



Szacowanie niepewności pomiarów współrzędnościowych

Część 3: Metoda analizy wrażliwości

Władysław JAKUBIEC, Wojciech PŁOWUCHA, Paweł ROSNER, Mirosław WOJTYŁA



Akademia
Techniczno-Humanistyczna
w Bielsku-Białej



Wydział
Budowy Maszyn i Informatyki



Laboratorium Wzorcujące
Akredytacja PCA Nr AP 138

EMPIR EURAMET Project

Projekt 17NRM03 “Standards for the evaluation of the uncertainty of coordinate measurements in industry EUCoM” jest realizowany w latach 2019-2021 przez:

INRIM (Italy) (coordinator),
Metrosert (Estonia),
GUM (Poland),
NPL (UK),
TUBITAK (Turkey),
ATH (Poland),
przy współpracy z Politechniką Krakowską.

IK4-TEKNIKER (Spain),
CMI (Czech Republic),
DTI (Denemark),
PTB (Germany),
NMIJ-AIST (Japan),
UNIPD (Italy),

Więcej informacji na <https://eucom-empir.eu>





Sensitivity analysis

Opracowana w ATH metoda umożliwiającą zdefiniowanie **modelu pomiaru** i utworzenie **budżetu niepewności** dla wszystkich możliwych charakterystyk mierzonych techniką współrzędnościową.

Założenie: praktycznie wszystkie czynniki mające wpływ na niepewność pomiarów współrzędnościowych są objęte w wartości MPE.

Modele pomiaru to wzory według których oblicza się poszczególne charakterystyki na podstawie **minimalnej** matematycznie liczby charakterystycznych punktów mierzonego przedmiotu.

Wielkościami wejściowymi w modelach są **różnice współrzędnych** tych punktów.

Płowucha W: Wyznaczanie niepewności pomiarów współrzędnościowych metodą analizy wrażliwości. Akademia Techniczno-Humanistyczna w Bielsku-Białej, 2019, s. 201



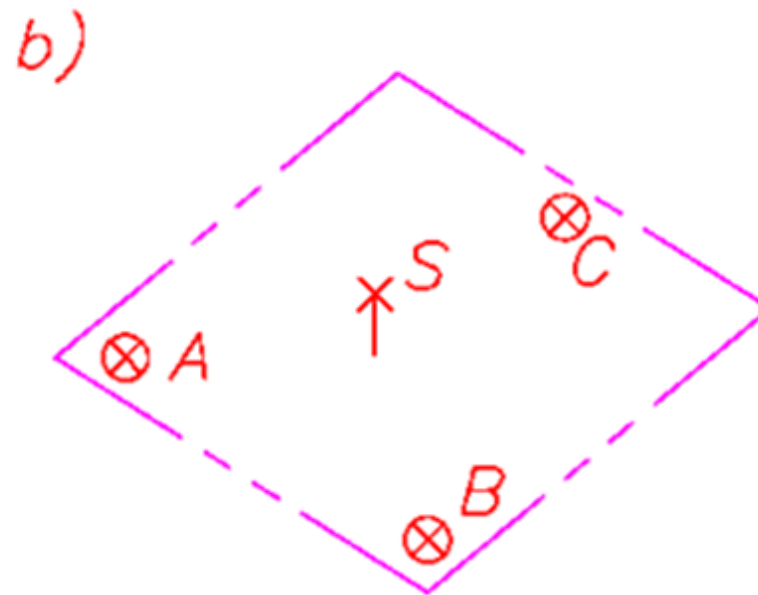
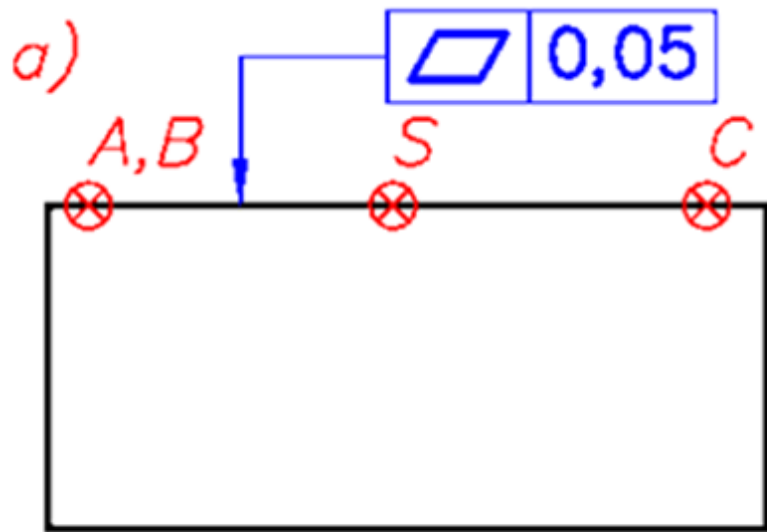
Założenia metodologiczne:

- 1 Pomiar współrzędnościowy to pomiar pośredni
- 2 Wielkości wyjściowe to poszczególne charakterystyki geometryczne
- 3 Wielkości wejściowe to **różnice współrzędnych** par punktów charakterystycznych
- 4 Modele pomiaru to wzory wynikające z prostych wzorów na odległości: punkt-punkt, punkt-prosta, punkt-płaszczyzna, prosta-prosta i inne
- 5 Standardową niepewność pomiaru różnic współrzędnych można określić ze wzoru na MPE i wyników wzorcowania



Punkty charakterystyczne - punkty elementów integralnych lub pochodnych umożliwiające zapisanie modelu pomiaru

Przykład 1: odchyłka płaskości (dla przypadku wklęsłości lub wypukłości)
Model pomiaru: odchyłka płaskości jest równa odległości punktu S od płaszczyzny ABC

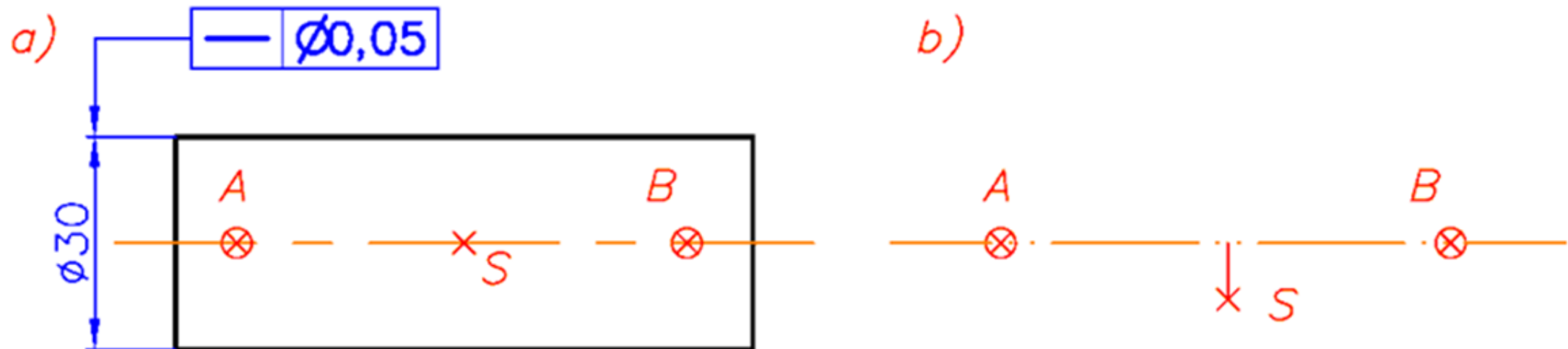




Punkty charakterystyczne - punkty elementów integralnych lub pochodnych umożliwiające zapisanie modelu pomiaru

Przykład 1: odchyłka prostoliniowości osi

Model pomiaru: odchyłka prostoliniowości jest równa odległości punktu S od prostej AB



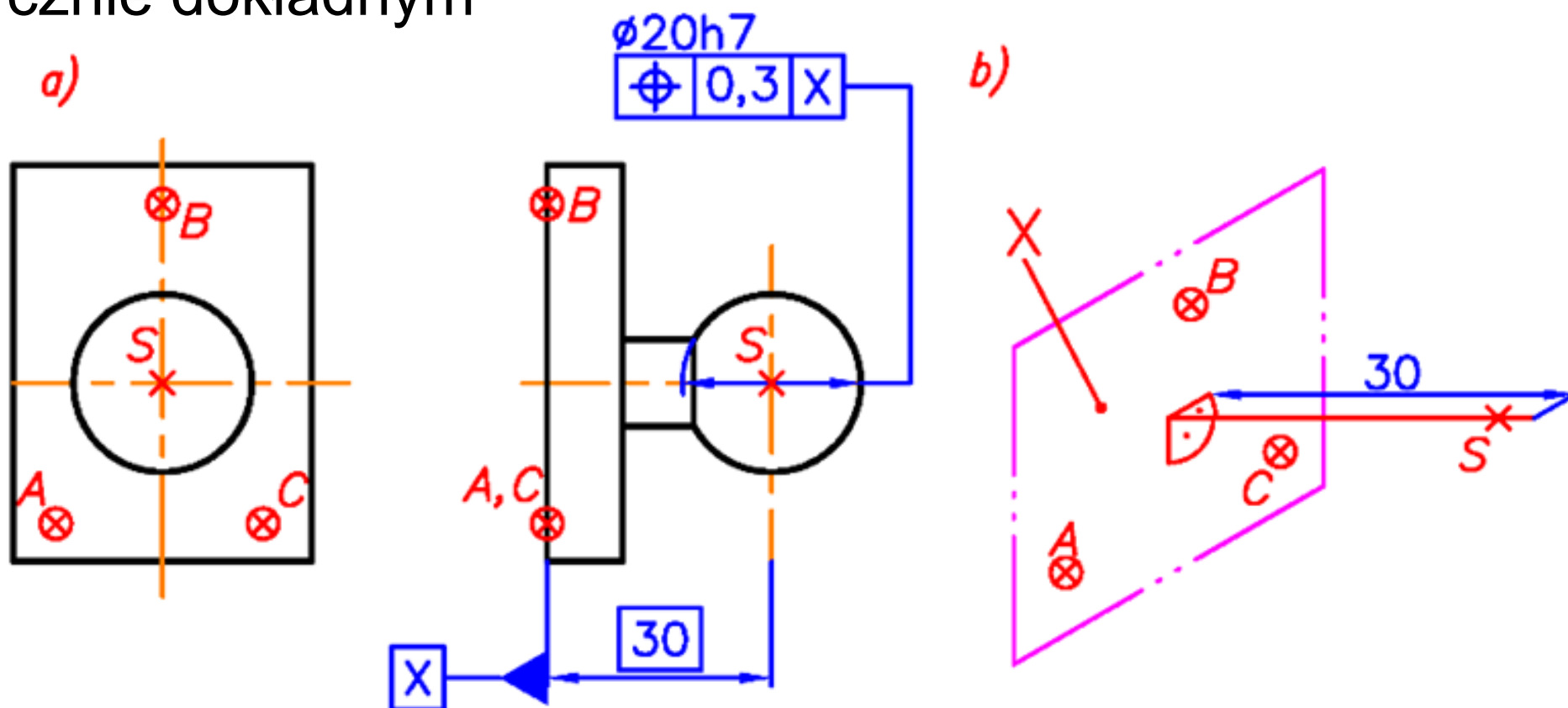
Jakubiec W., Płowucha W.: Wyznaczanie niepewności pomiarów współrzędnościowych. Cz. 1: Podstawy teoretyczne. Mechanik 5-6/2012, s. 452-455.



Punkty charakterystyczne - punkty elementów integralnych lub pochodnych umożliwiające zapisanie modelu pomiaru

Przykład 3: odchyłka pozycji punktu względem płaszczyzny

Model pomiaru: odchyłka pozycji jest równa podwojonej wartości różnicy między odległością punktu od płaszczyzny a wymiarem teoretycznie dokładnym



Wykorzystywane wzory (modele):

odległość punkt-punkt

A(a1, a2, a3), B(b1, b2, b3) – punkty

$$l(A, B) = \sqrt{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2 + (b_3 - a_3)^2}$$

$$l(AB) = |AB| = \sqrt{ab_1^2 + ab_2^2 + ab_3^2}$$

odległość punkt-prosta

S – punkt,

p – prosta

P – punkt prostej

v – jednostkowy wektor prostej

$$l(S, p) = |(P - S) \times v|$$

odległość punkt-płaszczyzna

S – punkt,

p – płaszczyzna

P – punkt płaszczyzny

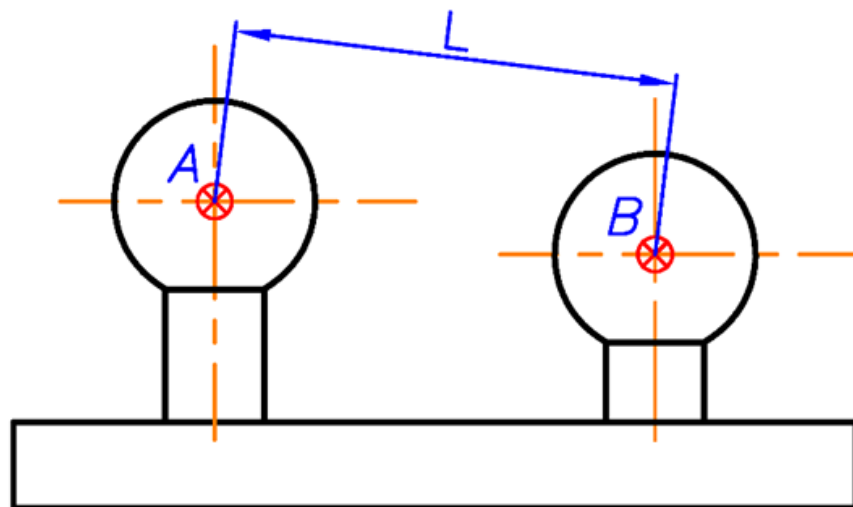
v – jednostkowy wektor normalny płaszczyzny

$$l(S, p) = |(P - S) \cdot v|$$

ISO 17450-1:2011 Geometrical product specifications (GPS). General concepts. Part 1: Model for geometrical specification and verification



Wyjaśnienie zapisu na przykładzie modelu pomiaru odległości dwóch punktów



Odległość l punktu $A(a_1, a_2, a_3)$ od punktu $B(b_1, b_2, b_3) =$ długość wektora $AB(ab_1, ab_2, ab_3)$

skalarnie

$$l(A, B) = \sqrt{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2 + (b_3 - a_3)^2}$$

wektorowo

$$l(AB) = |AB| = \sqrt{ab_1^2 + ab_2^2 + ab_3^2}$$

Odległość l jest funkcją 3 wielkości (różnic współrzędnych) ab_1, ab_2 i ab_3 , tak więc niepewność pomiaru tej odległości można obliczyć według wzoru

$$u_c = \sqrt{\left(\frac{\partial l}{\partial ab_1} u_{ab1}\right)^2 + \left(\frac{\partial l}{\partial ab_2} u_{ab2}\right)^2 + \left(\frac{\partial l}{\partial ab_3} u_{ab3}\right)^2}$$

albo ogólnie

$$u_c = \sqrt{\sum_{i=1}^3 \left(\frac{\partial l}{\partial x_i} u_i\right)^2}$$

Model pomiaru odległości dwóch punktów (cd)

$$MPE=2+4L/1000$$

$$u=MPE/3$$

$$u_c = \sqrt{\left(\frac{\partial l}{\partial ab_1} u_{ab1}\right)^2 + \left(\frac{\partial l}{\partial ab_2} u_{ab2}\right)^2 + \left(\frac{\partial l}{\partial ab_3} u_{ab3}\right)^2}$$

$$\frac{\partial l}{\partial ab_1} = \frac{ab_1}{\sqrt{ab_1^2 + ab_2^2 + ab_3^2}} = \frac{ab_1}{l} \quad u_{ab1} = MPE/3$$

$$\frac{\partial l}{\partial ab_2} = \frac{ab_2}{\sqrt{ab_1^2 + ab_2^2 + ab_3^2}} = \frac{ab_2}{l} \quad u_{ab2} = MPE/3$$

$$\frac{\partial l}{\partial ab_3} = \frac{ab_3}{\sqrt{ab_1^2 + ab_2^2 + ab_3^2}} = \frac{ab_3}{l} \quad u_{ab3} = MPE/3$$

Dlaczego do przykładów przyjęto, że $MPE=2+4L/1000$ oraz dlaczego przyjęto, że $u=MPE/3$ zostanie wyjaśnione później

A(100, 100, 100)

B(400, 100, 100)

punkty wzdłuż osi x (dwie wagi = 0)

	x_i mm	$\frac{\partial l}{\partial x_i}$	u_{x_i} μm	$\frac{\partial l}{\partial x_i} u_{x_i}$
ab_1	300	1	1.07	1.07
ab_2	0	0	0.67	0
ab_3	0	0	0.67	0
			$u_c =$	1.07

A(100, 100, 100)

B(360, 265, 120)

punkty dowolnie w 3D

	x_i mm	$\frac{\partial l}{\partial x_i}$	u_{x_i} μm	$\frac{\partial l}{\partial x_i} u_{x_i}$
ab_1	250	0.83	1.00	0.83
ab_2	165	0.55	0.89	0.49
ab_3	20	0.07	0.69	0.05
			$u_c =$	0.97

Model pomiaru odległości dwóch punktów (cd)

$$MPE=2+4L/1000$$

$$u=MPE/3$$

$$u_c = \sqrt{\left(\frac{\partial l}{\partial ab_1} u_{ab1}\right)^2 + \left(\frac{\partial l}{\partial ab_2} u_{ab2}\right)^2 + \left(\frac{\partial l}{\partial ab_3} u_{ab3}\right)^2}$$

$$\frac{\partial l}{\partial ab_1} = \frac{ab_1}{\sqrt{ab_1^2 + ab_2^2 + ab_3^2}} = \frac{ab_1}{l}$$

$$u_{ab1} = MPE/3$$

$$\frac{\partial l}{\partial ab_2} = \frac{ab_2}{\sqrt{ab_1^2 + ab_2^2 + ab_3^2}} = \frac{ab_2}{l}$$

$$u_{ab2} = MPE/3$$

$$\frac{\partial l}{\partial ab_3} = \frac{ab_3}{\sqrt{ab_1^2 + ab_2^2 + ab_3^2}} = \frac{ab_3}{l}$$

$$u_{ab3} = MPE/3$$

Dlaczego do przykładów przyjęto, że $MPE=2+4L/1000$ oraz dlaczego przyjęto, że $u=MPE/3$ zostanie wyjaśnione później

A(100, 100, 100)

B(400, 100, 100)

punkty wzdłuż osi x (dwie wagi = 0)

	x_i mm	$\frac{\partial l}{\partial x_i}$	u_{x_i} μm	$\frac{\partial l}{\partial x_i} u_{x_i}$
ab_1	300	1	1.07	1.07
ab_2	0	0	0.67	0
ab_3	0	0	0.67	0
			$u_c =$	1.07

A(100, 100, 100)

B(360, 265, 120)

punkty dowolnie w 3D

	x_i mm	$\frac{\partial l}{\partial x_i}$	u_{x_i} μm	$\frac{\partial l}{\partial x_i} u_{x_i}$
ab_1	250	0.83	1.00	0.83
ab_2	165	0.55	0.89	0.49
ab_3	20	0.07	0.69	0.05
			$u_c =$	0.97

Model pomiaru odległości dwóch punktów (cd)

$$MPE=2+4L/1000$$

$$u=MPE/3$$

$$u_c = \sqrt{\left(\frac{\partial l}{\partial ab_1} u_{ab1}\right)^2 + \left(\frac{\partial l}{\partial ab_2} u_{ab2}\right)^2 + \left(\frac{\partial l}{\partial ab_3} u_{ab3}\right)^2}$$

$$\frac{\partial l}{\partial ab_1} = \frac{ab_1}{\sqrt{ab_1^2 + ab_2^2 + ab_3^2}} = \frac{ab_1}{l}$$

$$u_{ab1} = MPE/3$$

$$\frac{\partial l}{\partial ab_2} = \frac{ab_2}{\sqrt{ab_1^2 + ab_2^2 + ab_3^2}} = \frac{ab_2}{l}$$

$$u_{ab2} = MPE/3$$

$$\frac{\partial l}{\partial ab_3} = \frac{ab_3}{\sqrt{ab_1^2 + ab_2^2 + ab_3^2}} = \frac{ab_3}{l}$$

$$u_{ab3} = MPE/3$$

Dlaczego do przykładów przyjęto, że $MPE=2+4L/1000$ oraz dlaczego przyjęto, że $u=MPE/3$ zostanie wyjaśnione później

A(100, 100, 100)

B(400, 100, 100)

punkty wzdłuż osi x (dwie wagi = 0)

	x_i mm	$\frac{\partial l}{\partial x_i}$	u_{x_i} μm	$\frac{\partial l}{\partial x_i} u_{x_i}$
ab_1	300	1	1.07	1.07
ab_2	0	0	0.67	0
ab_3	0	0	0.67	0
			$u_c =$	1.07

A(100, 100, 100)

B(360, 265, 120)

punkty dowolnie w 3D

	x_i mm	$\frac{\partial l}{\partial x_i}$	u_{x_i} μm	$\frac{\partial l}{\partial x_i} u_{x_i}$
ab_1	250	0.83	1.00	0.83
ab_2	165	0.55	0.89	0.49
ab_3	20	0.07	0.69	0.05
			$u_c =$	0.97

Model pomiaru odległości dwóch punktów (cd)

$$MPE=2+4L/1000$$

$$u=MPE/3$$

$$u_c = \sqrt{\left(\frac{\partial l}{\partial ab_1} u_{ab1}\right)^2 + \left(\frac{\partial l}{\partial ab_2} u_{ab2}\right)^2 + \left(\frac{\partial l}{\partial ab_3} u_{ab3}\right)^2}$$

$$\frac{\partial l}{\partial ab_1} = \frac{ab_1}{\sqrt{ab_1^2 + ab_2^2 + ab_3^2}} = \frac{ab_1}{l} \quad u_{ab1} = MPE/3$$

$$\frac{\partial l}{\partial ab_2} = \frac{ab_2}{\sqrt{ab_1^2 + ab_2^2 + ab_3^2}} = \frac{ab_2}{l} \quad u_{ab2} = MPE/3$$

$$\frac{\partial l}{\partial ab_3} = \frac{ab_3}{\sqrt{ab_1^2 + ab_2^2 + ab_3^2}} = \frac{ab_3}{l} \quad u_{ab3} = MPE/3$$

A(100, 100, 100)

B(400, 100, 100)

punkty wzdłuż osi x (dwie wagi = 0)

	x_i mm	$\frac{\partial l}{\partial x_i}$	u_{x_i} μm	$\frac{\partial l}{\partial x_i} u_{x_i}$
ab_1	300	1	1.07	1.07
ab_2	0	0	0.67	0
ab_3	0	0	0.67	0
			$u_c =$	1.07

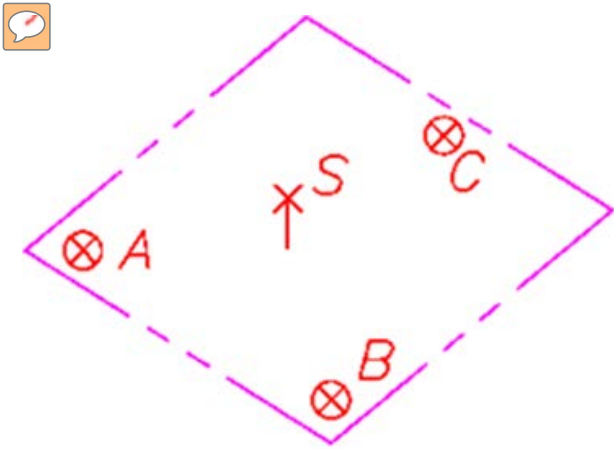
A(100, 100, 100)

B(360, 265, 120)

punkty dowolnie w 3D

	x_i mm	$\frac{\partial l}{\partial x_i}$	u_{x_i} μm	$\frac{\partial l}{\partial x_i} u_{x_i}$
ab_1	250	0.83	1.00	0.83
ab_2	165	0.55	0.89	0.49
ab_3	20	0.07	0.69	0.05
			$u_c =$	0.97

Dlaczego do przykładów przyjęto, że $MPE=2+4L/1000$ oraz dlaczego przyjęto, że $u=MPE/3$ zostanie wyjaśnione później



Model pomiaru: Odległość / punktu S od płaszczyzny p zdefiniowanej przez punkt P i jednostkowy wektor normalny v

$$l(S, p) = |(P - S) \cdot v|$$

Płaszczyzna p jest zdefiniowana przez 3 punkty $A(a_1, a_2, a_3)$, $B(b_1, b_2, b_3)$ i $C(c_1, c_2, c_3)$. Jednostkowy wektor v może być obliczony za pomocą iloczynu wektorowego wektorów AB i AC , a jako punkt P może być użyty punkt A .

Zapis wektorowy

$$l(AB, AC, AS) = \left| AS \cdot \frac{AB \times AC}{|AB \times AC|} \right|$$

Zapis skalarny

$$l = \frac{as_1L_1 + as_2L_2 + as_3L_3}{M}$$

$$L_1 = ab_2ac_3 - ab_3ac_2$$

$$L_2 = ab_3ac_1 - ab_1ac_3$$

$$L_3 = ab_1ac_2 - ab_2ac_1$$

$$M = \sqrt{L_1^2 + L_2^2 + L_3^2}$$

Odległość / punktu S od płaszczyzny p (cd) - pochodne cząstkowe

$$\frac{\partial l}{\partial a s_1} = \frac{L_1}{M}$$

$$\frac{\partial l}{\partial a s_2} = \frac{L_2}{M}$$

$$\frac{\partial l}{\partial a s_3} = \frac{L_3}{M}$$

$$\frac{\partial l}{\partial a b_1} = \frac{(-a s_1 L_1 - a s_2 L_2 - a s_3 L_3)(a c_3 L_2 + a c_2 L_3)}{M^3} + \frac{a s_3 a c_2 - a s_2 a c_3}{M}$$

$$\frac{\partial l}{\partial a b_2} = \frac{(-a s_1 L_1 - a s_2 L_2 - a s_3 L_3)(a c_3 L_1 - a c_1 L_3)}{M^3} + \frac{a s_1 a c_3 - a s_3 a c_1}{M}$$

$$\frac{\partial l}{\partial a b_3} = \frac{(-a s_1 L_1 - a s_2 L_2 - a s_3 L_3)(a c_1 L_2 - a c_2 L_1)}{M^3} + \frac{a s_2 a c_1 - a s_1 a c_2}{M}$$

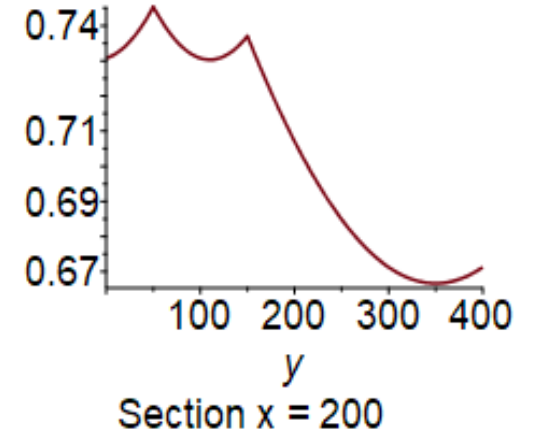
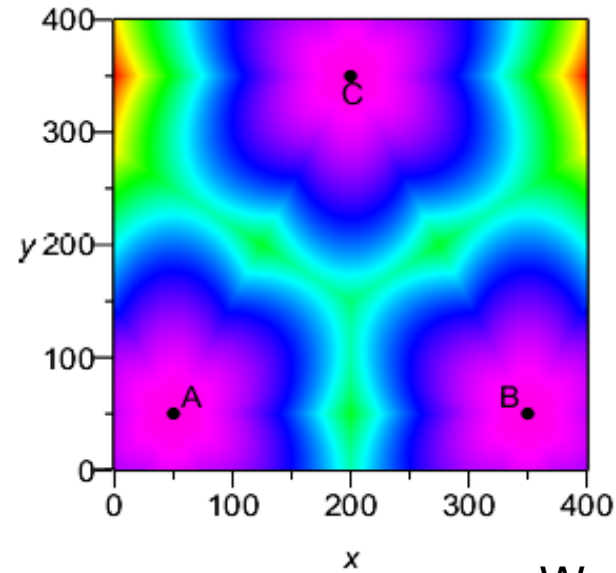
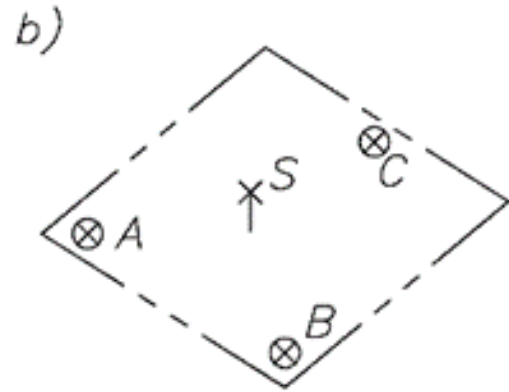
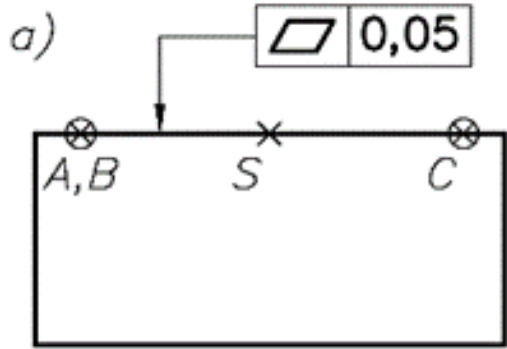
$$\frac{\partial l}{\partial a c_1} = \frac{(-a s_1 L_1 - a s_2 L_2 - a s_3 L_3)(a b_3 L_2 - a b_2 L_3)}{M^3} + \frac{a s_2 a b_3 - a s_3 a b_2}{M}$$

$$\frac{\partial l}{\partial a c_2} = \frac{(-a s_1 L_1 - a s_2 L_2 - a s_3 L_3)(a b_1 L_3 - a b_3 L_1)}{M^3} + \frac{a s_3 a b_1 - a s_1 a b_3}{M}$$

$$\frac{\partial l}{\partial a c_3} = \frac{(-a s_1 L_1 - a s_2 L_2 - a s_3 L_3)(a b_2 L_1 - a b_1 L_2)}{M^3} + \frac{a s_1 a b_2 - a s_2 a b_1}{M}$$

$$u_c = \sqrt{\sum_{i=1}^9 \left(\frac{\partial l}{\partial x_i} u_i \right)^2}$$

Przykład - odchyłka płaskości



$$MPE = 2 + 4L/1000$$

$$u = MPE/3$$

A(50, 50, 10)
 B(350, 50, 10)
 C(200, 350, 10)
 S(200, 150, 10, 01)

Odchyłka = /

	$x_i, \text{ mm}$	$\frac{\partial l}{\partial x_i}$	u_{xi} μm	$\frac{\partial l}{\partial x_i} u_{xi}$
as ₁	150	0,00	0,87	0,00
as ₂	0	0,00	0,67	0,00
as ₃	0,01	1,00	0,67	0,67
ab ₁	300	0,00	1,07	0,00
ab ₂	0	0,00	0,67	0,00
ab ₃	0	-0,50	0,67	0,33
ac ₁	150	0,00	0,87	0,00
ac ₂	300	0,00	1,07	0,00
ac ₃	0	0,00	0,67	0,00
			u =	0,75

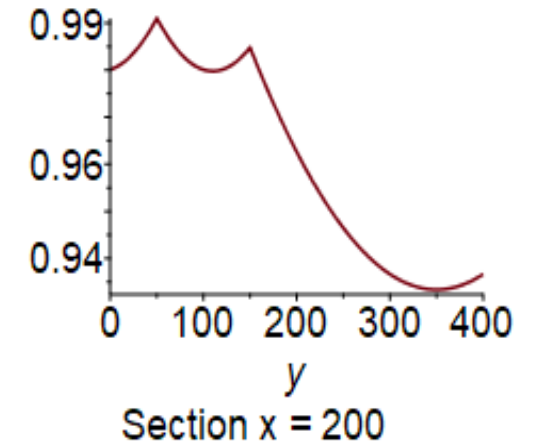
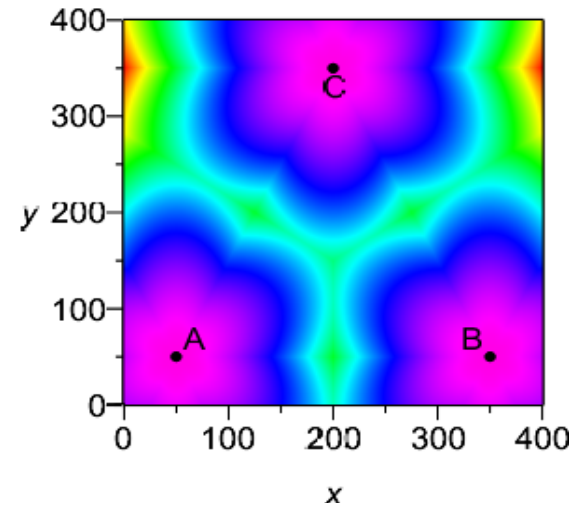
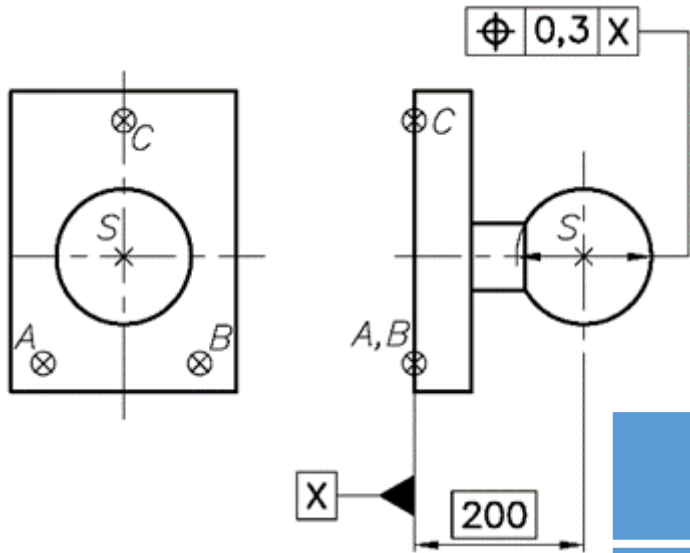
W zależności od tego gdzie znajduje się punkt S obliczone niepewności są różne, chociaż różnice są nieznaczne

Największa składowa niepewności (waga 1) dotyczy odległości punktu S od płaszczyzny ABC

Przy orientacji przedmiotu równoległe do płaszczyzn układu współrzędnych niektóre pochodne cząstkowe są równe zero



Przykład zastosowania modelu do oceny niepewności pomiaru odchyłki pozycji punktu względem płaszczyzny



Dane do przykładu:

$$MPE=2+4L/1000$$

$$u=MPE/3$$

A(50, 50, 10)

B(350, 50, 10)

C(200, 350, 10)

S(200, 50, 210)

	x_i , mm	$\frac{\partial l}{\partial x_i}$	u_{xi} μm	$\frac{\partial l}{\partial x_i} u_{xi}$
as ₁	150	0	0,87	0
as ₂	0	0	0,67	0
as ₃	200	1	0,93	0,93
ab ₁	300	0	1,07	0
ab ₂	0	0	0,67	0
ab ₃	0	-0,5	0,67	0,33
ac ₁	150	0	0,87	0
ac ₂	300	0	1,07	0
ac ₃	0	0	0,67	0
			u =	0,99

W zależności od tego gdzie znajduje się punkt S obliczone niepewności są różne, chociaż różnice są nieznaczne. Największa składowa niepewności (waga 1) dotyczy odległości punktu od płaszczyzny wynoszącej w przykładzie 200 mm.

Odchyłka = 2/

Niepewność pomiaru długości

$$u = \frac{MPE}{\lambda}$$

λ jest obliczane z wyników wzorcowania CMM, po wcześniejszej standaryzacji do przedziału (-1, 1)

$$\lambda = \left(\frac{1}{105} \sqrt{\sum_{i=1}^{105} E_{si}^2} \right)^{-1}$$

$$E_{si} = \frac{Ei}{MPE}$$

Dla niżej pokazanych błędów $\lambda = 2.33$

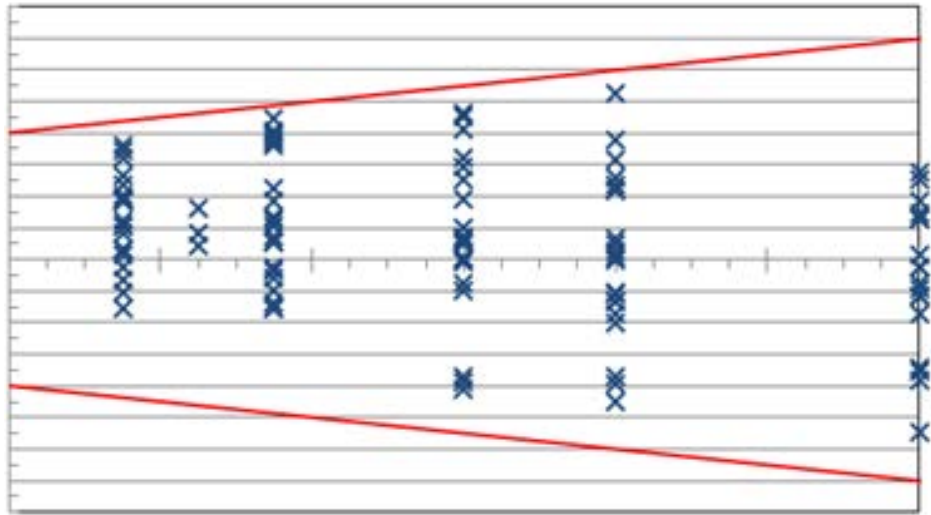
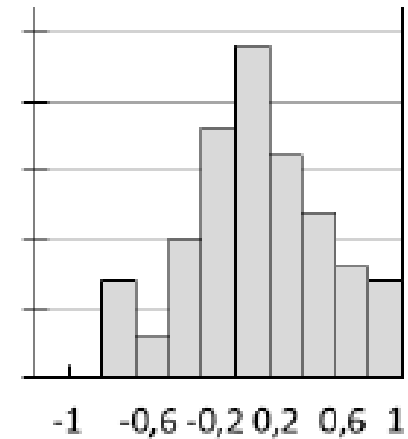


Diagram błędów CMM



Histogram błędów standaryzowanych

Podsumowanie

Podany opis służy wyjaśnieniu istoty nowej metody. Praktyczne obliczenia i tak trzeba wykonać komputerowo.

Z przedstawionych przykładów wynika, że do wykonania obliczeń potrzeba względnie mało danych:

- wzór na MPE,
- świadectwo wzorcowania,
- rysunek lub model z którego można odczytać współrzędne punktów charakterystycznych.

Wykonanie obliczeń zajmie trochę czasu, szczególnie jeśli obliczenia chcemy wykonać dla znacznej liczby charakterystyk – warto tutaj skorzystać z usług firmy zewnętrznej – w porównaniu z zakupem oprogramowania symulacyjnego, koszt usługi będzie wielokrotnie niższy

Źródło: Płowucha W., Rosner P., Wojtyła M.: Outsourcing w szacowaniu niepewności pomiarów współrzędnościowych, Mechanik 10/2019, s. 642-5

Podsumowanie

współosiowości względem osi elementu
stanowiącego bazę: 3,07

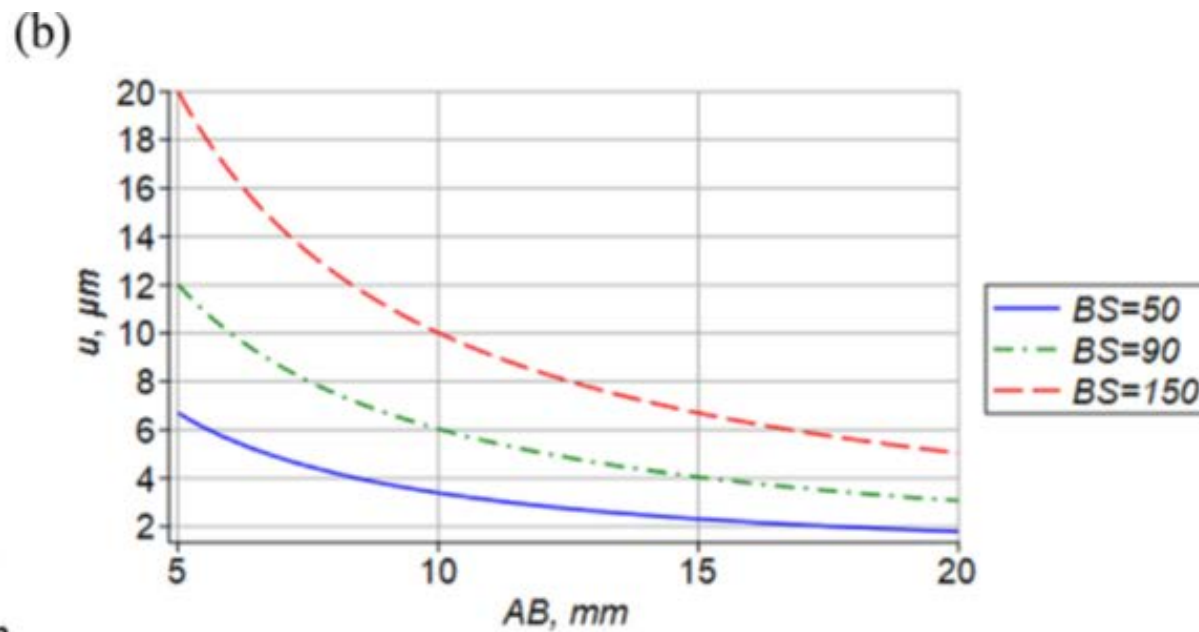
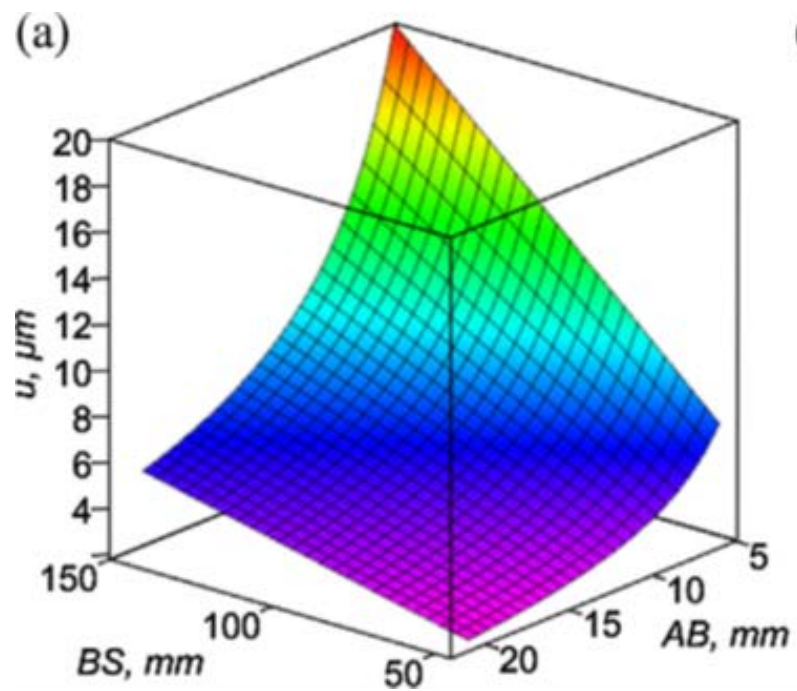
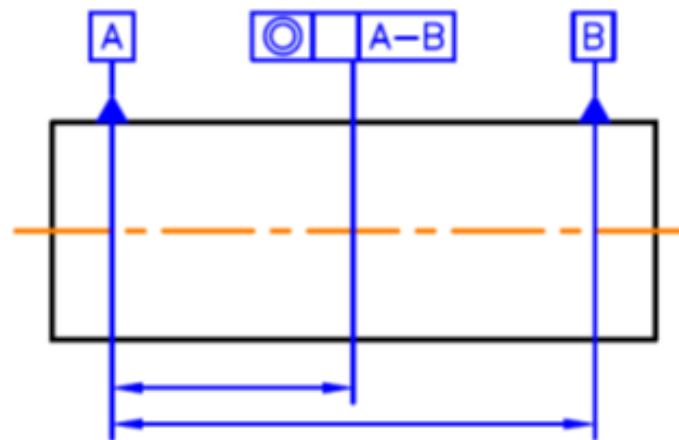
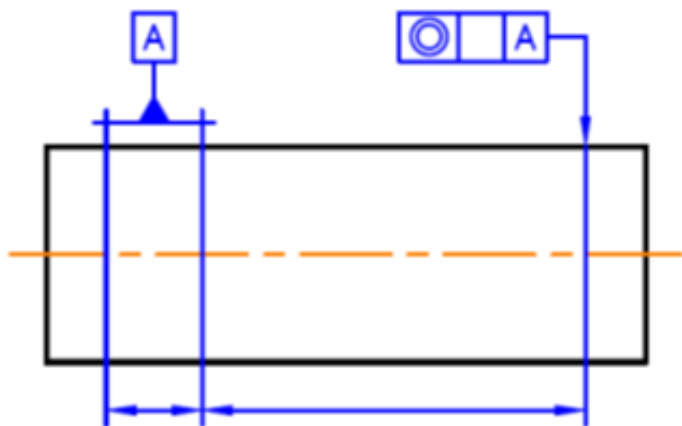
współosiowości względem bazy wspólnej: 0,74

promienia łuku okręgu 0,4 – 30

Płowucha W: Wyznaczanie niepewności pomiarów
współrzędnościowych metodą analizy wrażliwości. Akademia
Techniczno-Humanistyczna w Bielsku-Białej, 2019

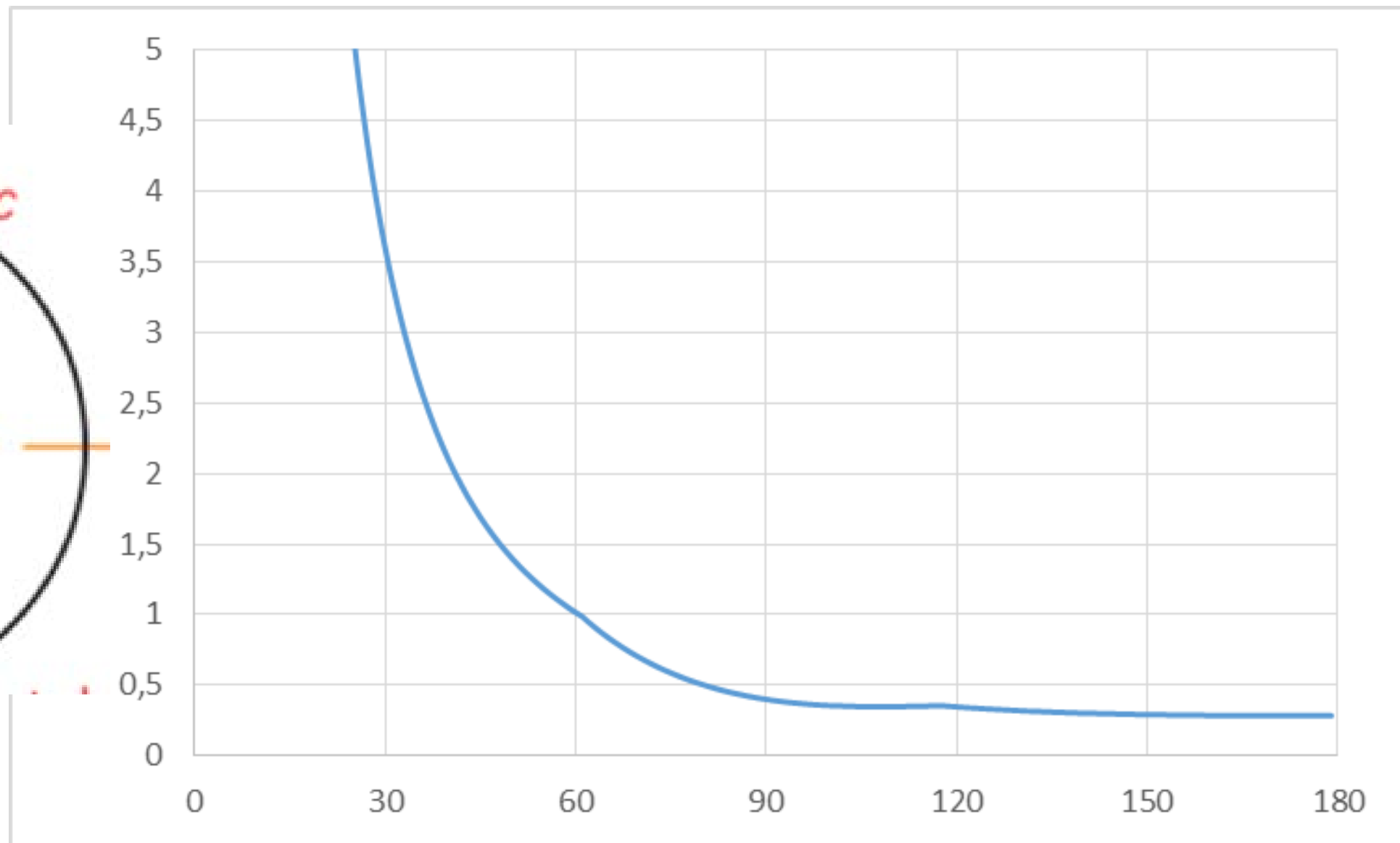
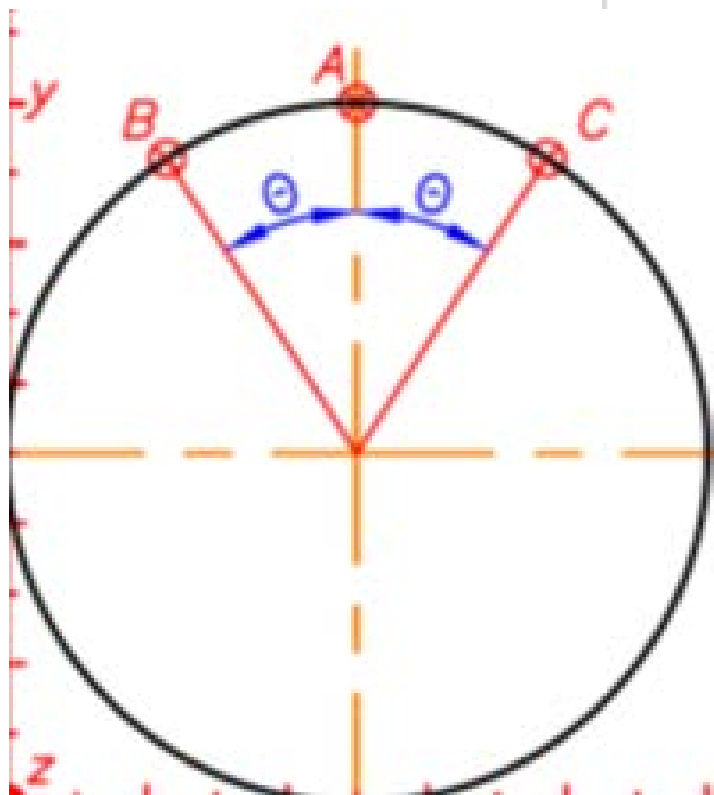
Odchyłka	Niepewność standardowa, μm
płaskości	0,75
pozycji punktu/osi względem płaszczyzny	0,99 · 2
pozycji płaszczyzny względem płaszczyzny	1,41 · 2
równoległości osi w płaszczyźnie normalnej do wspólnej	0,95
równoległości płaszczyzn	1,00
równoległości osi do płaszczyzny	0,94
prostopadłości płaszczyzny do osi	1,20
bicia osiowego	1,20
prostopadłości osi	1,11
równoległości osi w płaszczyźnie wspólnej	0,94
równoległości płaszczyzny względem prostej	1,00
prostoliniowości osi	0,75
prostoliniowości tworzącej i linii na płaszczyźnie	0,75
współosiowości względem osi elementu stanowiącego bazę	3,07
współosiowości względem bazy wspólnej	0,74
współśrodkowości	0,67
odległości osi	0,83 – 1,37
pozycji osi względem osi	1,37 · 2
bicia promieniowego obwodowego i bicia promieniowego całkowitego	1,31 · $\sqrt{2}$
równoległości osi – walcowe pole tolerancji	0,95
pozycji punktu względem układu dwóch baz	1,10 · 2
pozycji prostej względem układu dwóch baz	1,04 · 2
pozycji płaszczyzny względem układu dwóch baz	1,10 · 2
średnicy okręgu (wymiar globalny)	1,14
średnicy okręgu (wymiar lokalny dwupunktowy)	0,80
promienia łuku okręgu	0,40 - 30
kąta między płaszczyznami	1,8''
odległości dwóch punktów	0,93
prostopadłości osi do płaszczyzny	1,03

Walidacja metody



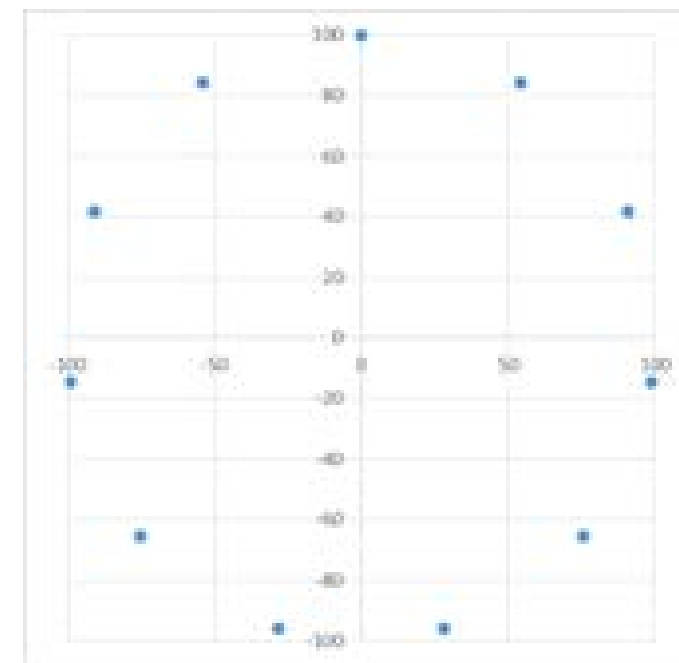
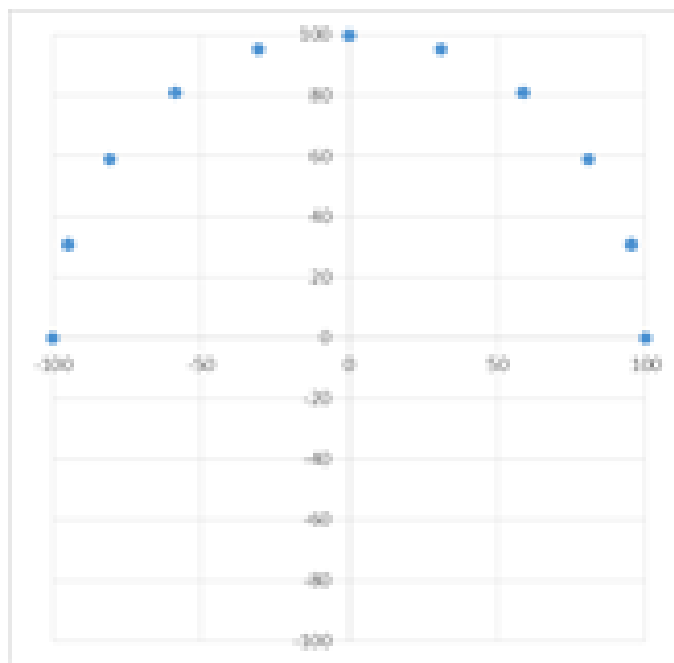
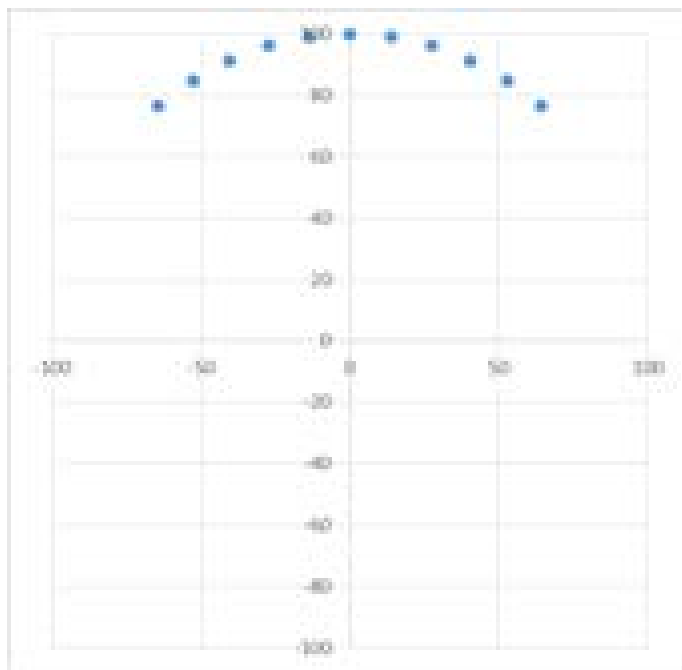
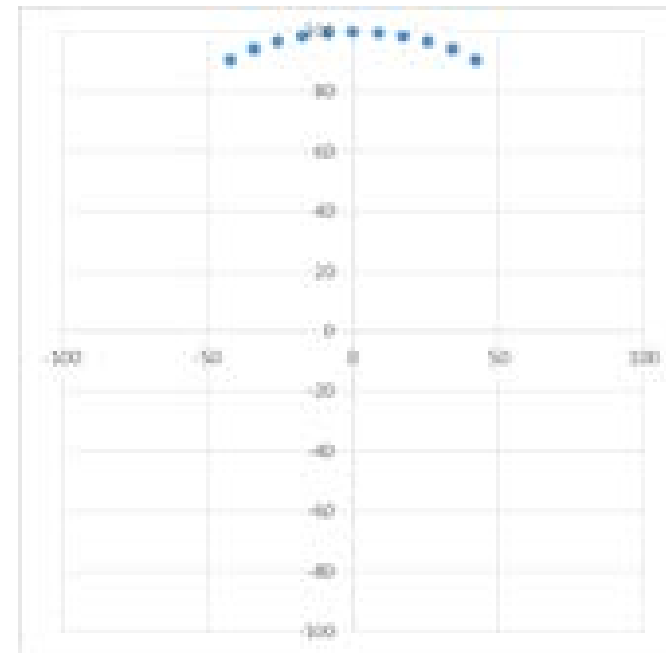
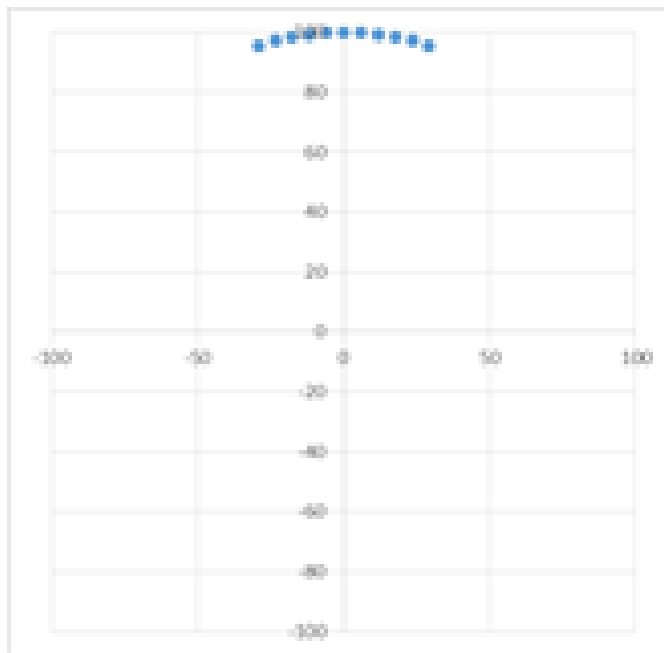
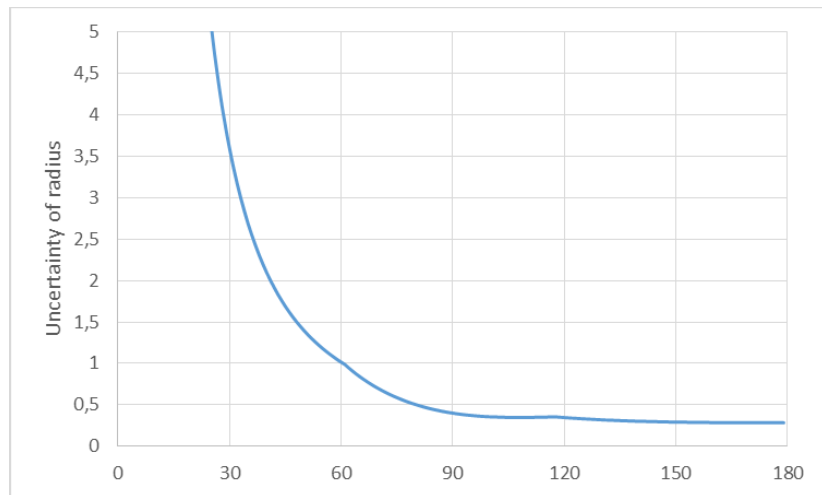


Walidacja metody





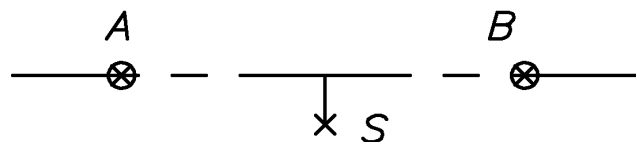
Walidacja metody



Model pomiaru: Odległość / punktu S od prostej p zdefiniowanej przez punkt P i jednostkowy wektor v

$$l(S, p) = |(P - S) \times v|$$

Prosta p jest zdefiniowana przez 2 punkty $A(a_1, a_2, a_3)$ i $B(b_1, b_2, b_3)$. Jako punkt P może być przyjęty punkt A.



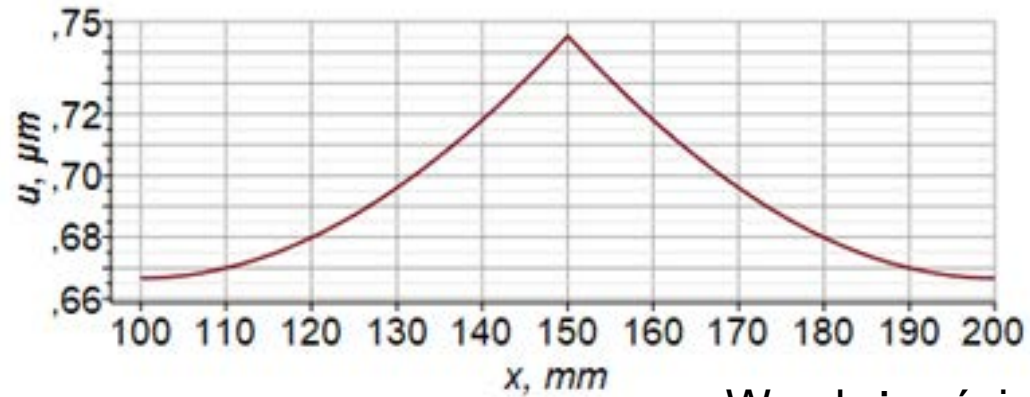
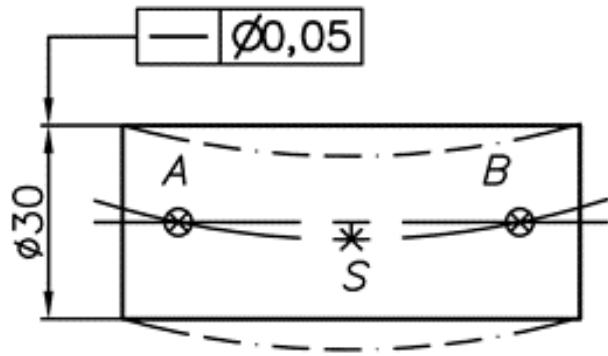
Zapis wektorowy

$$l(AS, AB) = \left| AS \times \frac{AB}{|AB|} \right|$$

Zapis skalarny

$$l = \frac{\sqrt{(as_2ab_3 - as_3ab_2)^2 + (as_3ab_1 - as_1ab_3)^2 + (as_1ab_2 - as_2ab_1)^2}}{ab_1^2 + ab_2^2 + ab_3^2}$$

Przykład zastosowania modelu do oceny niepewności pomiaru odchyłki prostoliniowości osi



$$E(L, MPE) = 2 + 4L/1000$$

$$A(100, 100, 100)$$

$$B(200, 100, 100)$$

$$S(150, 100, 100, 01)$$

Dotyczy również

- odchyłki prostoliniowości tworzącej i

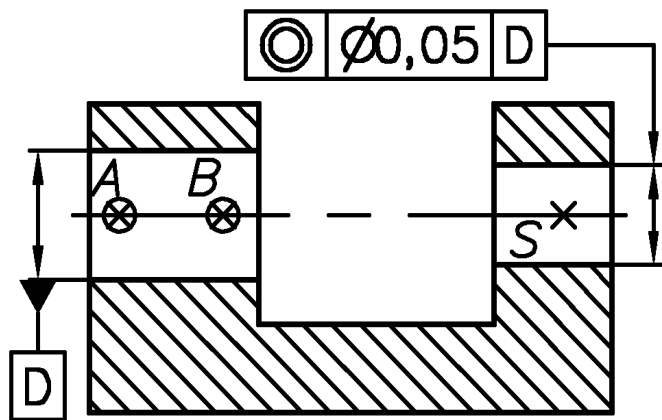
- odchyłki prostoliniowości prostej na płaszczyźnie

	$x_i, \text{ mm}$	$\frac{\partial l}{\partial x_i}$	u_{xi} μm	$\frac{\partial l}{\partial x_i} u_{xi}$
as_1	50	0	0,73	0
as_2	0	0	0,67	0
as_3	0,01	1	0,67	0,67
ab_1	100	0	0,80	0
ab_2	0	0	0,67	0
ab_3	0	-0,50	0,67	0,33
			$u =$	0,75

W zależności od tego gdzie znajduje się punkt S (największe wygięcie) obliczone niepewności są różne, chociaż różnice są nieznaczne (największa wartość dla środka odcinka AB)

Największa składowa niepewności (waga 1) dotyczy odległości punktu od prostej (odchyłki prostoliniowości). Przyjęto, że S leży „nad” osią i dlatego składowa z (as_3) jest różna od 0.

Przykład zastosowania modelu do oceny niepewności pomiaru odchyłki współosiowości



	$x_i, \text{ mm}$	$\frac{\partial l}{\partial x_i}$	$u_{x_i}, \mu\text{m}$	$\frac{\partial l}{\partial x_i} u_{x_i}, \mu\text{m}$
bs_1	90	0	0.79	0
bs_2	0	0	0.67	0
bs_3	0.01	1	0.67	0.67
ab_1	20	0	0.69	0
ab_2	0	0	0.67	0
ab_3	0	-4.5	0.67	3
			$u =$	3.07

$$E(L, \text{MPE}) = 2 + 4L/1000$$

$$A(100, 100, 100)$$

$$B(120, 100, 100)$$

$$S(210, 100, 100, 0.1)$$

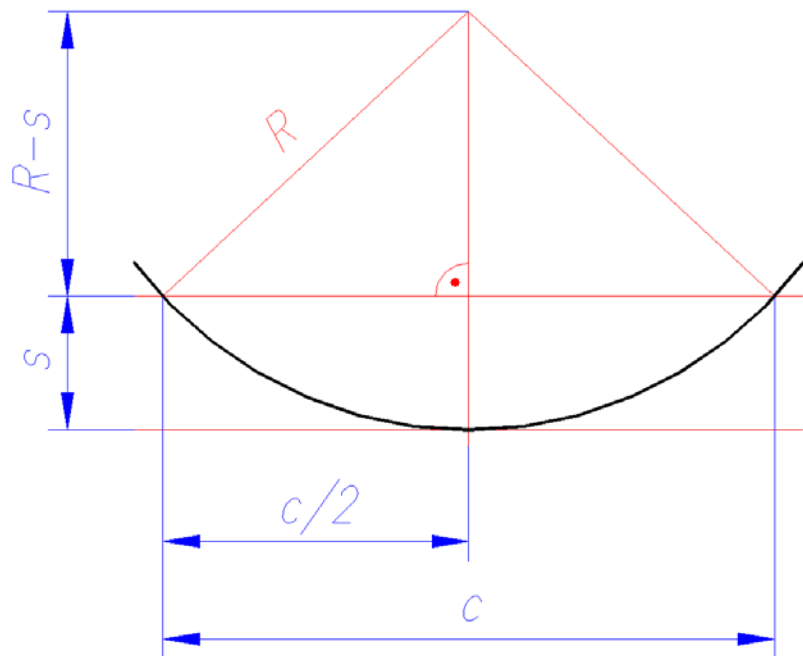
W zależności od tego gdzie znajduje się punkt S obliczone niepewności są różne; przy ustalonej szerokości bazy rosną w miarę oddalania się elementu tolerowanego od bazy.

Waga 4,5 przy największej składowej niepewności wynika z proporcji odległość od bazy (210-120 = 90) do szerokości bazy (120-100 = 20) Składowa z wagą 1 odnosi się do odległości punktu S od prostej AB

Wartość odchyłki jest 2 razy większa od odległości S-AB, tak więc jej niepewność jest 2 razy większa od niepewności $u(S-AB)$



Wyjaśnienie istoty metody na przykładzie klasycznego pomiaru promienia łuku mikroskopem pomiarowym



Dane:
 $E(L, MPE) = 2 + 4L/1000$
 $R = 50$

$$R = \frac{c^2}{8s} + \frac{s}{2}$$

$$\frac{\partial R}{\partial c} = \frac{c}{4s}$$

$$\frac{\partial R}{\partial s} = \frac{-c^2}{8s^2} + \frac{1}{2}$$

	$x_i, \text{ mm}$	$\frac{\partial l}{\partial x_i}$	$u_{xi}, \mu\text{m}$	$\frac{\partial l}{\partial x_i} u_{xi}$
ab_1	91.65	0.76	0.79	0.60
bs_2	30	-0.67	0.71	-0.47
			$u =$	0.76

A(100, 100)
 B(191.65, 100)
 S(145.825, 70)
 $c = 91.65$
 $s = 30$

	$x_i, \text{ mm}$	$\frac{\partial l}{\partial x_i}$	$u_{xi}, \mu\text{m}$	$\frac{\partial l}{\partial x_i} u_{xi}$
ab_1	54.26	1.70	0.74	1.25
bs_2	8	-5.25	0.68	-3.56
			$u =$	3.77

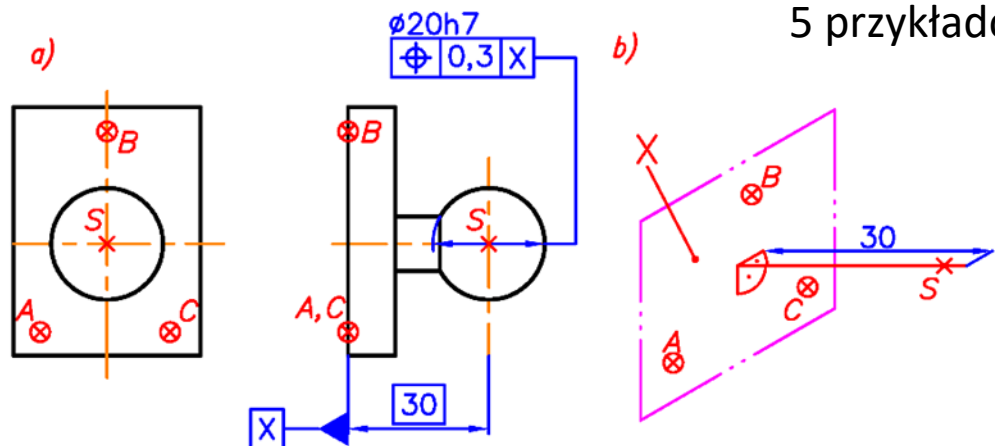
A(100, 100)
 B(154.26, 100)
 S(127.13, 92)
 $c = 54.26$
 $s = 8$

Przykłady wskazują, że (zgodnie z oczekiwaniem) niepewność pomiaru promienia maleje ze wzrostem wartości strzałki łuku. Niepewność pomiaru średnicy jest 2 razy większa od niepewności pomiaru promienia.

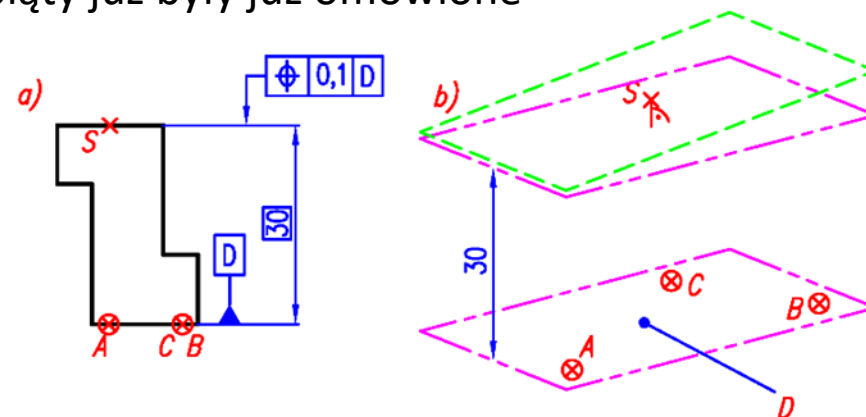
Model 1: odległość punktu S od płaszczyzny ABC

$$l(AB, AC, AS) = \left| AS \cdot \frac{AB \times AC}{|AB \times AC|} \right|$$

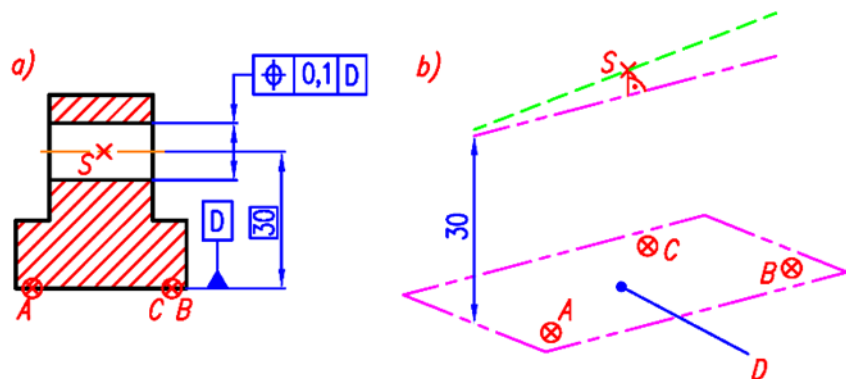
5 przykładów, pierwszy i piąty już były już omówione



Odchyłka pozycji punktu względem płaszczyzny



Odchyłka pozycji płaszczyzny względem płaszczyzny

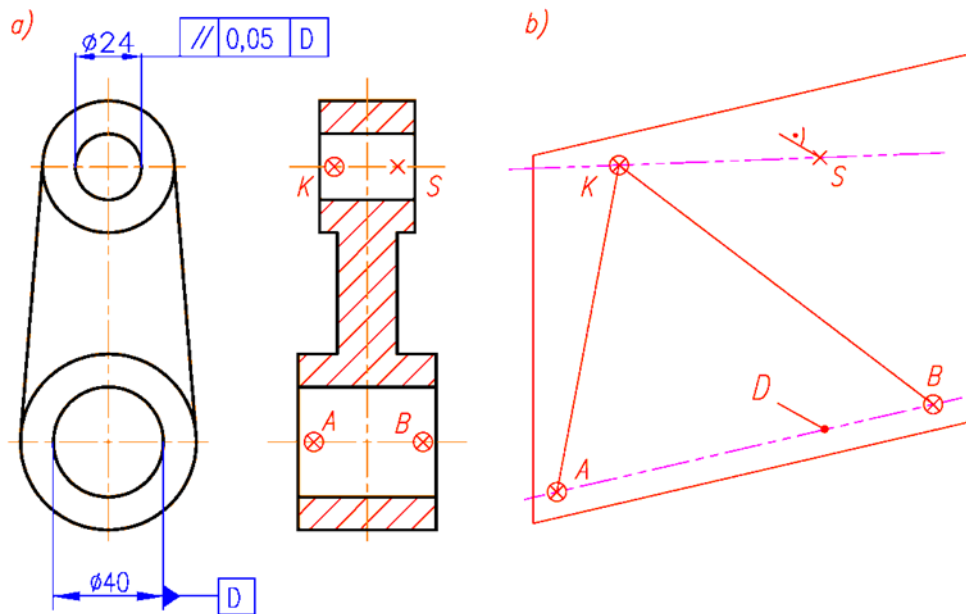


Odchyłka pozycji osi względem płaszczyzny

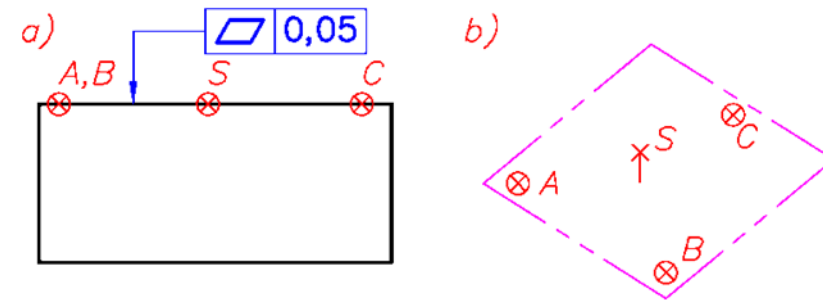
We wszystkich 5 przypadkach pole tolerancji stanowi para płaszczyzn równoległych do ABC

Model 1: odległość punktu S od płaszczyzny ABC (cd)

$$l(AB, AC, AS) = \left| AS \cdot \frac{AB \times AC}{|AB \times AC|} \right|$$



Na rys. $K \equiv C$



Odchyłka płaszczyzny

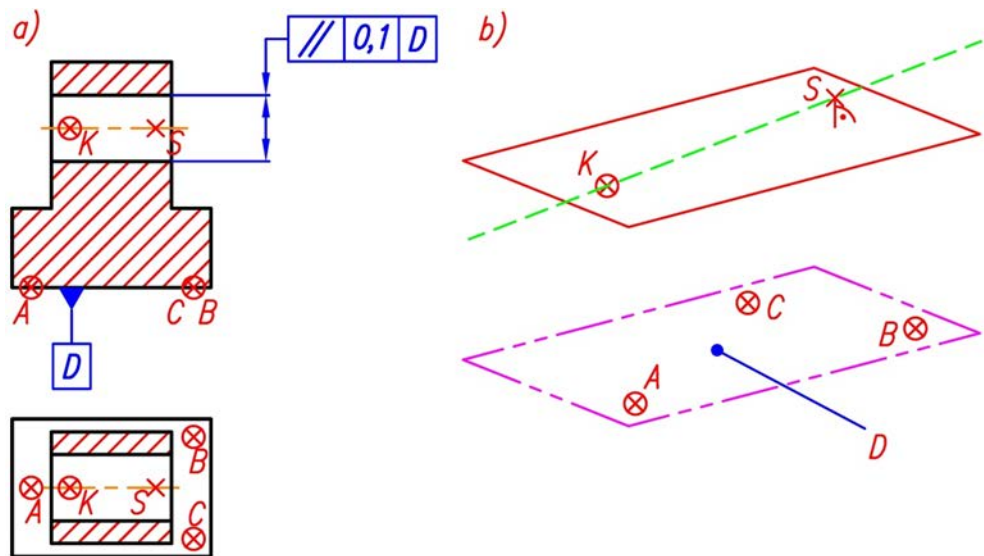
Wojciech Płowucha: Szacowanie niepewności pomiarów współrzędnościowych odchyłek równoległości osi metodą analizy wrażliwości, Mechanik 12/2018, s. 1136-9

Odchyłka równoległości osi w płaszczyźnie normalnej do wspólnej

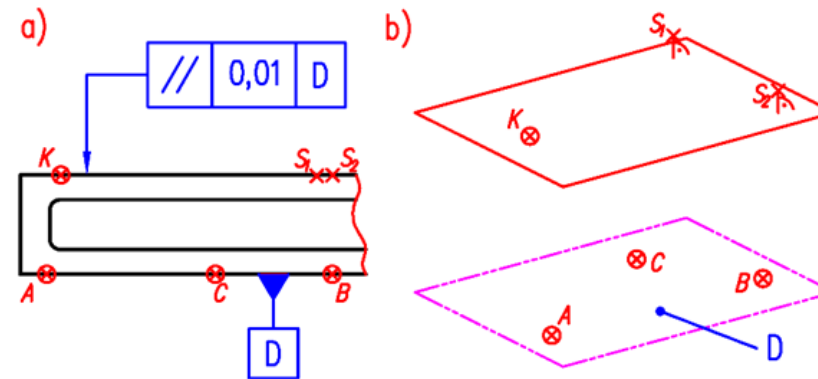
Model 2: Odległość punktu S od płaszczyzny zawierającej punkt K i równoległej do płaszczyzny ABC

Różnica w porównaniu z modelem 1: tutaj jest mierzona odległość od innej płaszczyzny

$$l(AB, AC, KS) = \left| KS \cdot \frac{AB \times AC}{|AB \times AC|} \right|$$



Odchyłka równoległości prostej względem płaszczyzny



Odchyłka równoległości płaszczyzny względem płaszczyzny

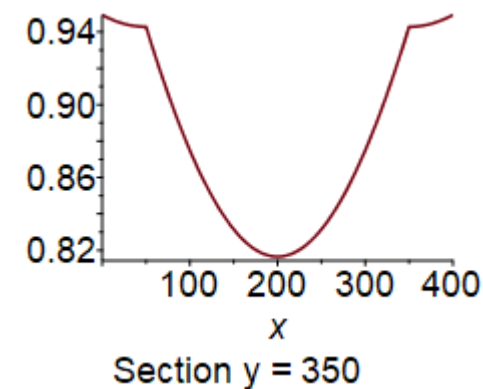
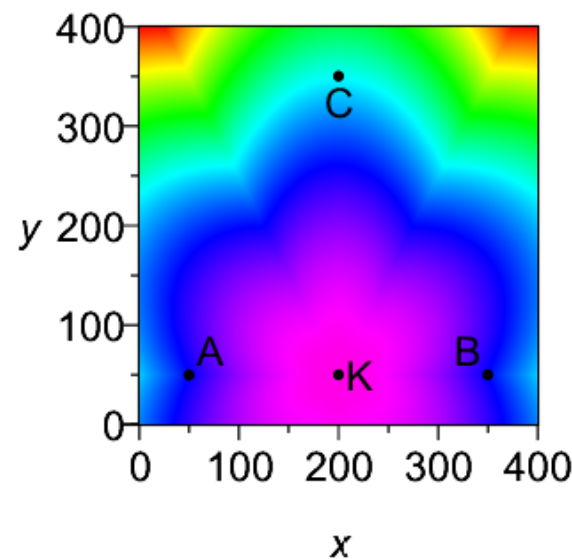
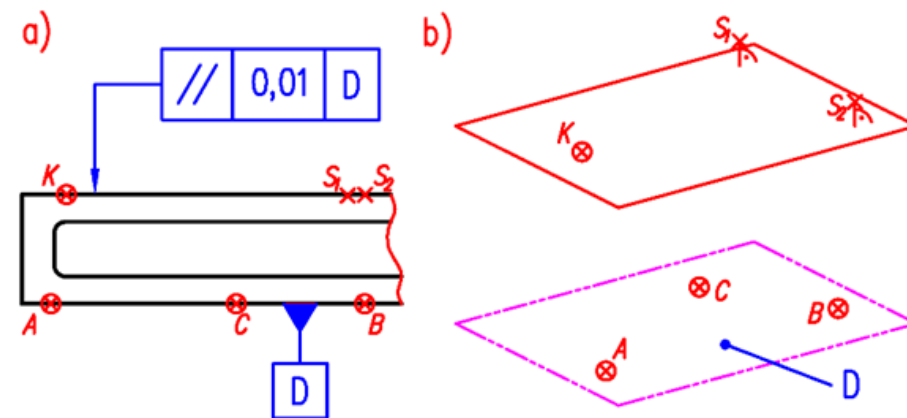
Pole tolerancji stanowi para płaszczyzn równoległych do ABC

Model 2: Odległość punktu S od płaszczyzny zawierającej punkt K i równoległej do płaszczyzny ABC. Przykład: odchyłka równoległości płaszczyzn

$$l(AB, AC, KS) = \left| KS \cdot \frac{AB \times AC}{|AB \times AC|} \right|$$

A (50, 50, 10); B (350, 50, 10); C (200, 350, 10);
 K(200, 50, 200); S(350, 350, 200)

	$x_i, \text{ mm}$	$\frac{\partial l}{\partial x_i}$	u_{xi} μm	$\frac{\partial l}{\partial x_i} u_{xi}$
ks_1	150	0	0,87	0
ks_2	300	0	1,07	0
ks_3	0	1	0,67	0,67
ab_1	300	0	1,07	0
ab_2	0	0	0,67	0
ab_3	0	0	0,67	0
ac_1	150	0	0,87	0
ac_2	300	0	1,07	0
ac_3	0	-1	0,67	0,67
			$u =$	0,94

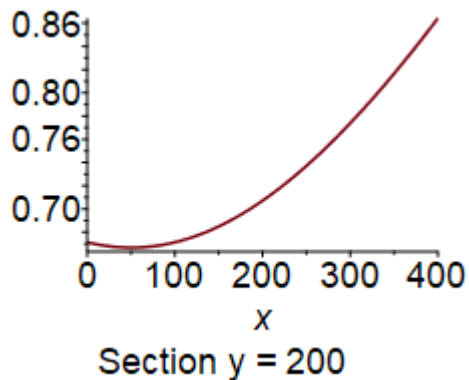
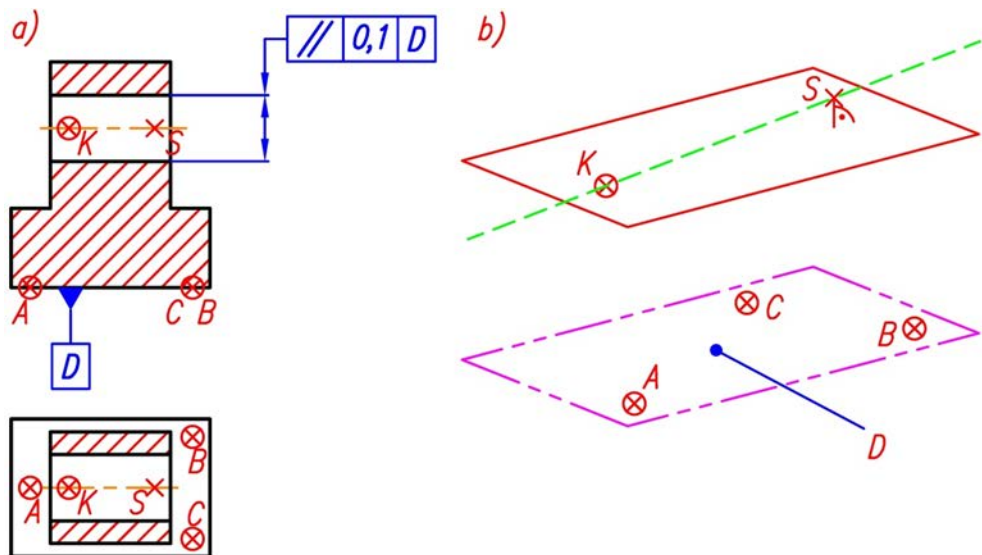


W budżecie dwie składowe z wagą 1

Model 2: Odległość punktu S od płaszczyzny zawierającej punkt K i równoległej do płaszczyzny ABC. Przykład: odchyłka równoległości osi do płaszczyzny

$$l(AB, AC, KS) = \left| KS \cdot \frac{AB \times AC}{|AB \times AC|} \right|$$

A (50, 200, 10); B (350, 350, 10); C (350, 50, 10);
K (50, 200, 200); S(350, 200, 200)



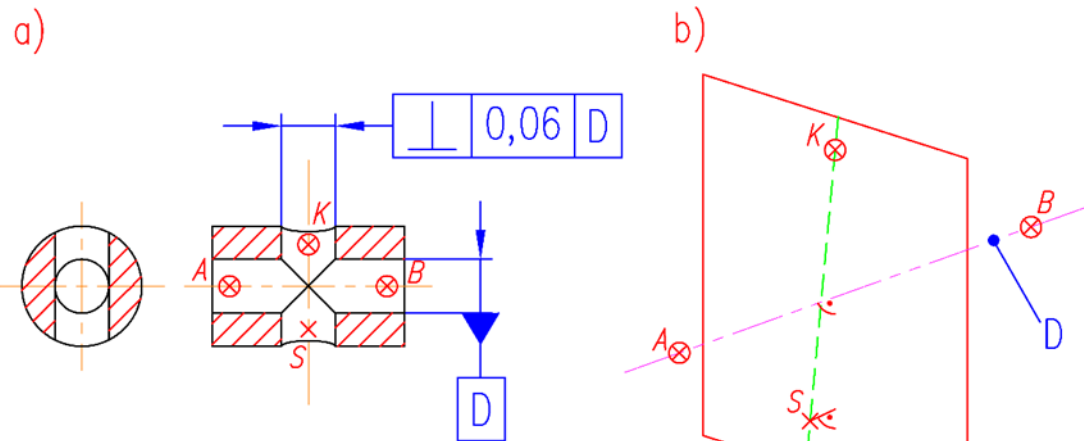
	$x_i, \text{ mm}$	$\frac{\partial l}{\partial x_i}$	u_{xi} μm	$\frac{\partial l}{\partial x_i} u_{xi}$
ks_1	300	0,00	1,07	0,00
ks_2	0	0,00	0,67	0,00
ks_3	0	-1,00	0,67	0,67
ab_1	300	0,00	1,07	0,00
ab_2	150	0,00	0,87	0,00
ab_3	0	0,50	0,67	0,33
ac_1	300	0,00	1,07	0,00
ac_2	-150	0,00	0,87	0,00
ac_3	0	0,50	0,67	0,33
			u =	0,82

W budżecie jedna składowa z wagą 1 i dwie z wagami 0,5

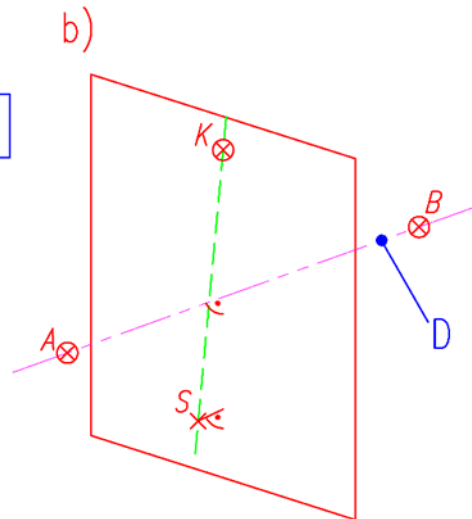


Model 3: Odległość punktu S od płaszczyzny zawierającej punkt K i prostopadłej do płaszczyzny ABC

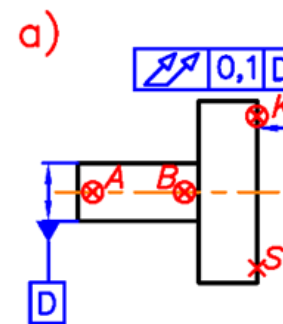
Różnica w porównaniu z modelem 1: tutaj, podobnie jak w modelu 2, jest mierzona odległość od innej płaszczyzny



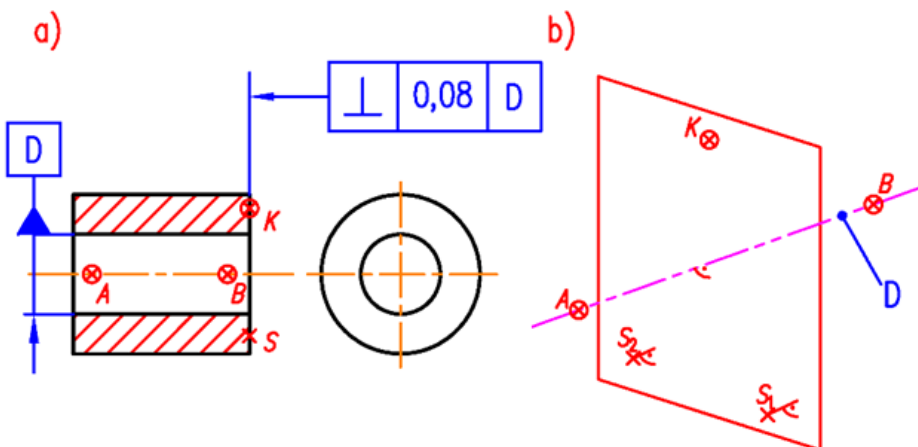
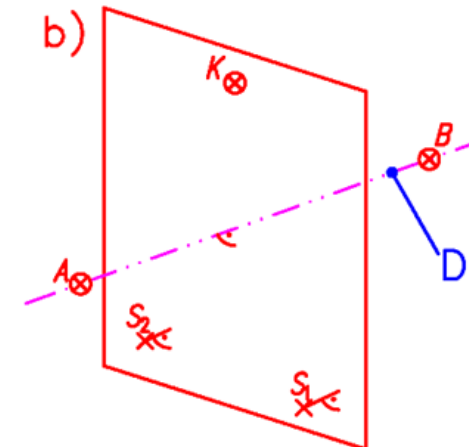
Odchyłka prostopadłości osi



$$l(AB, KS) = \left| KS \cdot \frac{AB}{|AB|} \right|$$



Odchyłka bicia całkowitego

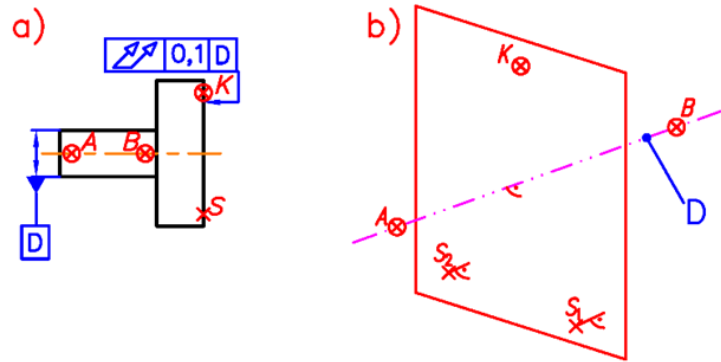
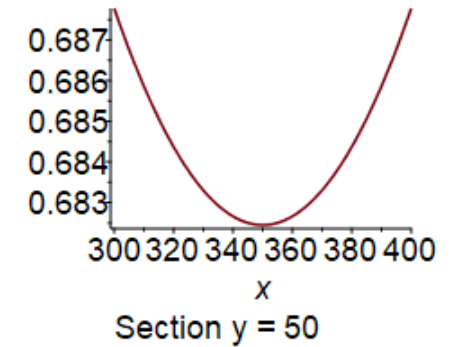
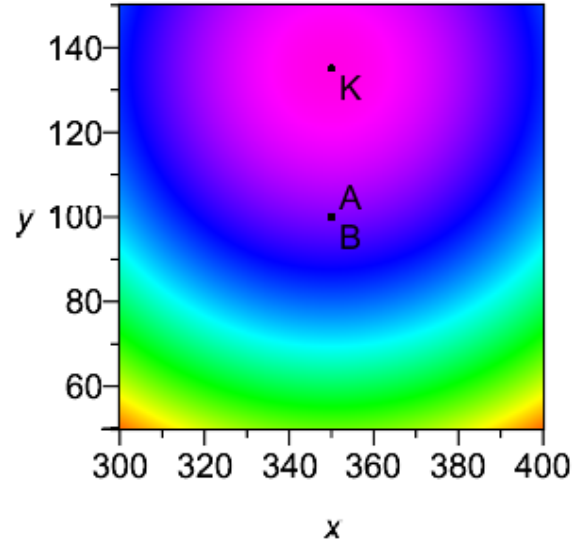
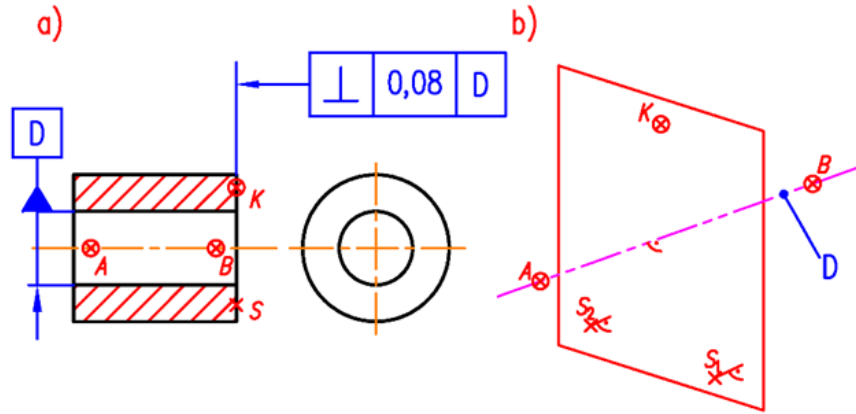


Odchyłka prostopadłości płaszczyzny do osi

Pole tolerancji stanowi para płaszczyzn prostopadłych do AB (odchyłka = l)

Model 3: Odległość punktu S od płaszczyzny zawierającej punkt K i prostopadłej do płaszczyzny ABC

Przykład: odchyłka prostopadłości płaszczyzny do osi oraz bicia osiowego całkowitego

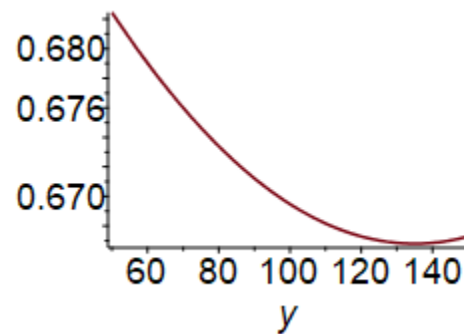
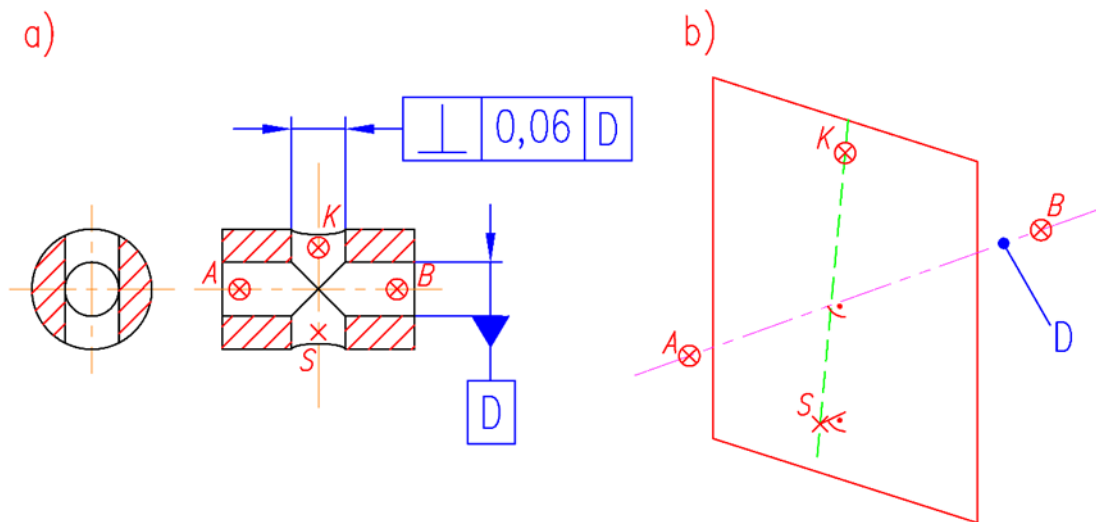


A (350, 100, 10);
 B (350, 100, 400);
 K (350, 135, 400);
 S (300-400, 50, 400.1);

Budżet dla S (300, 50, 400.1)

	$x_i, \text{ mm}$	$\frac{\partial l}{\partial x_i}$	$u_{xi}, \mu\text{m}$	$\frac{\partial l}{\partial x_i} u_{xi}, \mu\text{m}$
ab_1	0	0,13	0,67	0,09
ab_2	0	0,22	0,67	0,15
ab_3	-390	0	1,19	0
ks_1	50	0	0,73	0
ks_2	85	0	0,78	0
ks_3	-0,1	-1	0,67	-0,67
			$u =$	0,69

Model 3: Odległość punktu S od płaszczyzny zawierającej punkt K i prostopadłej do płaszczyzny ABC. Przykład: odchyłka prostopadłości osi



- A (350, 100, 10);
- B (350, 100, 400);
- K (350, 135, 400);
- S (350, 50, 400.1);

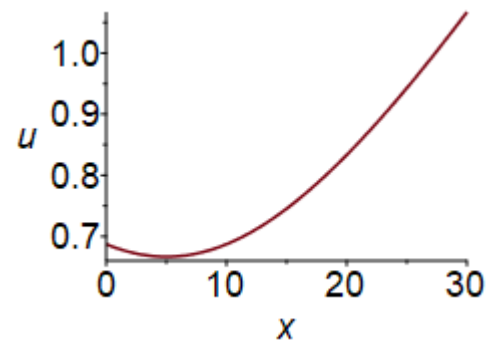
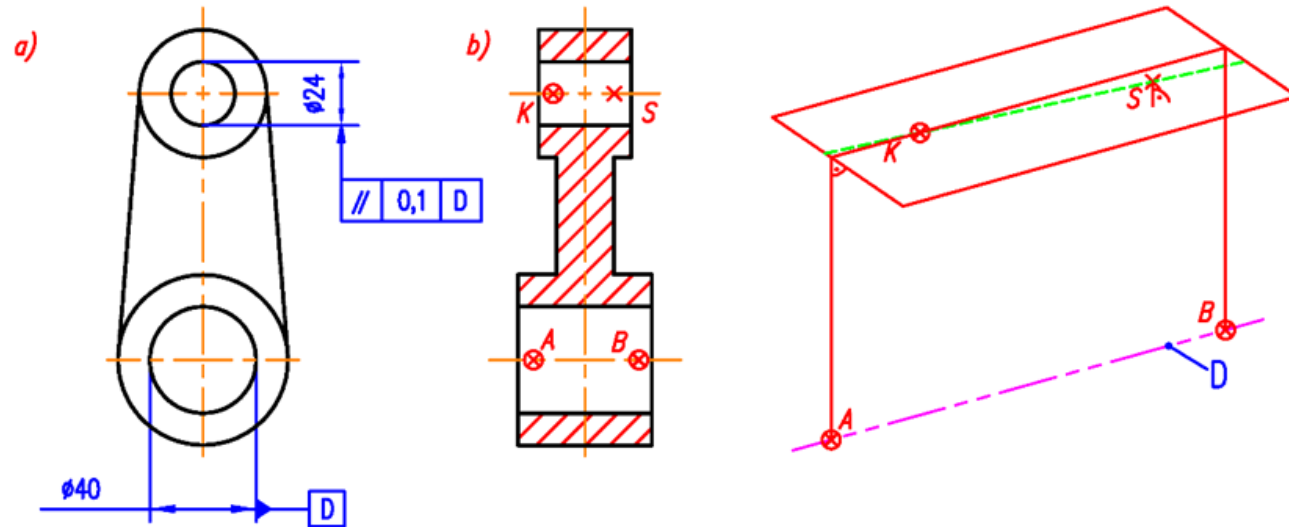
	$x_i, \text{ mm}$	$\frac{\partial l}{\partial x_i}$	$u_{xi}, \mu\text{m}$	$\frac{\partial l}{\partial x_i} u_{xi}, \mu\text{m}$
ab_1	0	0	0,67	0
ab_2	0	0,22	0,67	0,15
ab_3	-390	0	1,19	0
ks_1	0	0	0,67	0
ks_2	85	0	0,78	0
ks_3	-0,1	-1	0,67	-0,67
			$u =$	0,68

Model 4: Odległość punktu S od płaszczyzny zawierającej punkt K i prostopadłej do płaszczyzny ABK

$$l(AB, AK, KS) = \left| KS \cdot \frac{(AB \times AK) \times AB}{|(AB \times AK) \times AB|} \right|$$

Pole tolerancji stanowi para płaszczyzn „poziomych” równoległych do AB (odchyłka = l)

Odchyłka równoległości osi w płaszczyźnie wspólnej

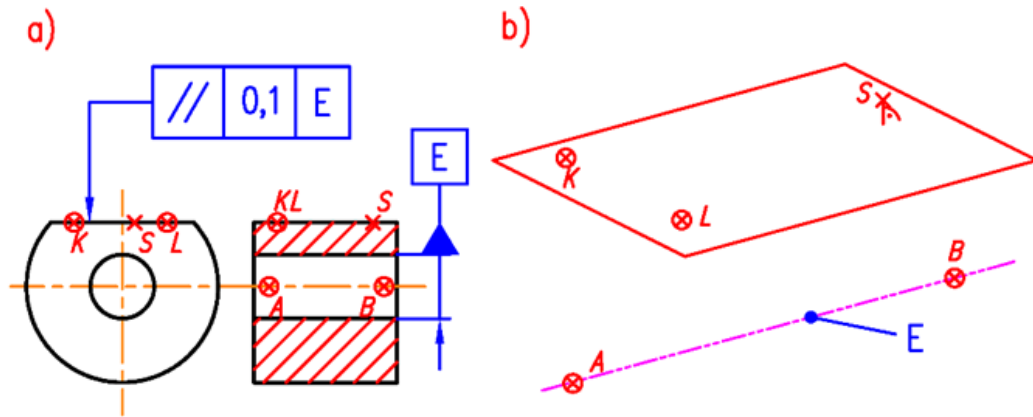


A (5, 10, 10); B (25, 10, 10); K (5, 10, 150);
S (25, 10, 150);

	$x_i, \text{ mm}$	$\frac{\partial l}{\partial x_i}$	u_{xi} μm	$\frac{\partial l}{\partial x_i} u_{xi}$
ab_1	-20	0	0,69	0
ab_2	0	0	0,67	0
ab_3	0	1	0,67	0,67
ak_1	0	0	0,67	0
ak_2	0	0	0,67	0
ak_3	-140	0	0,81	0
ks_1	-20	0	0,69	0
ks_2	0	0	0,67	0
ks_3	0	-1	0,67	-0,67
			$u =$	0,94

Model 5: Odległość punktu S od płaszczyzny zawierającej punkty K i L i równoległej do prostej AB

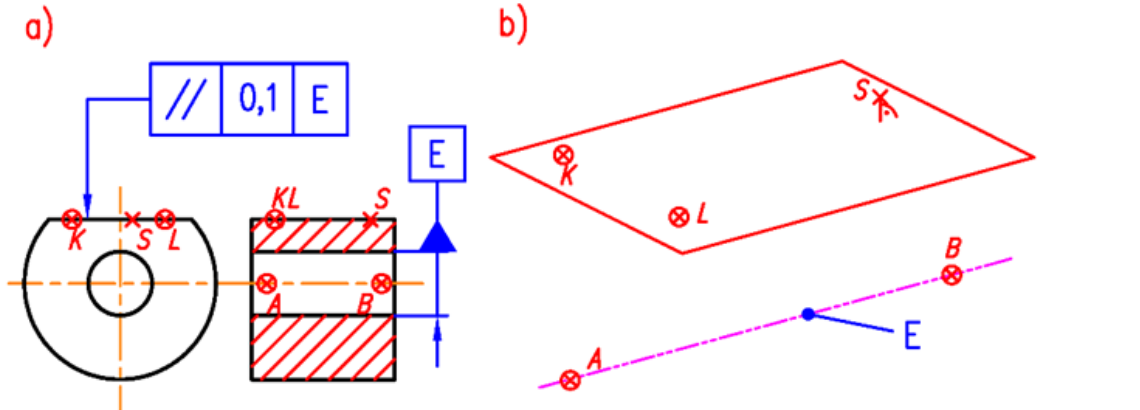
$$l(AB, KL, KS) = \left| KS \cdot \frac{KL \times AB}{|KL \times AB|} \right|$$



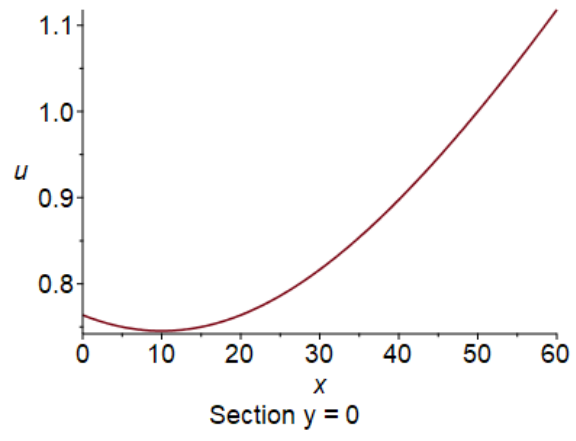
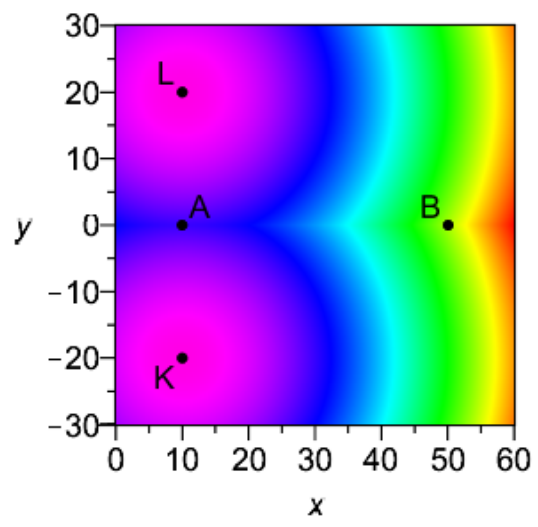
Pole tolerancji stanowi para płaszczyzn „poziomych” równoległych do AB (odchyłka = l)
Orientację pola tolerancji w kierunku prostopadłym wyznacza prosta KL

Odchyłka równoległości płaszczyzny do osi

Model 5: Odległość punktu S od płaszczyzny zawierającej punkty K i L i równoległej do prostej AB



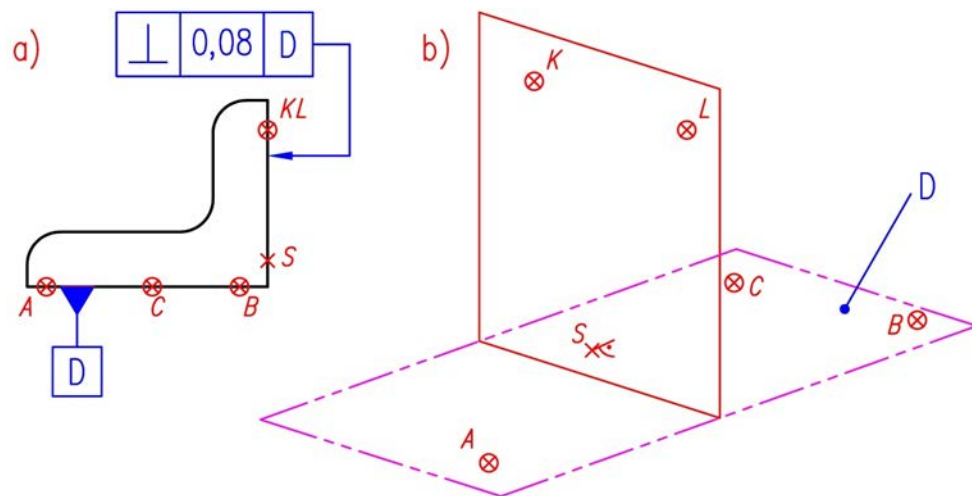
A (10, 0, 0); B (50, 0, 0); K (10, -20, 150); L (10, 20, 150);
S (50, 0, 150);



	$x_i, \text{ mm}$	$\frac{\partial l}{\partial x_i}$	u_{xi} μm	$\frac{\partial l}{\partial x_i} u_{xi}$
ks_1	40	0	0,72	0
ks_2	20	0	0,69	0
ks_3	0,01	1	0,67	0,67
kl_1	0	0	0,67	0
kl_2	40	0	0,72	0
kl_3	0	0,5	0,67	0,33
ab_1	40	0	0,72	0
ab_2	0	0	0,67	0
ab_3	0	-1	0,67	-0,67
			$u =$	1,0

Model 6: Odległość punktu S od płaszczyzny zawierającej punkty K i L i prostopadłej do płaszczyzny ABC

$$l(AB, AC, KL, KS) = \left| KS \cdot \frac{(AB \times AC) \times KL}{|(AB \times AC) \times KL|} \right|$$



Pole tolerancji stanowi para płaszczyzn „pionowych” prostopadłych do ABC (odchyłka = l).

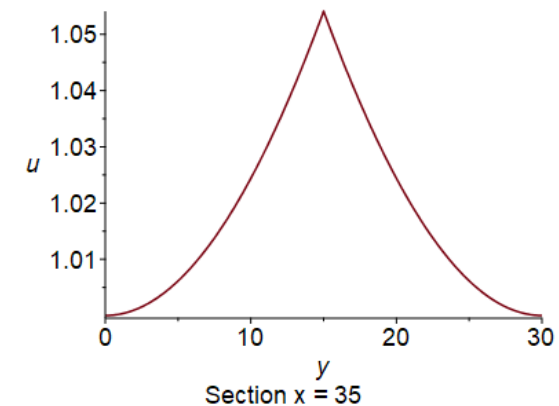
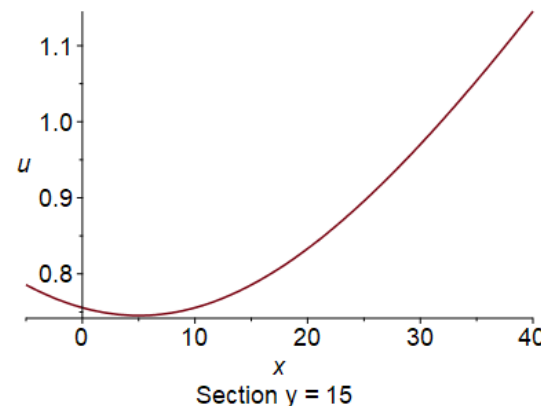
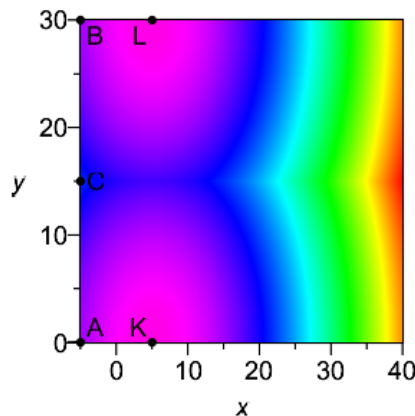
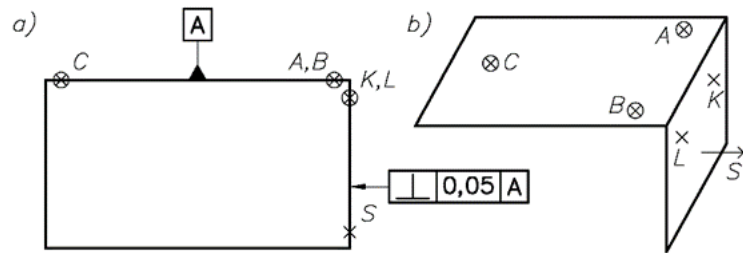
Orientację pola tolerancji w drugim kierunku wyznacza prosta KL

Odchyłka prostopadłości płaszczyzn



Model 6: Odległość punktu S od płaszczyzny zawierającej punkty K i L i prostopadłej do płaszczyzny ABC

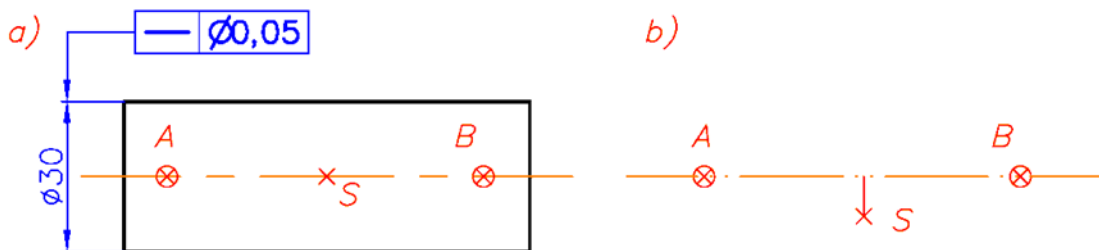
	$x_i, \text{ mm}$	$\frac{\partial l}{\partial x_i}$	u_{xi} μm	$\frac{\partial l}{\partial x_i} u_{xi}$
ks_1	30	0	0,71	0
ks_2	15	0	0,69	0
ks_3	0,01	-1	0,67	-0,67
kl_1	0	0	0,67	0
kl_2	30	0	0,71	0
kl_3	0	-0,5	0,67	-0,33
ab_1	0	-0,5	0,67	-0,33
ab_2	30	0	0,71	0
ab_3	0	0	0,67	0
ac_1	0	1	0,67	0,67
ac_2	15	0	0,69	0
ac_3	-30	0	0,71	0
			$u =$	1,05



A(-5, 0, 0); B(-5, 30, 0); C(-5, 15, -30);
K(5, 0, 5); L(5, 30, 5); S(35, 15, 5.01);

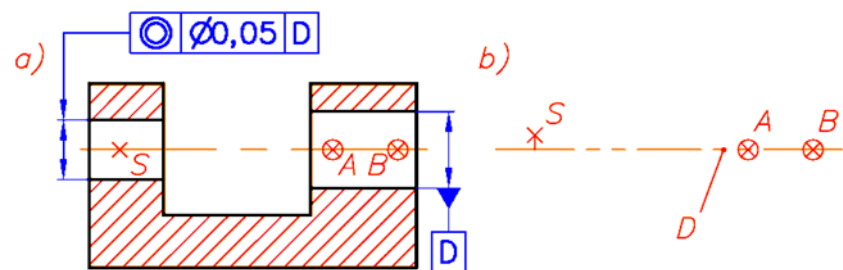
Model 7: Odległość punktu S od prostej AB

$$l(AB, AS) = \left| AS \times \frac{AB}{|AB|} \right|$$



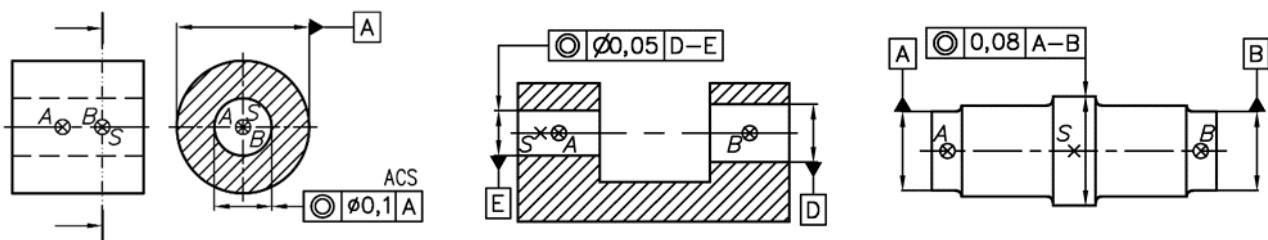
Różne przypadki odchyłki prostoliniowości (osi, tworzącej, prostej na płaszczyźnie)

Różne przypadki odchyłki współosiowości

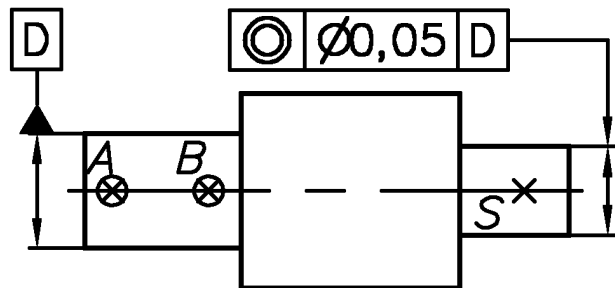


Pole tolerancji stanowi:

- w przypadku odchyłki prostoliniowości osi – walec (odchyłka = l)
- w przypadkach odchyłki prostoliniowości tworzącej i prostej na płaszczyźnie – para prostych (odchyłka = l)
- w przypadku odchyłki współosiowości – walec (odchyłka = $2l$)
- w przypadku odchyłki współosiowości – okrąg (odchyłka = $2l$)



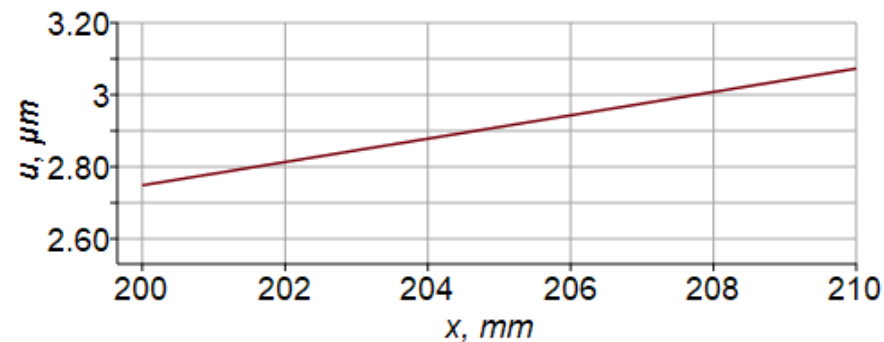
Model 7: Odległość punktu S od prostej AB



Pole tolerancji w przypadku odchyłki współosiowości stanowi walec (odchyłka = $2l$)

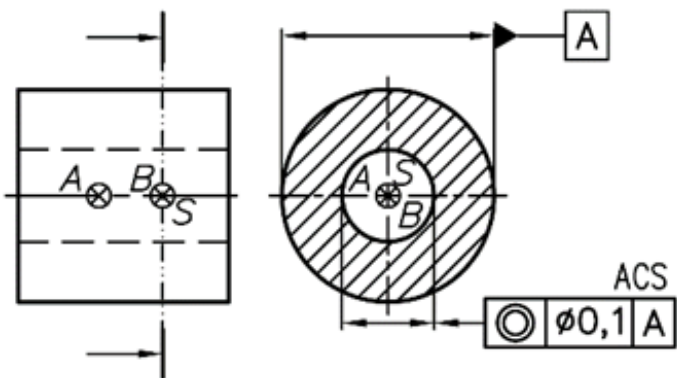
Składnik	$x_i, \text{ mm}$	$\frac{\partial l}{\partial x_i}$	$u_{xi}, \mu\text{m}$	$\frac{\partial l}{\partial x_i} u_{xi}, \mu\text{m}$
bs_1	90	0	0,79	0
bs_2	0	0	0,67	0
bs_3	0,01	1	0,67	0,67
ab_1	20	0	0,69	0
ab_2	0	0	0,67	0
ab_3	0	-4,5	0,67	3
			$u =$	3,07

$A(100, 100, 100), B(120, 100, 100),$
 $S(200 \dots 210, 100, 100, 01)$



$A(100, 100, 100), B(120, 100, 100), S(210, 100, 100, 01)$

Model 7: Odległość punktu S od prostej AB



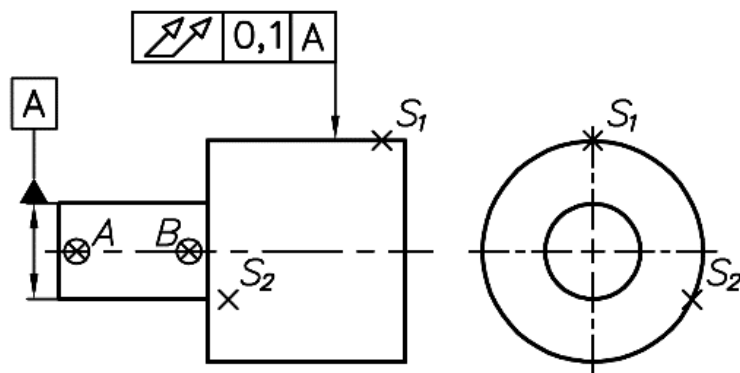
Pole tolerancji w przypadku odchyłki współśrodkowości stanowi okrąg (odchyłka = 2*l*)

Składnik	x_i , mm	$\frac{\partial l}{\partial x_i}$	u_{x_i} , μm	$\frac{\partial l}{\partial x_i} u_{x_i}$, μm
bs_1		0	0,67	0
bs_2	0	0	0,67	0
bs_3	0,01	1	0,67	0,67
ab_1	30	0	0,71	0
ab_2	0	0	0,67	0
ab_3	0	0	0,67	0
			$u =$	0,67

W przedstawionym budżecie niepewności występuje tylko jeden składnik z wagą różną od zera: $\frac{\partial l}{\partial bs_3} = 1$, co związane jest z faktem, że punkt S pokrywa się z punktem B

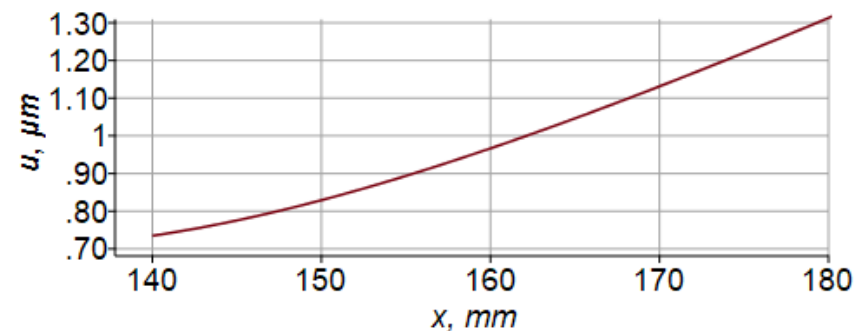
A(50, 100, 100), B(80, 100, 100), S(80, 100, 100,01)

Model 7: Odległość punktu S od prostej AB



Pole tolerancji w przypadku odchyłki bicia stanowi obszar między dwoma walcami których różnica promieni równa się tolerancji (odchyłka = $l = |r_1 - r_2|$)

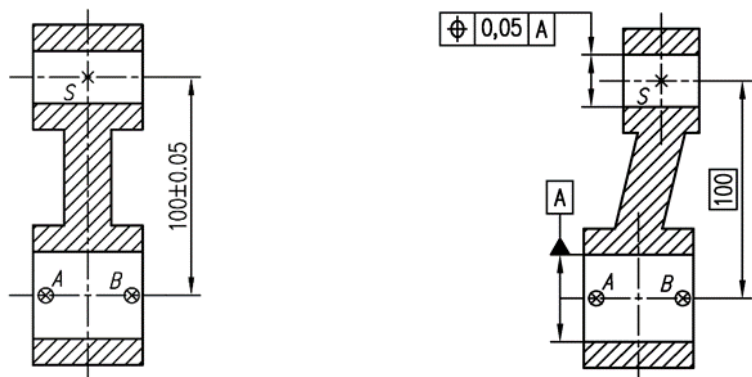
Składnik	$x_i, \text{ mm}$	$\frac{\partial l}{\partial x_i}$	$u_{xi}, \mu\text{m}$	$\frac{\partial l}{\partial x_i} u_{xi}, \mu\text{m}$
bs_1	50	0	0,73	0
bs_2	0	0	0,67	0
bs_3	25	1	0,70	0,70
ab_1	30	0	0,71	0
ab_2	0	0	0,67	0
ab_3	0	-1,67	0,67	1,11
			$u =$	1,31



$A(100, 100, 100), B(130, 100, 100), S(140..180, 100, 125)$

$A(100, 100, 100), B(130, 100, 100), S(180, 100, 125)$

Model 7: Odległość punktu S od prostej AB (cd)



$$l(AB, AS) = \left| AS \times \frac{AB}{|AB|} \right|$$

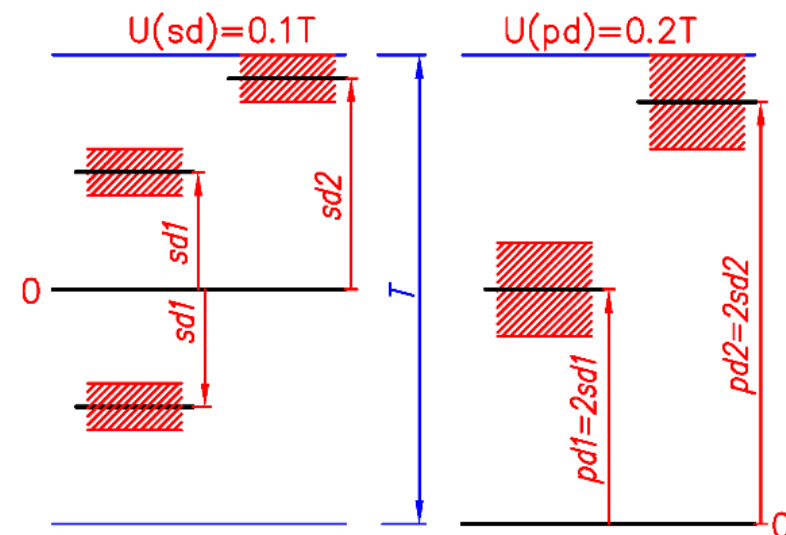
Odległość osi (odchyłka = l)
 Odchyłka pozycji (odchyłka = $2(l-100)$)

Błąd na rysunku
 tolerancja pozycji
 powinna być 0,1

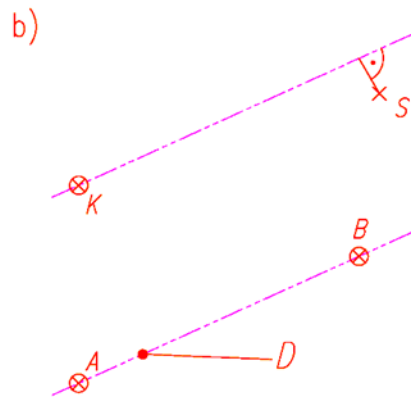
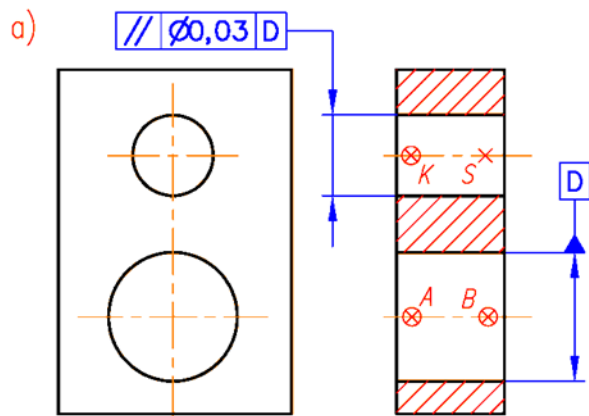
Ciekawe jest porównanie tych 2 sposobów specyfikacji i pomiaru:

Odchyłka pozycji = 2 x moduł (odch. wym)

Niepewność pomiaru odchyłki pozycji jest 2 razy większa od niepewności pomiaru odległości osi, podczas gdy wymagania są praktycznie identyczne. Co ciekawe, pomimo tego, że relacje między niepewnością a tolerancją w porównywanych przypadkach różnią się dwukrotnie, to prawdopodobieństwa odrzucenia wyrobu spełniającego wymagania są identyczne



Model 8: Odległość punktu S od prostej zawierającej punkt K i równoległej do prostej AB

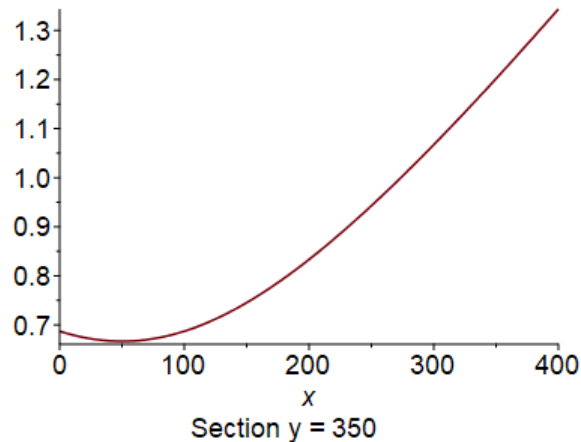
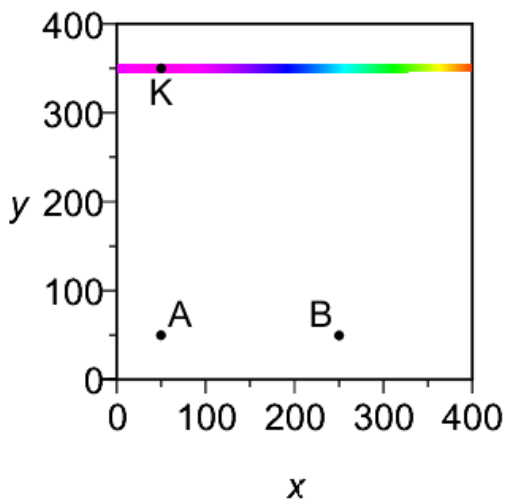


$$l(AB, KS) = \left| KS \times \frac{AB}{|AB|} \right|$$

Odchyłka = l

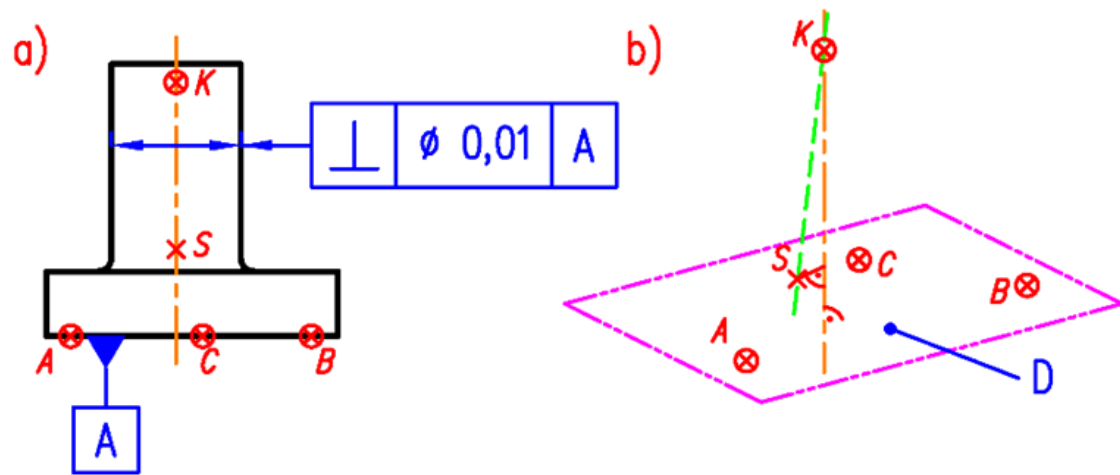
A(50, 50, 10); B (250, 50, 10); K (50, 350, 10);
S (250, 350, 10.01)

Odchyłka równoległości osi – pole tolerancji walcowe



	$x_i, \text{ mm}$	$\frac{\partial l}{\partial x_i}$	$u_{xi}, \mu\text{m}$	$\frac{\partial l}{\partial x_i} u_{xi}, \mu\text{m}$
ks_1	200	0	0,93	0
ks_2	0	0	0,67	0
ks_3	0,01	1	0,67	0,67
ab_1	200	0	0,93	0
ab_2	0	0	0,67	0
ab_3	0	-1	0,67	0,67
			$u =$	0,94

Model 9: Odległość punktu S od prostej zawierającej punkt K i prostopadłej do płaszczyzny ABC

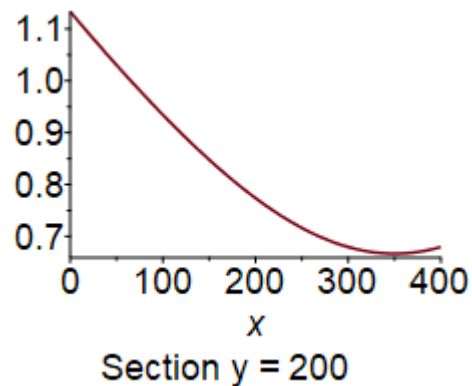
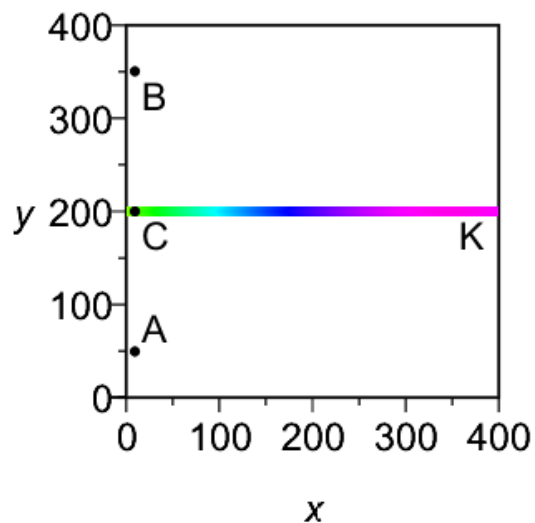


$$l(AB, AC, KS) = \left| KS \times \frac{AB \times AC}{|AB \times AC|} \right|$$

Pole tolerancji stanowi walec (odchyłka = l)

A (10, 50, 10); B (10, 350, 10); C (10, 200, 190);
K (350, 200, 60); S (20, 200, 60.01)

Odchyłka prostopadłości osi do płaszczyzny

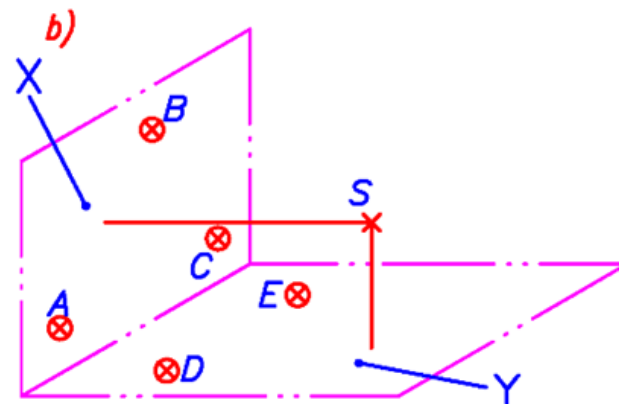
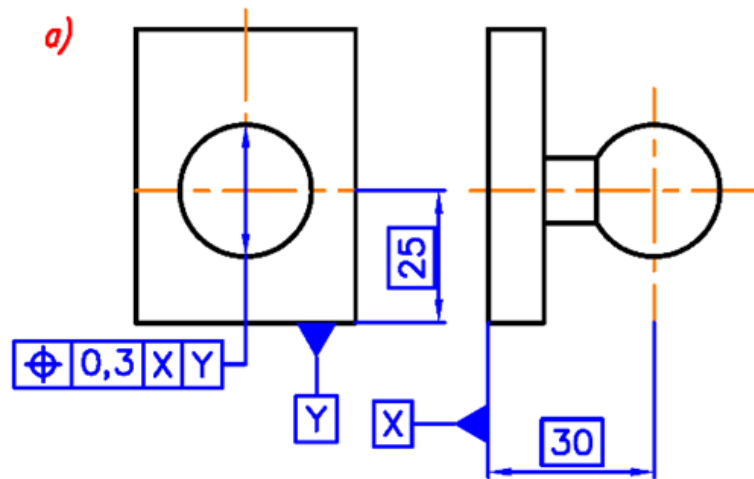


	$x_i, \text{ mm}$	$\frac{\partial l}{\partial x_i}$	u_{xi} μm	$\frac{\partial l}{\partial x_i} u_{xi}$
ks_1	-330	0	1,11	0
ks_2	0	0	0,67	0
ks_3	0,01	1	0,67	0,67
ab_1	0	0,92	0,67	0,61
ab_2	300	0	1,07	0
ab_3	0	0	0,67	0
ac_1	0	-1,83	0,67	1,22
ac_2	150	0	0,87	0
ac_3	180	0	0,91	0
			$u =$	1,52



Model 10: Odległość punktu S od płaszczyzny zawierającej punkty D i E i prostopadłej do płaszczyzny ABC

$$l(AB, AC, DE, DS) = \left| DS \cdot \frac{(AB \times AC) \times DE}{|(AB \times AC) \times DE|} \right|$$



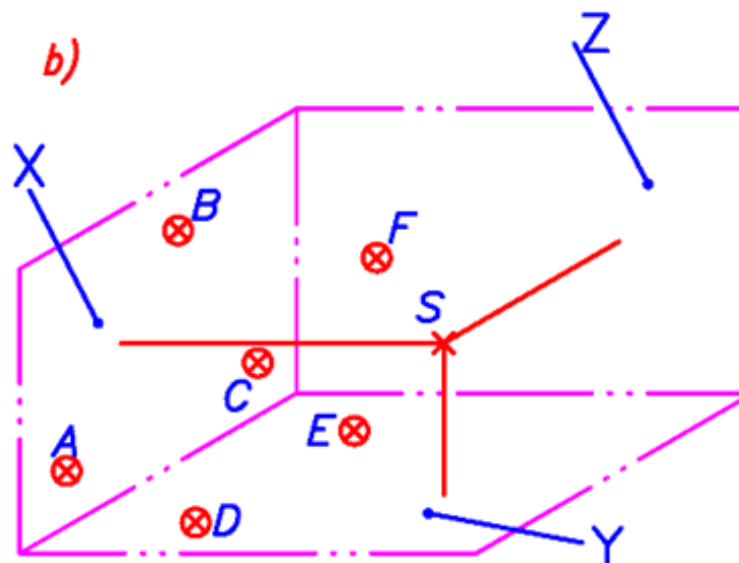
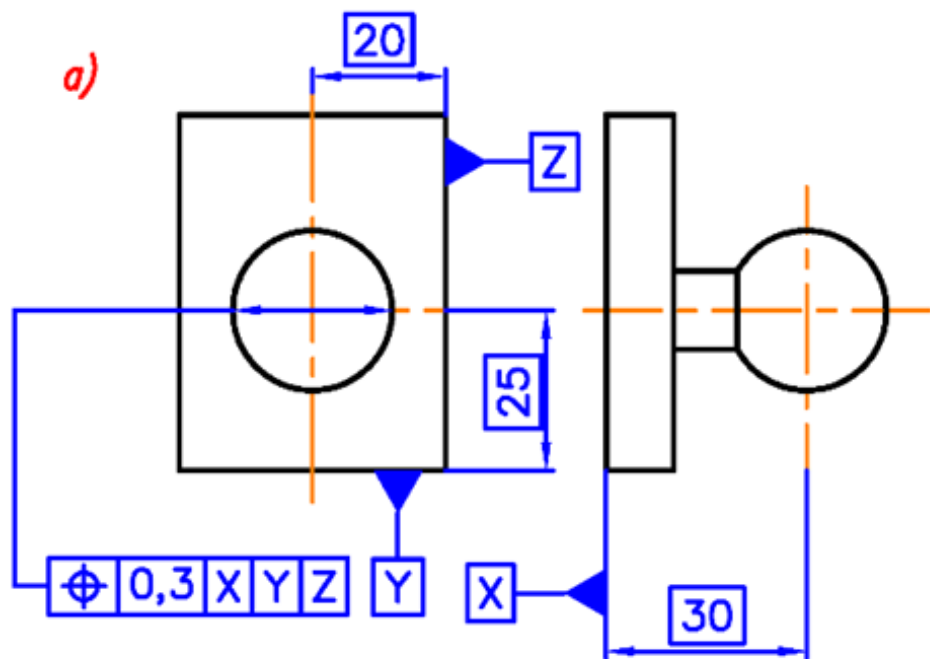
Pole tolerancji stanowi para płaszczyzn; odchyłka = $2(l - 25)$

Odchyłka pozycji punktu względem bazy drugorzędnej (Y) układu baz



Model 11: Odległość punktu S od płaszczyzny zawierającej punkt F i prostopadłej do 2 płaszczyzn: płaszczyzny ABC i płaszczyzny zawierającej punkty D i E i prostopadłej do płaszczyzny ABC

$$l(AB, AC, DE, FS) = \left| FS \cdot \frac{(AB \times AC) \times [(AB \times AC) \times DE]}{|(AB \times AC) \times [(AB \times AC) \times DE]|} \right|$$

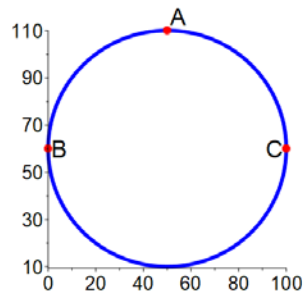


Pole tolerancji stanowi para płaszczyzn (odchyłka = $2l$)

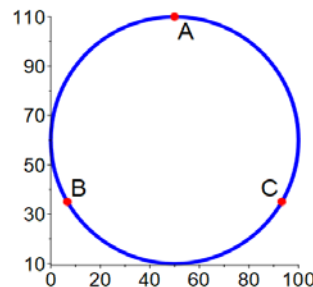
Odchyłka pozycji punktu względem bazy trzeciorzędnej układu baz

Model 18: Promień okręgu

$$R = \frac{|AB| \cdot |AC| \cdot |BC|}{2|AB \times AC|} = \frac{\sqrt{ab_1^2 + ab_2^2 + ab_3^2} \cdot \sqrt{ac_1^2 + ac_2^2 + ac_3^2} \cdot \sqrt{bc_1^2 + bc_2^2 + bc_3^2}}{2\sqrt{(ab_2ac_3 - ab_3ac_2)^2 + (-ab_1ac_3 + ab_3ac_1)^2 + (ab_1ac_2 - ab_2ac_1)^2}}$$



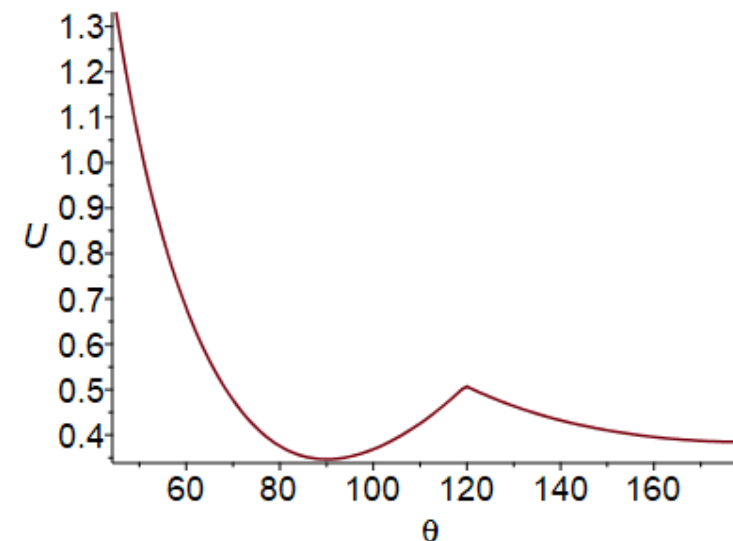
A (50, 110, 0); B (0, 60, 0); C (110, 60, 0);



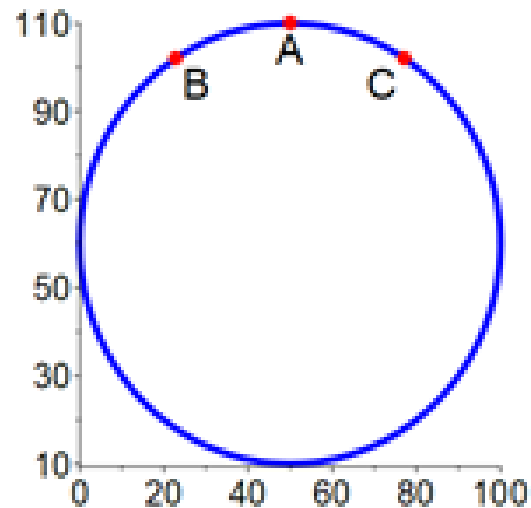
A (50, 110, 0); B (6.7, 35, 0); C (93.3, 35, 0);

	x_i mm	$\frac{\partial l}{\partial x_i}$	u_{xi} μm	$\frac{\partial l}{\partial x_i} u_{xi}$
ab_1	50	0	0,73	0
ab_2	50	0	0,73	0
ab_3	0	0	0,67	0
ac_1	-50	0	0,73	0
ac_2	50	0	0,73	0
ac_3	0	0	0,67	0
bc_1	-100	-0,5	0,80	-0,4
bc_2	0	0	0,67	0
bc_3	0	0	0,67	0
			$u =$	0,4

	x_i mm	$\frac{\partial l}{\partial x_i}$	u_{xi} μm	$\frac{\partial l}{\partial x_i} u_{xi}$
ab_1	-43,3	0,29	0,72	0,21
ab_2	-75	-0,17	0,77	-0,13
ab_3	0	0	0,67	0
bc_1	-86,6	0	0,78	0
bc_2	0	0,33	0,67	0,22
bc_3	0	0	0,67	0
ac_1	-43,3	-0,29	0,72	-0,21
ac_2	75	0,5	0,77	0,38
ac_3	0	0	0,67	0
			$u =$	0,55



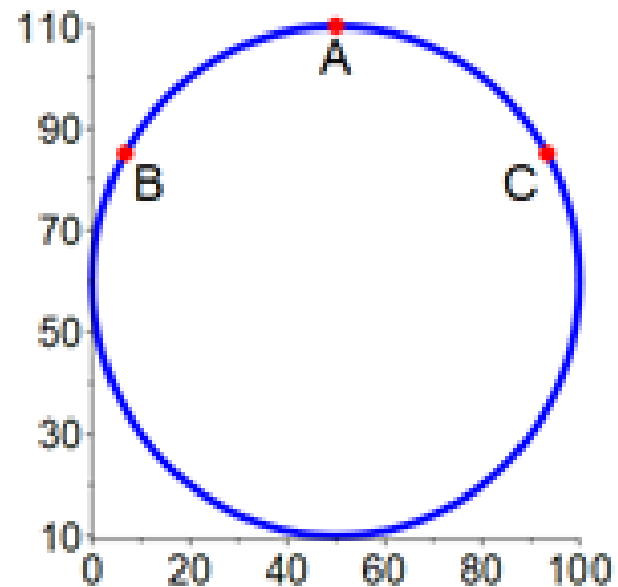
Pomiar promienia łuku – budżet niepewności



Składnik	$x_i, \text{ mm}$	$\frac{\partial l}{\partial x_i}$	$U_{x_i}, \mu\text{m}$	$\frac{\partial l}{\partial x_i} u_{x_i}, \mu\text{m}$
X_{AB}	-27,129	-0,774	0,703	-0,544
y_{AB}	-8	2,625	0,677	1,778
Z_{AB}	0	0	0,667	0
X_{AC}	27,129	0,774	0,703	0,544
y_{AC}	-8	2,625	0,677	1,778
Z_{AC}	0	0	0,667	0
X_{BC}	54,259	0,922	0,739	0,681
y_{BC}	0	0	0,667	0
Z_{BC}	0	0	0,667	0
			$u =$	2,72

Płowucha W.: Szacowanie niepewności pomiarów współrzędnościowych metodą analizy wrażliwości – podstawy teoretyczne, Mechanik 11/2018, s. 953-6

Pomiar promienia łuku – budżet niepewności



Składnik	$x_i, \text{ mm}$	$\frac{\partial l}{\partial x_i}$	$u_{xi}, \mu\text{m}$	$\frac{\partial l}{\partial x_i} u_{xi}, \mu\text{m}$
X_{AB}	-43,301	-0,289	0,724	-0,209
y_{AB}	-25	0,5	0,7	0,35
Z_{AB}	0	0	0,667	0
X_{AC}	43,301	0,289	0,724	0,209
y_{AC}	-25	0,5	0,7	0,35
Z_{AC}	0	0	0,667	0
X_{BC}	86,603	0,577	0,782	0,452
y_{BC}	0	0	0,667	0
Z_{BC}	0	0	0,667	0
			$u =$	0,732



Podsumowanie

Szacowanie niepewności pomiaru, a szczególnie pomiarów współrzędnościowych nie jest zadaniem łatwym. Warto jednak poznać niepewność pomiaru chociażby kilku najważniejszych charakterystyk.

Wykonanie obliczeń „na piechotę” nie jest możliwe. Spośród dostępnych zdecydowanie najtańsze rozwiązanie to zaprezentowana metoda analizy wrażliwości. Szczególną jej zaletą jest czytelny budżet niepewności.