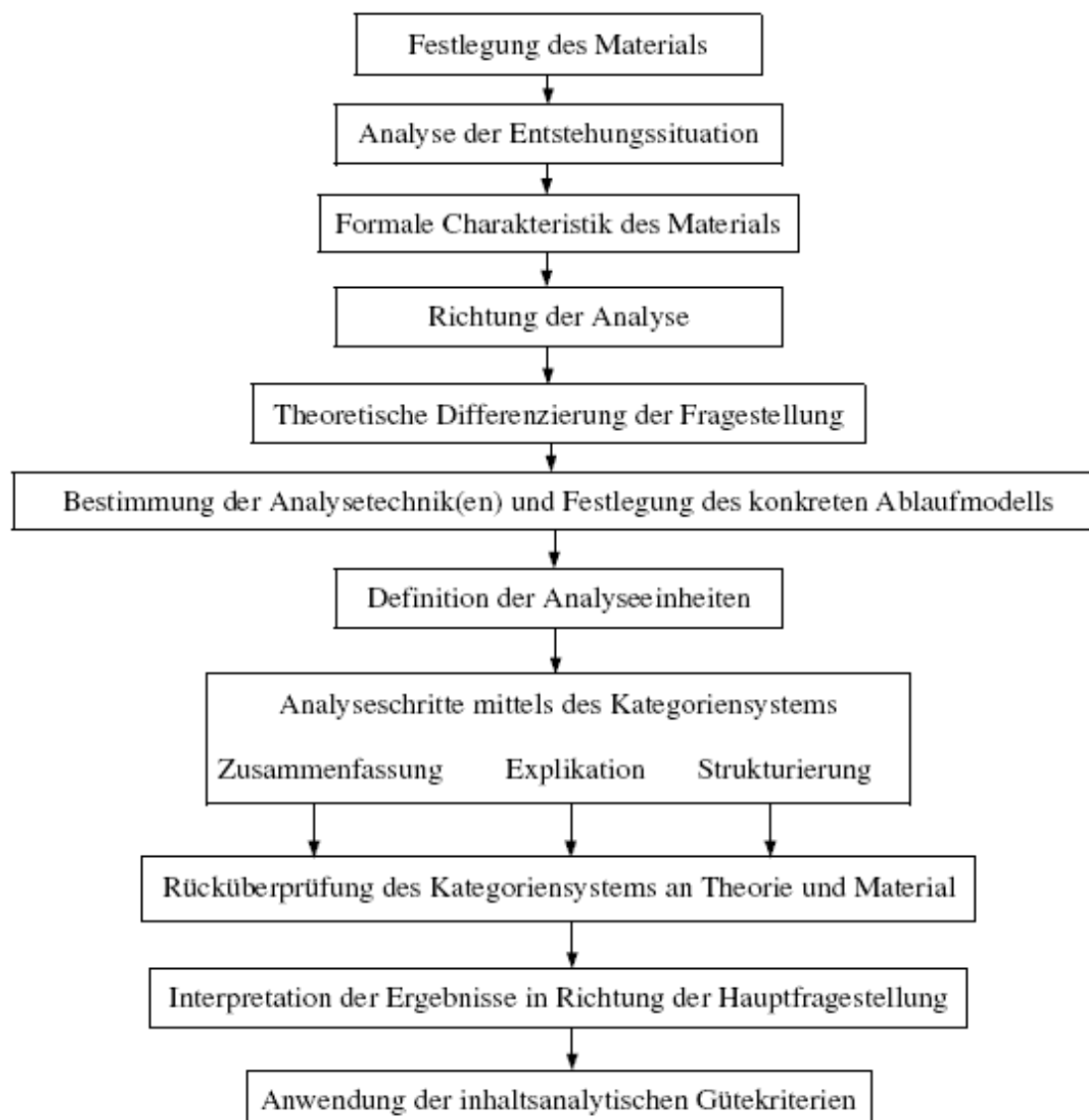
In qualitativen Fragestellungen ist die Definition von validen Kriterien wegen der komplexen Fragestellungen schwierig. Die Triangulation ermöglicht eine Validierung, indem ein Sachverhalt aus verschiedenen Perspektiven analysiert wird und die Ergebnisse mit anderen Studien verglichen werden können. Übereinstimmungen werden als „Güte“, Diskrepanzen als „mangelnde Güte“ interpretiert (vgl. Altrichter und Posch, 2007, S.117).

Die Dokumentation des Forschungsprozesses umfasst die genaue Beschreibung des Vorverständnisses der Forscher, die Informationsquellen, die Erhebungsmethoden, die Transkriptionsregeln, die Auswertungsmethoden, die reflexive Analyse des Prozesses. Mit dem regelgeleiteten Vorgehen kann das Forschungsvorhaben systematisch aufgegleist werden. Dieses Vorgehen erlaubt das Auswerten zusätzlicher Aspekte, welche im Laufe des Prozesses auftauchen.

Empirische Daten werden sowohl zur Generierung als auch zur Überprüfung von Theorien genutzt.

## 5.5 Allgemeines inhaltsanalytisches Ablaufmodell nach Mayring

Die Ansätze in der qualitativen Sozialforschung sind sehr unterschiedlich, da die Vorgehensweise oftmals von Mal zu Mal neu festzulegen ist. Die qualitative Inhaltsanalyse gibt dem Forschungsvorgehen durch festgelegte Schritte eine Form. „Sie bietet als explizit theorie- und regelgeleitete Analyse die Möglichkeit einer systematischen, strukturierten Arbeit mit unterschiedlichstem sprachlichem Material.“ (Mayring 2010, Klappentext)



(Abb. Mayring, 2010, S. 60)



**Konkretes Vorgehen im Rahmen der vorliegenden Arbeit**

Schritt	Aktion	Fragestellung	Beschreibung
1	Festlegung von Material	Welches Material wird verwendet?	Tonaufnahmen Plakate
2	Analyse der Entstehungssituation	Woher stammt das Material? Wie ist es entstanden?	Entstehungszusammenhang der Gruppendiskussion Beschreibung der Erhebungssituation (Beobachtung)
3	Formale Charakteristik des Materials	In welcher Form liegt das Material vor?	Transkription Plakat
4	Richtung der Analyse	Worauf zielt das Ergebnis der Analyse?	Einzelanalyse jedes Dokuments Erstellen eines Kodierbogens
5	Theoriegeleitete Differenzierung der Fragestellung	Wie kann die Fragestellung theoretisch begründet werden?	Fragestellung konkretisieren und differenzieren
6	Bestimmung der Analysetechnik	Welche Technik (Zusammenfassung, Explikation, Strukturierung) wird verwendet?	Zusammenfassung: Material reduzieren und überschaubar machen, wesentliche Inhalte bleiben erhalten Explikation: zusätzliches Material zur Erklärung von (unverständlichen) Textteilen Strukturierung: vorhandenes Material nach bestimmten Ordnungskriterien filtern
7	Definition der Analyseeinheit	Welche Einheit wird verwendet? Wörter, Textabschnitte oder ganze Texteinheiten?	Ausprägung einer Kategorie mit Beispieltextrn definieren
8	Analyse des Materials		Anwendung der in Punkt 6 definierten Technik, Auswertung
9	Interpretation		Interpretation der Ergebnisse

## 6. Datensammlung

In diesem Kapitel beschreiben wir die Vorbereitung und Durchführung unseres Workshops vom 10. August 2012 mit den Lehrpersonen der Aussengemeinden der Schule A.. Am Workshop selber fand eine Gruppendiskussion statt und die Lehrpersonen hielten auf Plakaten eine konkrete Lektionsplanung fest. Im Kapitel 6.3 halten wir unsere ersten Eindrücke gleich nach dem Workshop fest und leiten dann über zur Entstehungssituation des Fragebogens.

### 6.1 Vorbereitung des Workshops

Für die Realisierung unserer Masterarbeit fragten wir drei uns bekannte Schulen an, ob sich Primarlehrpersonen zur Verfügung stellen könnten, um uns ihre Ideen, Strategien und Materialien zum Minusrechnen zu zeigen. Wir stellten uns eine Gesprächsrunde mit Ideenaustausch von etwa einer Stunde vor, z.B. im Rahmen einer ohnehin stattfindenden pädagogischen Teamsitzung. (s. Brief an die Schulen im Anhang 1)

Die Primarschule E. und das Schulhaus K. in Zürich sahen keine Möglichkeiten für eine Teilnahme an unserer Masterarbeit, da bereits sehr zeitintensive Projekte in den Schulen liefen. Das Schulhaus K. z.B. war in der Umsetzungsphase von altersdurchmischten Klassen für die gesamte Primarstufe.

Vom Schulleiter der Aussengemeinden der Volksschule A. erhielten wir eine Zusage. Er sah eine Möglichkeit für uns, im Rahmen der schulinternen Weiterbildungstage im August während zwei Stunden einen Workshop mit den Primarlehrpersonen durchzuführen. Mit einer Kursausschreibung wurden die Lehrpersonen über den Inhalt dieses Workshops informiert (s. auch Originalausschreibung des Workshops im Anhang 2.1):

#### **Workshop Ausschreibung: Differenzierende Vermittlung der Subtraktion**

*Ein Didaktikprojekt mit und für Lehrpersonen*

Inhalt	Kooperative Vorbereitung von Lektionen Einbezug der Bedürfnisse von rechenschwachen Kindern Anregungen für die Unterrichtsgestaltung Aufnehmen individueller Wünsche / Bedürfnisse
Ziele	Die Teilnehmenden erhalten Informationen über die aktuellen Didaktikmodelle. Sie erweitern die Kompetenzen im Praxiskontext (Unterrichtsgestaltung). Sie tauschen Arbeitsmaterial und Unterrichtsrezepte aus.
Arbeitsweise	Kurzreferat kooperative Planung einer Einführungslektion Austausch und Diskussion

Aus der Auswertung einer früheren Weiterbildungsveranstaltung an der Schule A., hatten wir den Hinweis erhalten, dass eine Weiterbildung, welche die ausschliessliche Eigenaktivität der Teilnehmenden erforderte, nicht sehr gewinnbringend bewertet wurde. Auf Anregung unseres betreuenden

Dozenten stimmten wir deshalb die Lehrpersonen mittels eines Kurzreferats auf das Thema „Wie wird Mathematik vermittelt?“ ein und stellten ihnen gleichzeitig einige neue Didaktiktrends vor. Als Handout für die Teilnehmenden haben wir einen kurzen Reader mit dem Titel „Was ist und was leistet Mathematikdidaktik?“ vorbereitet. (Reader s. Anhang 2.2). Zudem stellten wir auf einem Büchertisch, die Mathematiklehrmittel aus dem Kanton Zürich und das Zahlenbuch, einschliesslich der Heilpädagogischen Kommentare, sowie einige ausgewählte Spiele aus unserem persönlichen Fundus zusammen. Für die Arbeitsphase bereiteten wir einen kooperativen Auftrag vor, der die Lehrpersonen dazu anregen sollte, ihr Fachwissen auszutauschen und eine Lektion zur Einführung der Subtraktion gemeinsam zu planen. Lamnek bezeichnet dies als Präsentation des Grundreizes, beziehungsweise als allgemeine Vorgabe eines Themas. (Lamnek, 2010, S. 379)

Den Ablauf des Morgens hielten wir für alle klar ersichtlich auf einem Flipchart fest. (s. dazu Foto im Anhang 2.3)

## 6.2 Durchführung des Workshops

Konkret nahmen am 10. August 2012 elf Klassenlehrpersonen und zwei schulische Heilpädagoginnen an unserem Workshop teil. Wir Kursleiterinnen und die Teilnehmenden fanden sich dazu gleich um 8.00 Uhr im Primarschulhaus H. ein. Die Teilnahme am Workshop war für die Klassenlehrpersonen obligatorisch, für die Schulischen Heilpädagoginnen freiwillig. Für die Lehrpersonen handelte es sich hier um ein eher rares Treffen, da sie in unterschiedlichen Schulhäusern, verstreut in den umliegenden Dörfern, unterrichten. Für zwei Lehrpersonen war das Zusammentreffen komplett neu, da sie im August neu ihre Unterrichtstätigkeit in der Schulgemeinde A. aufgenommen hatten. Für einen Lehrer war die Stufe seiner Tätigkeit neu: er wechselt mit der Übernahme einer 1./2. Klasse von der Mittelstufe in die Unterstufe.

Im Anschluss an unsere offizielle Begrüssung, unsere Schilderung über die Gründe und die Ziele des Workshops und unseren Dank für die Teilnahme, erhielten die Lehrpersonen das vorbereitete Handout. (s. Reader zum Workshop im Anhang 2.2) Unser theoretisches Inputreferat zur Mathematikdidaktik begleiteten wir mit einzelnen prägnanten Folien.

Danach erteilten wir den Lehrpersonen den Auftrag, in drei Gruppen, Merkmale einer gelungenen Einführung in die Subtraktion zu diskutieren und in Stichworten festzuhalten. Die Lehrpersonen fanden sich in Stufengruppen zusammen. Der Anstoss für diese Aufteilung kam aus der Lehrergruppe selber und machte insofern Sinn, da die Subtraktion in der Unterstufe fixierend im Kopf gelernt wird und in der Mittelstufe die schriftliche Subtraktion neu eingeführt wird. Diese Gruppendiskussionen wurden von den Lehrpersonen intensiv genutzt, und wir zeichneten die Gespräche auf drei kleinen Tonbändern auf. Die meisten Lehrpersonen schenken dem laufenden Dictaphon keine weitere Beachtung. Einzelne Teilnehmende kommentierten die Platzierung des Gerätes mit: *„Hoffentlich ist die Aufnahme nachher nicht auf Youtube zu hören“* und mit einer gewissen Erleichterung zum Schluss: *„So jetzt können wir das abstellen!“*

Aus Zeitgründen schoben wir während der laufenden Diskussion gleich den zweiten Arbeitsauftrag nach, der lautete: *„Packen Sie die obigen gelungenen Punkte in eine Lektion. Diskutieren und planen Sie gemeinsam eine Einführungslektion. Bereiten Sie die Lektion gemeinsam schriftlich kurz vor. Ge-*

*hen Sie davon aus, dass Sie Schüler in der Klasse haben, die als langsamere Lerner bezeichnet werden können, die Schwierigkeiten beim mathematischen Lernen haben wie auch begabte Kinder.“*

In einer gemeinsamen Austauschrunde erläuterten die Lehrpersonen danach die wichtigsten Punkte ihrer geplanten Lektion.

Bei unserer persönlichen Planung hielten wir offen, wie die Arbeit weiter gehen könnte. Wir schlugen Unterrichtsbesuche vor, mit darauffolgenden gemeinsamen Auswertungen oder Hilfestellungen bei der Organisation von Materialaustausch.

Unsere Nachfrage zum Schluss, nach konkreten Bedürfnissen der Lehrpersonen ergab keine weiterführenden Fragestellungen und keine individuellen Bedürfnisse und Wünsche, die für eine Anschlussarbeit an diesen Workshop aufgenommen werden müssten. Die Lehrpersonen schienen in diesem Moment keine offenen Fragen zu haben. Wir schlossen daraufhin den geführten Teil unseres Workshops mit grossem Dank ab und öffneten den Raum für eine Spazierrunde, um Einblick in die von uns in reicher Auswahl mitgebrachten Lehrmittel und in ausgewählte Zusatzmaterialien zu ermöglichen. Diese freie Runde wurde rege benutzt um das neue Zürcher Mathematiklehrmittel zu sichten oder andere Zusatzmaterialien unter die Lupe zu nehmen. Auch Austauschgespräche unter den Lehrpersonen fanden hier noch genügend Platz.

Als Produkte entstanden an diesem Workshop das Tondokument mit der Gruppendiskussion und die gemeinsam geplanten Lektionen auf den Plakaten. (s. Fotos der Plakate im Anhang 2.3)

### **6.3 Nachbereitung des Workshops**

Die Nachbereitung des Workshops bestand im Abhören und Transkribieren der Tonbänder (s. Anhang 2.4), in der Sichtung der Plakate und im Austausch unserer Eindrücke. Unsere Reflexionen und die Rückmeldungen der Lehrpersonen hielten wir in unserem Projektjournal fest. (s. Anhang 4)

Von den Lehrpersonen erhielten wir folgende, von uns im Rahmen der Nachbearbeitung protokollierten Rückmeldungen:

- Die kooperative Arbeit kam gut an, und wir hätten gerne länger Zeit dafür genutzt, auf Kosten des Theorie Inputs.
- Schulische Heilpädagogin: Ich hätte mir noch konkretere Ideen gewünscht, was man machen kann. (*Wenn Kinder bei der Subtraktion Schwierigkeiten haben. Anm. der Autoren*)
- M., Klassenlehrperson: Ich habe profitiert von dem, was ich von den anderen gehört habe, weil ich jetzt einen Stufenwechsel mache.
- S., M., Klassenlehrpersonen: Wir haben profitiert, weil wir sehen konnten, wie es die anderen machen.
- Der Praxisaustausch war wertvoll, da sich die Arbeit konkret auf zentrale Inhalte, Materialien und Überlegungen zum Unterricht bezog. Das haben wir zu wenig, weil wir an Weiterbildungstagen viel zu häufig Zeit verbraten für unspezifische Schulentwicklung.

- Schulische Heilpädagogin: Wir schätzten die Möglichkeit, die Arbeitsweise der Klassenlehrpersonen kennen zu lernen und auch unsere Sichtweise hineinzugeben: Es ist eine Gelegenheit, um die Klassenlehrpersonen darauf hinzuweisen, welche besonderen Bedürfnisse sie in einer Lektion berücksichtigen müssen.
- Auf reges Interesse gestossen sind die aufgelegenen Materialien (Lehrmittel der Mittelstufe, der Sekundarschule, neues Zürcher Lehrmittel der Unterstufe, Zahlenbuch, heilpädagogische Kommentare zum Zahlenbuch, Fachliteratur, Lernspiele)

Unsere Eindrücke unmittelbar nach dem Workshop lassen sich folgendermassen beschreiben (vorbereitende Interpretation, vgl. Kap. 5.2):

Für den Theorieteil haben sich die Teilnehmenden weniger interessiert als für den Workshopteil. Ebenso war von Seiten der Lehrpersonen keine Nachfrage nach einer weiterführenden Begleitung unsererseits zu erkennen. Für die gemeinsame Lektionsplanung fand das HfH-Unterrichtsmodell keine Beachtung. Hingegen wurde die Austauschrunde von den Lehrpersonen intensiv genutzt. Da die Lehrpersonen sonst wenige Treffen haben, an denen Austausch automatisch stattfinden kann, war der gesetzte Rahmen in Form einer Teamweiterbildung und unser kooperativer Auftrag hierfür möglicherweise hilfreich. Insgesamt wurde unser Workshop besser bewertet als die weiter oben beschriebene Weiterbildung, die ausschliesslich auf der Eigenaktivität der Teilnehmenden beruhte. Unsere detaillierte Sichtweise in Bezug auf den Workshop folgt in Kapitel 7.4.

Für die Weiterverfolgung der in Gang gesetzten Prozesse, schwankten wir in der Nachbereitung zwischen Unterrichtsbesuchen und einem Fragebogen. Da die Subtraktion zu diesem Zeitpunkt im Unterricht noch nicht eingeführt wurde, entschieden wir uns für einen Fragebogen. Ein Fragebogen bot die Möglichkeit, nochmals an alle Lehrpersonen zu gelangen und sie über ihren Unterricht zu befragen. Er versprach breiter abgestützte Daten. Unterrichtsbesuche wären höchstens bei zwei Lehrpersonen möglich gewesen.

Zudem war in Bezug auf die Fragestellung der vorliegenden Masterarbeit, der Bereich Unterricht relevant. Ein Beobachter kann das Unterrichtsgeschehen weitgehend neutral und differenziert beschreiben. Die dahinter stehenden Überlegungen, die didaktischen Grundhaltungen, also fachdidaktisches und pädagogisches Wissen, erfährt man nur mit einer direkten Befragung der Lehrpersonen.

## 6.4 Fragebogen

Bei der Zusammenstellung des Fragebogens diente die Studie „Professionswissen von Lehrkräften, kognitiv aktivierender Mathematikunterricht und die Entwicklung mathematischer Kompetenz (COACTIV)“ als Inspirationsquelle. Ziel der COACTIV-Studie war die Spezifizierung und Erfassung des Professionswissens von Lehrkräften des 9. und 10. Schuljahres. Für unseren Fragebogen passen wir die Items<sup>5</sup> an. (Kunter, M. et al., Hrsg., COACTIV-Studie, 2011)

---

<sup>5</sup> Ein Item ist ein Element eines Fragebogens, das im Rahmen der Forschung die Auskunftsperson zu einer verwertbaren Reaktion veranlassen soll. [http://www.marketing.ch/lexikon\\_detail.asp?id=523](http://www.marketing.ch/lexikon_detail.asp?id=523)

In einem ersten Teil erfragten wir die Arbeitssituation der Lehrpersonen (Unterrichtserfahrung, Stufe, Vorbereitungsaufwand, Affinität zur Mathematik und Kooperationsmöglichkeiten).

Der nächste Bereich erfragte zum einen die Vorbereitungsmethode des Unterrichts (Material) zum anderen die persönlichen Schwerpunkte (z.B. Bedeutsamkeit, Lernziele, Schwierigkeiten).

Als nächstes fragten wir nach den didaktischen Überlegungen (Berücksichtigung der didaktischen Theorien wie Aktivierung des Vorwissens, Umgang mit Fehlern, offene Unterrichtsformen, schülerzentrierte Lernformen).

Der letzte Abschnitt thematisierte die Überlegungen der Lehrpersonen bei der konkreten Planung einer Lektion (Ablauf, Inputs der Lehrperson, Aktivitäten der Schülerinnen und Schüler).

Abschliessend erfragten wir die verwendeten Lehrmittel. Von den insgesamt 11 verteilten Fragebogen bekamen wir 6 ausgefüllt zurück. (s. Fragebogen mit allen Fragen im Anhang 3)

## 7. Datenanalyse

Im folgenden Kapitel schildern wir die Auswertung der von uns erhobenen Daten aus der Gruppendiskussion (transkribierte Audioaufnahme s. Anhang 2.4), von der Lektionsvorbereitung (Plakate, s. Anhang 2.3) und aus dem Fragebogen (s. Anhang 3). Daran anschliessend führen wir in Kapitel 7.4 unsere Sichtweise auf den Workshop aus. Für die Auswertung der Daten beschreiben wir schrittweise unser Vorgehen für die qualitative Inhaltsanalyse: Erstellen des Kodierleitfadens, kennzeichnen und kodieren der Fundstellen in der Audioaufnahme und Darstellung der ausgewerteten Unterkategorien in Diagrammen. In Anhang 5 ist das gesamte codierte Textmaterial mit den gekennzeichneten Fundstellen ersichtlich.

### 7.1 Auswertung der Gruppendiskussion

Um das Tondokument aus der Gruppendiskussion zu analysieren, nahmen wir eine inhaltliche Strukturierung vor, wie sie Mayring (2010) als Grundform bei der qualitativen Inhaltsanalyse beschreibt.

Als Kategorie, nach der das Datenmaterial durchgearbeitet werden sollte, legten wir fest: „**Wichtiges Element für eine gelungene Einführung in die Subtraktion**“. Das heisst wir wollten alle Stellen aus dem Gesprächsprotokoll extrahieren, die darauf hinweisen, was die Lehrpersonen für eine gelungene Einführung der Subtraktion als wichtig erachten. Diese Kategorie „**Wichtigkeit**“ für die inhaltliche Analyse des Datenmaterials leitet sich ab aus unserer Fragestellung:

*Welche Elemente erachten die Lehrpersonen für eine gelungene Einführung der Subtraktion als wichtig? (s. 1. Teilaspekt unserer Fragestellung)*

Es handelte sich hierbei auch gleichzeitig um den Auftrag an die Lehrpersonen für die Gruppendiskussion: *Diskutieren Sie Merkmale einer gelungenen Einführung in die Subtraktion und halten Sie diese in kurzen Stichworten fest!*

In Bezug auf unsere dargestellte Theorie sehen wir in diesen, von den Lehrpersonen als wichtig erachteten Elementen, das Fachwissen zur Mathematik und zur Subtraktion, auf das die Lehrpersonen im Unterricht zurückgreifen. Mit Fachwissen meinen wir hier das Wissen über die inhaltlichen Anforderungen der Subtraktion (content knowledge) und das Wissen über mögliche Schwierigkeiten des Themas Subtraktion für die Schülerinnen und Schüler (pedagogical content knowledge).

(vgl. Kapitel 3.4.3)

Für unsere Analyse der Gruppendiskussion galt deshalb folgender Kodierleitfaden:

Kodierleitfaden für die Gruppendiskussion und die Plakate			
Hauptkategorie	Definition	Ankerbeispiele	Kodierregel
<b>Wichtigkeit</b>	Es handelt sich um ein von den Lehrpersonen als wichtig erachtetes Element für eine gelungene Einführung in die Subtraktion	<p>Mir wäre wichtig, wenn die Kinder nach einer ersten Einführung der Hundertertafel, die Zahlen von 1-10 nachher auf dem Feld eintragen können.</p> <p>Wenn man dann z.B. macht 57-21, muss man wissen 1 ist ein Einer, 20 sind zwei Zehner.</p> <p>Das ist auch ein Merkmal, die Begriffe zu klären.</p>	Im Gespräch wird erwähnt, dass es <b><u>1.wichtig ist</u></b> oder, dass man das <b><u>2.wissen muss</u></b> oder, dass man <b><u>3. sich etwas merken muss, oder etwas merkt, oder etwas ein Merkmal ist.</u></b>

Verfeinerte Kategorien zur Strukturierung des Fachwissens:			
Unterkategorie	Definition	Ankerbeispiele	Kodierregel
<b>Handeln mit Material und Hilfsmittel</b>	Es ist ein konkretes Material benannt, mit dem eine subtraktive Handlung (wegnehmen, umwerfen) ausgeführt werden kann. Oder es ist ein Hilfsmittel benannt das der visuellen Darstellung z.B. eines Zahlenfeldes oder einer Aufgabe dient.	<p>Wir stellen Büchsen auf, und werfen einige um.</p> <p>Ich trainiere das Hunderterfeld.</p>	Ein Hilfsmittel oder ein Material wird genannt.
<b>Kompetenzen der Schülerinnen und Schüler (SuS<sup>6</sup>)</b>	Es handelt sich um Kompetenzen, welche die SuS entweder als Voraussetzung mitbringen oder als Erfordernisse gelernt werden müssen. Die Kompetenzen sind im Sinne eines logischen Aufbaus von Lernschritten zu verstehen. Etwas muss zuerst sitzen, bevor man weiter gehen kann.	<p>Bei 21 muss man wissen, 1 ist ein Einer, 20 sind zwei Zehner.</p> <p>Sie müssen die Zahlenpaare wissen, die 10 ergeben.</p>	Es wird eine Aussage darüber gemacht, was die Kinder können oder wissen müssen. Es wird formuliert, dass die SuS etwas automatisiert oder trainiert haben.
<b>Mögliche Schwierigkeiten</b>	Stolpersteine, die erfahrungsgemäss oder aus der Theorie bekannt bei SuS immer wieder zu Schwierigkeiten oder Missverständnissen führen.	<p>Minusrechnen mit Zählritten rückwärts ist problematisch.</p> <p>Wir stellen manchmal fest, der Fehler ist entstanden, weil die Zahl verkehrt notiert war.</p>	Es wird in der Aussage ein Problem angesprochen oder es wird eine Aussage gemacht was man vermeiden soll, weil es sonst Probleme macht.

<sup>6</sup> Schülerinnen und Schüler



<b>Verfeinerte Kategorien zur Strukturierung des Fachdidaktischen Wissen:</b>			
<b>Mathematik kommunizieren</b>	Kinder formulieren eigene Aufgaben oder erklären, beschreiben oder begründen eigene Denkwege. Sie arbeiten zusammen und tauschen im Gespräch ihre Gedanken aus.	Die Kinder müssen die Handlung kommentieren. Ich finde es wichtig, dass die Kinder selber eine Aufgabe sagen können.	Es wird erwähnt, dass die Kinder sprechen, kommentieren oder austauschen sollen.
<b>Selber ausprobieren und entdecken</b>	Die Schüler probieren und überlegen um selbst zu einer Lösung zu kommen. Sie erhalten keine Erklärung, wie etwas gerechnet wird.	Probiert herauszufinden, wie man das rechnet.	Eine Handlung wird beschrieben als ausprobieren und entdecken um etwas zu verstehen. Es kann erwähnt sein, dass bewusst auf Erklärungen verzichtet wird.
<b>Spuren von heilpädagogischer Relevanz:</b>			
<b>Besondere Bedürfnisse</b>	Kinder haben unterschiedliche Lernbedürfnisse, die eine Differenzierung/Individualisierung im Unterricht erfordern.	Das brauchen ja nicht alle.	Aussage weist auf unterschiedliche Begabungen hin, die im Unterricht zu berücksichtigen sind.

Ausgehend von der Fragestellung „Welche Elemente erachten die LP als wichtig?“ wurden in einem ersten Analysedurchgang die Fundstellen zu dieser Hauptkategorie gekennzeichnet. (s. Anhang 5.1) Danach wurde eine weitere inhaltliche Strukturierung (vgl. Mayring 2010, S.66) vorgenommen, in dem die gefundenen Aussagen der Lehrpersonen paraphrasiert und auf den wesentlichen Inhalt reduziert wurden. Diese insgesamt 32 Fundstellen wurden verfeinerten Unterkategorien zugeordnet. Die auf diese Weise entstandenen Unterkategorien bilden das fachdidaktische Wissen zum Mathematikunterricht und das Fachwissen der Lehrpersonen zur Subtraktion ab. Danach wurden weitere relevante Aussagen der Lehrpersonen diesen Unterkategorien zugeordnet. Insgesamt konnten so 92 Fundstellen gekennzeichnet werden. Insbesondere wurde auch nach Spuren von heilpädagogischer Relevanz gesucht. Diese sind vereinzelt zu finden, s. dazu die nachfolgend zusammenfassende Darstellung der Kategorien:

Kategorie	Aussagen Lehrpersonen	Anzahl Fundstellen
<b>Handeln mit Material und Hilfsmittel</b>	<p><b>Genannte Materialien oder Hilfsmittel:</b> Zahlenkarten am Boden, Büchsen, Tabelle, Stäbchen, Hundertertafel, Hunderterfeld, Leiterispiel, Zahlenstreifen, Farben rot und blau für Z + E, Sugus, Stäbchen, Striche, Sack, Computer</p> <p><b>Genannte Tätigkeiten:</b> Schritte retour machen, umwerfen, wegschies- sen, runterfallen, wegessen, zeichnen + durch- streichen, einkreisen, Material muss nachher weg sein</p> <p><b>Betonung des Handelns:</b> 3 Dinge nebeneinander machen: handeln, kommentieren, notieren Kinder die Schwierigkeiten haben müssten mehr handeln Am Anfang vor allem handeln</p>	<b>48</b>
<b>Kompetenzen der SuS</b>	<p><b>Was müssen die SuS können?</b> Zehner und Einer unterscheiden können Im Ergänzen eine Minusfunktion sehen. Vertraut sein mit dem Hunderterfeld</p> <p><b>Was muss sitzen, dass man weitermachen kann?</b> Muss automatisiert sein durch „Drill“: Rechnen bis 20, Zahlenpaare bis 10 Aussagen zu aufeinander aufbauenden Lern- schritten.</p>	<b>24</b>
<b>Mathematik kommuni- zieren</b>	<p>Kinder formulieren selber eine Aufgabe 3 Kinder arbeiten zusammen: jemand handelt, jemand kommentiert, jemand notiert LP und Kinder entwickeln eine Geschichte Kinder fassen in eigene Worte was sie tun und wie sie rechnen Mathematische Begriffe als Voraussetzung für beschreiben, austauschen, kommunizieren</p>	<b>13</b>
<b>Besondere Bedürfnisse</b>	<p>Nicht alle brauchen das gleiche Ein Kind, das Probleme hat Einsatz von Begabten</p>	<b>9</b>
<b>Mögliche Schwierigkei- ten der SuS</b>	<p><b>Was könnte für die SuS schwierig sein?</b> Wenn Begriffe unklar sind: z.B. was ist auf der Hundertertafel hinauf, was hinunter? Minusrechnen mit Zählritten rückwärts ist problematisch Nur mit reinen Zahlen rechnen ist manchmal zu abstrakt Wenn zu viele verschiedene Materialien einge- setzt werden (Also: bei bewährtem Material blei- ben) Orientierung/Richtung auf der Hundertertafel, rechts/links, Rechenrichtung, Zahl verkehrt no- tiert</p>	<b>8</b>
<b>Selber ausprobieren und entdecken</b>	<p>Mit 3 Zahlen spielen: <math>7+5=12</math>, <math>12-5=7</math> usw. Gelöste Aufgaben zeigen: probiert selber her- ausfinden wie das gerechnet wurde</p>	<b>2</b>

Die Fundstellen sind die in der Transkription der Tonbänder (s. Anhang 5.4) gefundenen Aussagen, welche den für die Auswertung gebildeten Unterkategorien zugeordnet werden konnten. Einige weni-

ge Aussagen konnten mehr als einer Unterkategorie zugeordnet werden. Es ergeben sich deshalb in der obigen Tabelle total 104 Fundstellen.

Zusammengefasst waren die Analyseschritte folgende:

Schritt 1: Kennzeichnen der Fundstellen zur Hauptkategorie „Wichtigkeit“

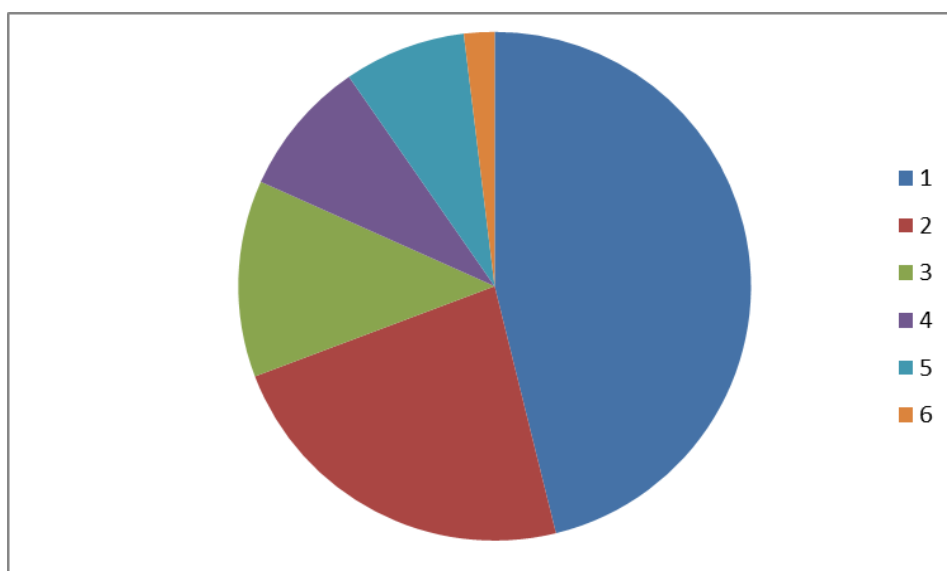
Schritt 2: Inhaltliche Strukturierung der Hauptkategorie (Methode: Paraphrasieren und sprachliche Reduktion der Aussagen auf die Hauptinformation, vgl. Mayring, 2010, S. 69+70)  
→ Entstehung der Unterkategorien

Schritt 3: Zuordnung der Fundstellen der Hauptkategorie zu den Unterkategorien

Schritt 4: Kennzeichnen weiterer Fundstellen im Tondokument zu den Unterkategorien

Schritt 5: Darstellung der Unterkategorien mit den inhaltlichen Aussagen der Lehrpersonen und als Kreisdiagramm

### Diagramm zur Auswertung der Gruppendiskussion



1. Mit Material handeln
2. Kompetenzen der Schülerinnen und Schüler: Voraussetzungen, die sie haben müssen um etwas zu verstehen, d.h. vorallem im Sinne eines logischen Aufbaus der Lernschritte. Etwas muss zuerst sitzen, sonst kann man nicht weitergehen. Eine anzustrebende Kompetenz für das Verständnis der Subtraktion.
3. Mathematik kommunizieren: beschreiben und austauschen der eigenen Denkwege, in eigene Worte fassen was ich tue oder rechne, mathematische Sprache um sich über mathematische Inhalte zu verständigen
4. Besondere Bedürfnisse
5. Mögliche Schwierigkeiten der Schülerinnen und Schüler
6. Lernformen mit denen Kinder entdecken, nicht auf Grund der Erklärungen von Lehrpersonen, sondern durch spielen, ausprobieren, überlegen

Betrachtet man die Häufigkeit der Nennungen ergibt sich eine Verteilung der erfragten Kategorien wie im obigen Diagramm. Dies bedeutet, die Lehrpersonen machen sich in der Gruppendiskussion Überlegungen zu den einzelnen Bereichen bei der Unterrichtsvorbereitung in folgender Gewichtung: Die meisten Überlegungen betreffen das Material, die Hilfsmittel und dazugehörige Handlungen, an zweiter Stelle, stehen Überlegungen der Lehrpersonen zu dem was die Kinder können müssen um die geplanten Aufgaben zu verstehen usw. Ob diese Gewichtung verallgemeinert werden könnte, müsste in weiteren Schritten überprüft werden.

## 7.2 Auswertung der Plakate

Auf den Plakaten suchten wir nach den obigen Kategorien und verglichen anschliessend, welche Aspekte in die tatsächliche Unterrichtsplanung einfließen. Die gefundenen Merkmale haben wir den entsprechenden Unterkategorien zugeordnet.

### Plakat 1 (1. Klasse)

<b>Merkmale für eine gelungene Einführung</b>	<b>Unterkategorie</b>
Grosse Zahl steht vorne	<b>Kompetenz</b>
Handeln: mit Büchsen werfen wegnehmen	<b>Handeln mit Material</b>
SuS formulieren selber Aufgaben	<b>Mathermatik (M.) kommunizieren</b>
Aufgaben in einen Kontext eingebettet	<b>Inhalt wird bedeutsam, Bezug zu Alltag und Lebenswelt</b>
Verschiedene Ebenen: handeln, visuell dargestellt, symbolisch/in Zahlen dargestellt	<b>Parallel verschiedene Ebenen: enaktiv, ikonisch, symbolisch</b>
<b>Umsetzung in eine Lektionsplanung</b>	
1. Handeln: Sugus/Fischli wegnehmen, wegessen - Frage: Wie viele hat es noch? - Handlung kommentieren - Zahlen dazu setzen - Minus Zeichen erklären	<b>Handeln mit Material</b> <b>M. kommunizieren</b> <b>Enaktiv, ikonisch, symbolisch: gemeinsam</b>
2. Zu dritt: - Handeln - Kommentieren - Aufgabe notieren	<b>M. kommunizieren</b> <b>Enaktiv, ikonisch, symbolisch: PA</b>
3. Schriftliche Arbeit auf Blatt: - Aufgabe als Text – Zeichnung – Rechnung zusammenbringen (etwas davon ergänzen)	<b>Enaktiv, ikonisch, symbolisch: schriftlich EA</b> <b>3 Ebenen gleichzeitig / parallel sichtbar: Text / Zeichnung / Rechnung</b>

*Enaktiv: handelnd*

*Ikonisch: bildlich*

*Symbolisch: verbal oder formal*

**Plakat 2 (2. Klasse)**

<b>Merkmale für eine gelungene Einführung (Voraussetzungen)</b>	<b>Unterkategorie</b>
Kennen 100er Feld	<b>Hilfsmittel</b>
Können E und Z unterscheiden	<b>Kompetenz</b>
Begriffe vorwärts – rückwärts Einer – Treppe Zehner – Lift	<b>Mathematische Sprache</b>
grösser – kleiner der Zahlen	<b>Kompetenz</b>
<b>Umsetzung in eine Lektionsplanung: Subtraktion von 10er Zahlen</b>	
1. Zu zweit: Zahlenkärtchen schreiben mit bestimmten Bedingungen: 5 Rote Kärtchen: Zahlen die grösser sind als 50 5 Blaue Kärtchen: Zehnerzahlen kleiner als 60	<b>Kompetenz</b>
2. Zu zweit: ein Stapel rote und ein Stapel blaue: 1 Kind nimmt je ein rotes und ein blaues und rechnet rot-blau	<b>Hilfsmittel (Spiel)</b>
3. Differenzierung: grüne Kärtchen mit allen Zahlen kleiner als 50 4. Gelbe Kärtchen mit Zahlen 1-9	<b>Besondere Bedürfnisse</b>
5. Erhöhung der Schwierigkeit: leere Hundertertafel nehmen	<b>Hilfsmittel</b>

**Plakat 3 (Mittelstufe, schriftliche Subtraktion)**

<b>Merkmale für eine gelungene Einführung</b>	<b>Unterkategorie</b>
Einfache Aufgaben ohne Übertragszahl gemeinsam lösen	<b>Direkte Instruktion</b>
Vormachen - nachmachen	<b>Lernform</b>
Zusammenhang zur Addition aufzeigen (Ergänzungsaufgaben)	<b>Umkehraufgabe, Verständnis für Grundoperationen,</b>
Verschiedene Möglichkeiten anbieten (Stellenwerttafel)	<b>Hilfsmittel</b>
Verständnis, dass Subtraktion auf Addition aufbaut	<b>Ableitung von Bekanntem</b>
<b>Umsetzung in eine Lektionsplanung: schriftliche Subtraktion</b>	
1. Vorwissen abfragen	<b>Anknüpfen an Bekanntes, Lernprozess begleiten</b>
2. Vorzeigen des Lösungswegs, Erklärungen	<b>Direkte Instruktion</b>
3. Hilfe anbieten	<b>Individuelle Bedürfnisse</b>
4. Übungsphase	<b>Routine für alle/Kompetenzen</b>

**Bemerkungen:**

- Es kommen neue Bereichen dazu:  
Zahlen aufschreiben: hat mehr mit Schrift zu tun  
Algorithmus für die Mittelstufe (auf das Verständnis der subtraktiven Handlung wird nicht mehr eingegangen, wenn Kinder damit noch Mühe haben, wird es in der Mittelstufe sehr schwierig)  
Kind war möglicherweise ein sehr gewiefter Rechner oder Auswendiglerner, dass es soweit gekommen ist mit „Neandertalerstrategien“.
- Lernformen in der Mittelstufe sind: direkte Instruktion, vormachen-nachmachen

**7.3 Auswertung der Fragebogen**

Für die Auswertung der Daten, haben wir, abgeleitet vom HfH-Unterrichtsmodell, (Modell s. Grafik in Anhang 7), folgende Kategorien gebildet:

(vgl. dazu Ausführungen und Begründungen zum HfH-Unterrichtsmodell in Kapitel 4.1)

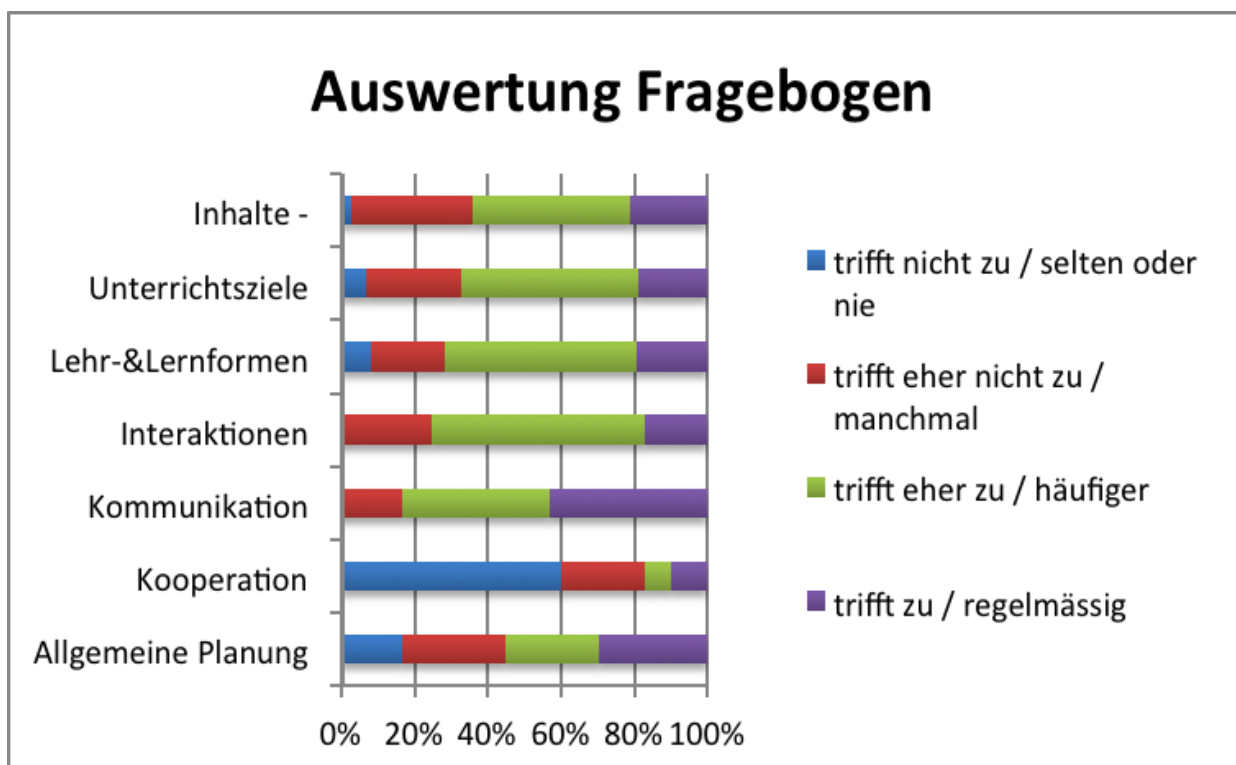
- Voraussetzungen
- Inhalte – Bedeutsamkeit
- Unterrichtsziele
- Lehr- und Lernformen
- Interaktion
- Kooperation
- Kommunikation
- Allgemeine Planung

<b>Kodierleitfaden für den Fragebogen</b>			
<b>Kategorie</b>	<b>Definition</b>	<b>Ankerbeispiele</b>	<b>Kodierregel</b>
<b>Voraussetzungen</b>	Die individuellen Voraussetzungen der Schülerinnen und Schüler als Gruppe und als Kind werden benannt.	<i>Voraussetzungen der Schülerinnen und Schüler (lernschwach / lernstark)</i>	Das Item enthält eines oder mehrere Stichwörter: <ul style="list-style-type: none"> <li>· Voraussetzung</li> <li>· Schülerinnen/Schüler</li> </ul>
<b>Inhalte – Bedeutsamkeit</b>	Der betreffende Inhalt ist im Leben der Schülerinnen und Schüler von Bedeutung (vgl. Klafki) und erfüllt gleichzeitig die definierten Ziele im Lehrplan.	<i>Ich zeige meinen Schülerinnen und Schülern, wie sie das Gelernte im Alltag gebrauchen können.</i>	Das Item enthält eines oder mehrere Stichwörter: <ul style="list-style-type: none"> <li>· Alltag</li> <li>· bekannt</li> <li>· bedeutsam</li> <li>· Ideen der Schülerinnen und Schüler</li> </ul>
<b>Ziele</b>	Ziele hängen vom individuellen, angestrebten Lerngewinn ab und werden fachdidaktische und pädagogische begründet.	<i>Bei der Einzelarbeit variere ich die Aufgabenstellung, um Schülerinnen und Schülern unterschiedlicher Leistungsstärke gerecht zu werden.</i>	Das Item enthält das Stichwort: <ul style="list-style-type: none"> <li>· Leistung</li> </ul>
<b>Lehr- und Lernformen</b>	Lehr- und Lernformen beinhalten die Überlegungen zur Methodenwahl, die Umsetzung eines integrativen Unterrichts mit den entsprechenden Massnahmen zur Individualisierung und Differenzierung.	<i>Ich lasse unterschiedliche Lösungswege von Aufgaben vergleichen und werten.</i>	Das Item erfragt methodisch-didaktische Überlegungen: <ul style="list-style-type: none"> <li>· Eigene Strategien anwenden</li> <li>· Durch Probieren eine Lösung finden</li> <li>· Üben (gleiche und veränderte Aufgaben)</li> <li>· Offene Aufgaben</li> <li>· Kognitiv aktivierende Aufgaben</li> <li>· Umgang mit Fehlern</li> </ul>
<b>Interaktion</b>	Interaktion bezeichnet die Beziehung zwischen zwei oder mehreren Personen, welche sich gegenseitig in ihrem Verhalten beeinflussen.	<i>Ich lasse die Schülerinnen und Schüler über die verschiedenen Lösungswege diskutieren.</i>	Das Item enthält die Aufforderung zu einem Austausch.
<b>Kommunikation</b>	Kommunikation ist der Austausch von Informationen zwischen Menschen, meint hier die von der Lehrperson abgegebenen Erklärungen sowie den Austausch zwischen Schülerinnen und Schülern bzw. Lehrperson im Rahmen der Begleitung im Lernprozess.	<i>Ich halte Schülerinnen und Schüler dazu an, ihre Gedankengänge genau zu erklären.</i>  <i>Ich lasse meine Schülerinnen und Schüler auch mal in die Irre gehen, bis sie selber sehen, dass etwas nicht stimmt.</i>	Das Item enthält eines oder mehrere Stichwörter: <ul style="list-style-type: none"> <li>· erklären</li> <li>· Ratschlag geben</li> </ul> oder beinhaltet Angaben zur Lernprozessbegleitung in Bezug auf den Umgang mit Fehlern

<b>Kooperation</b>	Als Kooperation wird ein problemgebundenes, zielgerichtetes, gemeinsames, arbeitsteiliges Handeln verstanden.	<i>Wie häufig stützen Sie sich auf Aufgaben, welche Sie von einem Teammitglied übernommen haben?</i>	Das Item enthält eines oder mehrere Stichwörter: · Team, Lehrpersonen als Team · Zusammenarbeit
<b>Allgemeine Planung</b>	Bei der allgemeinen Planung werden Abfolge und Kongruenz der Lernschritte festgelegt und Zusammenhänge zwischen den Ebenen hergestellt.	<i>Ich gehe bei meinen Vorbereitungen in einer logischen Reihenfolge vor.</i>	Es werden Angaben zu Lektionsplanung, Reihenfolge der Lernschritte, Verwendung der Lehrmittel

Bei der folgenden Auswertung der Fragebogen fehlt der Bereich **Voraussetzungen**. Er wurde im Fragebogen nicht quantitativ erfragt. Unter den Bemerkungen sowie bei Unterfragen finden sich Anhaltspunkte dazu, wie die Lehrpersonen individuelle Voraussetzungen der Schülerinnen und Schüler, die Voraussetzungen einer homogenen Gruppe oder diejenigen einer ganzen Klasse in der Planung berücksichtigen. So wird der Unterricht vereinzelt mit der Schulischen Heilpädagogin vorbereitet.

Von den Lehrpersonen wurde bei der Unterrichtsvorbereitung der Aspekt *Voraussetzungen der Schülerinnen und Schüler (lernschwach / lernstark)* an achter Stelle von zehn genannt. (s. Anhang 5.5)





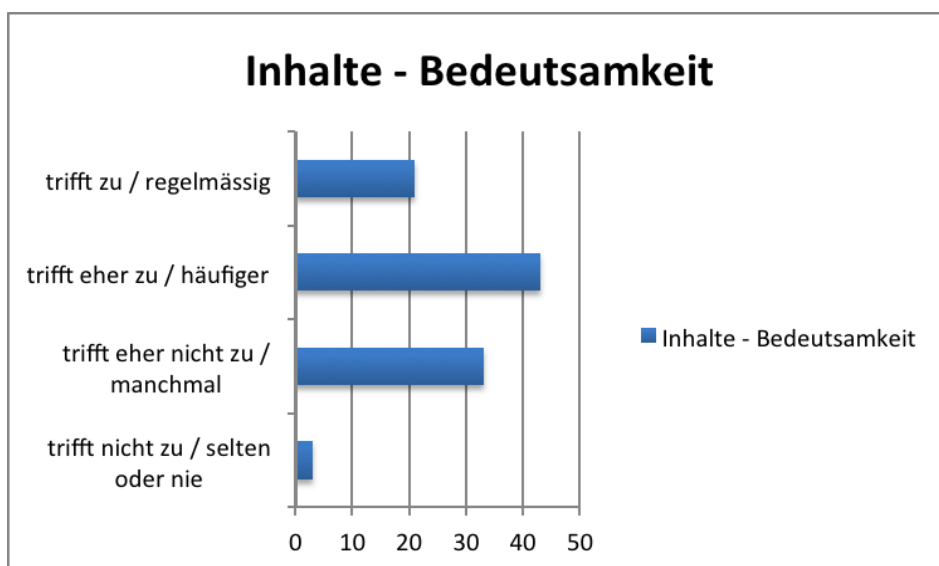
Bei der obigen Übersicht zu allen Bereichen fällt auf, dass die beiden Bereiche *Kooperation* und *Allgemeine Planung* nicht dem allgemeinen Trend (über 60 % Nennungen bei trifft eher zu /häufiger / trifft zu / regelmässig) folgen.

Die Auswertung der Unterkategorie *Kooperation* zeigt z.B. dass, alle 6 Lehrpersonen angeben, dass sie den Unterricht *selten oder nie mit jemandem vorbereiten*. (s. Kodierung des Fragebogens im Anhang 5.5)

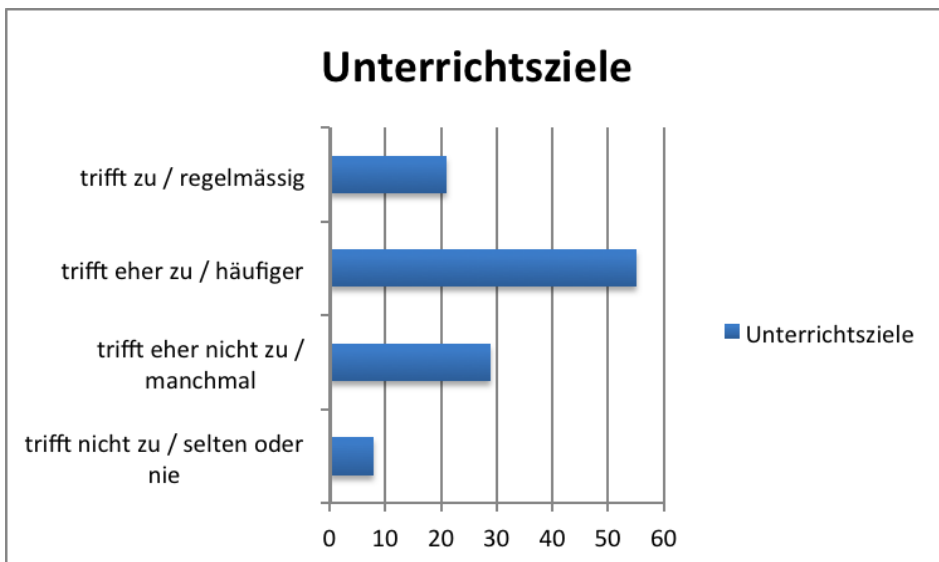
Bei der Unterkategorie *Allgemeine Planung* sind die Antworten beinahe ausgeglichen verteilt auf alle vier Abstufungen von trifft nicht/selten zu bis zu trifft (regelmässig) zu.

(vgl. folgende Detailauswertung)

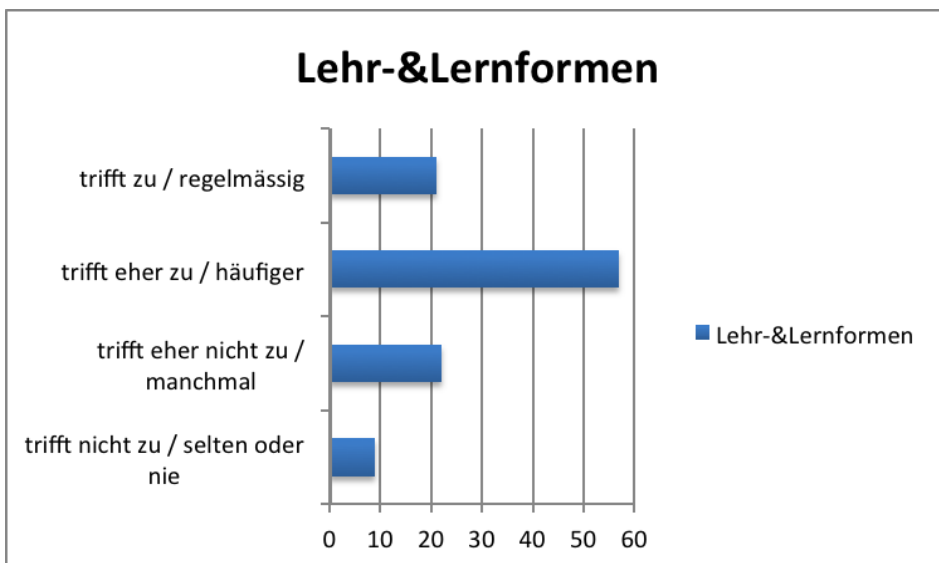
Hinweis: Bei der Skala handelt es sich um Prozentangaben:



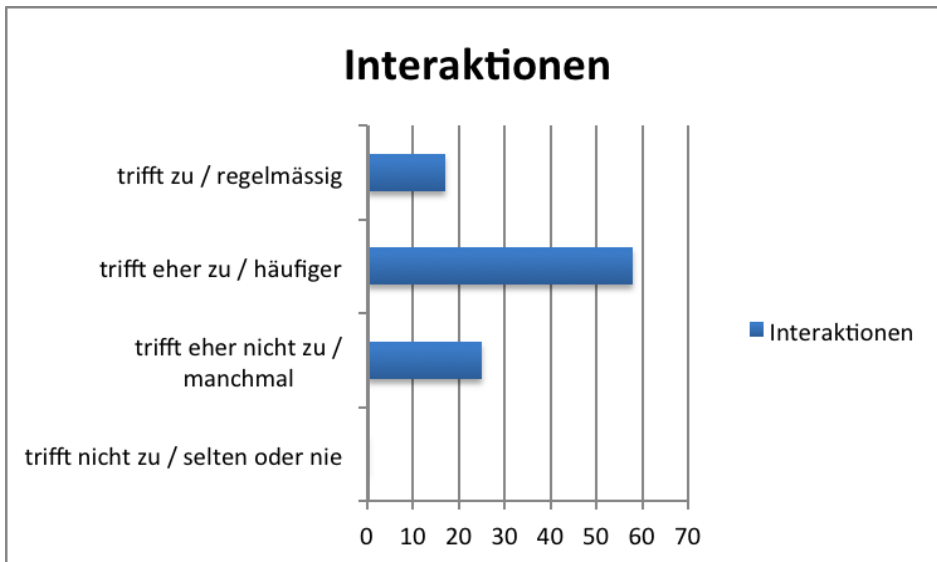
Der betreffende Inhalt ist im Leben der Schülerinnen und Schüler von Bedeutung und erfüllt gleichzeitig die definierten Ziele im Lehrplan. Uns interessierte, ob die Lehrpersonen Ideen der Schülerinnen und Schüler aufgreifen, vom Alltag ausgehen und Verknüpfungen mit anderen Themen herstellen. Ersichtlich ist, dass dieser Bereich im Unterricht und bei den Vorbereitungen berücksichtigt wird, aber für die Lehrpersonen nicht von zentraler Bedeutung ist.



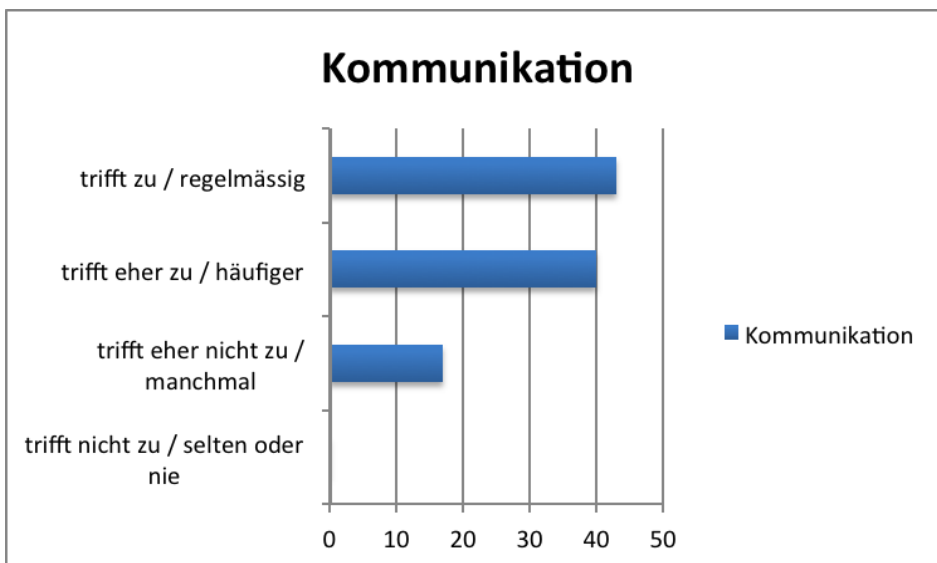
Die Lehrpersonen planen, welches individuelle Lernziel die Schülerinnen und Schüler erreichen sollen, welcher Lerngewinn angestrebt wird, welche Leistung die Schülerinnen und Schüler erbringen sollen. Es werden Aufgaben für leistungsstarke und leistungsschwache Schülerinnen und Schüler definiert und bei den Hausaufgaben wird das Leistungsvermögen berücksichtigt. Bei der Gruppenarbeit wird weniger auf die Zusammensetzung nach Leistung geachtet.



Die Überlegungen zu den passenden Lehr- und Lernformen, die Umsetzung eines integrativen Unterricht, die Individualisierung und Differenzierung sind bei den Lehrpersonen zentral. Die Werte sind ähnlich wie beim Bereich *Unterrichtsziele*. Die Schülerinnen und Schüler sollen sich mit Aufgaben auseinandersetzen, über mögliche Lösungswege nachdenken, auch eigene Strategien entwickeln, Zeit zum Vertiefen und Anwenden aufwenden mit dem Ziel, dass das Subtrahieren bei den Schülerinnen und Schülern verstanden ist.



Der Austausch unter den Schülerinnen und Schülern ist in allen Klassenzimmern Alltag. Es wird regelmässig über mögliche Lösungswege diskutiert. Die verschiedenen Möglichkeiten werden einander gegenüber gestellt. So erhalten die Schülerinnen und Schüler verschiedene Handlungsvarianten und Erklärungsmodelle.



Der verbale Austausch im Klassenzimmer hat einen hohen Stellenwert. Die Lehrperson ist einerseits verantwortlich für den Informationsfluss, andererseits coacht sie den Austausch unter den Schülerinnen und Schülern und begleitet und berät sie im Lernprozess. Dabei sind auch der produktive Umgang mit Fehlern und das selbständige Lernen der Schülerinnen und Schüler Bestandteil des Schulalltags.

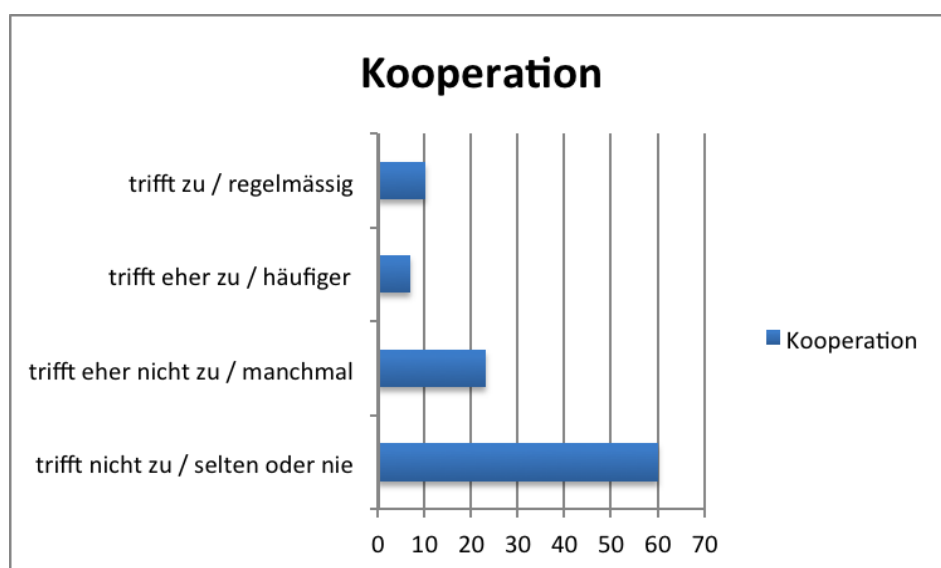
In der Volksschulgemeinde A. hat die Schulbehörde 2009 schülerzentrierte Unterrichtsmethoden (Projekt ZentrUM, vgl. Anhang 6) zum Hauptziel der Schulentwicklung erklärt. Das Projekt soll bis im Sommer 2013 abgeschlossen sein. In dieser Zeit soll die Schule sich weg vom *Stoff durchnehmen* hin

zu *Kompetenzen erwerben* bewegen. Heterogenität und Kooperationen sollen auf allen Ebenen als Stärke erkannt und genutzt werden.

Die Umsetzung wird von der Schulleitung überprüft. Dabei wird auf drei Punkte geachtet:

- Selbstgesteuertes Lernen: Leistungsdifferenzierte Angebote, regelmässige Metakognition, Lernziele sind bekannt, Lernprozesse sind strukturiert
- Gemeinschaftliches Lernen: Schülerinnen und Schüler lernen mit- und voneinander
- Personalisiertes Lernen: kompetenzorientiertes Lernen, Lernwege sind personalisiert und dokumentiert

In den Klassenzimmern sind die Projektziele sichtbar umgesetzt.



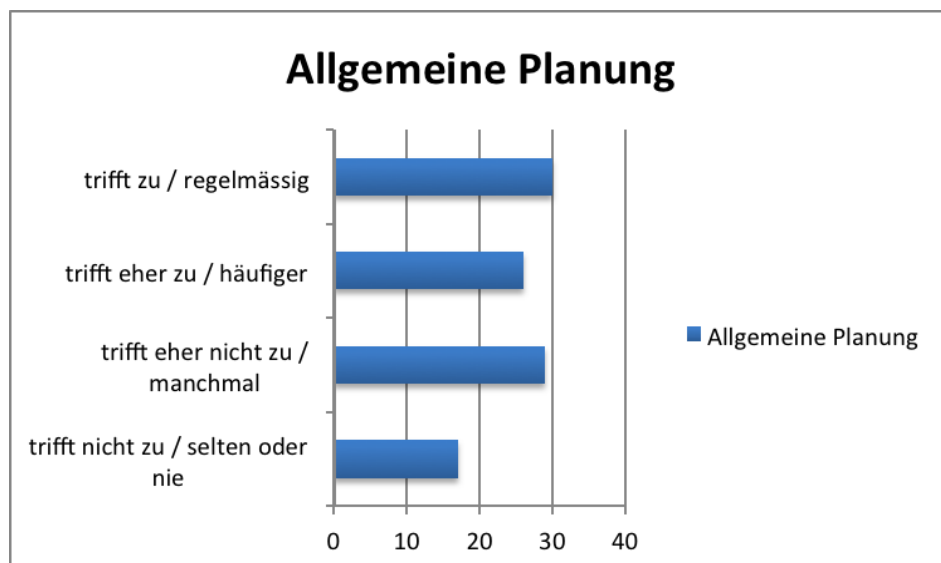
Unter Kooperation verstehen wir ein problemgebundenes (z.B. Einführung Subtraktion), zielgerichtetes (Einführungslektion erarbeiten), gemeinsames und arbeitsteiliges Handeln. In der Schuleinheit der Aussengemeinden sind die Lehrpersonen meist Einzelkämpfer. Ein kooperatives Arbeiten wie hier am Workshop ist unter dem Schuljahr selten. So greifen sie kaum auf Aufgaben oder Materialien von anderen Lehrpersonen zurück, arbeiten nach individuellen Jahresplänen und bereiten auch den Unterricht in der Regel allein vor.

Unter Zusatzbemerkungen finden wir im Fragebogen folgende Aussage:

*Keine Parallelklassen => geringer Austausch*

Zwei Lehrpersonen bereiten ihren Unterricht selten mit der Schulischen Heilpädagogin vor, eine Lehrperson mit der Teamteaching-Lehrperson.

Wenn es zu einer Zusammenarbeit wie zum Beispiel hier im Workshop kommt, schätzen die Lehrpersonen den Austausch von Material, von Ideen, aber auch von Vorbereitungen und die Möglichkeit zum Besprechen von Problemen und Aufgreifen von Fragen. Die Wertschätzung im Team ist hoch: *Die Zusammenarbeit innerhalb des Lehrerteams im Fach Mathematik ist so, wie ich sie mir wünsche.* Sechs Nennungen bei *trifft zu*



Die allgemeine Planung des Unterrichts wird von den Lehrpersonen als sehr wichtig erachtet. An erster Stelle werden bei den Unterrichtsvorbereitungen folgende Aspekte berücksichtigt:

*Ich gehe bei meinen Vorbereitungen in einer logischen Reihenfolge vor. Ich stütze mich bei meinen Vorbereitungen auf die Angaben im Lehrmittelkommentar.*

Aus der Verteilung der Antworten im obigen Diagramm schliessen wir, dass die Vorbereitungen konkret dann sehr unterschiedlich angegangen werden. Alle greifen auf das Lehrbuch der Klasse zurück. Zusätzlich informieren sich einige im Lehrmittelkommentar, greifen auf andere Lehrbücher zurück oder holen sich Ideen in Fachartikeln. Mehrheitlich wird der Ablauf der Lektion genau geplant. Die meisten geben auch ausführliche Erklärungen zu den Aufgaben ab.

## 7.4 Unsere Sichtweise

Im Vorfeld des Workshops formulierten wir die Ziele

- Die Teilnehmenden erhalten Informationen über die aktuellen Didaktikmodelle
- Sie erweitern die Kompetenzen im Praxiskontext (Unterrichtsgestaltung).
- Sie tauschen Arbeitsmaterial und Unterrichtsrezepte aus.

Ausgehend von diesen Zielen setzten wir die Schwerpunkte

- Kooperative Vorbereitung von Lektionen
- Einbezug der Bedürfnisse von rechenschwachen Kindern
- Anregungen für die Unterrichtsgestaltung
- Aufnahmen individueller Wünsche und Bedürfnisse

Wir stellten fest, dass die Lehrpersonen den Wert des Theorie-Inputs geringer als denjenigen der kooperativen Vorbereitung gewichteten. Dies entspricht den Aussagen von Leuders der festhält: an: „Die

tatsächliche Unterrichtsplanung vollzieht sich pragmatisch und, was die Wahl der theoretischen Hintergründe angeht, wohl auch in hohem Masse ekletisch<sup>7</sup>.“ (Leuders, 2011, S. 263)

Vereinzelt wurde bei der anschliessenden kooperativen Arbeit auf den theoretischen Input Bezug genommen.

*Machen wie die Japaner, habe ich mir auch schon überlegt.* (Tondokument, Aussage gleich vor Fundstelle 45, s. Anhang 5.3)

Nach unserer Einschätzung sind die Informationen über Didaktiktrends nicht bei den Lehrpersonen angekommen. Diesen Teil des Workshops bewerteten wir mit *nicht* gelungen. Wären wir von der Praxis ausgegangen, beispielsweise vom neuen Zürcher Lehrmittel aus und hätten die Theorie dort an konkreten Beispielen erklärt, wäre das Interesse da gewesen. So war die Theorie auf- und auch zu hoch angesetzt und nahm zeitlich zu viel Raum ein.

Eine Schulische Heilpädagogin erwartete Inputs zur variantenreicheren Gestaltung von Förderunterricht in Bezug auf die Subtraktion: *Ich hätte mir noch konkretere Ideen gewünscht, was man machen kann.* Im Rahmen des Workshops konnten wir den Anspruch nicht erfüllen, lieferten aber entsprechende Literatur nach. In der Ausschreibung wurde der Schwerpunkt *Anregungen für die Unterrichtsgestaltung* genannt. Er hätte von uns präziser auf das Zielpublikum bezogen werden müssen.

Beim kollegialen Austausch und bei der kooperativen Bearbeitung des Auftrags beobachteten wir engagierte Diskussionen. Die Lehrpersonen nutzten die zur Verfügung stehende Zeit gut aus. Wir empfanden diesen Teil als gelungen. Dies deckt sich auch mit den Rückmeldungen der Lehrpersonen. Die meisten Anmerkungen kamen zum Thema Austausch.

Die Klassenlehrpersonen erwähnten den kollegialen Austausch von Wissen:

- *Ich habe profitiert von dem, was ich von den anderen gehört habe, weil ich jetzt einen Stufenwechsel mache.*
- *Wir haben profitiert, weil wir sehen konnten, wie es die anderen machen.*
- *Der Praxisaustausch war wertvoll, da sich die Arbeit konkret auf zentrale Inhalte, Materialien und Überlegungen zum Unterricht bezog. Das haben wir zu wenig, weil wir an Weiterbildungstagen viel zu häufig Zeit verbraten für unspezifische Schulentwicklung.*

Die Schulischen Heilpädagoginnen betonten die gegenseitige Einsicht in die Arbeitsweisen.

- *Wir schätzten die Möglichkeit, die Arbeitsweise der Klassenlehrpersonen kennen zu lernen und auch unsere Sichtweise hineinzugeben: Es ist eine Gelegenheit, um die Klassenlehrpersonen darauf hinzuweisen, welche besonderen Bedürfnisse sie in einer Lektion berücksichtigen müssen.*

Wir stellten auch fest, dass in den Gruppen, in denen eine Schulische Heilpädagogin mitarbeitete, explizit auf Schülerinnen und Schüler mit besonderen Bedürfnissen eingegangen wurde.

---

<sup>7</sup> *ekletisch* im Sinne von *auswählend*

Die Lehrpersonen schätzen den schulhausübergreifenden Austausch von Meinungen, die Diskussion über Unterrichtsmethoden und die Möglichkeit, heilpädagogisches Fachwissen auszutauschen, respektive weiterzugeben.

Dass der Arbeitsteil auf positive Resonanz gestossen ist, hängt unserer Meinung nach mit dem direkten Bezug zum Unterrichtsalltag zusammen. Das konkrete Planen einer Lektion gehört zum Lehreralltag. Da sind alle Profis, tauschen sich auf Augenhöhe aus und ziehen direkten Nutzen aus den Rückmeldungen und den Inputs der Runde.

Für eine nächste Durchführung muss für diesen Teil mehr Zeit eingeplant werden.

Zu unserer positiven Überraschung wurde das Schmökern in den Lehrmitteln rege genutzt. Auch diesen Teil betrachteten wir als gelungen. Aktuell arbeiten die Lehrpersonen mit verschiedenen Lehrbüchern. Das neue Mathematiklehrmittel regte Diskussionen über Unterrichtsmethoden und integrative Didaktik an. Wir erkannten, dass die Lehrpersonen sich eng an ihr Lehrmittel halten und von diesem auch Möglichkeiten zur Individualisierung und Differenzierung im Unterricht erwarten.

Wir stellten uns vor, dass sich einige unter den teilnehmenden Lehrpersonen für eine Fortsetzung einer kooperativen Vorbereitung interessieren und wir diese Gruppe weiter begleiten könnten. Dazu waren die Lehrpersonen jedoch nicht bereit. Von unserer Seite war eine Fortsetzung im Voraus zu wenig konkret vereinbart worden, auch weil wir befürchteten, dass wir bei einer Verpflichtung zu weiteren Treffen gar keine Zusage erhalten hätten. Ein Fehler unsererseits! In der Theorie wird explizit darauf aufmerksam gemacht, dass Erwartungen von Anfang an transparent kommuniziert werden müssen. Hunziker empfiehlt für praktische wissenschaftliche Arbeiten, „schriftlich zu vereinbaren, was von der angefragten Organisation erwartet werden darf.“ (Hunziker, A., 2010, S. 121) Dies bedeutet, die Zusage der angefragten Schule hätte zusammen mit den getroffenen Abmachungen und den gegenseitigen Erwartungen klar und möglichst schriftlich festgehalten werden müssen.

Zusammenfassend stellten wir fest, dass die Aufteilung in einen Teil Theorie und einen Teil Workshop stimmt, das Verhältnis aber zugunsten des Workshops angepasst werden muss. Die Aufgabe, gleichzeitig zu moderieren, zu beobachten und Notizen zu machen, erfordert eine präzise Vorbereitung und eine minutiöse Arbeitsteilung. Das wird uns bei einer nächsten Durchführung leichter fallen.

## 8. Interpretation der Ergebnisse

In diesem Kapitel stellen wir die Hauptaussagen aus den Gruppendiskussionen, den Lektionsvorbereitungen, den Fragebogen und unserer Sichtweise auf den Workshop nochmals zusammenfassend dar. In Form einer Matrix (Triangulation, Kap. 8.1) vergleichen wir die Aussagen aus den verschiedenen Quellen und ergänzen sie mit wichtigen Kontextinformationen zur Schule A. Die dabei festgestellten Übereinstimmungen und Widersprüche führen zu unseren Hypothesen in Kapitel 8.2.

Wie die Auswertungen in den vorangegangenen Kapiteln 7.1 – 7.4 zeigen, können die hauptsächlichsten Aussagen aus der Gruppendiskussion, der Lektionsvorbereitung auf den Plakaten und den Fragebogen wie folgt zusammen gefasst werden:

Die Hauptaussagen der Lehrpersonen aus der **Gruppendiskussion** sind:

- Das Handeln mit Material und Hilfsmitteln ist im Anfangsunterricht sehr zentral. Wichtig ist Material, das nachher weg ist.
- Die Lehrpersonen betonen welche Kompetenzen bei den Schülerinnen und Schülern vorhanden sein müssen, um den Lernstoff in logisch aufeinander folgenden Schritten aufzubauen. Im Wesentlichen werden folgende genannt:
  - Die Kinder müssen Zehner und Einer unterscheiden können.
  - Sie müssen vertraut sein mit dem Hunderterfeld.
  - Rechnen bis 20 und die Zahlenpaare bis 10 müssen automatisiert sein.
  - Sie müssen im Ergänzen auch eine Minusfunktion erkennen.
- Die Lehrpersonen erachten es als wichtig, dass Kinder eigene Aufgaben formulieren, in eigene Worte fassen, was sie tun und wie sie rechnen, und parallel nebeneinander handeln, kommentieren und notieren. Dies auch in Partnerarbeit oder in Dreiergruppen.
- Die Lehrpersonen überlegen sich für den Unterricht Differenzierungsmöglichkeiten für schnellere Schüler. Vereinzelt wird in der Diskussion auf schwächere Schüler mit besonderen Bedürfnissen verwiesen.
- Die Lehrpersonen nennen folgende Schwierigkeiten bei der Subtraktion, die zu beachten sind:
  - Den Kindern muss klar sein, was auf der Hundertertafel vorwärts und rückwärts bedeutet (Begriffe klar und Orientierung klar)
  - Minusrechnen mit Zählritten rückwärts ist problematisch.
  - Nur reine Zahlen sind manchmal zu abstrakt (deshalb in eine Geschichte einbetten)
  - Die Kinder verwechseln manchmal Z und E.
  - Zu viele Materialien verwirren. Bei bewährtem Material bleiben.

Dieses Wissen der Lehrpersonen, darüber „Was ihre Schülerinnen und Schüler können müssen, damit sie die gestellten Aufgaben lösen können?“, scheint ein wichtiger Aspekt der Unterrichtsvorbereitung zu sein.



Aus den **Plakaten** können folgende Hauptaussagen zusammengefasst werden:

- In der einen geplanten Lektion steht die parallele Darstellung von handeln – kommunizieren – bildlich und symbolisch darstellen im Zentrum. Dies wird zuerst gemeinsam, dann in Partnerarbeit, dann in Einzelarbeit gemacht.
- In der zweiten geplanten Lektion steht ein Spiel mit Zahlenkarten und dem Hunderterfeld im Zentrum.
- In der Lektion für die Mittelstufe stehen die direkte Instruktion und Vormachen – Nachmachen im Zentrum.
- Die Lehrpersonen planen Differenzierungsmöglichkeiten für schnellere Schüler (Unterstufe) und Hilfestellungen für schwächere Schüler (Mittelstufe) in der Lektionsvorbereitung mit ein.

Die Auswertung der **Fragebogen** ergab folgende Hauptaussagen:

- Bei den Vorbereitungen werden die individuellen Bedürfnisse der Schülerinnen und Schüler berücksichtigt.
- Überlegungen zu den Lehr- und Lernformen sind fester Bestandteil der Unterrichtsvorbereitungen
- Der Austausch unter den Schülerinnen und Schülern, das Diskutieren über verschiedene Lösungswege und die Präsentation von alternativen Handlungsmodellen sind fester Bestandteil des Unterrichts.
- Die allgemeine Planung erfolgt sehr individuell. Je nach Lehrperson werden neben dem Lehrmittel auch andere Medien eingesetzt.
- Bei allen Lehrpersonen bildet das eingesetzte Lehrmittel die Grundlage für die Unterrichtsinhalte und die Abfolge der Lernschritte.
- Für eine institutionalisierte Kooperation fehlt die geeignete Schulstruktur.

Es scheint, dass innerhalb der Klassenzimmer mehrheitlich eine gemeinsame Haltung vertreten wird und ähnliche Ziele verfolgt werden. Beim Vorbereiten setzen die Lehrpersonen individuelle Schwerpunkte.

Unsere **Sichtweise auf den Workshop** ist zusammengefasst folgende:

- Die Gelegenheit für eine Diskussion und eine kooperative Lektionsplanung zu einem konkreten, alltags- und unterrichtsbezogenen Thema wurde rege genutzt und geschätzt.
- Um ins Thema hineinzukommen und die Diskussion anzuregen, braucht es einen angepassten dosierten Theorieteil.
- Eine Aufteilung in Input, Work und Austausch resp. Shop war eine sinnvolle Struktur.
- Die drei Teile müssen mit einem konkreten Auftrag vernetzt werden.
- In einer weiterführenden Begleitung könnten Rückfragen geklärt werden und es wäre möglich, Entwicklungen zu erfassen.
- Die schulische Heilpädagogin unterstützt die Lehrpersonen bei der Gestaltung von Lernumgebungen für alle.

Es scheint, dass der kooperative Austausch einem Bedürfnis der Lehrpersonen entspricht.

**Auch einige Einzelaussagen scheinen uns von besonderem Interesse:**

- Die Lehrpersonen haben am Workshop fragend-interessiert auf die Vorgehensweise reagiert, die Kinder selber herausfinden zu lassen, wie etwas gerechnet wurde (japanische Vorgehensweise): „Das habe ich mir auch schon überlegt, aber, geht denn das?“ (s. Tondokument, Aussage gleich vor Fundstelle 45, Anhang 5.3)
- Es ist ein grosser Unterschied, ob ich mit 1. (2.) Klässlern die Subtraktion einführe oder mit 4. Klässlern das schriftl. Subtrahieren. In der Unterstufe geht's ums Verstehen, Probieren, eigene Lösungswege finden. In der Mittelstufe verstehen alle die Subtraktion, da ist es eher das Vermitteln einer Technik. (s. ausgezählter Fragebogen, Anhang 3)
- Im Lehrbuch 4. Klasse sind zu wenige Aufgaben, die die Schüler zum eigenen Denken und Handeln anregen. (s. ausgezählter Fragebogen, Anhang 3)
- „Schon wieder etwas gelernt“

**Überraschend:**

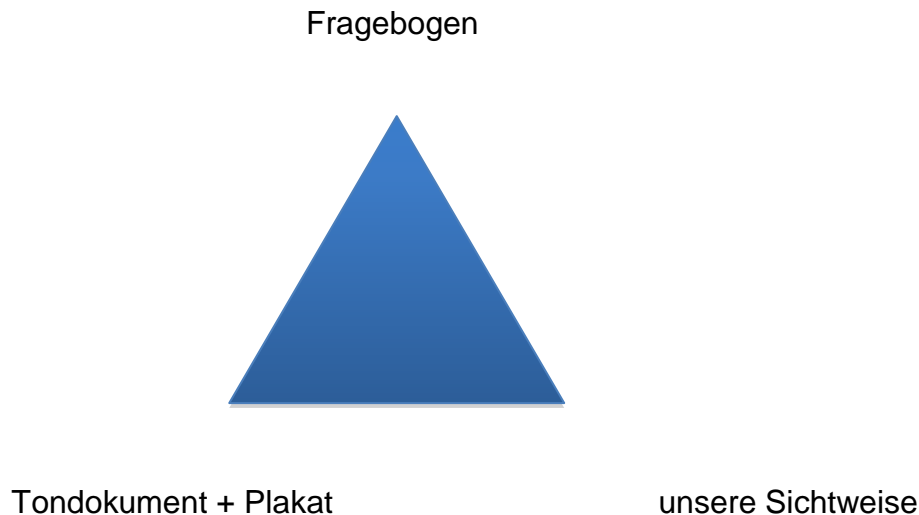
- Das Lehrbuch als zentrale Stütze, in dieser Deutlichkeit. (Quelle: Fragebogen)
- Ebenso viele Überlegungen für schnelle Schüler wie für Schwache. (Quelle: Tondokument)

**Tipps:**

- Kinder die Schwierigkeiten haben müssten einfach noch viel mehr handeln. (Quelle : Tondokument)
- Parallel drei Dinge tun: handeln – kommentieren – notieren / oder: handeln – zeichnen – notieren. (Quelle: Plakat zur Lektionsvorbereitung)

## 8.1 Triangulation

In der nachfolgenden Triangulation werden wir die die erfassten Aussagen aus den verschiedenen Quellen vergleichen und versuchen die Zusammenhänge und Wechselwirkungen darzustellen.



Der Begriff Triangulation ist dem Geometer vertraut, dem Mathematiker, dem Psychologen, dem Familientherapeuten, dem Botaniker, dem Ernährungsfachmann und dem Sozialforscher. Mit Triangulation bezeichnet man ein Verfahren, bei dem die Position eines Punktes mit Hilfe von mindestens zwei anderen Punkten bestimmt wird. In der Sozialforschung meint man damit die Kombination von Forschungsmethoden, um so eine Fragestellung möglichst zu verifizieren, beziehungsweise um Verfälschungen aufgrund der Methodenwahl zu vermeiden.

Die Chancen einer Integration von qualitativen und quantitativen Methoden bestehen in folgenden Punkten:

- Kompensation methodischer Schwächen,
- breitere Erkenntnisse,
- adäquatere Befunde,
- holistische<sup>8</sup> Sichtweise,
- Exploration als Grundlage quantitativer Untersuchungen,
- Absicherung und Erweiterung quantitativer Ergebnisse.

(Lamnek, 2010, S. 264)

Nach Lamnek (2010, S. 245-265) ist das Ziel der Triangulation, zu weiterführenden Erkenntnissen zu gelangen. Sowohl die qualitative wie auch die quantitative Forschungsmethode sollen ein möglichst objektives Bild liefern, dadurch, dass die beiden Verfahren sinnvoll verknüpft werden. Unsere Form der Triangulation gehört zur Methodentriangulation und entspricht der Between Method. Dabei wird der gleiche Gegenstand, die differenzierende Vermittlung der Subtraktion, mit mindestens zwei Da-

---

<sup>8</sup> ganzheitlich

tenerhebungsmethoden (in der vorliegenden Arbeit drei: Diskussion, Fragebogen, Sicht der Kursleitung) untersucht.

Ziel der Triangulation ist im Idealfall, dass die Erkenntnisse aus den verschiedenen Datenerhebungen übereinstimmen. Tatsächlich fanden wir neben der Übereinstimmung (Kongruenz) auch nicht ganz deckungsgleiche Ergebnisse (Komplementarität) und gar Widerspruch (Divergenz).

Die Triangulation bietet die Chance, unseren Forschungsgegenstand aus verschiedenen Perspektiven zu betrachten. Die Glaubwürdigkeit (Reliability) und die Gültigkeit (Validity) unserer Resultate werden erhöht.

Ein von uns erkannter Kritikpunkt ist, dass eine Wiederholung unserer Studie (vor allem Gruppendiskussion und Plakate), fast unmöglich ist. Um die Resultate im Sinne eines Gütekriteriums zu überprüfen, müssten die gleichen Bedingungen herrschen.

Triangulation ist kein Wert an sich, sondern entfaltet ihre Stärken nur bei einer angemessenen Anwendung im Hinblick auf Gegenstand und Fragestellung.

(Lamnek, 2010, S. 265)

## Matrix für die Triangulation

Unterricht ist ein wechselseitiges Geschehen. Wir wollen die erfassten Zusammenhänge und Wechselwirkungen aufzeigen:

Dimension	Bereich	Aussagen aus Gruppendiskussion	Aussagen aus Plakaten	Aussagen aus Fragebogen	Unsere Sichtweise	Kontextinformationen	Zusammenhänge und Wechselwirkungen
Inhalt, Ziele, Lehr- und Lernformen	Handeln mit Material und Hilfsmitteln	Handeln mit Material ist wichtig	Material + Hilfsmittel werden eingesetzt	100er Feld, Kugeln, Chips, Compi schriftl Subtr. Ergänzungsaufgaben „+?“ in Subtraktion, Wechsel auch Bank mit Behalte, Geld... -> wie bei schriftl. Add. Büchsenwerfen, Essen „wegessen“ Holzsystem, Hörnli, Knöpfe, Tierli aus Holz	Keine Aussage möglich		Handeln mit Material  → kann Bedeutsamkeit erhöhen  → kann Verständnis für subtraktive Handlung, Verständnis für die Operation vertiefen
	Lernformen	Die Wichtigkeit kooperativer Lernformen wird betont	Zu Dritt 3 Ebenen gleichzeitig: Handeln – kommentieren – notieren	LP lassen unterschiedliche Lösungswege vergleichen und bewerten	Die SHP unterstützt die LP bei der Gestaltung von Lernumgebungen für alle.		→ handeln wird sehr betont → besonders gewinnbringend scheinen die parallele und kooperative Durchführung von: Handeln – kommentieren – notieren oder Handeln – zeichnen – notieren
	Verwendung des Lehrmittels	Bezug auf das Lehrbuch bei der Planung der Lektion (Gruppendiskussion)		Alle 6 stützen sich regelmässig auf das Lehrbuch der Klasse Es arbeiten alle lehrmittelgebunden, d.h. ich weiss was die SuS schon können (sollten)	Aufgelegte Lehrmittel stiessen auf Interesse		→ hat Einfluss auf die Inhalte → Anhaltspunkte für den Aufbau der Lernschritte Im Zusammenhang mit der Aussage, dass nur selten Material ausgetauscht und gemeinsam erarbeitet wird, wird der zentrale Stellenwert des Lehrbuchs verständlich.

Inhalt, Ziele, Lehr- und Lernformen	Logischer Aufbau der Lernschritte	Hoher Stellenwert Es ist ein Aufbau.....	Hoher Stellenwert Kompetenzen was die SuS können müssen um das Spiel zu verstehen werden benannt.	Hoher Stellenwert: Rang 1 bei der Reihenfolge, der zu berücksichtigenden Punkte für die Unterrichtsvorbereitung.	Keine Aussage möglich		Die Überlegungen zu dem was die Sus können müssen, bevor zum nächsten Lernschritt übergegangen werden kann, scheint dem fundierten Aufbau des Lernerhalts zu dienen.
	Differenzierung	Wird einbezogen Innere Differenzierung Hilfestellungen für unterschiedliche Bedürfnisse	Wird auf der UST einbezogen Innere Differenzierung Hilfestellung für unterschiedliche Bedürfnisse	Wird einbezogen Innere Differenzierung Eigene Lösungswege möglich	Wird einbezogen, dort wo die SHP dabei war.		→ mind. 50% der Überlegungen betreffen die Schnellen
Kommunikation und Interaktion	Kommunikation und Interaktion im Sinne von Mathematik betreiben	Hat hohen Stellenwert	Hat hohen Stellenwert	Hat hohen Stellenwert	Keine Aussage möglich	Projekt ZentrUM (s. Anhang 11.7)	Kooperative Lernformen sind implementiert und finden hier ihren Niederschlag
Kooperation	Kooperation auf Ebene der Lehrpersonen	Bestätigung einer LP: „Schon wieder etwas gelernt heute!“	Keine Aussage möglich	Unterrichtsbezogene Zusammenarbeit findet nur selten statt Keine Parallelklassen geringer Austausch LP sind zufrieden mit der Zusammenarbeit im Fach Mathe.	Kooperation und Austausch fanden statt und wurden geschätzt	Aussenstationen mit geringen Austauschmöglichkeiten.	→ bietet wenige Möglichkeiten für unterrichtsbezogene Kooperation → Zeitfenster fehlen Päd. Projekte in gemeinsamen Workshops könnten in diese Richtung führen.
Dimension	Bereich	Aussagen aus der Gruppendiskussion	Aussagen aus Plakaten	Aussagen aus Fragebogen	Unsere Sichtweise	Kontextinformationen	Zusammenhänge und Wechselwirkungen

Auf Grund der obigen Gegenüberstellungen lassen sich in folgenden Bereichen Übereinstimmungen aufzeigen:

Bereich	Deutliche Übereinstimmung in:
Wichtigkeit von Handeln mit Material und Hilfsmitteln	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Gruppendiskussion</li> <li>• Plakat</li> <li>• Fragebogen</li> </ul>
Lernformen	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Gruppendiskussion</li> <li>• Fragebogen</li> <li>• unsere Sichtweise</li> </ul>
Verwendung des Lehrmittels	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Gruppendiskussion</li> <li>• Plakat</li> <li>• Fragebogen</li> </ul>
Logischer Aufbau von Lernschritten	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Gruppendiskussion</li> <li>• Plakat</li> <li>• Fragebogen</li> </ul>
Kommunikation und Interaktion	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Gruppendiskussion</li> <li>• Plakat</li> <li>• Fragebogen</li> <li>• Kontextinformationen</li> </ul>

Bereich	Teilweise Übereinstimmung in:
Differenzierung	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Gruppendiskussion und Fragebogen (gleich)</li> <li>• Plakat und unsere Sichtweise (davon abweichend)</li> </ul>

Im Bereich Kooperation zeigt die Gegenüberstellung widersprüchliche Aussagen:

Bereich	Widersprüchliche Aussagen
Kooperation	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Gruppendiskussion und unsere Sichtweise zeigen gewinnbringende Kooperation</li> <li>• Fragebogen und Kontextinformation zeigen keine stattfindende Kooperation</li> </ul>

## 8.2 Hypothesen

In diesem Kapitel formulieren wir unsere Folgerungen auf Grund der Vergleiche in der Triangulation:

❖ Das Wissen darüber, was die Schülerinnen und Schüler können müssen, damit die Lernschritte in einer logischen Abfolge stehen, ist sehr zentral.

Es wurden folgende Belege gefunden:

### Aussagen aus dem Tondokument

*Sie müssen wissen, dass die grosse Zahl vorne steht.*

*Am Anfang ist zählen ok., nachher muss man davon wegkommen.*

*Mir wäre wichtig, dass die Kinder auf der Hundertertafel die Zahlen 1-10 eintragen können.*

*Sie müssen Zehner und Einer unterscheiden können.*

*Die Begriffe müssen klar sein.*

*Sie müssen die Zahlen richtig hinschreiben.*

*Sie müssen Zahlenpaare wissen, die 10 ergeben.*

*Es ist ganz wichtig zu wissen, dass die Zahl 54 vier Einer hat.*

*Sie müssen das Hunderterfeld trainiert haben.*

**Items aus dem Fragebogen, welchen deutlich zugestimmt wurde:**

*Ich gehe bei meinen Vorbereitungen in einer logischen Reihenfolge vor.*

*Ich zeige meinen Schülerinnen und Schülern, wie das neue Verfahren mit bereits Bekanntem zusammenhängt.*

**Verweis auf die Theorie (vgl. Kap. 3.1, 3.3.2 und 3.4.2):**

„Die *objektive Sachstruktur* umfasst die Sache der Mathematik mit Sachanalyse (z.B. Operationsverständnis, Zahlbegriff usw.), die Bedeutung der Mathematik und die Analyse jeder mathematischen Aufgabenstellung.“ (Werner, 1999, in Moser Opitz, 2007, S. 33)

Freudenthal (nach Hefendehl – Hebecker in: Leuders, 2011 S. 110/111) beschreibt ein Stufenmodell für Mathematikunterricht:

- Stufe 0: Sammeln von praktischen Erfahrungen (prämathematische Stufe, Einüben von Grundrechenarten)
- Stufe 1: Gedankliches Ordnen der mathematischen Erfahrungen (erstes theoretisches Wissen)
- Stufe 2: Lokales Ordnen des theoretischen Wissens
- Stufe 3: Systematisieren des theoretischen Wissens
- Stufe 4: Globales Ordnen des theoretischen Wissens

Diese Stufen greifen ineinander. Werden im Unterricht Stufen übersprungen oder vertauscht, wird das Wissen nicht verankert, und es entstehen Lücken.

Fachliche und fachdidaktische Kompetenzen der Lehrpersonen sind wichtige Faktoren für den Schulerfolg von Schülerinnen und Schülern. Shulman (1986) in Scherer und Moser Opitz (2010) unterscheidet drei Formen von Fachwissen:

- *Content knowledge* beinhaltet Wissen zu den inhaltlichen Anforderungen des Unterrichtsthemas. Dies schliesst insbesondere die eigene fachliche Durchdringung der Inhalte ein.
- *Pedagogical content knowledge* beinhaltet Wissen darüber, was einen Lerninhalt einfach oder schwierig macht, wie Schülerinnen und Schüler in verschiedenen Alterstufen bestimmte Lerninhalte verstehen bzw. missverstehen können oder Wissen über geeignete Strategien.
- *Curriculum knowledge* beinhaltet die Kenntnis von Lerninhalten und deren Aufbau für die verschiedenen Lernbereiche und verschiedenen Schulstufen und die Kenntnis von geeigneten Lernmaterialien. (Scherer und Moser Opitz, 2010, S. 25)



❖ Die Schülerinnen und Schüler erhalten die Möglichkeit, durch aktives Lernen mit Material und Handlungen ihre Kompetenz zu erhöhen.

Es wurden folgende Belege gefunden:

**Aussagen aus dem Tondokument**

*Am Anfang ist wichtig, dass die Kinder handeln können.*

*Für mich ist wichtig, dass die Schüler mit Material handeln können, das nachher weg ist.*

*Diejenigen, die Mühe haben, müssten einfach noch mehr Handlung haben.*

*Die Kinder müssen die Handlung durchführen, kommentieren und aufschreiben.*

*Wir würfeln und sie müssen beim Zahlenstreifen nach unten und oben fahren.*

**Verweis auf die Theorie (vgl. Kapitel 3.1):**

Ginsburg (1997) in Moser Opitz (2007) beschreibt ein Verständnis von mathematischem Lernen, welches davon ausgeht, dass Kinder Mathematik lernen, indem sie mathematischen Inhalten begegnen und sich aktiv mit diesen auseinandersetzen.

❖ Die Anforderungen an die Schülerinnen und Schüler werden auf die individuellen Voraussetzungen abgestimmt.

Es wurden folgende Belege gefunden:

**Aussagen aus dem Tondokument:**

*Diejenigen, die Mühe haben, müssten einfach noch mehr Handlung haben.*

*Die Kleine bei mir, die Probleme hat, kann Einer und Zehner nicht unterscheiden. Sie macht immer ein Durcheinander.*

*Das brauche nicht alle.*

Es ist uns aufgefallen, dass dort, wo eine Schulische Heilpädagogin mitdiskutiert hat, die Schülerinnen und Schüler mit besonderen Bedürfnissen bei der Vorbereitung auch berücksichtigt wurden. Dies interpretieren wir als Plädoyer für einen gemeinsamen Unterricht, denn bei diesen Schülerinnen und Schülern ist das heilpädagogische Fachwissen gefragt, und die Lehrpersonen können bei den Vorbereitungen davon profitieren.

**Items aus dem Fragebogen, welchen deutlich zugestimmt wurde:**

*Bei der Einzelarbeit variere ich die Aufgabenstellung, um Schülerinnen und Schülern unterschiedlicher Leistungsstärke gerecht zu werden.*

*Bei Einzelarbeit gebe ich Aufgaben, die leistungsstarke und leistungsschwache Schülerinnen und Schüler auf unterschiedliche Weise lösen können.*

**Verweis auf die Theorie (vgl. Kapitel 3.1 und 3.4.1):**

Die *subjektive Aneignungsstruktur* betrifft Lernvoraussetzungen der Schülerinnen und Schüler (kognitiver Entwicklungsstand, individuelle Strategien, Selbstwertgefühl, soziales Umfeld usw.) Mathemat-

sche Lernstörungen entwickeln sich, ....aus jahrelangen komplexen Wechselwirkungen zwischen all den Komponenten.“ (Werner, 1999, in Moser Opitz, 2007, S. 33)

Von innerer Differenzierung spricht man, wenn Lernstoff so aufbereitet wird, dass innerhalb einer Klasse oder Lerngruppe an differenzierten und individualisierten Lernzielen gearbeitet werden kann. Die Umsetzung geschieht häufig in offenen Unterrichtsformen wie Wochenplanarbeit, Werkstattunterricht und Projektarbeit. (vgl. Scherer und Moser Opitz, 2010, S. 51)

Bei der „natürlichen Differenzierung“ steht die Art der Aufgabenstellung im Zentrum. Die Kinder arbeiten an gemeinsamen offenen Aufgabenstellungen, bei denen sie, je nach Lernstand, von sich aus die Aufgabe differenziert bearbeiten können. (Hengartner, E. et al., 2006, S. 13)

❖ Für die betreffende Schuleinheit sind Interaktion und Kommunikation ein Bestandteil guten Unterrichts.

Es wurden folgende Belege gefunden:

**Aussagen aus dem Tondokument:**

*Ich finde es wichtig, dass die Kinder selber eine Aufgabe sagen könne. Selber etwas formulieren...*

*Dann merke ich, was verstanden wurde.*

*Es können auch zwei Kinder zusammen...*

*Möglichkeiten für gemeinsames Arbeiten...*

**Items aus dem Fragebogen, welchen deutlich zugestimmt wurde:**

*Ich frage, ob jemand einen anderen Lösungsweg gefunden hat.*

*Ich lasse die Schülerinnen und Schüler über die verschiedenen Lösungswege diskutieren.*

**Verweis auf die Theorie (vgl. Kapitel 3.1):**

Werner (1999) in Moser Opitz (2007) fordert, dass im Umgang mit mathematischen Lernschwierigkeiten stärker die Momente der kognitiven Entwicklung des einzelnen Kindes im Interaktions- und Kommunikationsfeld Mathematikunterricht berücksichtigt werden müsste: In die *interaktive Vermittlungsstruktur* gehen Aspekte wie Unterrichtsklima, didaktische Aufbereitung, gewählte Veranschaulichungsmittel, Mathematiklehrgang usw. ein. (Werner, 1999, in Moser Opitz, 2007, S. 33)

❖ Die Lehrpersonen sind offen für einen kooperativen Austausch.

Es wurden folgende Belege gefunden:

**Aussagen aus dem Tondokument:**

*Gesehsch, scho wieder öppis profitiert hüt am Morge...* (Zuwachs an neuen Erkenntnissen)

*Da werde ich für solche Sachen ziemlich auf euch zukommen.* (sich weitere Informationen einholen)

*Hast du das Buch mit den Spielen drin....* (Materialaustausch)

**Aussagen aus dem Fragebogen**

*Ich schätze den Austausch von Material, von Vorbereitungen, von Ideen und die offene Tür bei Fragen.*

## 9. Schlussdiskussion

In diesem Kapitel werden die Fragestellungen beantwortet, Folgerungen für die heilpädagogische Praxis gezogen und die Forschungsmethoden kritisch gewürdigt und evaluiert. Als Abrundung blicken wir auf unsere Arbeit zurück und skizzieren im Ausblick weiterführende Ideen.

### 9.1 Beantwortung der Fragestellungen

In diesem Abschnitt werden wir zuerst die Teilaspekte und danach unsere Hauptforschungsfrage beantworten.

Welche Elemente erachten die Lehrpersonen für eine gelungene Einführung der Subtraktion als wichtig? Welche dieser Elemente fliessen in eine konkrete Unterrichtsplanung ein?

Inwiefern berücksichtigen die Lehrpersonen bei ihrer Unterrichtsvorbereitung Aspekte wie sie das HfH Unterrichtsmodell beschreibt?

#### Teilaspekt 1:

***Welche Elemente erachten die Lehrpersonen für eine gelungene Einführung der Subtraktion als wichtig?***

Auf Grund der erfassten Aussagen dieser Lehrpersonen in der Gruppendiskussion kann diese Unterfrage wie folgt beantwortet werden:

Diese Lehrpersonen halten die folgenden Elemente für eine gelungene Einführung der Subtraktion für zentral:

- Handeln mit Material
- Was müssen die Schülerinnen und Schüler können (als Vorwissen mitbringen), um die Aufgabe zu verstehen?
- Eigene Formulierungen der Schülerinnen und Schüler, miteinander über Mathematik kommunizieren
- Was könnten mögliche Schwierigkeiten sein?

Die mitwirkenden Lehrpersonen unterstreichen das Handeln mit Material. Sie erzählen von guten Erfahrungen mit Material, das nachher weg ist. Das können z.B. Sugas sein oder Salzfischli, welche die Kinder weg essen. Als wichtig erachten sie es auch, gleichzeitig drei Dinge parallel zu tun: handeln und kommentieren und notieren. Dies kann gemeinsam oder in Partnerarbeit geschehen, damit finden auch gleich Austauschgespräche über die Mathematik statt. In Form eines Arbeitsblattes für die EA sind es die drei Ebenen Text – Zeichnung – Rechnung, die dem Kind helfen in der Vorstellung ein Verständnis für die Subtraktion aufzubauen. Die subtraktive Handlung kann so in eine Rechnung übersetzt werden, und umgekehrt sollte auch die Rechnung in eine subtraktive Handlung übersetzt werden können.

Zudem betonen sie immer wieder, was die Schülerinnen und Schüler können müssen, um die gestellten Aufgaben zu bewältigen oder um die nächsten Lernschritte zu verstehen. Das Wissen der Lehrperson darüber, was die Schülerinnen und Schüler können müssen, ist also sehr zentral. Dieses Wissen ist sehr wichtig für einen folgerichtigen Aufbau des Lernstoffes. Folgende Aussage der Lehrpersonen belegen dies: *Es ist ein Aufbau, wenn das nicht sitzt, kann man nicht weitergehen.*

Ebenfalls als wichtig erachtet wird, dass die Schülerinnen und Schüler eigene Aufgaben formulieren und in kooperativen Lernformen über ihre Vorgehensweise und ihre Lösungswege sprechen. Wenn die Kinder in eigenen Worten formulieren, was sie tun und wie sie rechnen, kann die Lehrperson erkennen, was die Kinder verstanden haben. Die Wichtigkeit der aktiven eigenen Formulierung betont auch die zentrale Funktion der Sprache im Mathematikunterricht.

„Der Weg von der konkreten Handlung über eine verlässliche Verinnerlichung bis zu einer sicheren Automatisierung wird wesentlich von der Sprache getragen und begleitet.“

(Holzer, Lenart, Schaupp, 2008, S. 29.)

Als weiteres wichtiges Element werden von den Lehrpersonen mögliche Schwierigkeiten genannt, die bei der Vermittlung der Subtraktion auftreten könnten. Dies ist die unklare Verwendung von Begriffen, z.B. im Zusammenhang mit der Orientierung auf dem Hunderterfeld: *Was ist da hinauf, was hinunter?* Für die Lehrpersonen ist Minusrechnen mit Zählritten rückwärts problematisch. Deshalb wird Handeln mit Materialien empfohlen, das nachher weg ist. (...das man wirklich wegnehmen kann, Anm. d. Autoren). Siehe dazu obige Beispiele mit „Sugus“ oder „Salzfischli“.

### **Teilaspekt 2: Welche dieser Elemente fließen in eine konkrete Unterrichtsplanung ein?**

- Handeln mit Material und Hilfsmittel
- Lernform (vor allem kooperative Lernformen, welche Interaktion und Kommunikation betonen)
- Vorwissen

Zusätzlich zu diesen hier nochmals genannten Elementen fließen bei der konkreten Lektionsplanung nun Überlegungen der Lehrpersonen zur Differenzierung ein. Die Lehrpersonen planen zusätzliche Hilfsmittel zur Veranschaulichung (Zehnerstäbchen) und schwierigere Aufgaben für schnellere Schüler ein.

Mindestens ebenso viele Überlegungen wie für die leistungsschwachen Schüler beziehen sich hierbei auf die leistungsstärkeren Schüler.

**Teilaspekt 3: Inwiefern berücksichtigen die Lehrpersonen bei ihrer Unterrichtsvorbereitung Aspekte wie sie das HfH-Unterrichtsmodell beschreibt?**

Für die Beantwortung dieser Unterfrage beziehen wir uns auf die einzelnen Felder des HfH Unterrichtsmodells, das wie in Kapitel 4.1 beschrieben, unsere Theorie abbildet. Wir stellen im folgenden Teil dar, welche Elemente in jedem Feld des HfH Modells von den Lehrpersonen wie in die Unterrichtsplanung miteinbezogen werden.

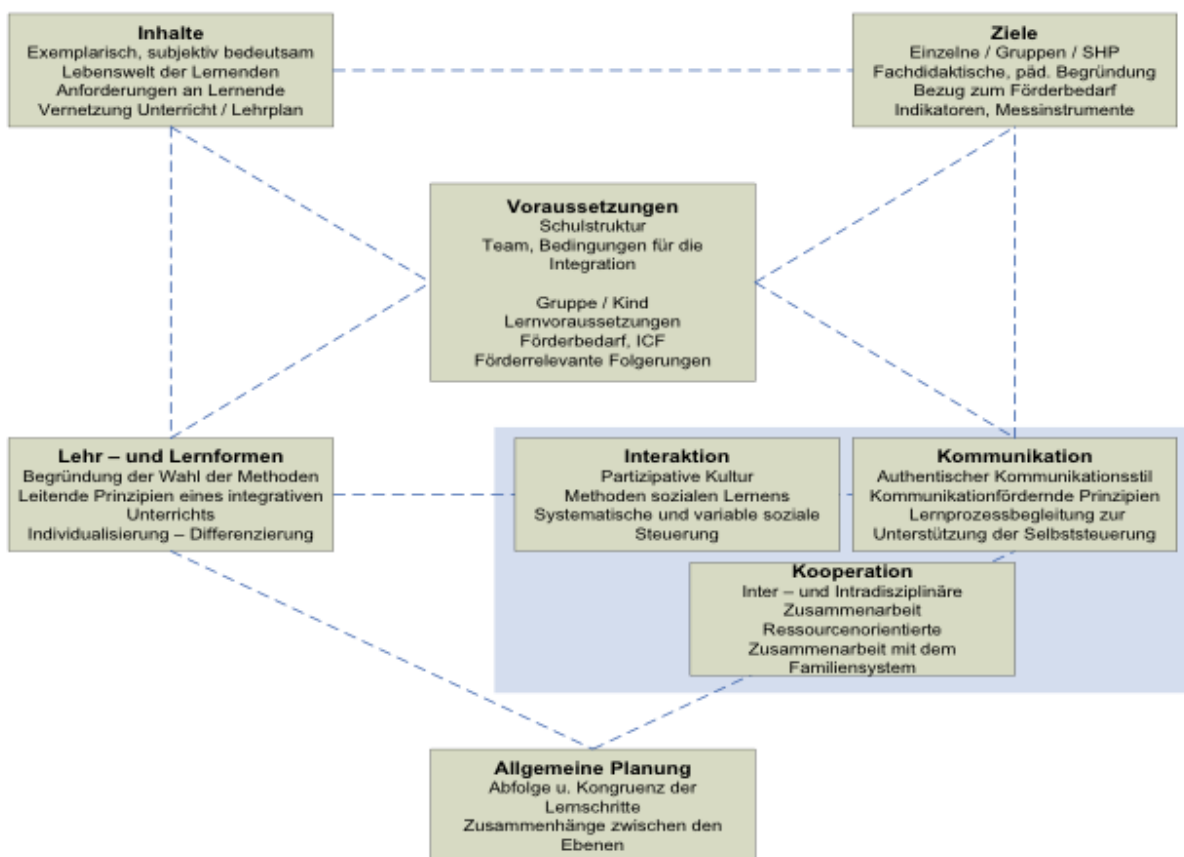


Abb: HfH Unterrichtsmodell

Feld im HfH Modell	Was wird bei der Unterrichtsvorbereitung berücksichtigt?
Voraussetzungen	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Lehrpersonen haben ein grosses Bewusstsein, was die SuS brauchen um den Lernstoff zu verstehen und was bereits verstanden sein muss, damit ein nächster Lernschritt möglich ist.</li> <li>• Angaben zu den Voraussetzungen der Klassen können keine gemacht werden, sie wurden im Rahmen dieser Arbeit nicht erfragt.</li> </ul>
Inhalt	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Inhalte werden vom Lehrbuch bestimmt</li> <li>• Bezug des Gelernten zum Alltag</li> <li>• Verknüpfung mit bereits Bekanntem</li> </ul>
Ziele	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Die Ziele was erreicht werden soll sind fachdidaktisch begründet und beziehen sich auf Einzelne oder die Gruppe</li> </ul>
Lehr- und Lernformen	Didaktisch-methodische Formen wie: <ul style="list-style-type: none"> <li>• individuelle Wege anwenden,</li> <li>• durch Ausprobieren eine Lösung finden</li> <li>• üben</li> <li>• Es wird mit schülerzentrierten Formen gearbeitet.</li> </ul>

Interaktion + Kommunikation	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Austausch und kooperative Lernformen sind durch das Projekt ZentrUM (s. Anhang 6) im Schulalltag gut verankert.</li> <li>• Der Lernprozess wird durch einen konstruktiven Umgang mit Fehlern begleitet.</li> </ul>
Kooperation auf Lehrerebene	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Wenig Spuren von gelebter Kooperation, aber</li> <li>• Bereitschaft zum Austausch, Wissen teilen, Material austauschen.</li> <li>• Über die Zusammenarbeit mit dem Familiensystem können keine Aussagen gemacht werden. Diese wurde im Rahmen dieser Arbeit nicht erfragt.</li> </ul>
Allgemeine Planung	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Die allgemeine Planung rangiert bei den berücksichtigten Prioritäten für die Unterrichtsvorbereitung an oberster Stelle. Wir deuten diese prioritäre Nennung als Ausdruck des Berufsauftrags.</li> </ul>

Insgesamt kann festgehalten werden, dass alles was die Lehrpersonen mit sich selber, mit ihrer Klasse und innerhalb des eigenen Schulhauses er- und bearbeiten, verankert ist. Für das, was über diesen Kreis hinausgeht, finden sich keine Belege.

Unsere Hauptforschungsfrage lautete:

**Wie gestalten Lehrpersonen, die an unserem Forschungsprojekt teilnehmen, die Vermittlung der Subtraktion?**

Durch die Beantwortung unserer Forschungsfrage sollen die Denkwege dieser Lehrpersonen wie folgt beschrieben werden:

Wie vermitteln sie die Subtraktion?

Wie gestalten sie den Unterricht fördernd?

Was wissen, tun oder berücksichtigen sie bei der Vermittlung der Subtraktion?

- Sie führen die Subtraktion handelnd mit Material und Hilfsmitteln ein.
- Auf der Mittelstufe vermitteln sie die Subtraktion durch direkte Instruktion.
- Sie halten die Schülerinnen und Schüler dazu an, eigene Aufgaben zu formulieren und in eigene Worte zu fassen, was sie tun und wie sie rechnen.
- Sie stellen parallel nebeneinander drei Dinge dar: handeln – kommentieren – notieren (gemeinsam, in Partnerarbeit, in Einzelarbeit)
- Ihr Ziel ist, dass die Kinder die Subtraktion verinnerlichen.
- Sie wissen, was die Kinder können müssen, um die Aufgaben zu lösen, und was sie können müssen, um einen Lernschritt weiter zu gehen.
- Sie wissen, was den Schülerinnen und Schülern Schwierigkeiten machen könnte.
- Sie differenzieren die Aufgaben in Basisaufgaben und Aufgaben für Stärkere.
- Sie üben intensiv Zahlenfreunde bis 10 (=Zahlen, die addiert 10 ergeben), Rechnen bis 20 und spielerische Aufgaben auf dem Hunderterfeld (zur Subtraktion).
- Die Lehrpersonen stützen sich dabei auf das Lehrbuch ihrer Klasse.
- Sie empfehlen: Kinder, die Schwierigkeiten haben, noch mehr mit Material handeln zu lassen.

Aus der Theorie wissen wir, dass berufliche Kontakte, private Kontexte und die Nutzung von Technologien Erkenntnisse für die Mathematikdidaktik liefern. Das individuelle Didaktikwissen beeinflusst die Gestaltung des Mathematikunterrichts (vgl. Abb. 3, Leuders, 2010). Den Erkenntniszuwachs aus unserem Didaktikinput des Workshops beziffern wir als gering. Die Lehrpersonen, die an unserem Forschungsprojekt teilnahmen, verfügen bereits über ein umfassendes didaktisches Wissen. Woher dieses Wissen stammt, war nicht Gegenstand unserer Masterarbeit. Im folgenden Kapitel zeigen wir Optimierungsmöglichkeiten für die Vermittlung der Subtraktion auf.

## 9.2 Folgerungen für die Heilpädagogische Praxis

In diesem Kapitel gehen wir auf die in Kapitel 7 erwähnten heilpädagogisch relevanten Spuren in den Dokumenten ein und ziehen daraus Schlüsse für den heilpädagogischen Praxisalltag.

Die Lehrpersonen verfügen über ein breites didaktisches Wissen. Die Bedürfnisse ihrer Schülerinnen und Schüler sind zentral. Bei den Vorbereitungen berücksichtigen sie die Heterogenität ihrer Klasse. In den Gruppendiskussionen am Workshop fielen uns die differenzierten Inputs der beiden Schulischen Heilpädagoginnen zu den Vermittlungsstrategien auf. Aufgefallen sind uns aber auch die fehlenden Spuren.

Wir vermissen bei den Vorschlägen zur Vermittlung der Subtraktion Bezüge zum Förderbedarf und förderrelevante Folgerungen, sowie bei den Lehr- und Lernformen Aussagen zu einem integrativen Unterricht. Konkret meinen wir, die Lehrpersonen bemerken richtig, dass das rückwärts Zählen problematisch ist, besprechen aber keine Wege, was man tun kann, wenn die Schülerinnen und Schüler es mit den dargebotenen Materialien nicht anders machen können. Wir fanden aber auch nirgends einen Hinweis, dass die Lehrpersonen solche Schwierigkeiten aus ihrer Unterrichtserfahrung kennen. Die Empfehlung bei Schwierigkeiten noch mehr mit Material zu handeln ist richtig, sofern dies in einer bestimmten, alternativen Art und Weise getan wird. Andernfalls ist es nur „mehr vom Gleichen“. Der Hinweis auf dem Tondokument kam denn auch von der Schulischen Heilpädagogin, dass Material nur unterstützend ist, wenn es eingeführt und vertraut ist. Wir meinen, es soll auch strukturiert sein, so dass beispielsweise eine Zahlmenge auf einen Blick erkennbar ist und nicht mit der Abzählstrategie erfasst wird.

Viele Lehrpersonen sind sich gewohnt, das Lehrbuch Seite für Seite durchzuarbeiten. Auch alle Lehrpersonen, welche den Fragebogen ausfüllten, richteten sich bei den Unterrichtsvorbereitungen nach dem Lehrbuch. Für den Erwerb von mathematischen Kompetenzen und für den Aufbau des Basiswissens müssen nicht alle Inhalte gleich gewichtet werden. Schulische Heilpädagogen können den Lehrpersonen wertvolle Informationen liefern für die Differenzierung des Unterrichts und die Berücksichtigung der möglichen Schwierigkeiten von Kindern. So gibt der Heilpädagogische Kommentar (vgl. Schmassmann und Moser Opitz, 2008) Hinweise, wie die Kapitel im Lehrbuch zu gewichten sind.

Schulische Heilpädagogen wie auch Lehrpersonen wissen: Das mathematische Verständnis entwickelt sich nicht linear sondern ist spiralförmig aufgebaut. Die neuen Lehrmittel tragen diesem Aspekt Rechnung. Doch können Schulische Heilpädagogen erkennen bzw. mit Lernstandserfassungen diagnostizieren, wann bei Lernschwierigkeiten zugewartet und wann gezielt unterstützt werden soll.

Aus der Theorie wissen wir, dass Förderung am besten im Klassenzimmer stattfindet. Reusser (2009) hält fest, dass integriert geschulte Kinder in der Regel grössere Lernfortschritte machen als separativ

geschulte. Gemäss Bildungsdirektion des Kantons Zürich (2010, S. 18) besteht eine der zentralen Aufgaben der Schule darin, alle Kinder – auch solche mit mathematischen Lernschwierigkeiten – so weit wie möglich im Klassenunterricht zu fördern. Das bedeutet, dass das Lernziel nicht mehr für alle gleich ist, sondern der individuelle Leistungszuwachs gemessen wird, dass Lerngruppen und Lernwege nicht homogen, sondern flexibel und binnendifferenziert organisiert werden müssen. Solche professionell gestalteten Lernumgebungen bedingen pädagogisch–psychologisch und didaktisch hochqualifizierte Lehrpersonen. Reusser (2009) nennt als Kernbereiche die Ziel- und Stoffkultur (logischer Stoffaufbau, Lehrmittelqualität), die Lernprozess- und Methodenkultur (Klassenführung, Verstehensklarheit, intelligentes Üben, Lernbegleitung) sowie die Dialog- und Interaktionskultur (Sozialklima und Schülerorientierung). Eine Schulische Heilpädagogin kann die Lehrperson bei der Gestaltung der spezifischen Lernprozesse der Schülerinnen und Schüler unterstützen. Optimal ist eine kooperative stufenspezifische Entwicklung von Förderplänen für zentrale Themen in den Bereichen Mathematik. Dies kann zu Beginn eines Quartals stattfinden. Eine solche Vorbereitung entlastet die Lehrpersonen und die Schulischen Heilpädagogen und schafft Raum für individuelle Lernbegleitungen im Unterricht (vgl. Reusser, Referat, 2009).

Diese Aussage von Reusser werden wir der Schulleitung als Empfehlung weitergeben.

### **9.3 Reflexion des forschungsmethodischen Vorgehens**

Um die Qualität unseres empirischen Forschungsprozesses, dieser Einzelfallanalyse über die differenzierende Vermittlung der Subtraktion, zu kontrollieren, reflektieren wir in diesem Kapitel unser forschungsmethodisches Vorgehen.

In unserer empirischen Forschung kommen sowohl qualitative wie auch quantitative Methoden zur Anwendung. Sie ergänzen sich gegenseitig. Aus den Dokumenten erhielten wir einerseits einen Einblick in Denkwege, Prozesse, Überzeugungen und Fähigkeiten, welche für die Lehrpersonen bedeutsam sind, andererseits klar strukturierte, zählbare Aussagen über die Überlegungen bei der Unterrichtsvorbereitung.

In den quantitativ ausgewerteten Bereichen (Teile des Fragebogens) bilden Objektivität, Reliabilität und Validität die Hauptgütekriterien. Für die qualitativ ausgewerteten Dokumente gibt es weniger eindeutige Qualitätsmerkmale. Bei deren Auswertung hielten wir uns an das inhaltsanalytische Ablaufmodell nach Mayring (vgl. Kap. 5.5). „Sie (die qualitative Inhaltsanalyse) bietet als explizit theorie- und regelgeleitete Analyse die Möglichkeit einer systematischen, strukturierten Arbeit mit unterschiedlichsten sprachlichem Material.“ (Mayring 2010, Klappentext). Es war uns wichtig, unsere Schritte offen zu legen, zu dokumentieren und damit Transparenz zu schaffen. Mit der Triangulation versuchten wir, die Stärken und Schwächen der einzelnen Methoden auszugleichen und so ein valides Ergebnis zu erzielen.

Aus der Gruppendiskussion wurden viele wertvolle Informationen gewonnen. Wir führen dies darauf zurück, dass die teilnehmenden Lehrpersonen sich bereits kannten und einander vertrauten. Die Aufbereitung und Auswertung der Tondokumente erwies sich als zeitintensiv und mühsam. Wir hatten der Wahl des Tonträgers wenig Beachtung geschenkt. So waren die Aufnahmen von schlechter Qualität. Ein Aufnahmegerät funktionierte gar nicht. Zwei der drei Bänder waren brauchbar. Teilweise waren aber so viele Stimmen gleichzeitig auf dem Band, dass das Gesprochene unverständlich war. Durch



mehrmaliges Abhören gelang es doch, einen grossen Teil der Diskussionen zu transkribieren. Zur besseren Lesbarkeit wählten wir die Schriftsprache.

Die Plakate gehören zu den schriftlichen Dokumenten. Sie sind zusammen mit den Tondokumenten im Workshop entstanden, und wir werteten sie auf die gleiche Art wie die Gruppendiskussion aus.

Die Analysetechniken nach Mayring (2010) gaben dann die Abfolge der Schritte für die Auswertung der Tondokumente und der Plakate vor: Das Material wird so reduziert (in den Schritten: paraphrasieren, generalisieren, reduzieren), dass die wesentlichen Inhalte erhalten bleiben, aber nun überschaubar sind. Einzelne Stellen konnten wir uns erst erklären, als wir zusätzliche Informationen beizogen (Explikation). Schliesslich filterten wir bestimmte Aspekte heraus und brachten sie in eine von uns festgelegte Ordnung.

Unsere Arbeit überprüften wir anhand der sechs allgemeingültigen Gütekriterien nach Mayring (2010). Dem Kriterium der **Verfahrensdokumentation** entsprachen wir, indem wir nachvollziehbar zeigten, wie die Daten erhoben, ausgewertet und analysiert wurden. Unsere **Interpretationen** begründeten wir **argumentativ und theoriegeleitet**. Unser Datenmaterial bearbeiteten wir **nach vorher festgelegten Analyseschritten**. Die **Nähe zum Gegenstand** erreichten wir mit der Durchführung des Workshops. Die Rückmeldungen nach dem Workshop zeigten uns, dass ein **deutliches Interesse** am Austausch vorhanden war und der **Inhalt** für die beteiligten Lehrpersonen **bedeutsam** war. Bei der **kommunikativen Validierung** sollten die Ergebnisse nochmals mit den Befragten diskutiert, überprüft und ergänzt werden. Dies haben wir unterlassen. Es hätte unsere Interpretationen aber dort abgesichert, wo wir etwas subjektiv gedeutet haben. (Hypothesen, siehe Kapitel 8.2)

Der Fragebogen wurde nach der Durchführung des Workshops ausformuliert. Grundlage dazu waren einerseits die Erkenntnisse aus dem Workshop andererseits ein bestehender Fragebogen aus dem Forschungsprogramm COACTIV (Kunter et al., 2011). Beim Formulieren der Fragen achteten wir auf folgendes:

- Kontakt- und Einleitungsfragen zum Einstieg
- Vorbereitungsfragen auf das Thema
- Geschlossene Fragen mit einer vierteiligen Skalierung
- Offene Fragen
- Reihenfolge festlegen

Den Fragebogen liessen wir von verschiedenen Personen gegenlesen und konnten so Stolpersteine eliminieren wie: zwei Fragen in einer verpackt, missverständliche Formulierung oder Suggestivfrage.

Wie Altrichter und Posch (2007) empfehlen, wurde der Fragebogen vor dem Einsatz getestet. Wir fragten dafür zwei Lehrpersonen aus anderen Schulen an: eine Junglehrerin und eine erfahrene Lehrperson. Der Fragebogen enthielt sowohl skalierte Items als auch qualitative Fragen.

Anhand des HfH- Unterrichtsmodells wurden aus den skalierten Items Kategorien gebildet und diese statistisch ausgewertet. Die Analysetechniken nach Mayring (2010) kamen bei den offenen Fragen zur Anwendung.

Mit der Triangulation verglichen wir die verschiedenen Ergebnisse aus den Dokumenten und Plakaten, dem Fragebogen und aus unserer Perspektive. Zudem verbanden wir quantitativ und qualitativ ausgewertete Daten sowie die Erhebungsmethoden Fragebogen, Gruppendiskussion und Dokument

(Plakate). Wir als Verfasserinnen stellen fest, dass die Gütekriterien bei der Datenerhebung, der Datenauswertung, der Darstellung und der Interpretation grösstenteils berücksichtigt wurden.

Für die Beantwortung der ersten und zweiten Unterfrage zogen wir die Auswertungen der Gruppendiskussion und der Plakate heran. Der Fragebogen lieferte die Hinweise zur Beantwortung der dritten Unterfrage. Auf alle Resultate bezogen wir uns bei der Beantwortung der Hauptfrage.

Zusammenfassend meinen wir, alle drei Instrumente Gruppendiskussion, Plakate, Fragebogen waren wichtig, da erst mit der Triangulation eine Auslegeordnung und ein nachfolgender Vergleich stattfanden und unsere subjektiven Eindrücke zu präzisen und gesicherten Aussagen wurden.

## 9.4 Rückblick und Ausblick

*Alle Menschen sind klug. Die einen vorher, die anderen nachher.*

*Verfasser unbekannt*

Das Ziel unserer Arbeit war die Erforschung der Denkwege von bestimmten Lehrpersonen bei der Vermittlung der Subtraktion. Wir erreichten es, indem wir mit diesen Lehrpersonen einen Workshop durchführten, dabei Trends in der Mathematikdidaktik vorstellten, Bedingungen für eine gelungene Einführung der Subtraktion diskutieren und eine Musterlektion zur Einführung der Subtraktion vorbereiten liessen. Dass unser Vorschlag nach einer Fortsetzung dieses Workshops keine Resonanz fand, erstaunt uns rückblickend nicht. Da hätten wir von Anfang an unsere Idee offen kommunizieren müssen. Unsere anfängliche Enttäuschung darüber ist inzwischen einer realistischen Einschätzung gewichen, dass wir weitere Workshops mit umfangreichem Datenmaterial im Rahmen dieser Masterarbeit kaum hätten bewältigen können.

Die Form des pädagogisch-didaktischen Austauschs wurde von den Lehrpersonen gelobt. Wir selber waren mit uns nicht ganz zufrieden. Eine Schulische Heilpädagogin traf nach unserer Meinung den „Nagel auf den Kopf“. Sie wünschte sich von uns am Workshop konkrete Vorschläge zur variantenreicheren Gestaltung von (Förder-) Unterricht in Bezug auf die Subtraktion, also Handlungen und Vorschläge präsentieren und aktiv ausführen lassen. Bei einer nächsten Durchführung würden wir in Bezug auf Handlungsvielfalt und –alternativen Inputs geben.

Für uns erwiesen sich die Gruppendiskussion und die Lektionsvorbereitungen als gehaltvoll und ergiebig in Bezug auf unsere Forschungsfrage.

*Umwege erweitern die Ortskenntnis.*

*Kurt Tucholsky*

Um die Überlegungen und Schwerpunkte der Lehrpersonen bei der Vorbereitung einer Lektion mit dem Thema Subtraktion zu erfassen, entschieden wir uns für einen Fragebogen. Die Rücklaufquote von knapp 60 % war unter unseren Erwartungen. Die Lehrpersonen, welche den Fragebogen ausfüllten, blickten alle auf mehr als sechs Jahre Unterrichtserfahrung zurück, waren also diesbezüglich eine

homogene Gruppe. Durch die Triangulation *Gruppendiskussion/Plakate – Fragebogen – unsere Sichtweise* erkannten wir, dass im Bereich *Kooperation* widersprüchliche Aussagen gemacht wurden. Wir meinen: Für die LP wäre eine Weiterbildung zu fachdidaktischen Themen wichtig (konkret, alltagsspezifisch, unterrichtsrelevant). Die Offenheit der LP sollte genutzt werden. Eine Weiterbildung muss auf Ebene Schulleitung initiiert werden und kooperativ aufgebaut sein, also gleiches Thema für alle, gemeinsames Erarbeiten von Lektionen und Förderplänen.

Als Forscherinnen und als Schulische Heilpädagoginnen machten wir im Entstehungsprozess dieser Arbeit verschiedenste bereichernde Erfahrungen. Das Verfassen der Arbeit im Team verlangte die Bereitschaft, zum Dialog und zum Konsens. Die gemeinsamen Arbeitsstunden empfanden wir als grosse Bereicherung.

*Wir waren ein Team: Wir arbeiteten zusammen, wir lösten Probleme gemeinsam und schliesslich erreichten wir zusammen den Gipfel.*

*Edmund Hillary*

## 10. Literaturverzeichnis

- Altrichter, H. & Posch, P. (2007). *Lehrerinnen und Lehrer erforschen ihren Unterricht* (4. Aufl.). Bad Heilbrunn: Klinkhardt.
- Barth, D. (2011). *Forschungsmethodische Aspekte und Probleme der Inhaltsanalyse. Workshop im Rahmen des Moduls C10*. Unveröffentlichtes Skript der Hochschule für Heilpädagogik, Zürich
- Bildungsdirektion des Kantons Zürich. (2010): *Lehrplan für die Volksschule des Kantons Zürich. Überarbeitete Version*. Zürich: Bildungsdirektion Kanton Zürich.
- Born, A. & Ohler, C. (2011). *Kinder mit Rechenschwäche erfolgreich fördern*. Stuttgart: Kohlhammer.
- Brandenberg, M., et al. (2010). *Mathematik 1+2*. Zürich: Lehrmittelverlag.
- Eckert, A. (2002). *Eltern behinderter Kinder und Fachleute. Erfahrungen, Bedürfnisse und Chancen*. Bad Heilbronn: Klinkhardt.
- Erziehungsdirektion des Kantons Zürich. (Ausgabe 2004). *Lehrplan für die Volksschule des Kantons Zürich*. Zürich: Lehrmittelverlag
- Fritz, A. & Schmidt, S. (2009). *Fördernder Mathematikunterricht in der Sek. I*. Weinheim und Basel: Beltz Verlag.
- Gaidoschik, M. (2007). *Rechenschwäche vorbeugen*. Wien: G & G Verlagsgesellschaft.
- Gasteiger-Klicpera, B. & Julius, H. & Klicpera, Ch. (Hrsg.). (2008). *Sonderpädagogik der sozialen und emotionalen Entwicklung*. Göttingen: Verlag Hogrefe.
- Gudjons, H. (1997). *Pädagogisches Grundwissen: Überblick – Kompendium – Studienbuch*. (5. durchges. und erg. Auflage). Bad Heilbronn: Klinkhardt.
- Hansen, G. (2010). *Unterstützende Didaktik. Planung und Durchführung von Unterricht an Allgemeinen Schulen und Förderschulen*. München: Oldenburg Verlag.
- Heckmann, K. & Padberg, F. (2008). *Unterrichtsentwürfe Mathematik Primarstufe*. Heidelberg: Akademischer Verlag Spektrum.
- Hengartner, E., Hirt, U. & Wälti, B. (2006). *Lernumgebungen für Rechenschwache bis Hochbegabte*. Zug: Klett und Balmer.
- Holzer, N., Lenart, F., Schaupp, H. (2008). *Eggenberger Rechentest. Manual*. Bern: Huber.
- Hunziker, A. (2010). *Spass am wissenschaftlichen Arbeiten*. Zürich: SKV Verlag.
- Jahnke, T. (2006). *Einführung in die Mathematik Didaktik*. Potsdam: Institut für Mathematik, Universität Potsdam, Vorlesung vom 7.11.06 im WS 06/07. [www.math.uni-potsdam.de](http://www.math.uni-potsdam.de)

- Jank, W. & Meyer, H. (2002). *Didaktische Modelle* (5. Aufl.). Berlin: Cornelsen Verlag.
- Kornmann, R. (2010). *Mathematik für Alle von Anfang an!*. Bad Heilbronn: Klinkhardt
- Kunter, M. et al. (Hrsg.), (2011). *Professionelle Kompetenz von Lehrkräften. Ergebnisse aus dem Forschungsprogramm COACTIV*. Münster: Waxmann Verlag.
- Lamnek, S. (2005). *Qualitative Sozialforschung. Lehrbuch*. Weinheim: Beltz.
- Leuders, T. (Hrsg.), (2011). *Mathematikdidaktik. Praxishandbuch für die Sekundarstufe I und II*. (6. Aufl.). Berlin: Cornelsen Verlag.
- Lorenz, J. & Radatz, H. (1993). *Handbuch des Förderns im Mathematikunterricht*. Hannover: Schroedel-Schulbuchverlag.
- Lorenz, J. (2003). *Lernschwache Rechner fördern*. Berlin: Cornelsen Verlag.
- Mayring, P. (2002). *Einführung in die Qualitative Sozialforschung* (5. Aufl.). Weinheim und Basel: Beltz Verlag.
- Mayring, P. (2010). *Qualitative Inhaltsanalyse. Grundlagen und Techniken*. (11. aktualisierte und überarbeitete Aufl.). Weinheim und Basel: Beltz.
- Moser Opitz, E. (2007). *Rechenschwäche/Dyskalkulie*. Bern: Haupt Verlag.
- Padberg, F. & Benz, C. (2011). *Didaktik der Arithmetik*. Heidelberg: Akademischer Verlag Spektrum.
- PISA. (2009, 2012). <http://pisa.educa.ch/de/mathematik>. (03.01.2013)
- Reusser, K. (2009). *Lernwirksamer Unterricht in heterogenen Klassen: Gelingensbedingungen und Qualitätsmerkmale*. Referat. Zürich: QUIMS – Netzwerktagung.
- Riedl, A. (2004). *Grundlagen der Didaktik*. Stuttgart: Alfred Steiner Verlag.
- Scherer, P. & Moser Opitz, E. (2010). *Fördern im Mathematikunterricht der Primarstufe*. Heidelberg: Spektrum.
- Schmassmann, M. & Moser Opitz, E. (2008) *Heilpädagogischer Kommentar zum Zahlenbuch 1 + 2*. Zug: Klett und Balmer Verlag.
- Werner, B. (2009). *Dyskalkulie – Rechenschwierigkeiten*. Stuttgart: Kohlhammer.
- Wittmann, E. (2009). *Grundfragen des Mathematikunterrichts*. Wiesbaden: Vieweg & Teubner.

## **11. Anhang (separat gebunden oder auf CD)**

### **1 Brief an die Schule E. und das Schulhaus K. Zürich**

### **2 Unterlagen Workshop**

#### **2.1 Ausschreibung Workshop**

#### **2.2 Reader für den Workshop**

#### **2.3 Fotos aus dem Workshop**

#### **2.4 Transkribierte Audioaufnahme**

### **3 Fragebogen**

### **4 Projektjournal**

### **5 Qualitative Inhaltsanalyse**

#### **5.1 Kodierung Hauptkategorie**

#### **5.2 inhaltliche Strukturierung der Hauptkategorie**

#### **5.3 Kodierung der Unterkategorien**

#### **5.4 Darstellung der Unterkategorien**

#### **5.5 Kodierter Fragebogen**

### **6 Schule A. Projekt ZentrUM (Kurzbeschreibung)**

### **7 HfH Unterrichtsmodell**

### **8 Terminplan**