



[white paper]

Diamond Open Access

[waiting peer review]

# Prova da inseparabilidade do emaranhamento máximo: um algoritmo de resolução

Colaboração Ciência Aberta<sup>1</sup>

27 de Setembro de 2021

## Resumo

Apresentamos um algoritmo de resolução, com o intuito de guiar o leitor na demonstração da inseparabilidade de duas partículas maximamente emaranhadas.

palavras-chave: emaranhamento máximo, bit quântico, qubit, teoria da informação quântica

*A versão mais atualizada deste artigo está disponível em*

<https://osf.io/vcx8b/download>  
<https://zenodo.org/record/5533018>

## Preâmbulo

1. Este *white paper* [1,2] é uma adaptação de [3], transposto na forma de um **Algoritmo de Resolução**, seguindo a licença [4].
2. Um Algoritmo de Resolução é um material de cunho didático-pedagógico, que está entre a *resolução completa* e o *gabarito* de um problema.

---

<sup>1</sup>Todos os autores com suas afiliações aparecem no final deste artigo.

# Introdução

- Um bit quântico (qubit) é representado por  $|\phi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ .
- $\alpha$  e  $\beta$  são números complexos, satisfazendo  $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ .
- $|0\rangle$  e  $|1\rangle$  são estados quânticos.
- (5) pode caracterizar o spin (para cima/baixo), a polarização (horizontal/vertical), por exemplo.
- Um sistema de duas partículas é descrito pelo produto tensorial,

$$|0\rangle \otimes |1\rangle \equiv |0\rangle|1\rangle \equiv |01\rangle.$$

- Em (7), a partícula 1 está no estado  $|0\rangle$ , e a partícula 2 está no estado  $|1\rangle$ .

# Emaranhamento máximo

- O seguinte estado de Bell representa o emaranhamento máximo

$$|\psi\rangle = \alpha|01\rangle + \beta|10\rangle,$$

onde:  $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$ ;  $\alpha \neq 0$ ,  $\beta \neq 0$ ;  $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ .

- O sistema (9) é composto por duas partículas, cada uma pode ser medida em um dos dois estados,  $|0\rangle$  ou  $|1\rangle$ .

# Inseparabilidade

- Suponha que  $|\psi\rangle$  em (9) seja separável, i.e.,

$$|\psi\rangle = |A\rangle|B\rangle.$$

- Considere que a partícula  $A$  esteja na superposição quântica

$$|A\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle.$$

13. E considere que a partícula  $B$  esteja no estado

$$|B\rangle = c|0\rangle + d|1\rangle.$$

14.  $a, b, c, d \in \mathbb{C}$  são as amplitudes para os estados quânticos  $|A\rangle$  e  $|B\rangle$ , com  $|a|^2 + |b|^2 = 1$ , e  $|c|^2 + |d|^2 = 1$ .

15. As seguintes condições são obrigatórias para que  $A$  e  $B$  estejam em uma superposição na base computacional  $|0\rangle$  e  $|1\rangle$ ,

$$a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0, d \neq 0.$$

16. Explique, a seguir, o porquê da condição (15).

17. Insira (12) e (13) em (11), e mostre que

$$|\psi\rangle = ac|00\rangle + ad|01\rangle + bc|10\rangle + bd|11\rangle;$$

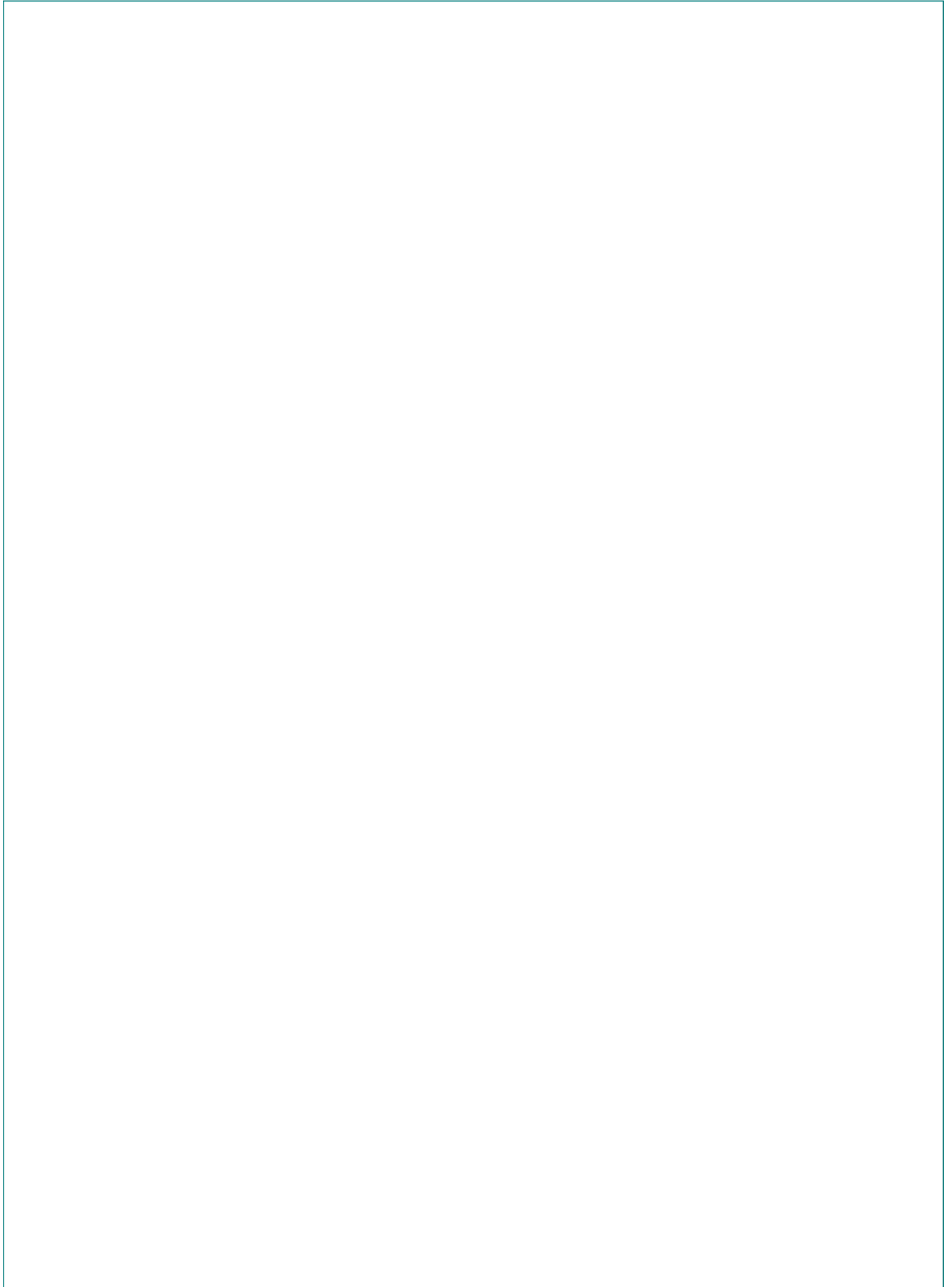
inclua todas as passagens matemáticas.

18. Iguale (9) a (17) e obtenha

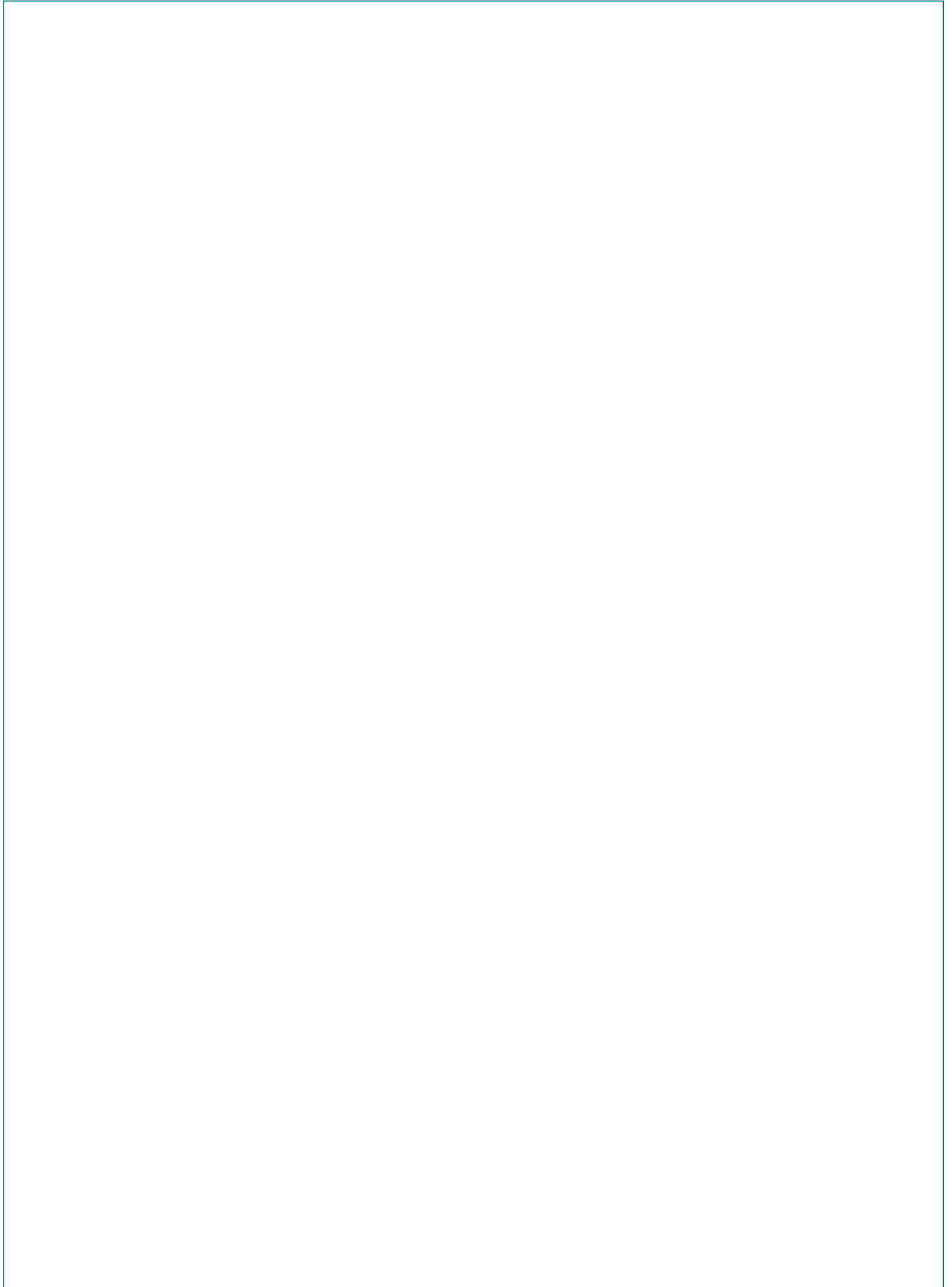
$$\alpha |01\rangle + \beta |10\rangle = ac |00\rangle + ad |01\rangle + bc |10\rangle + bd |11\rangle;$$

qual item justifica esse passo e por quê?

19. Compare os termos que multiplicam o estado  $|01\rangle$  em (18) e mostre que  $\alpha = ad$ .



20. Faça o mesmo que em (19), mas para o estado  $|10\rangle$ , e mostre que  $\beta = bc$ .



21. Analisando o lado esquerdo de (18), explique, considerando os estados  $|00\rangle$  e  $|11\rangle$ , por que  $ac = 0$  e  $bd = 0$ .



22. Podemos dizer que o resultado obtido em (21) contradiz o resultado obtido em (15)? Justifique.

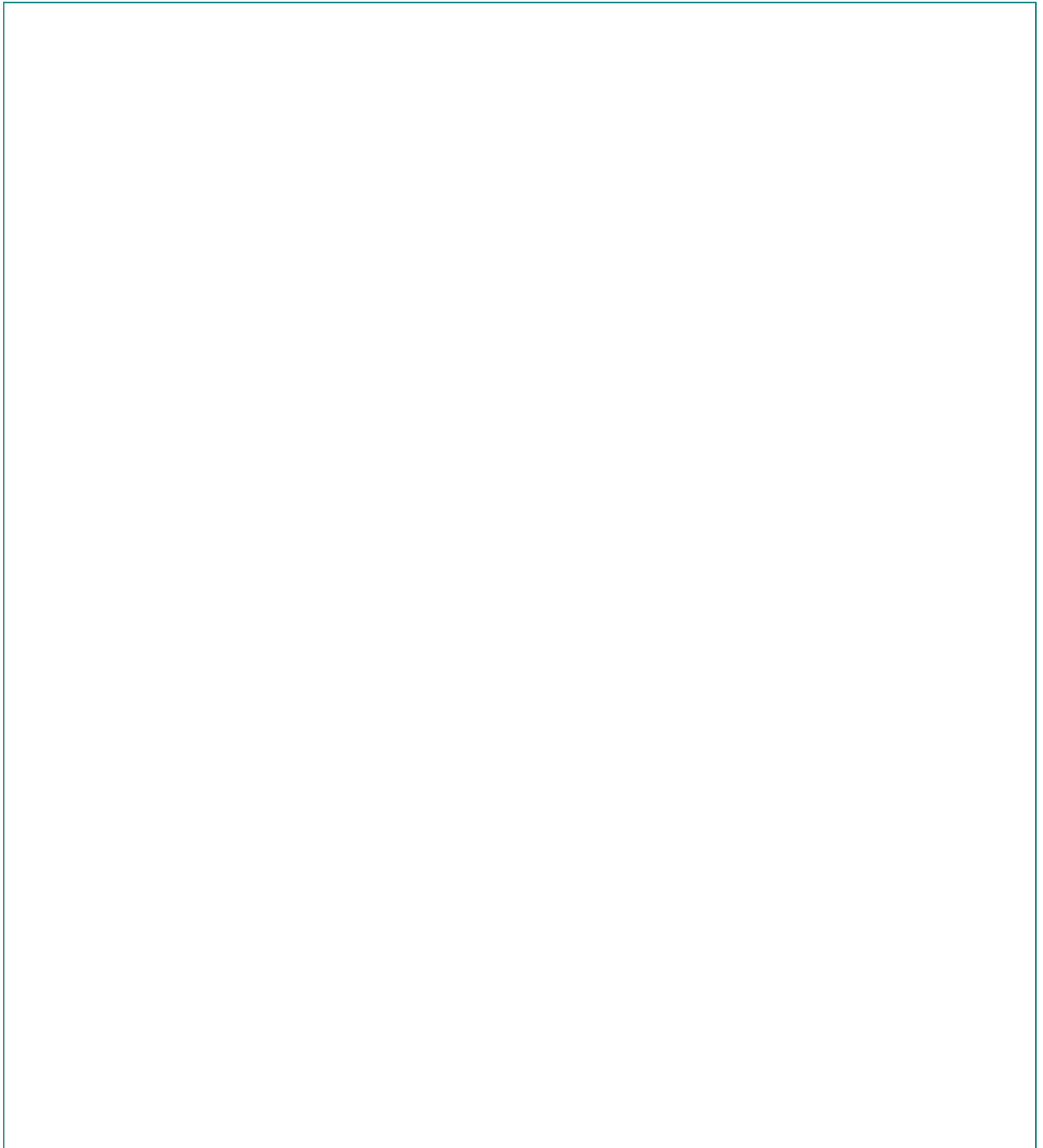
23. Com base na resposta que você deu em (22), podemos dizer que a **hipótese** (11) está *correta* ou *incorreta*? Por quê?

24. Considerando a resposta que você deu em (23), isso prova que  $|\psi\rangle$  em (9) é um estado quântico *separável*, dado por

$$|\psi\rangle = |A\rangle|B\rangle,$$

ou *inseparável*, dado por

$$|\psi\rangle \neq |A\rangle|B\rangle?$$



25. Na matemática, a demonstração finalizada em (24) é denominada *prova por ...?*

## Superposição de dois qubits

26. Considere  $|\psi_2\rangle$  na seguinte superposição,

$$|\psi_2\rangle = m|00\rangle + n|01\rangle + p|10\rangle + q|11\rangle,$$

onde  $m, n, p, q \in \mathbb{C}$  e são todos diferentes de zero.

27.  $|\psi_2\rangle$  é separável? Por quê? Se sim, escreva-o em função dos estados separáveis.

## Considerações Finais

28. O emaranhamento quântico é um dos recursos mais importantes da teoria da informação quântica [5–7].
29. O próprio espaço-tempo parece estar entrelaçado [8].
30. Na teoria da relatividade especial, sabemos que espaço e tempo são vinculados por  $\tau^2 = t^2 - x^2$  [9,10], onde  $t$  e  $x$  são a duração e a separação espacial, respectivamente, entre dois eventos quaisquer.
31. Além disso, considerando o **princípio da incerteza**, espaço e matéria estão *emaranhados*, bem como **energia** e **tempo**.

## Ciência Aberta

O **arquivo latex** para este artigo, juntamente com outros *arquivos suplementares*, estão disponíveis em [11]. Seja coautor(a) deste artigo, envie sua contribuição para [mplobo@uft.edu.br](mailto:mplobo@uft.edu.br).

## Consentimento

Os autores concordam com [12].

## Como citar este artigo?

<https://doi.org/10.31219/osf.io/vcx8b>

<https://zenodo.org/record/5533018>

## Licença

*CC-By Attribution 4.0 International* [4]

# Referências

- [1] Lobo, Matheus P. “Uma Revista Aberta.” *OSF Preprints*, 19 July 2021. <https://doi.org/10.31219/osf.io/fjb9a>
- [2] Lobo, Matheus P. “Microarticles.” *OSF Preprints*, 28 Oct. 2019. <https://doi.org/10.31219/osf.io/ejrct>
- [3] Lobo, Matheus P. “Proof of the Inseparability of Maximal Entanglement.” *OSF Preprints*, 20 July 2019. <https://doi.org/10.31219/osf.io/aejm3>
- [4] CC. Creative Commons. *CC-By Attribution 4.0 International*. <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0>
- [5] Nielsen, Michael A., and Isaac Chuang. *Quantum computation and quantum information*. Cambridge University Press, 2010.
- [6] Sutor, Robert S. *Dancing with Qubits: How quantum computing works and how it can change the world*. Packt Publishing Ltd, 2019.
- [7] Bernhardt, Chris. *Quantum computing for everyone*. MIT Press, 2019.
- [8] Van Raamsdonk, Mark. “Building up spacetime with quantum entanglement.” *General Relativity and Gravitation* 42.10 (2010): 2323-2329.
- [9] Lorentz, Hendrik Antoon, et al. *The principle of relativity: a collection of original memoirs on the special and general theory of relativity*. Courier Corporation, 1952.
- [10] Taylor, Edwin F., Edwin F. Taylor, and John Archibald Wheeler. *Spacetime Physics*. Macmillan, 1992.
- [11] Lobo, Matheus P. “Open Journal of Mathematics and Physics (OJMP).” *OSF*, 21 Apr. 2020. <https://doi.org/10.17605/osf.io/6hzyp>

[12] Lobo, Matheus P. “Simple Guidelines for Authors: Open Journal of Mathematics and Physics.” *OSF Preprints*, 15 Nov. 2019.  
<https://doi.org/10.31219/osf.io/fk836>

## Colaboração Ciência Aberta

**Matheus Pereira Lobo** (autor principal, [mplobo@uft.edu.br](mailto:mplobo@uft.edu.br))<sup>1,2</sup>  
<https://orcid.org/0000-0003-4554-1372>

**Lídia Cruz de Araújo**<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Universidade Federal do Tocantins (Brasil)

<sup>2</sup>Universidade Aberta (UAb, Portugal)