Interkantonale Hochschule für Heilpädagogik

Departement 1: Studiengang Sonderpädagogik

Masterarbeit

Sachrechnen mit rechenschwachen Lernenden

Förderaspekte, Ganzheitlichkeit und Evidenz

eingereicht von: Eva Reich

Begleitung: lic. phil. Barbara Zutter Baumer

Datum der Abgabe: 2. Dezember 2017

Abstract

Das Sachrechen mit rechenschwachen Lernenden stellt Lehrpersonen oft vor didaktisch-methodische Herausforderungen. Gleichzeitig ist die Förderung dazu noch wenig fundiert erforscht. Diese Literaturarbeit befasst sich mit ausgewählten Förderprogrammen für rechenschwache Sachrechnende. Sie geht der Frage nach, welche Förderaspekte die untersuchten Förderprogramme berücksichtigen und wie ganzheitlich und evidenzbasiert sie sind. Als Grundlage dienen elf Förderprogramme, welche mit Hilfe der inhaltlich strukturierenden qualitativen Inhaltsanalyse analysiert werden. Die Arbeit deckt bei der Förderung grob zwei unterschiedliche Strömungen auf und beschreibt die Stärken und Schwächen der einzelnen Förderprogramme hinsichtlich ihrer Ganzheitlichkeit und Evidenz. Zusätzlich wird aufgezeigt, wie ein möglicher Einsatz der Förderprogramme in der Praxis aussehen könnte.

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung

„Carsten hat 4 Bretter gekauft. Jedes Brett ist 2,5 Meter lang. Wie viele Bretter von 1 Meter Länge kann er daraus machen?“ Diese Aufgabe aus Scherer und Moser Opitz (2010, S. 170f.) stellt eine typische Sachaufgabe dar. Die abgebildete Lösung ist offensichtlich falsch und soll hier stellvertretend für die grosse Mühe stehen, die das Sachrechnen vielen Kindern und Jugendlichen bereitet. Diese Schwierigkeiten haben mich ermutigt, mich im Rahmen meiner Masterarbeit mit dem Thema des Sachrechnens bei rechenschwachen Lernenden auseinanderzusetzen.

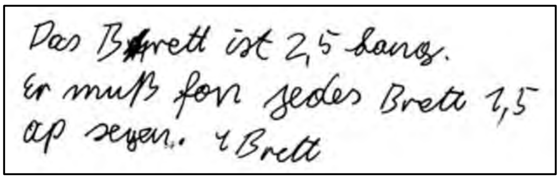


Abbildung 1: Falsche Lösung zur Sachaufgabe

1.1 Vorverständnis und Begründung der Themenwahl

Die Förderung von Kindern und Jugendlichen mit Rechenschwäche gehört zum Alltag von mir sowie vieler anderer Lehrpersonen und schulischen Heilpädagoginnen und Heilpädagogen. Zu diversen mathematischen Bereichen findet man sowohl in der Bildungsforschung als auch in Praxishandbüchern reichlich methodische Vorgehensweisen für die Förderung rechenschwacher Lernender, beispielsweise zur Ablösung vom zählenden Rechnen, zum Aufbau des Mengen- und Stellenwertverständnisses oder zu den gebrochenen Zahlen, um nur einige Bereiche zu nennen. Geht es aber um die Verbindung von Alltag und Mathematik in Form des Sachrechnens, zeigt sich ein ganz anderes, perplexes Bild. Auf der einen Seite versagen beim Sachrechnen nicht nur rechenschwache Lernende, sondern auch Normalbegabte. Auf der anderen Seite blenden viele Praxishandbücher zur Rechenschwäche diesen Teil der Mathematik aus. Auch die Forschung im Bereich des Sachrechnens mit rechenschwachen Lernenden ist vergleichsweise dünn gesät (vgl. Lambert, 2015). Dies stellt mich als Lehrperson vor eine grosse Herausforderung bei der Förderung von rechenschwachen Lernenden. Es stellen sich daher Fragen nach Möglichkeiten zur Förderung rechenschwacher Lernenden im Sachrechnen sowie nach existierenden Förderprogrammen und deren Tauglichkeit in der Praxis. Diesen Fragen soll im Rahmen dieser Literaturarbeit nachgegangen werden.

1.2 Rahmen und Zielsetzung

Diese Masterarbeit kombiniert zwei Themenbereiche, nämlich das Störungsbild Rechenschwäche einerseits und das Sachrechnen als Teil der Mathematik andererseits. Beim ersten Bereich, der Rechenschwäche, handelt es sich um die Dysfunktion des *nicht rechnen Könnens.* Abhängig vom Diagnosemanual variieren die Definitionen. Bezüglich Symptomatik herrscht jedoch mehrheitlich ein Konsens (vgl. u.a. Deutsches Institut für Medizinische Dokumentation und Information, 2016; Fritz, Schmidt & Ricken, 2017). Beim zweiten Bereich, dem Sachrechnen, handelt es sich um einen Teil des Mathematiklehrplans und wird teilweise auch als mathematisches Modellieren bezeichnet. Sachrechnen oder Modellieren meint das Lösen einer Sachaufgabe mittels mehrerer Modellierungsschritte (vgl. u.a. Blum, 2012; Franke & Ruwisch, 2010). Zu den beiden Themenfeldern gibt es einzeln betrachtet bereits viele forschungsgestützte Erkenntnisse. Anders sieht dies bei der Kombination der beiden Bereiche aus. Gerade bei der Förderung rechenschwacher Lernender zeigt sich, dass die Erkenntnisse der didaktischen Bildungsforschung mit normalbegabten Rechnenden nicht vorbehaltlos auf rechenschwache Lernende übertragen werden können (Kroesbergen & Van Luit, 2003). Die Auswahl evidenzbasierter Fördermethoden für rechenschwache Lernende hat nach wie vor Erforschungspotential. Immerhin gibt es jedoch einige förderliche Praktiken, die als lerneffektiv bezeichnet werden können (vgl. Forbringer & Fuchs, 2013; Hattie, 2009; Schneider, Küspert & Krajewski, 2013). Für Praktikerinnen und Praktiker ist es daher von Interesse, wie die auf dem Markt vorhandenen Förderprogramme die unterschiedlichen Aspekte integrieren. Ziel der vorliegenden Literaturarbeit ist es, Förderprogramme für das Sachrechnen hinsichtlich der Förderaspekte zu untersuchen und darzulegen, in welchem Masse die Förderprogramme ganzheitlich und evidenzbasiert konzipiert sind. Die Arbeit soll aufzeigen, was die bereits vorhandenen Förderprogramme leisten, welche sich für das Sachrechnen mit rechenschwachen Lernenden eignen und wie sie gegebenenfalls miteinander kombiniert werden können. Dies ist für mich und für andere Lehrpersonen, Heilpädagoginnen und Heilpädagogen für die Unterrichtsgestaltung bedeutsam.

1.3 Fragestellung

Diese Masterarbeit geht folgenden Fragestellungen nach:

1. Welche Förderaspekte sind in den in dieser Arbeit berücksichtigten Förderprogrammen in Bezug auf das Sachrechnen mit rechenschwachen Lernenden berücksichtigt?
2. Wie ganzheitlich und evidenzbasiert sind die Förderprogramme?

Unter dem Begriff *Förderaspekt* werden methodische und didaktische Fördermassnahmen verstanden. *Ganzheitlich* bedeutet hier zum einen, ob unterschiedliche Förderaspekte in ein Förderprogramm einfliessen und zum anderen ob das Programm Material für den direkten Praxiseinsatz zur Verfügung stellt. *Evidenzbasiert* meint, dass der Lerneffekt mittels Metaanalysen oder Forschungssynthesen von Metaanalysen erwiesen ist (vgl. Forbringer & Fuchs, 2013; Gesellschaft für Evaluation, 2013; Hattie, 2009).

1.4 Vorgehen und Ergebnisse

In einem ersten Teil der Arbeit wird der aktuelle Forschungsstand bezüglich Rechenschwäche und Sachrechnen aufgezeigt. Wo bereits Forschung zur Kombination der beiden Bereiche vorliegt, wird diese beleuchtet. In einem zweiten Schritt wird mittels systematischer Literaturrecherche in Datenbanken und Bibliothekskatalogen nach Förderprogrammen gesucht. Als zusätzliche Methode wird die Suche nach dem Schneeballprinzip angewendet. Die Förderprogramme werden nach fünf Kriterien zum Literaturkorpus ein- bzw. aussortiert (Roos & Leutwyler, 2017). Anschliessend erfolgt eine Untersuchung mittels inhaltlich strukturierender Inhaltsanalyse nach Kuckartz (2016). Die Förderaspekte der einzelnen Programme sind in den Ergebnissen deskriptiv dargestellt. Es wird beschreibend aufgezeigt, wo die Stärken und Schwächen der einzelnen Förderprogramme hinsichtlich Ganzheitlichkeit und Evidenzbasiertheit liegen. Abschliessend wird erläutert, wie ein möglicher Einsatz in der Praxis aussehen könnte.

2 Rechenschwäche

Im folgenden Theorieteil zur Rechenschwäche wird diese zuerst definiert und die unterschiedlichen Begrifflichkeiten werden geklärt. In einem weiteren Schritt wird ein Überblick über häufige Erscheinungsformen gegeben. Anschliessend wird der aktuelle Stand der Forschung zur Entwicklung von Rechenschwäche erörtert.

2.1 Definition Rechenschwäche

Als Erstes soll hier geklärt werden, was eine Rechenschwäche ist. Das aber ist kein leichtes Unterfangen, denn es gibt bis heute keine allgemein anerkannte Definition der Rechenschwäche (vgl. Lambert, 2015, S. 54). Eine häufige Definition wird anhand der Internationalen statistischen Klassifikation der Krankheiten und verwandter Gesundheitsprobleme (kurz: ICD-10) gegeben. Die ICD-10 ist auch in der Schweiz das standardmässig verwendete Kodierungshandbuch (2009, S. 515). Es ordnet die Rechenschwäche den umschriebenen Entwicklungsstörungen schulischer Fertigkeiten zu und definiert sie wie folgt:

„**F81.2 Rechenstörung**

Diese Störung besteht in einer umschriebenen Beeinträchtigung von Rechenfertigkeiten, die nicht allein durch eine allgemeine Intelligenzminderung oder eine unangemessene Beschulung erklärbar ist. Das Defizit betrifft vor allem die Beherrschung grundlegender Rechenfertigkeiten wie Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division, weniger die höheren mathematischen Fertigkeiten, die für Algebra, Trigonometrie, Geometrie oder Differential- und Integralrechnung benötigt werden“ (Deutsches Institut für Medizinische Dokumentation und Information, 2016).

Ein wesentliches Merkmal der Definition nach ICD-10 ist der Ausschluss einer Intelligenzminderung. Um die Intelligenzminderung auszuschliessen, werden in der Praxis die Mathematikleistung und Intelligenz mittels standardisierter Tests gemessen. Liegt die Mathematikleistung ein bis zwei Standardabweichungen unter der Intelligenz, wird aufgrund dieser Diskrepanz die Diagnose *Rechenstörung* gestellt (vgl. Lambert, 2015, S. 56). Das aus den 1970er-Jahren stammende Diskrepanzkriterium ist aber aus unterschiedlichen Gründen problematisch:

- Die Mathematikleistungen variieren je nach Test.
- Ab welchem Prozentrang eine Rechenstörung vorliegt, ist häufig willkürlich gesetzt.
- Intelligenztests beinhalten teilweise mathematische Untertests. Das führt zu einem tieferen Intelligenzwert, was sich zu Ungunsten der benötigten Diskrepanz auswirkt.
- Die Dysfunktion *Nicht-rechnen-Können* hat unabhängig des Intelligenzquotienten eine ähnliche Symptomatik (vgl. Lambert, 2015, S. 56; Moser Opitz, 2013, S. 15).

Eine weitere häufig gefundene Definition stammt aus dem Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorder (kurz: DSM-5), welches in den USA gebräuchlich ist. Die Definition nach DSM-5 ist allgemeiner gehalten als jene der ICD-10 und umfasst daher ein weiteres Spektrum der Rechenschwäche. Die Diskrepanz zwischen dem Intelligenzquotienten und der Mathematikleistung ist zudem lockerer formuliert (vgl. Lambert, 2015, S. 65). Im DSM-5 wird die Dyskalkulie (Rechenschwäche) den spezifischen Lernstörungen (Specific Learning Disorder) zugeordnet. Von spezifischen Lernstörungen wird dann gesprochen, wenn mindestens eine der folgenden Schwierigkeiten vorliegt: Schwierigkeiten mit dem Lesen, Leseverstehen, der Rechtschreibung, dem schriftlichen Ausdruck, Zahlenverständnis, Rechenfertigkeiten oder mathematischem Verständnis. Gemäss DSM-5 müssen schwache Schulleistungen von den spezifischen Lernstörungen abgegrenzt werden, indem eine geistige Behinderung und andere hemmende Faktoren ausgeschlossen werden. Zu den hemmenden Faktoren zählen der sozioökonomische Hintergrund oder ein benachteiligtes Umfeld, Seh- und Hörprobleme, hirnorganische Schädigungen, motorische Erkrankungen oder Sprachverständnisschwierigkeiten aufgrund einer Fremdsprachlichkeit. Wird eine solche spezifische Lernstörung im Bereich der Mathematik diagnostiziert, verwendet das DSM-5 die Begrifflichkeit Dyskalkulie (vgl. Parekh, 2016).

Seit Neuem wird in den USA Rechenschwäche auch teilweise über das sogenannte Response-to-Intervention-Kriterium (RtI) definiert. Hierbei erhalten Kinder mit Verdacht auf eine Rechenschwäche oder darauf, eine solche zu entwickeln, gezielte, als wirkungsvoll anerkannte, mathematische Fördermassnahmen. Diese Fördermassnahmen dauern über einen gewissen Zeitraum an. Erst wenn die Rechenleistung trotz Förderung nicht oder nur geringfügig steigt, wird von einer Rechenschwäche gesprochen (vgl. Lambert, 2015, S. 62).

Aus diesen unterschiedlichen Ansätzen wird ersichtlich, dass die Rechenschwäche je nach Definition enger oder breiter gefasst ist. Im Gegensatz zur Definition der Rechenschwäche gibt es bei deren Erscheinungsform grosse Übereinstimmung in der Literatur. Unabhängig von der Diagnose sind die Symptome bei rechenschwachen Lernenden nämlich recht ähnlich (vgl. ebd., S. 56). Die Erscheinungsform der Rechenschwäche wird im übernächsten Kapitel aufgegriffen. Zuerst werden hier jedoch die Begrifflichkeiten geklärt.

2.2 Begriffsklärung

Für die Dysfunktion *Nicht-rechnen-Können* findet man in der Literatur sehr unterschiedliche Bezeichnungen. Die Rede ist u. a. von Dyskalkulie, Rechenschwäche, Rechenstörung, mathematischer Lernstörung, Arithmasthenie oder Akalkulie. Im Englischen sind die Termini *mathematical disabilities, learning disabilities in mathematics* oder *arithemtic learning disabilities* gebräuchlich (Moser, 2008, S. 15).

Die Begriffe werden teilweise synonym, teilweise aber auch abgrenzend zueinander verwendet. Ein Beispiel für eine abgrenzende Verwendung ist der Begriff *Akalkulie,* weil er sich im Gegensatz zu den anderen Begriffen explizit auf eine erworbene Rechenschwäche bezieht, z. B. aufgrund einer erworbenen Hirnschädigung. Ebenfalls häufig werden die Ausdrücke *Dyskalkulie* und *Rechenstörung* abgrenzend benutzt, nämlich dann, wenn eine hinreichende Diskrepanz zwischen Mathematikleistung und Intelligenz vorliegt (vgl. Lambert, 2015, S. 66 und vorheriges Kapitel).

Aus der Praxis ist bekannt, dass sich das *Nicht-rechnen-Können* mit oder ohne Diagnose in der Erscheinungsform kaum unterscheidet (vgl. ebd., S. 56). Daher wird im weiteren Verlauf der Arbeit bewusst auf Fachausdrücke verzichtet, welche eine Definition im engeren Sinne nahelegen könnten (z. B. Dyskalkulie, Rechenstörung) und die folgenden weiter gefassten Begrifflichkeiten Rechenschwäche bzw. rechenschwache Lernende verwendet.

2.3 Symptomatik

Ungleich der unterschiedlichen Diagnosekriterien besteht beim Erscheinungsbild der Rechenschwäche ein Konsens. Einzig die Geometrie oder das Uhrlesen wird je nach Quelle teilweise vernachlässigt. Dagegen besteht nicht immer Klarheit darüber, was nun Symptom und was Ursache ist (vgl. Lambert, 2015, S. 109). Im Folgenden finden sich häufig beobachtete Erscheinungsformen der Rechenschwäche.

Bereits im Vorschulalter weisen rechenschwache Lernende Defizite beim Zählen auf. Im Umgang mit mehrstelligen Zahlen treten Schwierigkeiten auf. Sie machen häufiger Stellenwertfehler und haben speziell Mühe, den Grössenvergleich bei mehrstelligen Zahlen zu machen. Rechenschwache Lernende haben Defizite beim Abrufen von arithmetischem Faktenwissen. Sie weichen auf fehleranfällige Strategien aus, insbesondere das zählende Rechnen (vgl. Gaidoschik, 2015, S. 23ff.; Landerl, Kaufmann & Vogel, 2017, S. 108ff.). Auch Geary, Hoard, Byrd-Craven und DeSoto (2004) identifizierten in den ersten Schuljahren bei der Verwendung von Strategien grosse Unterschiede zwischen normalbegabten und rechenschwachen Lernenden. Rechenschwache Kinder rechnen im ersten Schuljahr vorwiegend zählend, normalbegabte Kinder hingegen nutzen sowohl die Finger als auch automatisierte Rechenresultate. Bei komplexeren mathematischen Problemen raten viele rechenschwache Lernende des ersten Schuljahrs die Resultate. Normalbegabte Rechnende greifen bei komplexeren Rechnungen auf zählendes Rechnen zurück. Mit zunehmendem Schuljahr werden diese Unterschiede weniger stark beobachtet, wobei selbst in der fünften Klasse bei schwierigeren Operationen von 25 % der rechenschwachen Kinder die Finger benutzt werden. Rechenschwache Kinder liegen mit ihren Strategien etwa zwei Schuljahre hinter den normalbegabten Rechnenden. Zudem ist die Kapazität des Arbeitsgedächtnisses, welches für die Automatisierung von Rechnungen eine zentrale Bedeutung einnimmt, etwa um ein

Schuljahr in der Entwicklung verzögert (vgl. ebd., S. 138ff.). Auch die basisnumerische Verarbeitung ist beeinträchtigt. Das heisst, dass es Betroffenen nicht gelingt, Zahlenwörter (z. B. fünfzehn) auf Anhieb der entsprechenden Menge gedanklich zuzuordnen. Auch bildlich dargestellte Mengen können sie weniger gut vergleichen als Nichtbetroffene. Die gedankliche Anordnung von Zahlen auf dem Zahlenstrahl fällt rechenschwachen Lernenden deutlich schwerer (vgl. Landerl et al., 2017, S. 112ff.). Über den Schulstoff der 2. Klasse hinaus eignen sich betroffene Kinder oft mechanische, fehlerhafte Rechenbewältigungsstrategien an (insbesondere beim schriftlichen Rechnen), die sich dem Stellwertverständnis entbehren (vgl. Gaidoschik, 2015, S. 49ff. für detaillierte Erkennungsmerkmale). Auch im Bereich Sachrechnen werden grosse Schwierigkeiten und Orientierungslosigkeit beobachtet (vgl. Lambert, 2015, S. 114). Die spezifischen Schwierigkeiten des Sachrechnens werden im Kapitel 3.5.2 separat thematisiert.

2.4 Entstehung von Rechenschwäche

In diesem Kapitel geht es um die Entstehung von Rechenschwäche. Um Rechenschwäche überhaupt verstehen zu können, ist es grundlegend, die Entwicklung des mathematischen Kompetenzerwerbs zu kennen. Langjährige neuro- und entwicklungspsychologische Forschung führte zu einer Vielzahl an Erkenntnissen des Kompetenzerwerbs in der Mathematik. Diese Forschungsarbeit ermöglichte es überhaupt, dass es heute Modelle über die Entwicklung der Mathematikkompetenz gibt (vgl. Schneider et al., 2013, S. 24). Für die bessere Nachvollziehbarkeit der Entwicklungsmodelle wird hier zuerst ein knapper Überblick über die wichtigsten Forschungsergebnisse gegeben (vgl. u. a. Fritz, Ricken & Balzer, 2009, S. 12ff.; Landerl et al., 2017, S. 54ff., für eine umfassendere Übersicht). Darauf aufbauend finden sich zwei Entwicklungsmodelle und deren Erklärungsansätze für die Entstehung von Rechenschwäche.

2.4.1 Frühkindliche Entwicklung

Forschungen zum Mengenverständnis bei Tieren werden häufig genutzt, um eine angeborene Mengenwahrnehmung und damit die Basis des mathematischen Verständnisses zu demonstrieren (vgl. Landerl et al., 2017, S. 54). So können Rhesusaffen beispielsweise kleine Mengen unterscheiden oder haben auch ein limitiertes Verständnis von Ordinalzahlen, um nur einige von vielen wissenschaftlichen Befunden zu nennen (vgl. Brannon, 2005, S. 90ff.). Ausgehend von diesen Tierexperimenten wird gefolgert, dass die Sprache für das Mengenverständnis keine zentrale Rolle spielt (vgl. Landerl et al., 2017, S. 56). Als weitere Grundlage für die Annahme der angeborenen Mengenwahrnehmung gilt die Kleinkindforschung. Es ist unbestritten, dass bereits Neugeborenen über einen numerosen Sinn verfügen (vgl. ebd., S. 58ff.). In der Forschung wird sogar von zwei unterschiedlichen angeborenen Mengensystemen ausgegangen (vgl. Fritz et al., 2009, S. 12). Einerseits können Kleinkinder bereits gewisse Unterscheidungen bei grossen Mengen wahrnehmen. So erkennen beispielsweise schon sechsmonatige Babys Mengenunterschiede bei grossen Anzahlen, wenn der Mengenunterschied genügend gross ist (z. B. zwischen 16 und 32 Punkten). Die Wahrnehmung geringerer Unterschiede bei grossen Mengen ist jedoch noch nicht möglich (vgl. Xu & Spelke, 2000, S. B7f.). Als zweites, angeborenes Mengensystem gilt die exakte simultane Wahrnehmung kleiner Mengen. Bereits Kleinkinder können die Menge bis drei präzise erfassen (vgl. Feigenson, Carey & Hauser, 2002, S. 152).

Die Mengenwahrnehmung verbessert sich mit zunehmendem Alter. Gemäss Brannon und Van de Walle (vgl. 2001, S. 71) können bereits zweijährige Kinder zwischen der Mächtigkeit von zwei kleinen Mengen unterscheiden. Dies ist deshalb eindrücklich, weil sie zu diesem Zeitpunkt die Zahlwortreihe noch nicht zum Abzählen von Objekten verwenden (vgl. ebd., S. 72ff.). Kleine Kinder kennen zwar schon die Zahlwortreihe *einszwei-drei...*. Sie ist jedoch als auswendig gelernter Vers zu verstehen und hat mit dem Auszählen von Mengen noch nichts zu tun. Dennoch ist die Zahlwortreihe natürlich zentral für den Erwerb der Zählfertigkeit, welcher aber erst in der späteren Kindsentwicklung gelingt (vgl. Landerl et al., 2017, S. 67).

2.4.2 Entwicklung im Kindergartenalter

Wie bereits erwähnt, erlernen Kinder noch vor dem Kindergarten wichtige Vorläuferfertigkeiten des Zählens. Das Auszählen von Mengen erwerben die Kinder in der Regel im Kindergartenalter oder kurz davor (vgl. Fritz et al., 2009, S. 14; Landerl et al., 2017, S. 67). Wie das eigentliche Zählen erlernt wird, halten Gelman und Gallistel (1978, S. 83ff.) in Zählprinzipien fest. Das erste Prinzip nennen sie *how-to-count* und dieses beschreibt den Mechanismus des Mengenauszählens. Dazu gehören folgende Unterprinzipien:

- Die 1:1-Zuordnung: Sie besagt, dass jedem Objekt genau eine Zahl zugeordnet wird. Häufig auftretende Fehler sind hier das doppelte Zählen und das Auslassen von Objekten.
- Die stabile Abfolge: Die Zahlwörter haben eine ganz bestimmte Abfolge. Kinder, die dieses Prinzip noch nicht verstanden haben, zählen beispielsweise so: *eins, zwei, fünf, sechs, neun*.
- Das Kardinalitätsprinzip: Dieses besagt, dass die zuletzt gezählte Zahl die Mächtigkeit (Anzahl) der Menge bestimmt. Durch die Frage nach der Anzahl Objekte kann festgestellt werden, ob ein Kind das Kardinalitätsprinzip verstanden hat. Beginnt ein Kind erneut mit dem Auszählen der bereits gezählten Objekte, kann davon ausgegangen werden, dass dieses Unterprinzip noch nicht verstanden wurde.

Das zweite Prinzip nennen die beiden Autoren *what-to-count*-Prinzip. Dabei unterscheiden sie zwischen zwei Unterprinzipien (vgl. ebd., S. 136ff.):

- Die Irrelevanz der Abfolge: Sie besagt, dass Objekte in beliebiger Reihenfolge gezählt werden können.
- Die Irrelevanz des Zählinhalts: Dieses Unterprinzip weist darauf hin, dass jegliche zählbaren Objekte gezählt werden können, z. B. Tiere, Zähne, Bücher usw.

Als weiterer Schritt des kardinalen Verständnisses gilt die Teil-Teil-Ganzes-Einsicht, d. h., dass sich jede Menge aus Teilmengen zusammensetzt. Kinder entwickeln nach dem Mengenzählen das Teil-Teil-Ganzes-Verständnis und das noch vor dem Kindergarten. Auch einfache Sachaufgaben, die dem Teil-Teil-Ganzes-Prinzip zugrunde liegen (z. B. zwei Teilmengen werden verbunden: Maja hat 3 Murmeln und bekommt von Max 5 Murmeln, wie viele Murmeln hat sie danach?), können von einer Mehrheit noch vor dem Schuleintritt gelöst werden (vgl. Fritz et al., 2009, S. 18f.).

2.4.3 Entwicklung im Schulalter

Im Primarschulalter werden wichtige Meilensteine wie die arithmetischen Grundoperationen und das Zehnersystem erlernt. Die Grundlage dafür wird aber schon viel früher erworben (vgl. Schneider et al., 2013, S. 100). Der Übergang vom Zahlenerwerb zur Arithmetik findet im Normalfall mit dem Finger abzählenden Rechnen statt (vgl. Landerl et al., 2017, S. 81). Dabei wird zwischen drei unterschiedlichen Verfahren unterschieden:

- Alle Finger zählen: Für die Rechnung 3 + 4 werden beide Summanden mit den Fingern dargestellt und dann gezählt.
- Vom Ersten weiterzählen: Für die Rechnung 3 + 4 wird der erste Summand mit den Fingern dargestellt und von diesem fortgezählt.

- Vom Grösseren weiterzählen: Für die Rechnung 3 + 4 wird zuerst der grössere Summand bestimmt und dann von ihm fortgezählt. Damit ist diese Strategie die schnellere verglichen mit der zweiten (vgl. Fuson, 1988, S. 276).

Die Ablösung vom zählenden Rechnen erfolgt mit dem Aufbau von arithmetischem Faktenwissen. Dieser Prozess verläuft keineswegs geradlinig, sondern unterliegt grossen Altersschwankungen. Grundsätzlich gilt jedoch, dass mit zunehmendem Alter auch mehr Rechenstrategien bekannt sind (vgl. Landerl et al., 2017, S. 84). Rechenergebnisse werden erst einmal automatisch aus dem Gedächtnis abgerufen. Die assoziative Stärke ist für das Gelingen dieses automatischen Abrufs verantwortlich: 3 + 5 muss stark mit 8 in Verbindung stehen und z. B. schwächer mit den Zahlen 7 und 6 assoziiert sein. Die assoziative Stärke ist dann hoch, wenn diese Rechnung bereits oft gerechnet wurde und muss in einem sogenannten Konfidenzkriterium liegen. Liegt die assoziative Stärke über dem Konfidenzkriterium, wird ein Ergebnis automatisch aus dem Gedächtnis abgerufen, liegt es unterhalb, wird auf aufwendigere Backup-Strategien zurückgegriffen (vgl. Siegler & Shrager, 1984, S. 239ff.). Zudem spielen auch die Genauigkeit und Geschwindigkeit eine Rolle bei der Strategiewahl. Neue Strategien werden dadurch erlernt, indem ihnen erhöhte Aufmerksamkeit geschenkt wird. Diese Ressource wird so lange freigesetzt, bis die Strategie beherrscht wird. Danach steht die Aufmerksamkeit wiederum neuen Strategien zur Verfügung. So generiert sich über die Zeit hinweg eine Auswahl an Strategien (vgl. Shrager & Siegler, 1998, S. 409). Die grundlegende Entwicklung ist jedoch nicht mit dem Basisstoff abgeschlossen. Neuere Studien zeigen, dass selbst der Schulstoff der höheren Klassen noch zu einem weiteren Ausbau grundlegender Kompetenzen führt (vgl. Ennemoser, Krajewski & Schmidt, 2011, S. 230). Der Erwerb dieser grundlegenden Kompetenzen wird in zwei unterschiedlichen Modellen zusammengefasst und im folgenden Kapitel vorgestellt.

2.4.4 Entwicklungsmodelle der Mathematikkompetenz und Entstehung von Rechenschwäche

Die vorhergehenden Kapitel geben eine Auswahl wichtiger Forschungsergebnisse der Mathematikentwicklung wieder. Darauf aufbauend gibt es sowohl im deutsch- als auch englischsprachigen Raum mehrere Modelle zur Entwicklung der Mathematikkompetenz. Immer wieder werden jene von Von Aster und Kollegen oder Krajewski (vgl. Lambert, 2015; Landerl et al., 2017) zitiert. Mehrere Untersuchungen bestätigten Krajewskis Modell, weswegen es vor allem in der deutschsprachigen Rechenschwächenforschung als theoretische Grundlage verwendet wird (vgl. Lambert, 2015, S. 51).

2.4.4.1 Entwicklungsmodell nach Von Aster et al. und Erklärung der Entstehung von Rechenschwäche

Das Modell von Von Aster, Kucian, Schweiter und Martin (vgl. 2005) stützt sich auf das *Triple-Code-Modell* von Dehaene (1992). Dieses Modell ist das bislang umfassendste neuropsychologische Modell (vgl. Schneider et al., 2013, S. 43) und daher wird in der Forschung immer wieder darauf Bezug genommen (vgl. ebd.; von Aster et al., 2005, S. 614). Das *Triple-Code-Modell* gründet auf Beobachtungen an Gehirnverletzungspatienten (vgl. Dehaene, 1992, S. 5). Es ordnet unterschiedliche Zahlenrepräsentationen drei verschiedenen Modulen zu. Die drei Module umfassen die auditiv-verbale Repräsentation, die analoge Grössen-Repräsentation und die visuell-arabische Repräsentation.[1]

- Die <u>auditiv-verbale Repräsentation</u> verarbeitet Zahlen als gesprochenes oder geschriebenes Wort. Dazu gehören das Zählen und der Abruf von Zahl- und mathematischem Faktenwissen (automatisierte Operationen).
- Die <u>visuell-arabische Repräsentation</u> verarbeitet die arabische Ziffernschreibweise und ist aktiv, wenn mit mehrstelligen Zahlen operiert wird, bei dem das Stellwertsystem involviert ist (z. B. schriftliches Rechnen).
- Die <u>analoge Grössen-Repräsentation</u> umfasst eine näherungsweise Zuordnung der Zahl und derer Mächtigkeit. Dazu gehören die Simultanerfassung von Mengen, das Schätzen, Überschlagsrechnen und die Zahlenstrahlvorstellung.

Je nach zu erbringender Mathematikleistung ist entweder ein Modul isoliert aktiviert oder sie interagieren miteinander. Wird beispielsweise im kleinen Zahlenraum im Kopf gerechnet, ist die auditiv-verbale Repräsentation verantwortlich. Wird im grossen Zahlenraum gerechnet, z. B. 269 + 113, nimmt zuerst die auditiv-verbale Repräsentation die Summanden wahr und überträgt sie dann zur visuell-arabischen Repräsentation. Dort werden die Operanden im Kopf stellenweise addiert, z. B. 269 + 3 = 272, 272 + 10 = 282, 282 + 100 = 382. In der analogen Grössen-Repräsentation wird abgeschätzt, ob das Resultat stimmen kann. Es wird erkannt, dass das Ergebnis etwas über 370 ergeben muss (vgl. ebd. 1992, S. 30ff.).

Von Aster et al. (vgl. 2005, S. 614ff.) ordnen die mathematischen Entwicklungsschritte den oben erwähnten Modulen zu. Die Module und ihre Verknüpfungen verändern sich im Laufe des Heranwachsens. Die analoge Grössen-Repräsentation gilt bereits als angeboren und entwickelt sich speziell im ersten Lebensjahr. Einen weiteren Entwicklungsschub erfährt das Modul im Schulalter, wenn der mentale Zahlenstrahl, das Schätzen und Vergleichen erarbeitet werden. Im Zuge der Sprachentwicklung im Vorschulalter entwickelt sich die auditiv-visuelle Grössen-Repräsentation. Mit der Einführung der Zahlschrift und dem Stellwertsystem im Schulalter entwickelt sich da das Modul der visuell-arabischen Repräsentation stark weiter.

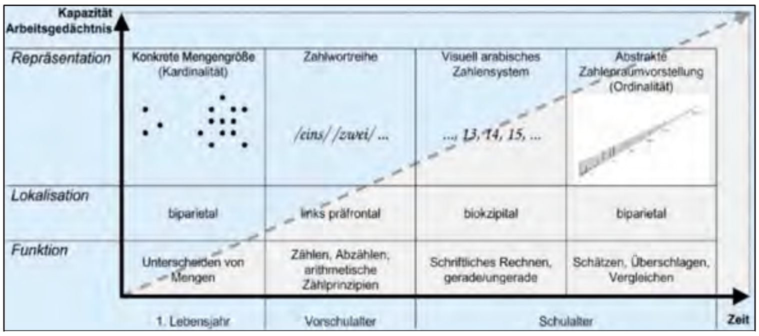


Abbildung 2: Zuordnung der mathematischen Fertigkeiten nach Alter und Modulen (vgl. Von Aster et. al., 2005, S. 618)

Aufgrund des Zeitpunkts, wo die Rechenschwäche auftritt, ziehen die Autoren Rückschlüsse auf die Module. Frühkindlich auftretende Störungsbilder treten infolge genetisch bedingter Unterentwicklung der Mengenrepräsentation oder aufgrund von frühen Hirnschädigungen oder Stresserfahrungen auf. Bei später auftretenden Störungen ist die Mengenrepräsentation gut ausgebildet. Beeinträchtigungen liegen vermutlich bei der visuell-arabischen und auditiv-verbalen Repräsentation. Auch die vorschulische Biografie kann eine Rolle spielen. Diesen Kindern fallen vor allem das Zählen und die Automatisierung von arithmetischem Faktenwissen schwer (vgl. ebd. 2005, S. 620).

---

[1] Dehaene (1992) nennt die drei Module *auditory verbal word frame*, *analog magnitude representation*, *visual arabic number form*. Es gibt unterschiedliche Übersetzungen dieser Module in der deutschsprachigen Literatur. Die deutsche Namensgebung wurde Schneider et al. (2013, S. 43) entnommen.

2.4.4.2 Entwicklungsmodell nach Krajewski und Erklärung für die Entstehung von Rechenschwäche

Das Zahlen-Grössen-Verknüpfung-Entwicklungsmodell (ZGV) nach Krajewski (2008a) umfasst drei Kompetenzebenen.

- <u>Ebene 1:</u> Sie besteht aus zwei Basisfertigkeiten. Einerseits umfasst sie die Mengenwahrnehmung, die bereits in den ersten Lebensmonaten beobachtet werden kann. Unabhängig davon entwickeln Kinder ab dem 2. Lebensjahr die Zahlwortreihe als eine Art Vers, welche aber noch nicht mit Mengen in Beziehung gesetzt wird.
- <u>Ebene 2:</u> Im Zuge der Entwicklung verknüpfen Kinder zunehmend Zahlwörter und Ziffern mit Mengen und Grössen. Dies verläuft in zwei Schritten. Als Erstes werden unpräzise Mengen unterschieden, was als unpräzises Anzahlkonzept bezeichnet wird. Zahlwörter wie eins, zwei, drei empfinden Kinder als wenig, zwanzig oder tausend dagegen als viel oder sehr viel. Diese Assoziation generiert sich aus der Zähldauer. Da schnell bis drei gezählt ist, verbinden dies Kinder mit wenig. Bei grösseren Zahlen müssen Kinder mehr zählen, folglich empfinden sie dies als viel. Kinder erlangen durch das Auszählen von Mengen in ihrer Umwelt ein immer präziseres Anzahlkonzept. Sie erfahren dadurch, dass die Menge grösser wird, je länger sie zählen, und dass jedem Zahlwort exakt eine Menge entspricht. Benachbarte Zahlen unterscheiden sich immer um die Menge eins.

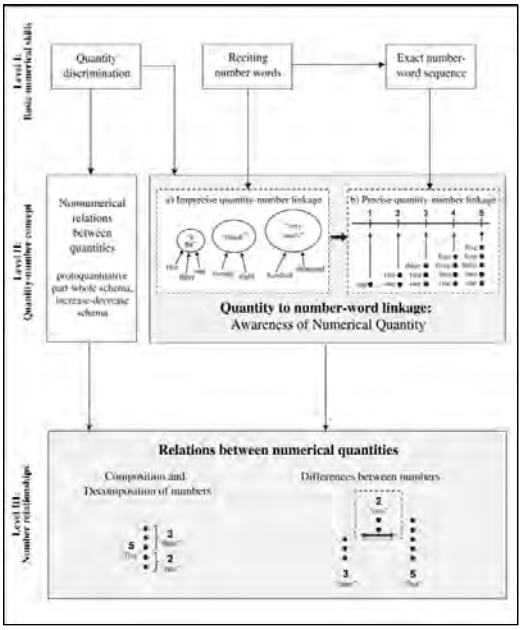


Abbildung 3: Modell nach Krajewski (2008) entnommen aus Krajewski und Schneider (2009, S. 515)

Unabhängig vom Anzahlkonzept entwickelt sich das Verständnis von Mengen- und Grössenrelationen. Mengen, welchen nichts zugeführt noch weggenommen wird, bleiben unverändert bzw. werden grösser oder kleiner durch Zu- und Wegführen von Elementen. Kinder sind in der Lage, solche Prozesse zu beschreiben, was ein wichtiger Schritt für das Teil-Teil-Ganzes-Konzept ist. Dennoch stellen Kinder in dieser Entwicklungsstufe zwischen der Menge und der Zahl noch keinen Bezug her.

- <u>Ebene 3:</u> In der weiteren Entwicklung vereinen Kinder das Anzahlkonzept und die Mengen- und Grössenrelation. Sie erkennen, dass sich eine Menge von fünf Spielzeugen aus zwei Puppen und drei Fahrzeugen zusammensetzen kann. Kleinere Anzahlen und Mengen werden bereits von vierjährigen Kindern verknüpft, ab sechs Jahren schaffen Kinder die Verbindung auch bei grösseren Anzahlen und Mengen.
  Zunehmend können Kinder verstehen, dass eine Beziehung zwischen zwei Zahlen durch eine dritte Zahl exakt bestimmt werden kann, z. B. sind acht Murmeln zwei Murmeln mehr als sechs Murmeln. Diese Stufe befähigt Kinder zum Lösen arithmetischer Aufgaben.

Auch Krajewski setzte sich intensiv mit der Ursachenforschung der Rechenschwäche auseinander. Dank intensiver Forschung mit Längsschnittstudien konnte sie unspezifische und spezifische Präindikatoren für die Entwicklung einer Rechenschwäche identifizieren (vgl. Schneider et al., 2013, S. 55). Zu den <u>unspezifischen Präindikatoren</u> zählt die nonverbale Intelligenz, wenn auch nur in einer untergeordneten Rolle (vgl. ebd.). Entscheidend für die Mathematikleistungen in den oberen Schulstufen ist das mathematische Vorwissen. Es vermag sogar gewisse Intelligenzdefizite zu kompensieren. Umgekehrt kann aber eine hohe Intelligenz defizitäres mathematisches Vorwissen nicht kompensieren. Dennoch ist die Intelligenz u. a. Voraussetzung für den Aufbau von mathematischem Vorwissen (vgl. Stern, 2017, S. 161f.). Ebenso dürfte der vorschulische Anregungsgehalt von Mengen und Zahlen in der Familie zum basisnumerischen Kompetenzaufbau beitragen. In Bezug auf das Geschlecht gibt es uneinheitliche Forschungsergebnisse, wobei einige darauf hindeuten, dass Knaben im Vorteil liegen (vgl. Schneider et al., 2013, S. 57ff.). Sie weisen zwar auch die Rolle des Arbeitsgedächtnisses als unspezifischen Präindikator nach, was in der Fachwelt aber kontrovers diskutiert wird (vgl. Landerl et al., 2017, S. 127). Auch die Vorläuferfertigkeit der phonologischen Bewusstheit steht mit den Mathematikleistungen in Zusammenhang. Schneider et al. (vgl. 2013, S. 64) vermuten, dass die phonologische Bewusstheit auf die Zählfertigkeit einen Einfluss hat, welche der ersten Kompetenzebene des Modells von Krajewski angehört. Die soziale Schichtzugehörigkeit als weiterer Präindikator wirkt sich zu Beginn der Grundschule noch wenig auf die Mathematikleistung aus, nimmt gegen Ende der Grundschule (4. Klasse) jedoch zu (vgl. ebd., S. 68ff.). Zu den spezifischen Präindikatoren zählen die Speicherung und der Abruf von arithmetischem Faktenwissen im Langzeitgedächtnis. Auch die Mengen- und Zahlkompetenz und die Simultanwahrnehmung sind spezifische Vorhersagemerkmale (vgl. ebd., S. 65ff.). Landerl et al. (2017, S. 125) sehen dagegen bisher keine stichfesten Belege, welche einen defizitären Zugriff auf das Langzeitgedächtnis bei rechenschwachen Lernenden nachweisen können.

3 Sachrechnen

Das folgende Kapitel widmet sich dem mathematischen Bereich des Sachrechnens. Als Grundlage werden zuerst die Begrifflichkeiten definiert und die Verankerung im Fach Mathematik beleuchtet. Weiter findet sich im Folgenden ein Überblick über den aktuellen Forschungsstand im Bereich der Kognitionspsychologie in Bezug auf das Sachrechnen, der Schwierigkeiten sowie der Didaktik und Methodik des Sachrechnens. Dabei wird stets der Bogen vom generellen Aufbau der Sachrechenkompetenz zum speziellen Fall, jenem der Rechenschwäche, geschlagen.

3.1 Begriffsklärung Sachrechnen

Das Ziel dieses Kapitel ist es, die Begriffe *Sachaufgabe* und *Sachrechnen* zu erklären und zu erläutern, welche Begrifflichkeiten im weiteren Verlauf der Arbeit verwendet werden.

Das Sachrechnen und die Sachaufgabe sind von der Definition her eng miteinander verknüpft. Franke und Ruwisch (2010) definieren in ihrem Standardlehrwerk *Didaktik des Sachrechnens in der Grundschule* die Sachaufgabe „als Beispiel für Problemlösen" (S. 65). Sie sprechen dann von einer Sachaufgabe, wenn sie folgende drei Eigenschaften aufweisen. Erstens hat eine Sachaufgabe einen Anfangszustand. Zweitens hat sie ein angestrebtes, aber noch unerfülltes Ziel. Drittens ist der Weg vom Anfangszustand zum Ziel noch nicht bekannt beziehungsweise durch Hürden, die es zu nehmen gilt, behindert (vgl. ebd.). Von der Sachaufgabe wird im Verlauf dann gesprochen, wenn sie diese Kriterien erfüllt. Diese Definition der Sachaufgabe ist noch sehr weit gefasst und wird im nächsten Kapitel daher noch weiter differenziert. Zunächst soll der Begriff für das Lösen einer Sachaufgabe geklärt werden. In der deutschsprachigen Literatur wird von *mathematischem Problemlösen, Textaufgaben lösen, mathematischem Modellieren*, *Mathematisieren* oder *Sachrechnen* gesprochen. Im Englischen findet man häufig *problem solving, arithmetic word problem solving* oder *mathematical modelling* (vgl. u. a. Franke & Ruwisch, 2010; Freesemann, 2014; Greefrath & Vorhölter, 2016; Kaiser, 2015; Stern, 2005; Thevenot & Barrouillet, 2015; Zhang & Xin, 2012). Nicht alle Begrifflichkeiten meinen dasselbe, andere dagegen werden in der Literatur gleichbedeutend verwendet (vgl. Krauthausen & Scherer, 2007, S. 78). Die Didaktik des Sachrechnens wurde durch Werner Blum massgeblich geprägt, indem er das Lösen einer Sachaufgabe in einzelnen Schritte aufschlüsselte. Werner Blum nennt das Lösen einer Sachaufgabe *Modellieren* (vgl. Kaiser, 2015, S. 12). Seine Arbeit wird immer wieder zitiert, daher findet sich der Begriff *Modellieren* entsprechend häufig. In der didaktischen Literatur des Lehramtsstudiums hingegen wird der Begriff *Sachrechnen* verwendet (vgl. Franke & Ruwisch, 2010; Greefrath, 2010). Dieser Begriff bezieht sich auf das Lösen aller Sachaufgaben gemäss der Definition weiter oben (vgl. Franke & Ruwisch, 2010, S. 65). Der Begriff des Modellierens, wie ihn Werner Blum verwendet, bezieht sich ursprünglich auf komplexere Sachaufgaben (des Sek II-Stoffs), wobei *Modellieren* mittlerweile sogar auch in der Literatur für die Primarschule verwendet wird (vgl. Kaiser, Henn & Blum, 2015, S. 309ff.; Maass, 2009). Um einerseits dem Begriff *Sachrechnen* aus der didaktischen Standardliteratur und andererseits des in den Publikationen häufig verwendeten Begriffs *Modellieren* gleichermassen gerecht zu werden, werden im weiteren Verlauf die Terminologien *Sachrechnen* und *Modellieren* gleichbedeutend für das Lösen von Sachaufgaben verwendet.

3.2 Sachaufgaben

Wie im vorangehenden Kapitel bereits erwähnt, ist die Sachaufgabe ein Sammelbegriff für unterschiedliche Arten von Problemstellungen. In diesem Kapitel wird der Begriff *Sachaufgabe* weiter differenziert und ein Überblick über die unterschiedlichen Aufgabentypen wird gegeben.

Die Sachaufgabe kann unterschiedlich typisiert werden (vgl. Franke & Ruwisch, 2010, S. 31). Häufig wird eine Einteilung der Aufgaben nach Realitätsbezug gemacht (vgl. Franke & Ruwisch, 2010, S. 33; Greefrath & Vorhölter, 2016, S. 18). Es lassen sich damit grob drei Arten von Sachaufgaben unterscheiden:

- <u>Reale Sachaufgaben</u> haben direkten Alltagsbezug, die Lernenden befinden sich unmittelbar in dieser Situation. Sie müssen beispielsweise für die bevorstehende Schulreise planen (vgl. Franke & Ruwisch, 2010, S. 34f.).
- <u>Realistische Sachaufgaben</u> haben indirekten Alltagsbezug und behandeln authentisches Material, ohne dass sich die Lernenden direkt in der Situation befinden. Lernende gehen beispielsweise einer Fermi-Frage nach (vgl. ebd., S. 35ff.). Reale wie auch realistische Aufgaben werden manchmal noch weiter in den Grad ihrer Authentizität unterteilt (vgl. Greefrath & Vorhölter, 2016, S. 18). Der authentische, realitätsnahe Mathematikunterricht bietet sich insbesondere in der Arithmetik und der deskriptiven Statistik an, indem beispielsweise aktuelle Zeitungsartikel oder Statistiken als Grundlage genommen werden. Jedoch ist nicht jede subjektiv authentische Fragestellung automatisch für den Mathematikunterricht geeignet. Die Frage nach der benötigten Anzahl Päckchen an (Fussball-)Sammelbildern, um ein Sammelalbum zu füllen, mag zwar für Lernende der Primarschule hoch authentisch sein. Um eine Antwort zu finden, ist jedoch Hochschulmathematik nötig. Gerade in unteren Stufen ist es daher nicht einfach, authentische Inhalte zu finden. Andersrum hat nicht jede reale oder realistische Fragestellung (z. B. Wie viel Zucker kann aus einer gewissen Anzahl Rüben hergestellt werden?) subjektive Authentizität für Lernende (vgl. Eichler, 2015, S. 107ff.).
- <u>Sachaufgaben ohne Alltagsbezug</u> thematisieren fiktive Situationen (z. B. Rechengeschichten zu Märchen) oder in einen Kontext eingebettete Fragestellungen, welche hauptsächlich der Motivation dienen (z. B.

Urlaubskostenberechnung einer fiktiven Familie). Hierzu gehören auch Aufgaben zur Anwendung der Mathematik, oft von arithmetischen Operationen. Der Sachbezug solcher Aufgaben ist aufs Wesentliche reduziert und der Inhalt in der Regel austauschbar (vgl. Franke & Ruwisch, 2010, S. 21; Zhang & Xin, 2012, S. 307). Solche Aufgaben werden manchmal als *eingekleidete Operationen* bezeichnet und in der Literatur wegen des fehlenden oder Pseudosachbezugs oft kritisiert (Franke & Ruwisch, 2010, S. ff.). Dennoch hat diese Form des Sachrechnens Berechtigung im Unterricht, um grundlegende Modellierungen kennenzulernen und zu üben.

Es gibt weitere Kategorisierungsmöglichkeiten: Aufgaben können nach dem Anwendungsniveau (z. B. von bereits vorhandenen Methoden oder der Entwicklung neuer Konzepte), dem mathematischen Inhalt (Arithmetik, Geometrie, Grössen usw.), der Absicht der Problemstellung oder der Präsentationsform (Texte, reale oder angefertigte Bilder, Tabellen und Grafiken oder Rollenspielen) eingeteilt werden (vgl. Franke & Ruwisch, 2010, S. 41ff.; Greefrath & Vorhölter, 2016, S. 18ff.).

Diese Vielzahl möglicher Kategorisierungen zeigt, dass die Sachaufgabe ein Sammelbegriff mit Subkategorien ist. Damit für den weiteren Verlauf der Arbeit Klarheit über die verwendeten Begrifflichkeiten herrscht, werden diese hier nochmals kurz zusammengefasst.

- Als <u>Sachaufgabe</u> wird eine Problemstellung mit Anfangszustand und einem Ziel bezeichnet. Der Weg dorthin ist noch nicht bekannt und muss modelliert werden.
- <u>Reale Sachaufgaben</u> haben für die Lernenden direkten Alltagsbezug.
- <u>Realistische Sachaufgaben</u> gehen authentischen Fragestellungen nach.
- <u>Sachaufgaben ohne Alltagsbezug</u> behandeln fiktive Situationen.
- <u>Sachrechnen und Modellieren</u> werden synonym verwendet und meinen das Lösen von Sachaufgaben.

3.3 Funktionen und Ziele des Sachrechnens im Fach Mathematik

Dieses Kapitel hat zum Ziel, die Forderungen und Funktionen des Sachrechnens sowie dessen Verankerung im Lehrplan zu klären. Der oben bereits erwähnte und in der Literatur viel zitierte Werner Blum sieht im Sachrechnen die Bewältigung von aussermathematischen Situationen mithilfe mathematischer Fertigkeiten (vgl. Kaiser, 2015, S. 4). Franke und Ruwisch (2010) beschreiben die Forderungen des Sachrechnens differenzierter. So muss das Sachrechnen einerseits der Mathematik, der Umwelt und den Lernenden gerecht werden und steht folglich in einem Spannungsfeld. Je nachdem, unter welchem der drei Gesichtspunkte das Sachrechnen betrachtet wird, erhält es eine andere Ausrichtung.

- Sachrechnen als Anwendung der Mathematik versteht sich im erweiterten Basisstoff meistens als Anwendung der Arithmetik oder einfacher Formeln, die einen Sachbezug aufweist. Dieser Sachbezug ist meist aufs Wesentliche reduziert, meist austauschbar und so in der Realität nicht wiederzufinden (vgl. Franke & Ruwisch, 2010, S. 21; Stern, 2017, S. 152).
- Sachrechnen als Problemlösen fordert, dass die Problemlösefähigkeiten der Lernenden gefördert werden. Da sich Sachaufgaben selten algorithmisch lösen lassen und eigene Bearbeitungswege nötig sind, müssen Lösestrategien mit den Lernenden trainiert werden (vgl. Franke & Ruwisch, 2010, S. 22).
- Sachrechnen als Umwelterschiessung hat zum Ziel, Fragestellungen mit mathematischen Werkzeugen zu beantworten. Dabei ist der Kontext im Fokus und die Mathematik im Hintergrund. Der Kontext solcher Aufgaben darf niemals reduziert werden (vgl. ebd., S. 23ff.).

Aus diesen Anforderungen lassen sich drei Funktionen des Sachrechnens ableiten. Erstens kann das Sachrechnen als Lernstoff, zweitens als Lernprinzip und drittens als Lernziel verstanden werden.

- Sachrechnen als Lernstoff meint, dass Daten, Zahlen und Grössen aus Sachsituationen verarbeitet werden. Die daraus ermittelten neuen Zahlen geben Antwort auf die Fragestellung der Sachsituation.
- Sachrechnen als Lernprinzip meint, dass Realitäts- und Alltagsbezüge gemacht werden und darin mathematische Inhalte erkannt werden. Darin werden mathematische Operationen und Anwendungen geübt.
- Sachrechnen als Lernziel meint, dass das Sachrechnen selbst Gegenstand des Mathematikunterrichts ist und Lernende durch Modellieren ihre Umwelt bewusster erleben, verstehen und hinterfragen lernen sollen (vgl. ebd. 2010, S. 25ff.).

Ähnliches findet sich auch im Lehrplan 21: „Im Sinne der Bildung für nachhaltige Entwicklung ist Mathematik bei vielen Sachthemen ein fächerverbindendes Instrument zur Erschliessung von Situationen und Themenfeldern“ (Deutschschweizer Erzieungsdirektoren-Konferenz [D-EDK], 2013, S. 2). So sind dann auch in zwei von drei Handlungsaspekten (Erforschen und Argumentieren sowie Mathematisieren und Darstellen) wesentliche Merkmale des Sachrechnens enthalten. Damit erhält das Sachrechnen einen zentralen Stellenwert im Lehrplan 21 durch alle Zyklen hindurch (vgl. ebd., S. 7). Die Gewichtung scheint berechtigt, da vielen Lernenden gar nicht bewusst ist, wozu Mathematik gebraucht wird. Eine Vielzahl der Menschen brauchen in ihrem Alltag nur basale mathematische Fertigkeiten, die selten den Schulstoff der siebten Klasse übersteigen. Das, obwohl fast allen Bereichen des Alltags mathematische Modelle zugrunde liegen (vgl. Förster, 2015, S. 137f.).

3.4 Analyse des Sachrechnens

Wie im vorherigen Kapitel gesehen, erfüllt das Sachrechnen unterschiedliche Funktionen und ist im neuen Lehrplan breit verankert. Das Ziel dieses Kapitel ist es, die Tätigkeit *Sachrechnen* genauer zu beleuchten und eine Übersicht über die Modelle für die einzelnen kognitiven Schritte zu geben.

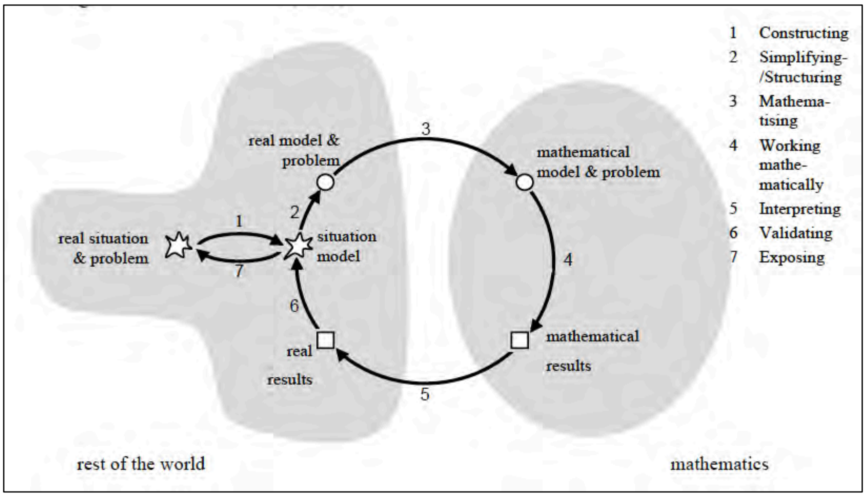


Abbildung 4: Neuere Darstellung des Modellierungskreislaufs nach Blum (2011)

Werner Blum hat die Aufschlüsselung des Sachrechnens in einzelne Teilschritte (vgl. Abb. 4) und der Zuordnung kognitiver Prozesse (vgl. Legende in Abb. 4) wesentlich geprägt. Als Klassiker gilt sein Modellierungskreislauf, auf den sich andere Autorinnen und Autoren immer wieder beziehen (vgl. Kaiser, 2015, S. 4). Er definiert vier Schritte, welche Lernende beim Modellieren durchlaufen:

1. <u>Reale Situation:</u> Von der realen Situation ist nur ein Teil ihres Kontexts für die Fragestellung von Bedeutung.
2. <u>Reales Modell:</u> Die reale Situation wird im Hinblick einer Fragestellung strukturiert und vereinfacht und ergibt damit ein reales Modell.

3. Mathematisches Modell: Das reale Modell wird in die Sprache der Mathematik übersetzt und bildet dann ein mathematisches Modell, das es zu lösen gilt. Sind die mathematischen Verfahren bekannt, ist die Berechnung des mathematischen Resultats unproblematisch.
4. Mathematische Resultate: Dieses muss mit der Realsituation verglichen und interpretiert werden.

Das Modell von Lorenz und Kaufmann (2008) fächert die Schritte detaillierter auf (vgl. Abb. 5). Von der Situation gelangen Lernende über Vorwissen, der Auseinandersetzung mit der Ausgangslage, durch Verständnisklärung oder Einholen von Informationen zu einem Situationsmodell. Dieser Schritt ist anreichernd und nicht reduzierend, wie es die nun folgenden Schritte sind. Das Situationsmodell ist eine mentale Repräsentation. Dabei ist die Fragestellung die Orientierungshilfe, damit die Lernenden ein Situationsmodell erstellen und so Relevantes von Irrelevantem trennen können. Über das Mathematisieren gelangen die Lernenden zum mathematischen Modell. Dies gelingt Lernenden umso besser, je mehr mathematische Verfahren ihnen schon bekannt sind. Das Übersetzen vom Situations- zum mathematischen Modell (Mathematisieren) kann auf unterschiedliche Art angegangen werden: Es können bekannte Rechenoperationen und Lösungsverfahren erkannt und angewandt werden oder Ähnlichkeiten zu bekannten Lösungsverfahren können identifiziert werden. Ebenso kann die Sachaufgabe aufgeteilt werden und Teile davon können mathematischen Modellen zugeordnet werden. Um zur mathematischen Lösung im Modell zu gelangen, muss das mathematische Modell gelöst werden. Dies kann durch Berechnung der Ergebnisse, Zählen, Messen oder Schätzen erfolgen. Anhand der mathematischen Lösung können Folgerungen für die Situation gemacht werden, die unbedingt mit der Ausgangssituation auf ihre Plausibilität hin überprüft werden müssen (vgl. Franke & Ruwisch, 2010, S. 75f.; Lorenz et al., 2008).

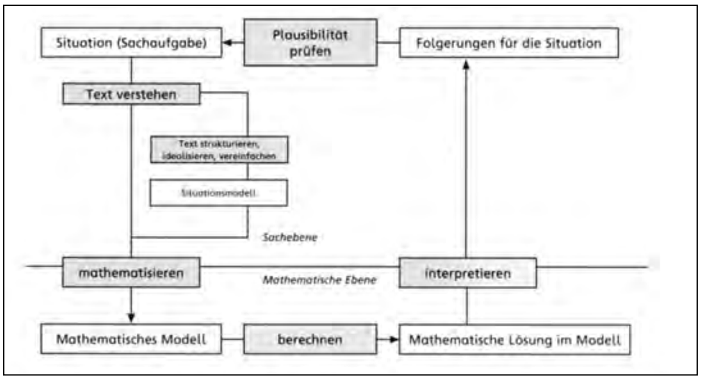


Abbildung 5: Modellierungskreislauf von Lorenz und Kaufmann (2008)

Beide Modelle weisen grosse Ähnlichkeiten auf, allerdings ist die Benennung der Teilschritte eine andere. In der folgenden Arbeit wird in der Regel auf Blums Modell Bezug genommen, weil sich die Science Community, wie bereits erläutert, auf seine Arbeit beruft. Es ist unabhängig des Modells zu unterstreichen, dass Modellierungskreisläufe idealtypische Darstellungen sind und in der Realität nicht Schritt für Schritt durchlaufen werden (vgl. Leiss & Tropper, 2014, S. 24). Vielmehr fassen die Lernende Schritte zusammen, lassen Schritte aus oder springen zwischen den Schritten hin und her. Zudem ist Modellieren viel mehr als nur das Durchlaufen des Modellierungsprozesses. Mathematische Kompetenzen, die Lesefertigkeit und metakognitive Kompetenzen sind genauso wichtig (vgl. Greefrath & Vorhölter, 2016, S. 24), worauf im nächsten Kapitel eingegangen wird.

3.5 Kognitionspsychologische Aspekte und Schwierigkeiten des Sachrechnens

Wie der Modellierungskreislauf von Blum zeigt, verläuft der Modellierungsprozess in mehreren Schritten, wenn diese auch nicht immer nacheinander erfolgen (vgl. Greefrath & Vorhölter, 2016, S. 24). In diesem Kapitel sollen im ersten Teil die Voraussetzungen für erfolgreiches Sachrechnen identifiziert werden. In einem zweiten Schritt werden typische Schwierigkeiten anhand der oben aufgezeigten Modellierungsschritte dargelegt.

3.5.1 Kognitionspsychologische Aspekte

Aus der Forschung ist bekannt, dass es unterschiedliche Typen von Modellierenden gibt. Der Typ des Modellierenden beeinflusst einerseits die Herangehensweise an den Modellierungsprozess und kann – abhängig vom Typ – förderlich oder hemmend für das Gelingen des Modellierens sein (vgl. Greefrath & Vorhölter, 2016, S. 27). Darauf aufbauend klassifiziert Maass (2006) in ihren Untersuchungen vier idealtypische Modellierende und identifiziert ihre unterschiedlichen Schwierigkeiten. Die vier Idealtypen sind die realitätsfernen, die mathematikfernen, die reflektierten und die uninteressierten Modellierenden (vgl. S. 138). Realitätsferne Typen (Reality-distant modeller, vgl. Abbildung 6) interessieren sich nicht für den Kontext einer Sachaufgabe und mögen kontextfreie Aufgaben. Folglich haben sie Mühe, ein reales Modell (vgl. Blums Modellierungskreislauf) zu erstellen, es zu validieren und interpretieren. Mathematikferne Typen (Mathematics-distant modeller) bevorzugen den Kontext. Das Erstellen des realen Modells und die Validierung der Lösung gehört zu ihren Stärken. Die Schwäche zeigt sich bei diesem Typ im Erstellen und Lösen des mathematischen Modells. Reflektierte Modellierungstypen (reflecting modeller) sind sowohl der Mathematik als auch dem Modellierungskontext gegenüber positiv eingestellt und verfügen über gute Mathematik- und Modellierungskompetenzen. Uninteressierte Modellierungstypen (uninterested modeller) sind das Gegenteil der reflektierten Modellierungstypen. Dies zeigt sich sowohl in der Mathematik- also auch in der Sachrechenleistung. Diese Klassifikation zeigt klar die Rolle der Einstellung zur Mathematik und zum Modellieren im Speziellen auf. Daher folgern Greefrath und Vorhölter (2016), dass auf der Ebene der Überzeugungen und Einstellungen ebenso ein Lernprozess angestrebt werden muss (vgl. S. 27). Zudem nennen sie die Mathematik- und Lesekompetenz sowie die metakognitive Kompetenzen als entscheidende Erfolgsfaktoren (vgl. ebd., S. 24). Weiter zählen ein intaktes Arbeitsgedächtnis, gut ausgebildete exekutiven Funktionen sowie ein guter Sachrechenunterricht selbst zu den Gelingensbedingungen (vgl. Moser Opitz, 2013, S. 125; Passolunghi, Marzocchi & Fiorillo, 2005, S. 746; Thevenot & Barrouillet, 2015, S. 168).

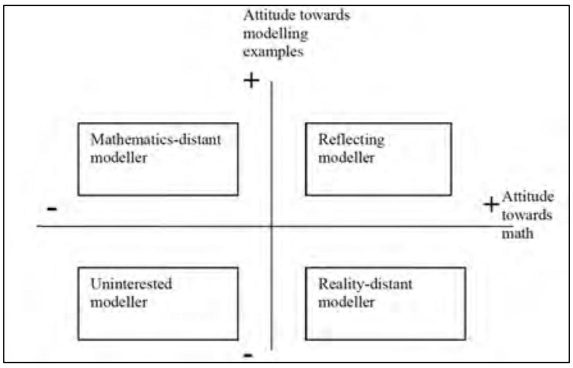


Abbildung 6: Modellierungstypen nach Maass (2006, S. 138)

3.5.2 Schwierigkeiten

Das Sachrechnen gilt nicht nur bei rechenschwachen Lernenden als grosse Herausforderung. Generell haben viele Lernende Mühe beim Sachrechnen (vgl. Lambert, 2015, S. 114). Das ist paradox, denn aus didaktischer Sicht werden Sachaufgaben zur Motivationssteigerung eingesetzt. Doch in der Realität sind sie aufgrund ihrer Komplexität bei vielen Lernenden verhasst (vgl. Verschaffel, Depaepe & Van Dooren, 2015, S. 966). Galbraith und Stillman (vgl. 2006, S. 147) gingen in ihrer Forschung genau dieser Komplexität nach, haben Schwierigkeiten identifiziert und diese in fünf Kategorien unterteilt. Dabei beziehen sie sich auf Blums Modellierungskreislauf:

- Schwierigkeiten bei dem Übergang von der unstrukturierten realen Situation zu einem realen Modell
- Schwierigkeiten bei dem Übergang vom realen Modell zu einem mathematischen Modell
- Schwierigkeiten, das mathematische Modell in die korrekte mathematische Form zu übersetzen und zu berechnen
- Schwierigkeiten beim Transfer der mathematischen Lösung auf die Fragestellung der realen Situation

- Schwierigkeiten bei der Überprüfung und Validierung des mathematischen Modells und der mathematischen Ergebnisse in Bezug auf die Beantwortung der Fragestellung

Die Untersuchungen von Galbraith und Stillman (2006) wurden mit realistischen Sachaufgaben auf der Sekundarstufe durchgeführt. Es ist natürlich klar, dass gerade im Anfangsunterricht, wo oft einstufige, arithmetische Operationen in Rechengeschichten eingepackt werden, sich diese Arbeitsschritte weniger komplex gestalten. Eilerts und Kolter (2015) zeigten anhand von Untersuchungen auf der Primarstufe, dass auch auf dieser Stufe bei allen Modellierungsschritten Schwierigkeiten auftreten und sich damit die Schwierigkeiten nicht vom Modellieren auf der Sekundarstufe unterscheiden (vgl. S. 130). Diese Schwierigkeiten werden in den folgenden Unterkapiteln weiter erläutert. Es wird versucht, zwischen generellen Problemen und spezifischen Problemen rechenschwacher Lernender zu unterscheiden, wobei eine eindeutige Einteilung nicht immer möglich ist (vgl. Moser Opitz, 2013, S. 121).

3.5.2.1 Von der realen Situation zum realen Modell

In diesem Modellierungsschritt geht es darum, die Situation zu verstehen, zu strukturieren und zu vereinfachen. Um von einer realen Situation zu einem realen Modell zu gelangen, müssen folgende Hürden genommen werden: Es muss grundlegend ein Problem oder eine Fragestellung aus dem Kontext identifiziert und geklärt werden. Dazu müssen grundlegende Annahmen getroffen und Schlüsselwörter und -elemente erkannt und klargestellt werden (vgl. Galbraith & Stillman, 2006, S. 147). Kontextgebundene Sachrechenaufgaben sind für rechenschwache Lernende schwieriger als Sachrechenaufgaben ohne Kontext. Entscheidend ist aber, wie vertraut die Lernenden mit dem Kontext sind (vgl. Moser Opitz, 2013, S. 124). Zudem ist die enge Verknüpfung von Sprache und Mathematik eine weitere Schwierigkeit in dieser Phase (vgl. ebd. 2013, S. 128). Die Schwierigkeit generiert sich aus der mathematischen und sprachlich enthaltenen Information, z. B. aus der Aufgabenlänge, der lexikalisch-syntaktischen Komplexität des Texts, der Anzahl enthaltener lösungsrelevanter und -irrelevanter Information, den Schlüsselwörtern oder der erforderlichen Anzahl mathematischer Operationen und deren Komplexität (vgl. Reusser, 1997). Kinder mit guten Lesefertigkeiten schneiden sowohl bei Textverständnisaufgaben wie auch bei mathematischen Textaufgaben besser ab (vgl. Vilenius-Tuohimaa, Aunola & Nurmi, 2008, S. 416). Darüber hinaus sagt die Lesefertigkeit zuverlässig voraus, wie Kinder bei Textverständnis- und mathematischen Textaufgaben abschneiden werden (vgl. ebd. S. 420). Selbst bei rechenschwachen Lernenden mit und ohne komorbider Leseschwäche gibt es Unterschiede. Rechenschwache Lernende mit Leseschwäche haben bei allen Arten von Sachaufgaben mehr Mühe als rechenschwache Lernende ohne Leseschwäche (vgl. Fuchs & Fuchs, 2002, S. 571). Mehrsprachigkeit und die Unerfahrenheit mit der Bildungssprache sind neben der Lesefertigkeit ebenfalls zentrale Einflussfaktoren, wobei mangelnde bildungssprachliche Kompetenzen sich gravierender auf die Sachrechenkompetenz auswirken als die Mehrsprachigkeit (vgl. Wilhelm, 2016, S. 293). Sprachliche Hürden können zu nicht tragfähigen oder unvollständigen realen Modellen oder sogar zu einem Modellierungsabbruch führen (vgl. ebd., S. 239).

Neben der sprachlichen Herausforderung stellen Passolunghi et al. (vgl. 2005, S. 746f.) einen Zusammenhang zwischen der Informationsverarbeitung von der realen Situation hin zu einem realen Modell und den exekutiven Funktionen her, im Konkreten mit der Inhibition. Die Inhibition – als Teil der exekutiven Funktionen – funktioniert bei rechenschwachen Lernenden nicht zuverlässig. Sie erkennen und ignorieren bei Sachaufgaben zwar irrelevante textuelle Ausschmückungen, machen dies aber nicht gleichermassen bei irrelevanten numerischen Angaben. Zu vernachlässigende Zahlangaben aktivieren bei rechenschwachen Lernenden die

Exekution des Rechnens und sie beziehen deswegen irrelevante Fakten in das reale Modell mit ein. Mitunter daher lösen sie Sachaufgaben signifikant schlechter als normal begabte Rechnende.
Zusammenfassend gesagt entstehen in dieser Phase beim Verstehen des Kontexts, der Vereinfachung und Strukturierung Lernblockaden, welche auf die Vertrautheit mit dem Kontext, die bildungssprachliche Kompetenz, die Lesefertigkeit und auf die Inhibition zurückzuführen sind.

3.5.2.2 Vom realen Modell zum mathematischen Modell

Bei der Transition vom realen zum mathematischen Modell können folgende Schritte zu Schwierigkeiten führen: das Erkennen der unabhängigen Variablen, die Überführung von textuellen Elementen in die mathematische Sprache, das Treffen von Annahmen und die Nutzung von mathematischen Hilfestellungen (z. B. Tabellen, Taschenrechner, Grafiken usw.) (vgl. Galbraith & Stillman, 2006, S. 147). Gute Sachrechnende nehmen sich mehr Zeit für das Erstellen des mathematischen Modells und lesen inkonsistente Textteile mehrmals, wohingegen wenig erfolgreiche Sachrechnende das Erstellen des mathematischen Modells überspringen und direkt zum Rechnen übergehen (vgl. Moser Opitz, 2013, S. 128). Gerade hier liegt das Problem rechenschwacher Lernender. Zwei typische Coping-Strategien sind in diesem Zusammenhang das unüberlegte Kalkulieren und die unreflektierte Fokussierung auf die Schlüsselwörter. Ersteres zeigt sich z. B. durch die (sinnlose) Addition der Klassenbezeichnung und der Anzahl Kinder (3 + 18 = 21), die der folgenden Aufgabe zu entnehmen ist: „Die Klasse 3a möchte ein Klassenfest feiern. Die Kinder haben überlegt, was sie für das Fest brauchen. In der Klasse sind 18 Kinder. Jedes Kind soll von jedem etwas bekommen“ (Franke & Ruwisch, 2010, S. 82). Meistens wird hier mit der am besten verinnerlichten Operation gerechnet. Bei der zweiten Coping-Strategie konzentrieren sich Lernende auf Schlüsselwörter, die aber nicht immer wortwörtlich übersetzt werden dürfen. Der Terminus *mehr* bedeutet nicht immer eine Addition, wie das folgende Beispiel zeigt: *Andrin bekommt 25 Franken Taschengeld. Das sind 7 Franken mehr als Laurin, 3 Franken weniger als Mila und gleich viel wie Tanja. Erstelle eine Liste mit dem Taschengeld der Kinder.* Die Fokussierung auf diese Schlüsselwörter ist teilweise auch dem Unterricht und den Schulbüchern geschuldet, die Probleme so stellen, welche Lernende mit solch oberflächlichen Strategien zum Erfolg führen (vgl. Verschaffel et al., 2015, S. 962). Es gibt Indizien, dass Kinder ohne Rechenschwierigkeiten in der unteren Schulstufe mehr Mühe mit dem Lösen von Sachaufgaben haben, als wenn sie lediglich die zugrunde liegenden Rechenaufgaben mit Gleichungsschreibweise lösen müssten. In jungen Jahren fällt das Überführen des Kontexts zu einem mathematischen Modell also allen Lernenden noch schwer. Mit zunehmenden Schuljahren löst sich das aber. Bei rechenschwachen Kindern bleiben die Schwierigkeiten gleichwohl auch bei zunehmenden Schuljahren bestehen (vgl. ebd., S. 125). Das Überführen des realen Modells in ein mathematisches Modell hängt teilweise alleine schon von der Aufgabenstellung ab. Vergleichsaufgaben fallen Kindern bedeutend schwerer als Kombinations- oder Austauschaufgaben, obwohl die gleiche arithmetische Operation zugrunde liegt (vgl. Moser Opitz, 2013, S. 122)[2]. Gemäss Stern können Kinder bei gewissen Aufgabenformulierungen eher an das intuitive mathematische Verständnis anknüpfen und diese sind daher einfacher zu lösen. Bei anderen Formulierungen dagegen kann ein reales Modell nur über kulturelle Mathematik erstellt werden. Mit kultureller Mathematik sind erweiterte Grundvorstellungen und die formale Mathematik gemeint (vgl. Stern, 2005, S. 141). Bei der Kombinationsaufgabe

[2] Unter den verschiedenen Aufgabentypen wird Folgendes verstanden:
„ - Vergleichsaufgabe: Maria hat 5 Murmeln. Hans hat 8 Murmeln. Wie viele Murmeln hat Hans mehr als Maria?
- Kombinationsaufgabe: Maria hat 3 Murmeln, Hans hat 5 Murmeln. Wie viele Murmeln haben die beiden zusammen?
- Austauschaufgaben: Maria hat 2 Murmeln. Dann gibt ihr Hans 5 Murmeln. Wie viele Murmeln hat Maria jetzt?“ (vgl. Moser Opitz, 2013, S. 122)

wird die Kardinalzahl berechnet, was Kinder viel früher und intuitiver können, als die Relation zwischen zwei Mengen herzustellen. Genau das ist für Vergleichsaufgaben allerdings nötig und daher auch schwieriger (vgl. Stern, 2017, S. 155). Eine Ursache für diese Schwierigkeiten sieht Moser Opitz (2013) in der Praxis des Mathematiklehrens. Rechenschwache Lernende werden oft erst mit Sachrechenaufgaben konfrontiert, wenn sie die Grundoperationen beherrschen, und erwerben dadurch ein einseitiges Mathematikverständnis, weil der Alltagsbezug zu den Rechenoperationen fehlt (vgl. S. 126).
Es kann zusammenfassend festgehalten werden, dass für die meisten Rechnenden diese Phase mitunter eine der schwierigsten im ganzen Modellierungsprozess ist (vgl. Galbraith & Stillman, 2006, S. 159). Erfolgreiche Sachrechnende nehmen sich für das Erstellen eines mathematischen Modells Zeit und überspringen diesen Schritt nicht einfach. Innere Zahlen-, Operations- und Mengenvorstellungen müssen vorhanden sein, um unterschiedliche Aufgabentypen in ein mathematisches Modell überführen zu können.

3.5.2.3 Übergang vom mathematischen Modell zur mathematischen Lösung

Beim Transfer vom mathematischen Modell zur mathematischen Lösung entstehen beim Anwenden der arithmetischen Operationen oder Formeln, dem Vereinfachen und Berechnen sowie beim Gebrauch von Hilfsmitteln Blockaden (vgl. Galbraith & Stillman, 2006, S. 147). Für diesen Transfer ist das konzeptuelle und prozedurale arithmetische Wissen der Lernenden entscheidend. Sprich, neben dem *Wie* man etwas löst, ist auch das *Warum* man etwas so löst wichtig (vgl. Verschaffel et al., 2015, S. 958). Dazu benötigen die Sachrechnenden umfangreiche, mathematische Grundvorstellungen (vgl. Stern, 2017, S. 161). Ebenfalls besondere Schwierigkeiten für rechenschwache Lernende sind die Verknüpfung von mehreren Operationen (vgl. Moser Opitz, 2013, S. 123) und das Fehlen wichtiger Voraussetzungen zum Bearbeiten von Sachaufgaben wie z. B. der Umgang mit Grössen (vgl. ebd. S. 127). Die Berechnung der Lösung ist nicht grundlegend den typischen Modellierungsschwierigkeiten zuzuschreiben, sondern den ungenügenden arithmetischen Fertigkeiten (vgl. Franke & Ruwisch, 2010, S. 89). Gerade rechenschwache Lernende wenden hier lange das zählende Rechnen an, während normalbegabte Rechnende häufiger Rechenmodelle aus dem Gedächtnis abrufen (vgl. Jiménez Gonzales & Garcia Espinel, 2002, S. 119).
Kurz gesagt bereitet bei diesem Modellierungsschritt das In-Beziehung-Setzen der Variablen und die Berechnung der Lösung rechenschwachen Lernenden besonders Mühe. Dies ist vor allem dann der Fall, wenn der Kontext mehrstufige Operationen verlangt und die Lernenden nicht über die nötigen mathematischen Vorkenntnisse verfügen.

3.5.2.4 Übergang von der mathematischen Lösung zur Beantwortung der Fragestellung

Als potenzielle Blockaden gelten beim Transfer von der mathematischen Lösung zur Beantwortung der Fragestellung die Zusammenführung des mathematischen Resultats mit dem Pendant aus der realen Situation. Zudem verlangen gewisse Situationen, dass das rein rechnerische Ergebnis in Bezug auf die Ausgangssituation kritisch reflektiert wird (vgl. Galbraith & Stillman, 2006, S. 147). Typische Beispiele sind Divisionsaufgaben. Soll beispielsweise herausgefunden werden, wie viele Busse à 44 Plätze benötigt werden, um die gesamte Schulbelegschaft von 239 Kindern und Lehrpersonen zum Schneesportausflug zu fahren, genügt das mathematische Ergebnis $5.43\overline{18}$ nicht für die Beantwortung der Fragestellung. Auch Runden würde in diesem Fall nicht zum richtigen Resultat führen. Das mathematische Resultat muss also in eine für die reale Situation taugliche Antwort überführt und auf die Sinnhaftigkeit geprüft werden (vgl. Franke & Ruwisch, 2010, S. 90). Im gewählten Beispiel wären es also sechs Busse. Zudem können auch Schwierigkeiten entstehen, wenn die mathematischen Resultate für die Argumentation genutzt und diese in Relation mit weiteren Einflussfaktoren

gestellt werden müssen (vgl. Galbraith & Stillman, 2006, S. 147). Muss für den Schneesportausflug beispielsweise entschieden werden, ob ein Busunternehmen engagiert wird oder die Schule mit der Bahn hinfährt, gibt es noch andere Argumente als nur den Kostenfaktor. Der Transport der Schneesportausrüstung oder die direkte Fahrt könnte für das Busunternehmen sprechen. Überlegungen zur Umweltverträglichkeit der Transportmittel, die Platzverhältnisse oder das Vorhandensein von Toiletten wären Argumente für die Zugfahrt. Hier entstehen Fehler und Schwierigkeiten aufgrund von mangelndem Alltags- und Sachwissen (vgl. Franke & Ruwisch, 2010, S. 96).
Zusammenfassend treten bei diesem Transfer bei der Zuordnung des mathematischen Ergebnisses mit der Fragestellung, der kritischen Reflexion in Bezug auf die Situation und bei der Argumentation Schwierigkeiten auf.

3.5.2.5 Validierung des Modells in Bezug auf die Situation

Die Validierung des Modells in Bezug auf die Situation ist nicht ein einzelner Schritt des Modellierens, sondern eine fortlaufende Überprüfung, ob das Modell überhaupt die reale Situation widerspiegelt. Ergebnisse müssen daher immer kritisch geprüft und in Verbindung mit der realen Situation gesetzt werden und umgekehrt. Bei erfolgreichen Sachrechnenden erfolgt dieser Prozess stetig (vgl. Galbraith & Stillman, 2006, S. 147, 159). Häufig ist aber zu beobachten, dass Lernende den errechneten Resultaten unkritisch gegenüberstehen und ein Abgleich mit der Realität fehlt. Eine wichtige Strategie hierfür ist die Metakognition (vgl. Eilerts & Kolter, 2015, S. 131). Sie wird seit einigen Jahren als zentraler Einflussfaktor im Bereich des Modellierens gesehen, wobei der Begriff nicht einheitlich definiert ist. Die mathematische Bildungsforschung beruft sich oft auf Sjuts' Definition (vgl. Maass, 2006, S. 118). Sjuts (2003, S. 18f.) unterscheidet zwischen deklarativer, prozeduraler und motivationaler Metakognition und umschreibt sie als diagnostisches Instrument für das eigene Denken und Problemlösen. Es umfasst die Planung, Überwachung und Beurteilung der eigenen Aktivität und hängt eng mit der eigenen Motivation und Volition zusammen. Die Forschung zeigt, dass geübte Sachrechnende über bessere metakognitive Strategien verfügen, planvoller vorgehen, die Prozesse häufiger überdenken und das Sachrechnen sie weniger anstrengt. Dagegen wird bei erfolglosen Sachrechnenden oft planloses und intuitives Vorgehen beobachtet (vgl. Maass, 2006, S. 118; Verschaffel et al., 2015, S. 963f.).
Kurz gesagt spielen die metakognitiven Kompetenzen der Lernenden eine entscheidende Rolle beim Sachrechnen. Sie sind für das planvolle Vorgehen und die stetige Überprüfung und Beurteilung der mathematischen Vorgänge mit der realen Situation verantwortlich.

3.6 Förderung und Intervention

Nachdem die Herausforderungen des Sachrechnens im vorhergehenden Kapitel thematisiert wurden, liegt in diesem Kapitel der Fokus auf der Förderung des Sachrechnens. In Bezug auf die Förderung rechenschwacher Lernenden meint Schmassmann (2009): „Die Förderung unterscheidet sich nicht grundsätzlich von einem guten Mathematikunterricht für alle Schülerinnen und Schüler“ (S. 171). In diesem Zusammenhang werden hier zunächst gebündelt allgemeine didaktische und methodische Herangehensweise präsentiert. Die Unterrichtsmethoden entstammen mehrheitlich der Forschung mit normalbegabten Rechnenden. Seit einiger Zeit gibt es auch wenige evidenzbasierte Interventionen, die sich im Bereich des Sachrechnens mit rechenschwachen Lernenden als wirkungsvoll erweisen (Schneider et al., 2013, S. 212). Diese werden im Anschluss präsentiert.

3.6.1 Allgemeine Didaktik und Methodik des Sachrechnens

Im Bereich der allgemeinen Didaktik und Methodik des Sachrechnens findet man unterschiedliche Ansätze. Je nach Quelle werden heuristische Ansätze, die Rolle der Lehrperson, die Rolle des Settings oder Darstellungsformen thematisiert und diskutiert. Im Folgenden wird zuerst das Augenmerk auf die Erarbeitung der Sachrechenkompetenz gelegt. Danach werden heuristische Ansätze, die Rolle der Lehrperson sowie des Settings vorgestellt.

Sachrechnen wird ähnlich wie Operationen nicht einfach so erworben, sondern es muss gelehrt und gelernt werden. Der Aufbau findet wiederholend im Spiralcurriculum statt (vgl. Franke & Ruwisch, 2010, S. 111). Mit Sachrechnen in einer rudimentären Form kann bereits mit dem Eintritt in die Schule begonnen werden. Rechengeschichten eignen sich beispielsweise hervorragend dafür. Gerade in der ersten Phase sollten authentische, realistische Probleme dargeboten werden. Das Lösen erfolgt da oft noch in zeichnerischer Form, wobei zu Beginn noch nicht abstrahiert wird, was nun lösungsrelevant ist. Oftmals wird die ganze Geschichte aufgezeichnet. Durch Thematisieren der Lösungsskizzen erleben die Lernenden geeignete Darstellungsformen. Dem motivationalen Aspekt kommt grosser Stellenwert zu: Sinnstiftende Lernanlässe – wie bevorstehende Projekte oder auch Interessensfelder der Lernenden – sollen für authentische Sachaufgaben genutzt werden. Sachaufgaben können auch einfach umgestaltet werden, indem bekannte Namen (Geschwister, Haustiere) verwendet werden, was zu einer höheren Identifikation führt. Auch Knobelaufgaben führen zu einem positiven Bild des Sachrechnens (vgl. ebd., S. 115ff.).

Es besteht die Gefahr, dass aufgrund des begrenzten Wissens über arithmetische Operationen Aufgaben mit austauschbarem Kontext zu derselben Operation immer und immer wieder geübt werden. Beispiele dafür sind: *Mara hat 2 Hunde und 1 Katze. Wie viele Haustiere hat sie? Timo kauft 3 Orangen und 2 Bananen. Wie viele Früchte kauft er?* Das repetitive Lösen solcher Aufgaben kann dazu führen, dass Kinder denken, jede Sachaufgabe sei lösbar, egal wie sinnvoll oder sinnfrei der Kontext ist. In diesem Zusammenhang sollen auch Kapitänsaufgaben[3] thematisiert werden.

Ebenso wichtig sind die Lösungswege. Sie sollen deswegen systematisch festgehalten werden. Es braucht jedoch Zeit, bis Lernende ihre Lösungswege in Form mathematischer Operationen notieren, denn oft ist es auch möglich, den Lösungsweg verbal zu umschreiben oder zu skizzieren (vgl. ebd., S. 126ff.). Daher ist es wichtig, unterschiedliche Lösungswege zuzulassen. Sie bieten Gesprächsstoff, indem sie reflektiert und validiert werden. Dies soll sowohl während als auch nach der Bearbeitung gemacht werden. Oft lösen zählende Kinder Aufgaben tendenziell zählend, skizzierende Kinder lösen Aufgaben skizzierend und das unabhängig davon, ob der gewählte Lösungsweg effizient ist oder nicht. Durch die Reflexion über unterschiedliche Lösungswege erfahren die Lernenden andere Herangehensweisen sowie deren Vor- und Nachteile (vgl. ebd., S. 134ff.).

Neben diesen allgemeinen Hinweisen zur Gestaltung des Sachrechenunterrichts gibt es auch konkrete Methoden, wie die Sachrechenkompetenz gezielt aufgebaut werden kann. Lernenden sollen Sachaufgaben

---

[3] Kapitänsaufgaben sind Aufgaben, „bei der aus den gegebenen Daten die gefragten Informationen nicht berechnet werden können, weil

- die Angaben unvollständig sind,
- die Angaben nichts mit der Frage zu tun haben oder
- die mathematische Berechnung realitätsfremd ist“ (Franke & Ruwisch, 2010, S. 30).

Beispiel: Lara besucht die Klasse 3c mit 7 weiteren Mädchen und 12 Jungen. Wie alt ist die Klassenlehrperson?

- selbst bilden: z. B. frei oder durch Vorgabe eines Bildes, eines Themas, Zahlen, Rechenaufgaben oder Stützwörtern (vgl. ebd., S. 139f.).
- selbst darstellen: durch Rollenspiele, Simulation der Situation mit Material (z. B. Plättchen) oder als Zeichnung, Skizze oder Tabelle. Der sinnvolle und zielführende Einsatz muss Teil einer Unterrichtsdiskussion sein (vgl. ebd., S. 145ff.).
- selbst verändern: Sachaufgaben können ergänzt oder reduziert werden. Damit können die Anforderungen verändert werden (vgl. ebd., S. 155).
- fragend erforschen: Das Fragestellen hat eine wichtige Funktion. Wird die Situation verstanden, kann ein Situationsmodell erstellt werden. Das Fragestellen muss allerdings geübt werden. Denn nicht alle Fragen sind zielführend, daher ist die Reflexion darüber nötig (vgl. ebd., S. 156ff.).
- lösen und hinterfragen: Dazu gehört einerseits, die Operationen und Formeln, andererseits das Modell und die Annahmen zu überprüfen. Die Lernenden müssen sich beispielsweise überlegen, ob die Schätzungen stimmen und welche Ungenauigkeiten aufgrund der Schätzungen entstehen können (vgl. ebd., S. 160).

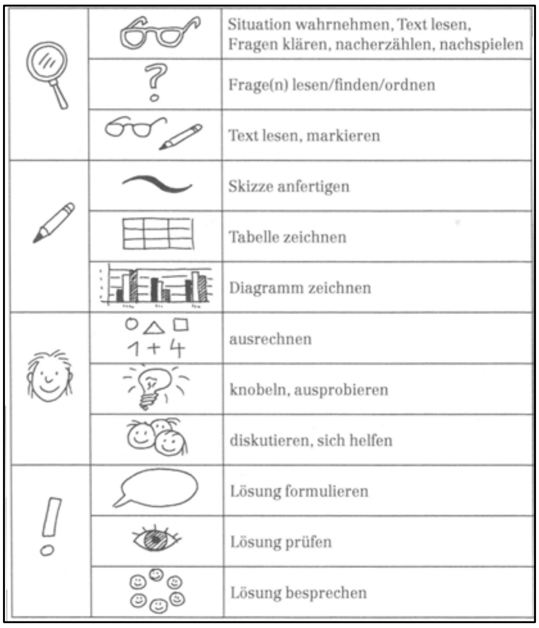


Abbildung 7: Strukturierungshilfe (Scaffolding) für die Primarstufe aus Bongartz (2012, S. 35)

Zudem eignet sich das Scaffolding für die Förderung der eigenständigen Sachrechenkompetenz. Das Scaffolding ist eine Art Gerüst oder Plan, das Lernende unterstützt, langfristig Kompetenzen aufzubauen (vgl. Schukajlow, Kolter & Blum, 2015, S. 1243). Die Evaluation zeigt, dass mit einem mehrschrittigen Modellierungsplan, welcher Fragen und Anweisungen enthält, der Sachrechenerfolg gegenüber dem herkömmlichen Unterricht etwas verbessert werden kann (vgl. Schukajlow et al., 2015, S. 1244ff.). Ein Beispiel eines solchen Scaffoldings für die Primarschule findet sich in Abbildung 7 (vgl. Bongartz, 2012, S. 35). Kurz gesagt, das Sachrechnen muss wie jeder andere Inhalt gelehrt und gelernt werden und zwar von der ersten Schulstufe an. Allerdings muss die Form der Stufe angepasst werden. Authentische Kontexte werden als wichtig erachtet und ebenso jegliche Massnahmen, welche die Identifikation und Motivation mit und für das Sachrechnen begünstigen. Ebenfalls zentral sind das Festhalten und das Gespräch über die Lösungswege hinsichtlich ihrer Effektivität.

3.6.1.1 Heuristik

Unter Heuristik versteht man „allgemeine Vorgehensweisen, die die Lösungssuche unterstützen, aber das Finden der Lösung – im Unterschied zum algorithmischen Vorgehen – nicht garantieren“ (Franke & Ruwisch, 2010, S. 67). Die Art des Lösungswegs ist beim Lösen von Sachaufgaben zentral. Jedoch ist der Zusammenhang zwischen der Heuristik und dem erfolgreichen Problemlösen wenig untersucht. Dazu kommt, dass das Unterrichten von heuristischen Strategien ein wenig erfolgreiches Unterfangen ist. Die Entscheidung fällt Lernenden schwer, für welches Problem sie welchen Lösungsansatz wählen sollen (vgl. Verschaffel et al., 2015, S. 962). Franke und Ruwisch (2010) sehen im Dialog über den Lösungsweg durchaus auch Chancen und machen unterschiedliche Lösungsstrategien für Sachaufgaben aus. Der Problemlösedialog eröffnet es den

Lernenden, Lösungsansätze und Strategien zu entwickeln. Verschiedene heuristische Strategien können bereits früh angewandt werden. Dazu gehören:

- die Zerlegung in Teilziele
- die Zerlegung in überschaubare Teile
- das Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten: Vorwärtsarbeiten meint, dass das Gegebene so verknüpft wird, dass man zum Gesuchten kommt. Beim Rückwärtsarbeiten geht man vom Ziel aus und überlegt, wie man dorthin kommt. Rückwärtsarbeiten ist meist effektiver, jedoch bewährt sich diese Strategie eher bei komplexeren Sachaufgaben. Jene des Anfangsunterrichts sind so einfach, dass sie sich gut mit Vorwärtsarbeiten bearbeiten lassen.
- die Analogienbildung: Gleichen sich Ausgangslage und Lösungsweg von einer neuen und bereits bearbeiteten Sachaufgabe und diese Ähnlichkeiten werden erkannt, spricht man von Analogiebildung. Das kann für den Sachrechenprozess genutzt werden (vgl. S. 68f.).

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass das Lehren heuristischer Vorgehensweisen wenig untersucht ist. Die Meinungen über ihre Effektivität gehen auseinander, wobei der Diskurs über den Lösungsweg und generelle Vorgehensweisen in der Literatur durchaus positiv angesehen wird.

3.6.1.2 Rolle der Lehrperson

Das Verhalten und die Einstellung der Lehrperson gegenüber dem Modellieren im Unterricht beeinflussen die Lernenden (vgl. Greefrath & Vorhölter, 2016, S. 29). So wie es bei den Lernenden unterschiedliche Modellierungs- und Denktypen gibt, gibt es diese auch bei den Lehrpersonen. Ein Typ Lehrperson fokussiert beim Sachrechnen auf den formal-mathematischen Aspekt, ein zweiter Typ Lehrperson fokussiert dagegen auf den realen Anteil des Sachrechnens. Ein dritter Typ integriert beide Fokusse in die eigene Tätigkeit. Es ist davon auszugehen, dass der Denkstil der Lehrperson Einfluss aufs Sachrechnen der Lernenden hat. Daher ist das Wissen um den eigenen Denkstil und denjenigen der Lernenden ungemein wichtig, um bei Lernschwierigkeiten diagnostisch tätig zu sein und adaptive Hilfestellung geben zu können (vgl. Borromeo Ferri, 2010, S. 154, 175). Die Adaptivität des Lehrerhandelns ist ein wichtiges Unterstützungsinstrument der Lehrperson. Darunter wird gemäss Leiss (2010) verstanden, dass die Lehrperson ihre Lernenden individuell und zurückhaltend im Lern- und Lösungsprozess unterstützt, sodass diese dadurch aber maximal selbstständig weiterlernen und -lösen können. Dabei beruft er sich bei seinem Verständnis von adaptiver Intervention auf Pädagoginnen und Psychologen wie Montessori, Aebli und Vygotski (vgl. S. 203f.). Damit das gelingt, muss die Lehrperson diagnostisch tätig sein, was meint, dass sie die Lernenden nach deren Lösungsstand, der unternommenen Versuche, der angewendeten Strategien, deren Annahmen und Blockaden fragt. Aufgrund der Schilderung unterstützt die Lehrperson dann punktuell ganz spezifisch. Dadurch, dass die Lernenden über all ihre bisherigen Arbeits- und Denkschritte strukturiert Auskunft geben müssen, können sie die Schwierigkeit manchmal sogar alleine und ohne Hilfe der Lehrperson bewältigen. Wird allerdings auf die diagnostische Tätigkeit verzichtet, kommt es nicht zu adaptiven Handlungen der Lehrperson und die Hilfestellungen scheitern oft (vgl. Stender, 2016, S. 246).

Zusammengefasst bedeutet das, dass die Bewusstheit der Lehrperson über die eigenen Denkmuster und diejenigen der Lernenden wichtig ist, um adaptive Hilfestellung zu geben. Darunter werden die diagnostische Eruierung der Blockade und die minimale, punktuelle Hilfestellung verstanden.

3.6.1.3 Einfluss der Lehrmethoden

In Bezug auf die Lehrmethode im Sinne eines guten Regelunterrichts kann in der Literatur nicht die eine Methode gefunden werden. Vielmehr gibt es erfolgversprechende Tendenzen (vgl. Greefrath & Vorhölter, 2016, S. 32). Dazu gehören der operativ-strategische Ansatz und Unterrichtsarrangements für die Förderung der Metakognition.

Der Vergleich des direktiven (Lernsteuerung durch die Lehrperson) und des operativ-strategischen Lehransatzes (lernendenzentriert, konstruktivistisch, Mix aus Einzelarbeit und Kooperation) zeigt, dass der operativ-strategische Lehransatz sich gegenüber dem direktiven Lehransatz vorteilhaft auf die Modellierungskompetenz, Freude, Einstellung, Interesse und Effizienz auswirkt (vgl. Schukajlow et al., 2012, S. 223ff.). Die Auswirkung auf die Modellierungskompetenz zweier anderer Arrangements, des holistischen und atomistischen Lehransatzes, untersuchte Brand (vgl. 2014). Beim holistischen Ansatz wird der Modellierungskreislauf komplett innerhalb eines Zeitrahmens (z. B. Unterrichtsstunde) durchlaufen. Der atomistische Ansatz entsteht aus den Ansichten, dass Modellieren zeitintensiv und komplex ist. Daher werden Teilkompetenzen separat geübt, um die Komplexität und Zeitintensität zu verringern (vgl. ebd., S. 36f.). Beide Ansätze führen gesamthaft zu einer signifikanten Leistungssteigerung (vgl. ebd., S. 184).

Die Metakognition als wichtiger Faktor fürs erfolgreiche Sachrechnen wurde bereits erwähnt. Die Metakognition als Fertigkeit kann sich nicht inhaltsfrei entwickeln. Gleichzeitig gelingen der Aufbau und die Entwicklung von langfristigem Wissen besser durch metakognitive Strategien. Daher gehören die Metakognition und der Aufbau von Wissen und Fertigkeiten zueinander und sollen auch so in den Unterricht einfliessen. Sjuts (2003) folgert daher: „Die Förderung von Metakognition bedarf eines didaktisch-sozialen Vertrags“ (S. 20). Damit fordert er von Lehrpersonen, dass sie Unterrichtsbedingungen schaffen, die den Wissens- und Metakognitionsaufbau gleichermassen fördern wie einfordern. Dafür sind Unterrichtsarrangements nötig, in denen der Diskurs über das Verständnis und das Vorgehen im Zentrum stehen. Auch geeignete Aufgaben sind zentral, nämlich solche, welche Kommentare, Analysen und die Ausformulierung der Gedanken verlangen. Auch die Selbsteinschätzung und die Selbstüberwachung sind wichtige Bestandteile eines solchen Unterrichts (vgl. ebd., S. 23ff.). Ein erfolgversprechender Ansatz, der den Diskurs über den Unterrichtsgegenstand als auch die Wissenskonstruktion vereint, ist der Thinking-Together-Ansatz. Mit dem Thinking-Together-Ansatz lernen Kinder explizit, wie sie die Kommunikation fürs Lernen und Problemlösen nutzen können. Thinking-Together ist eine dialogische Lernmethode. Sie beruht auf der Erkenntnis, dass Erkundungsgespräche (exploratory talks) Lernprozesse am besten vorantreiben. Bei solchen Erkundungsgesprächen beteiligen sich alle Lernenden kritisch, aber konstruktiv an einem Gesprächsgegenstand. Sie machen aktiv mit und äussern ihre Meinungen und Gedanken. Diese werden in der Gruppe abgewogen und Entscheidungen werden getroffen. Wissen und Erklärungen sind dadurch allen zugänglich. Den Lernenden wird diese Art von Gesprächsführung explizit beigebracht, wobei die Lehrperson als Modell agiert und eine Führungsrolle einnimmt. Die Lernenden arbeiten in Kleingruppen und halten sich an Gesprächsregeln (University of Cambridge [Faculty of Education], 2017). Eine Studie zeigt, dass die Arbeit mit dem Thinking-Together-Ansatz im Mathematikunterricht das Sachrechnen signifikant fördert und zu besseren mathematischen Ergebnissen führt (vgl. Mercer & Sams, 2006, S. 517).

Ebenso gehört die integrierte Sprachförderung zu den aktuellen Anforderungen des Mathematikunterrichts. Sprachförderung geschieht heute nicht mehr nur additiv, z. B. im Deutsch-als-Zweitsprache-Unterricht. Speziell in der Mathematik versagen oft Bedeutungserschliessungen aus der Alltagssprache heraus, wie das folgende Beispiel zeigt. Der Begriff *gerade Zahlen* heisst nicht etwa, dass die Zahlen nicht schief (Gegenteil von gerade) geschrieben sind, sondern dass sie bei der Division durch zwei keinen Rest ergeben. Der Aufbau von solchen neuen Sachnetzen (Wortfeldern) ist nur im Kontext, sprich im Mathematikunterricht selbst, möglich (vgl. Gossmann & Griesshaber, 2013, S. 23ff.). Zudem ist die Priorisierung der Leseflüssigkeit im Unterricht noch vor dem Lese- und Sachaufgabenverständnis ungemein wichtig. Diese Forderung ergibt sich aus den Forschungen zur Rolle der Lesefertigkeit im Sachrechnen (vgl. Vilenius-Tuohimaa et al., 2008, S. 423).

Zusammenfassend ausgedrückt begünstigen einige Lehrmethoden das Sachrechnen. Der operativ-strategische Ansatz (eigenständiges und kooperatives Lernen) fördert die Sachrechenkompetenz etwas wirkungsvoller als der direktive Lehransatz im Regelunterricht. Ob holistisch oder atomistisch unterrichtet wird, hat auf den Lerneffekt keinen grossen Einfluss. Die Metakognition muss im Sachrechenunterricht durch unterschiedliche Massnahmen implementiert werden. Dasselbe gilt auch für die integrierte Sprachförderung. Die Lesefertigkeit dagegen sollte vor dem Sachrechnen und Textverständnis gefördert werden.

3.6.2 Exkurs evidenzbasierte Förderung

Über die Wirksamkeit von Fördermethoden des Sachrechnens mit rechenschwachen Lernenden weiss man nach wie vor wenig. Nicht jede Massnahme im Mathematikunterricht ist beispielsweise für normalbegabte und rechenschwache Lernende gleichermassen wirksam. Daher fordern Schneider et al. (vgl. 2013, S. 212f.) mehr Evidenz in der Förderung rechenschwacher Lernender. Was aber wird unter Evidenz in der Bildungsforschung verstanden? Dieser kurze Exkurs geht dieser Frage nach, zeigt zwei unterschiedliche Evidenzverständnisse auf und beleuchtet diese Tendenz kritisch.

Die Gesellschaft für Evaluation (2013) hält fest, dass „von Evaluationen immer häufiger erwartet wird, Evidenz – im Sinne von robusten Belegen – für die Wirksamkeit von Interventionen“ zu liefern (S. 172f.). Von Evidenz wird in der Bildungsforschung dann gesprochen, wenn die Wirksamkeit einer Intervention nicht mehr aberkannt werden kann, weil sie hinreichend belegt ist (vgl. Jornitz, 2009, S. 68). Die evidenzbasierte Forschung in der Bildung hat ihren Ursprung im evidenzbasierten medizinischen Forschungsfeld (vgl. ebd., S. 71). Die Bildungsforschung entstand aus dem Wunsch heraus, mehr Klarheit über die Wirksamkeit von Interventionen zu haben. Es gibt unzählige Tipps und Studien, wie der Unterricht funktionieren soll, die jedoch auf Bildungstheorien basieren und nicht auf Evaluationen, die den Kriterien guter Forschung entsprechen (vgl. Hattie, 2009, S. 2). Hier setzt die evidenzbasierte Bildungsforschung an und untersucht systematisch bereits vorhandene Forschung kritisch auf Qualität, Validität und Relevanz (vgl. Davies, 1999, S. 109). Doch nicht alle handhaben den Begriff *evidenzbasiert* gleich. Die deutschsprachige Bildungsforschung beruft sich gerne auf John Hattie (vgl. Jornitz, 2009, S. 72). Er hat die Wirksamkeit von unterschiedlichen Variablen (u. a. Lehrperson, Lehrmethoden, Interventionen) untersucht und festgestellt, in welchem Mass (Wirkungsgrad) sich die Variablen auf den Lernerfolg auswirken. Die Wirkungsgrade wurden mittels über 800 Metaanalysen synthetisiert. Er hat quasi Metaanalysen von Metaanalysen gemacht (vgl. Hattie, 2009, S. 2f.). Die Wirkung auf den Lernerfolg, also die Effektstärke (Abkürzung: d), stellt Hattie mittels eines Barometers dar (vgl. Abb. 8). Dieses Barometer ist in vier Zonen aufgeteilt. Ist die Effektstärke $d > 0{,}40$ spricht man von einem erwünschten Effekt, sprich der Einfluss des untersuchten Merkmals hat eine klar beobachtbare, positive Auswirkung auf die Lernleistung. Liegt die Effektstärke einer Intervention zwischen $d = 0{,}15$ und $d = 0{,}40$ spricht man von *Teacher effects*, was im Deutschen auch als *Schulbesuchseffekt* bezeichnet wird. Das bedeutet, dass die Lernleistung um etwa so viel zunimmt, wie in einem durchschnittlichen Schuljahr durch den regulären Unterricht ebenso erreicht würde

(Hattie, Beywl & Zierer, 2015). Effektstärken im Bereich d = 0,0 und d = 0,15 werden als *Entwicklungseffekte* bezeichnet. Diese Lernleistung würden Kinder rein durch ihre fortschreitende Entwicklung auch ohne Schulbesuch erreichen. Die Zone im Bereich der negativen Effektstärke wird als *umkehrender Effekt* bezeichnet und bedeutet, dass sich hier die untersuchten Merkmale negativ auf die Lernleistung auswirken (vgl. 2009, S. 19f.). Ein etwas anderes Verständnis von Evidenzbasiertheit kommt aus den USA, wo unlängst das Programm *Response-to-Intervention* (kurz RtI) zur Förderung schwacher Lernender implementiert wurde. Dieses Programm hat zum Ziel, der Entwicklung von Lernschwierigkeiten durch evidenzbasierte Förderung möglichst präventiv entgegenzuwirken. Dabei werden hier unter evidenzbasierter Förderung Trainings, Settings und Interventionen verstanden, deren Wirksamkeit wissenschaftlich untersucht sind. Diese Untersuchungen entsprechen wissenschaftlichen Standards, sodass die Resultate replizierbar sind. Zudem müssen sie für eine wissenschaftliche Zeitschrift (peer-reviewed Journal) oder von unabhängigen Experten unter nachvollziehbaren Kriterien akzeptiert worden sein. Um als evidenzbasierte Förderung zu gelten, muss die Wirksamkeit durch unterschiedliche Studien belegt sein (vgl. Forbringer & Fuchs, 2013, S. 1f.). Hinweise auf die Synthese von Metaanalysen als Merkmal für Evidenzbasierung konnte bei der RtI nicht gefunden werden.

Die evidenzbasierte Bildungsforschung ist nicht unumstritten. Diese Art von Forschung produziert keine neuen Ergebnisse mehr. Die Forschungsgrundlage für die evidenzbasierte Forschung sind bereits vorhandene Forschungsergebnisse, welche re-analysiert werden (vgl. Jornitz, 2009, S. 71). Hier übt Jornitz Kritik: „Damit schafft sich diese Bildungsforschung Evidenz als Bestätigung durch bereits vorhandene Evidenzen. Die höhere Evidenz lebt von der Konformität der niederen“ (Jornitz, 2009, S. 71). Auch Hattie (vgl. 2009, S. 251) selbst hält gewisse Vorbehalte für die Praxis fest. Der Wirkungsgrad alleine darf nicht die einzige Entscheidungsgrundlage für die Wahl der Förderung sein. Denn wirkungsvolle Förderung kommt nur durch Innovation zustande und daher soll eine Lehrperson ihren Unterricht stetig reflektieren und bei Bedarf auch alternative Fördermethoden (nicht im Sinne, dass die Lehrperson Interventionen neu erfinden muss) ausprobieren. Denn nicht für jedes Kind wirkt jede Intervention gleich effektiv. Das Ausprobieren von Alternativen kann gelingen oder misslingen und es ist wichtig, dass Wirkungsgrade nicht vom Experimentieren abhalten.

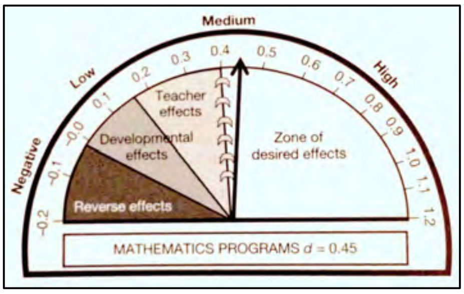


Abbildung 8: Barometer (vgl. Hattie, 2009, S. 144)

3.6.3 Spezifische Interventionen für rechenschwache Lernende

Der Überblick über die allgemeine Didaktik und Methodik des Sachrechnens (Kapitel 3.6.1) hat Fördermassnahmen im Sinne des guten Unterrichts aufgezeigt. Es stellt sich aber die Frage, wie das Sachrechnen bei rechenschwachen Lernenden gefördert werden kann. Dieser Frage geht dieses Kapitel nach und zeigt Fördermethoden auf, die evidenzbasiert sind.

Wie bereits im letzten Kapitel angemerkt, ist die Auswahl an evidenzbasierter Förderung für rechenschwache Kinder noch recht gering (vgl. Schneider et al., 2013, S. 212). Es gibt immerhin eine kleine Zahl von Metaanalysen, welche den Lerneffekt von unterschiedlichen Lehrmethoden des Sachrechnens mit rechenschwachen Lernenden evaluierten. Während sich konstruktivistische Methoden bei normalbegabten Lernenden positiv auf den Lernerfolg im Sachrechnen auswirken (vgl. Schukajlow et al., 2012, S. 231), wird dies bei rechenschwachen Lernenden nicht gleichermassen beobachtet. Explizite Instruktionen sind bei einfachen Sachaufgaben effektiver als konstruktivistische Ansätze (vgl. Kroesbergen, Van Luit & Maas, 2004, S. 248). Mit expliziter

Instruktion ist gemeint, dass die Lehrperson die Lösungsstrategie für eine Sachaufgabe vorzeigt. Sie modelliert eine gute Modelllösung und danach praktizieren diese die Lernenden zuerst unter Begleitung und danach selbstständig. Jede neue Strategie wird jeweils zuerst durch die Lehrperson eingeführt. Die Lernenden lernen so, wann welche Strategie angewandt und wie sie angewandt wird (vgl. ebd., S. 240f.). Eine andere, breit angelegte Metaanalyse untersuchte den Lerneffekt bei rechenschwachen Lernenden von drei unterschiedlichen Lehr- und Lernmethoden für das Sachrechnen. Darunter waren ebenfalls die explizite Instruktion sowie zwei andere: das kognitive Strategietraining (Training der metakognitiven Kompetenzen) sowie computergestützte Trainings. Die Ergebnisse der Metaanalyse zeigen, dass alle drei Interventionen die Sachrechenkompetenz rechenschwacher Lernender verbessern. Als effektivste Methode hat sich die explizite Instruktion erwiesen, gefolgt von kognitiven Strategietrainings. Der kleinste Lerneffekt bewirkte die computergestützten Interventionen. Der Effekt der Intervention zeigt sich unabhängig von der Art der Sachaufgabe (realistisch oder ohne Alltagsbezug) (vgl. Zhang & Xin, 2012, S. 313f.).

In *Visible Learning* äussert sich Hattie zwar nicht spezifisch zum Sachrechnen, jedoch generell zu Interventionen im Mathematikunterricht mit schwachen Lernenden:

“The programs with greatest effect were strategy-based methods (d = 0,85), guided practice (d = 0,86), peer tutoring (d = 0,76), teacher modeling (d = 0,73), using specific forms of feedback (d = 0,62), using mastery criteria (d = 0,63), sequencing examples (d = 0,58), and changing instruction on the basis of feedback (d = 0,42).The least effective were using the strategy of working within a peer group (d = 0,15), using technology for independent practice (d = 0,16), using alternative representation modes (d = 0,26), and identifying and teaching relevant preskills (d = 0,28)” (Hattie, 2009, S. 145).

Das Modellieren (teacher modeling), die begleitete Übungsphase (guided practice) und Peer Tutoring sind alles Teile der expliziten Instruktion und werden hier kurz erläutert. Aus den USA kommend wird das Sachrechnen mittels expliziter Instruktion anhand von Sachaufgabenschemata unterrichtet. Im Anfangsunterricht unterliegt jede Sachaufgabe einer gewissen Struktur (Schema). Sachaufgaben mit der Addition unterliegen z. B. immer entweder einem Kombinations-, Austausch- oder Vergleichsschema (vgl. Kapitel 3.5.2.2). Es wird davon ausgegangen, dass gerade rechenschwache Lernende diese Schemata erkennen lernen müssen (Schemaidentifikation), weil dies nicht automatisch geschieht. Sachaufgaben eines Schemas werden immer zuerst konkret veranschaulicht, bis das Kind Routine darin erhält. Erst dann wird zu einer grafischen Darstellung der Sachaufgabe übergegangen. Das hilft auch Kindern mit bildungssprachlichen Schwierigkeiten. Grafische Darstellungen werden zu Beginn noch nicht selbst gezeichnet, sondern sind bei der Sachaufgabe gegeben oder werden vormodelliert. Schwache Lernende wissen oft gar nicht, welcher Kontext lösungsrelevant ist, daher müssen sie dies zuerst erfahren können. Damit wird der Prozess vom realen zum mathematischen Modell unterstützt. Jedes Schema einer Sachaufgabe hat auch eine Lösungsstrategie. Auch diese müssen durch die Lehrperson vormodelliert werden. Dieser Prozess läuft so, dass die Lehrperson die Prozesse Schritt für Schritt modelliert, danach folgen eine begleitete Übungsphase und dann eine eigenständige Übungsphase. Ein Sachaufgabenschema sollte zu Beginn nicht mit einer anderen vermischt werden. Es ist wichtig, dass die Lernenden bei einem Schema zuerst Erfolg haben. Danach kann ein neues Schema eingeführt werden. Mit der Routine und dem Erfolg können zunehmend komplexere Elemente eingebaut werden, z. B. fehlende Informationen, unbekannte Begriffe, anspruchsvolle Satzstrukturen, irrelevante Informationen, Graphen, Tabellen, Diagramme oder andere grafische Visualisierungen. Zusammenfasst ist der Grundsatz dieser Methode das kleinschrittige Vorgehen in allen Belangen. Ein nächster Schritt wird dann gemacht, wenn das Kind erfolgreich war. Das ist bei der Visualisierung der Fall, wo vom Konkreten, zum vorgegebenen Ikonischen, zum eigenständig produzierten Ikonischen und dann zum Abstrakten übergegangen wird. Ebenso verhält es sich mit der Präsenz der Lehrperson: Zuerst modelliert die Lehrperson, dann begleitet sie oder ein anderes Kind die Übung, dann üben die Lernenden selbstständig und irgendwann gibt es nur noch ein Anleitungsgerüst (Scaffolding). Die Komplexität verläuft ebenso, dass immer nur ein Schema nach dem anderen eingeführt wird und diese in ihrer Komplexität zunehmen. Erst wenn die Kinder die Schemata sicher erkennen und lösen vermögen, werden diese gemischt (Forbringer & Fuchs, 2013, S. 217f.). Damit unterscheidet sich dieser Zugang diametral von demjenigen gängiger Praxishandbücher (vgl. z. B. Franke & Ruwisch, 2010). In der Literatur findet man zwei unterschiedliche Schemaidentifikationsmethoden, welche sich dennoch in vielem ähnlich sind: die *Schema-Based Instruction* und die *Schema-Broadening Instruction* (vgl. Powell, 2011, S. 94f.). Nicht zu verwechseln ist diese Schemaidentifikation, wie oben vorgestellt, mit der Identifikation von Schlüsselwörtern. Trainings für die isolierte syntaktische Identifikation sind wenig effektiv, da Schlüsselwörter oft fehlleiten können (vgl. Kingsdorf & Krawec, 2016, S. 5).

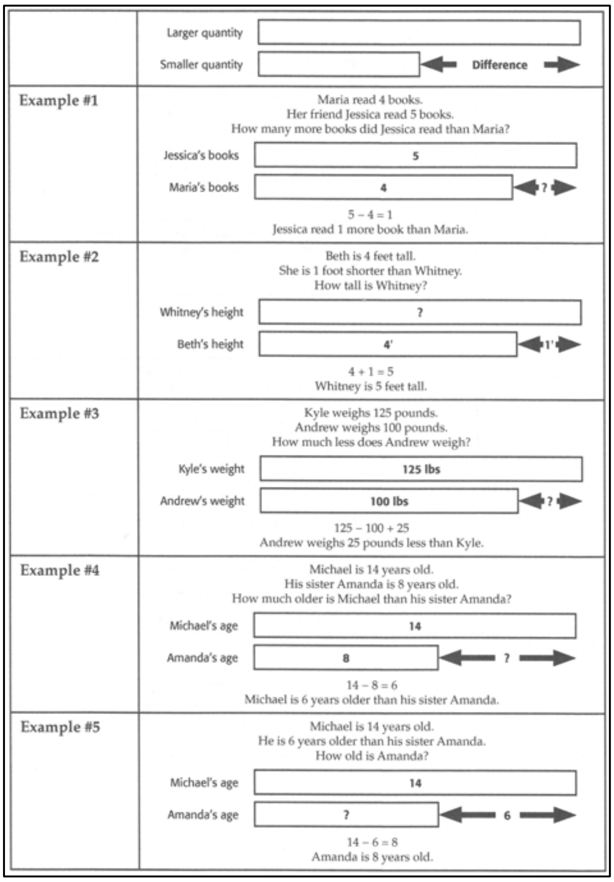


Abbildung 9: Visuelle Schemata (vgl. Forbringer & Fuchs, 2013, S. 228)

Selbstregulatorische Trainings fördern rechenschwache Lernende ebenfalls evidenzbasiert im Umgang mit Sachaufgaben (vgl. Montague, 2008, S. 43). Die Selbstregulation unterliegt den exekutiven Funktionen und gehört zur Metakognition. Zu den selbstregulatorischen Fertigkeiten gehören die Selbstinstruktion, das Fragestellen an sich selbst, die eigene Überwachung, die Evaluation der eigenen Aktivität und des Fortschritts sowie die Selbstermutigung (vgl. ebd., S. 37). Allerdings hängt es davon ab, wie ein solches Training durchgeführt wird. Idealerweise leitet ein solches Training eine Lehrperson, die einerseits mit dem Training und andererseits mit dem besonderen Bildungsbedarf der Lernenden vertraut ist. Ein solches Instruktionstraining findet in Kleingruppen von maximal zehn Lernenden statt, die sich für diese Zeit ausserhalb des Klassenzimmers befinden (vgl. ebd., S. 44).

Eine weitere wesentliche Schwierigkeit des Sachrechnens ergibt sich bei rechenschwachen Lernenden natürlich aus dem Rechnen an sich. Dies hängt damit zusammen, dass bei jungen Kindern die Vorläuferfertigkeiten fehlen oder unzureichend vorhanden sind, später der Basisstoff lückenhaft ist oder falsche Denkmuster aufgebaut wurden. Es ist wichtig, dass die basalen mathematischen Fertigkeiten so früh wie möglich gefördert werden bzw. im weiteren Verlauf der Stoff möglichst gebündelt aufgearbeitet wird (vgl. Schmassmann, 2009, S. 169; Schneider et al., 2013, S. 209). An dieser Stelle wird nicht weiter auf diese Fördermassnahmen eingegangen, weil sie nicht im Hauptfokus dieser Arbeit liegen. Es kann aber nicht genug betont werden, dass gesicherte mathematische Basisfertigkeiten die Grundlage für das erfolgreiche mathematische Lernen und Sachrechnen sind (vgl. u. a. Gaidoschik, 2015; Lambert, 2015; Schmassmann, 2009; Schmassmann & Moser Opitz, 2008; Schneider et al., 2013, für eine Übersicht über Förderprogramme bzw. konkrete Förderhinweise). Dennoch soll der Aufbau des Basisstoffs das Sachrechnen keineswegs ausschliessen, sondern von Beginn weg Bestandteil davon sein, weil sonst ein einseitiges mathematisches Verständnis erworben wird (vgl. Moser Opitz, 2013, S. 126).

Kurz gesagt bedeutet dies für die Praxis, dass rechenschwache Lernende mittels expliziter Instruktion unterrichtet werden sollen. Zudem soll ein kleinschrittiges Vorgehen mit Schemata und entsprechender Visualisierung gewählt werden. Auch selbstregulierende Strategien erweisen sich als effektiv, wenn sie im entsprechenden Setting trainiert werden. Als Basis muss die basale, mathematische Kompetenz rechenschwacher Lernender gezielt gefördert werden, wobei das Sachrechnen zu inkludieren ist.

4 Fragestellung

Mit der Frage „Wie fördere ich rechenschwache Lernende beim Sachrechnen?" ist wahrscheinlich jede Mathematiklehrperson, jede Heilpädagogin und jeder Heilpädagoge konfrontiert, zumal viele Lernende – nicht nur rechenschwache – Mühe beim Sachrechnen haben (vgl. Moser Opitz, 2013, S. 127). Zudem ist dies ein integraler Bestandteil des Lehrplans, der sich durch alle Zyklen hindurchzieht (vgl. Deutschschweizer Erzieungsdirektoren-Konferenz [D-EDK], 2013, S. 7). Der Stand der Forschung zeigt, dass dem Erwerb der mathematischen Basiskompetenzen grosse Aufmerksamkeit geschenkt wird, was angesichts seiner Bedeutung auch zentral ist (vgl. Schneider et al., 2013). Das Sachrechnen mit rechenschwachen Lernenden findet weder in der Forschung noch in der Praxisliteratur dieselbe Beachtung (vgl. Lambert, 2015, S. 115). Die Sachrechenforschung mit rechenschwachen Lernenden erfreut sich zwar seit Kurzem einer steigenden Tendenz (vgl. Kroesbergen & Van Luit, 2003, S. 111). Ein Blick in gängige Praxishandbücher für die Förderung rechenschwacher Lernender (z. B. von Fritz und Schmidt [2009], Labert [2015] oder Landerl et al. [2017]) macht aber deutlich: Zum Bereich des Sachrechnens findet man wenig oder gar nichts und das, obwohl es bereits Bestandteil des Schulstoffs ab den ersten Schuljahren ist. Im hektischen Schulalltag sind gute Praxishandbücher oder Förderprogramme unerlässlich, weil die Zeit für das Zusammentragen des aktuellen Forschungsstands gar nicht vorhanden ist. Daher stellt sich für Praktikerinnen und Praktiker die Frage, mit welchen Programmen geeignet gefördert werden kann. Der Schwerpunkt des zweiten Teils dieser Arbeit gilt der Analyse vorhandener Förderprogramme für rechenschwache Lernende. Es interessieren einerseits die Förderaspekte der Programme im Bereich des Sachrechnens mit rechenschwachen Lernenden und andererseits wie effektiv diese Förderaspekte sind. Daraus ergeben sich zwei Fragestellungen:

1. **Welche Förderaspekte sind in den in dieser Arbeit berücksichtigten Förderprogrammen in Bezug auf das Sachrechnen mit rechenschwachen Lernenden berücksichtigt?**

Unter dem Begriff *Förderaspekt* werden methodische und didaktische Fördermassnahmen verstanden, beispielsweise Fördermethoden für die metakognitiven Kompetenzen, die Identifikation von Schemata oder dialogisches Lernen (vgl. Kapitel 3.5).

Die zweite Fragestellung baut auf der ersten auf und identifiziert die Förderaspekte im Einzelnen noch genauer in Bezug auf deren Evidenz. Zudem wird untersucht, wie ganzheitlich die einzelnen Förderprogramme sind. Der Stand der Forschung zeigt, dass mehrere Einflussfaktoren entscheidend fürs erfolgreiche Sachrechnen sind. Daher ist mit *ganzheitlich* gemeint, ob die Förderprogramme unterschiedliche Gesichtspunkte der Förderung integrieren und Aufgabensammlungen, Standortbestimmungen oder dergleichen zur Verfügung stellen. Die zweite Fragestellung lautet daher wie folgt:

2. **Wie ganzheitlich und evidenzbasiert sind die Förderprogramme?**

5 Methode

Die methodische Umsetzung zur Beantwortung der Fragestellung wird mittels der inhaltlich strukturierenden Inhaltsanalyse gemacht, der eine systematische Literaturrecherche nach entsprechenden Förderprogrammen vorangeht. In diesem Kapitel werden die Recherche und Auswahl der Förderprogramme dokumentiert und begründet sowie die Vorgehensweise und Kategorienbildung für die inhaltlich strukturierende Inhaltsanalyse zur Auswertung der Förderprogramme aufgezeigt.

5.1 Ein- und Ausschlusskriterien

Als Grundlage einer Analyse gilt die Festlegung des Materials, des sogenannten Literaturkorpus. Diese Stichprobe muss nach einem bestimmten Modell erfolgen (vgl. Mayring, 2015, S. 54f.; Roos & Leutwyler, 2017, S. 68f.), sprich es müssen Ein- und Ausschlusskriterien für die Untersuchung der Förderprogramme festgelegt werden. Diese Kriterien unterliegen unterschiedlichen Überlegungen:

1. Aus der Fragestellung ergibt sich das erste Kriterium. Es wird Literatur einbezogen, welche a) die Förderung, b) das Sachrechnen und c) rechenschwache Lernende zum Gegenstand hat. Für die Beantwortung der Fragestellung kann nur Literatur (ein Förderprogramm) einbezogen werden, welche die Kombination der drei Gegenstände beinhaltet. Daraus ergeben sich auch die Ausschlusskriterien. Ausgeschlossen wird Literatur, die entweder nicht alle drei Gegenstände enthält oder sie nicht kombiniert. Dazu gehören beispielsweise fachdidaktische Lehrbücher für die Regelklasse ohne expliziten Bezug zu rechenschwachen Lernenden.
2. Aus der didaktischen und methodischen Ausführung ergibt sich das zweite Kriterium. Ein Förderprogramm muss so ausgeführt sein, dass die methodischen und didaktischen Überlegungen explizit oder implizit ersichtlich sind. Explizit ersichtlich könnten Überlegungen z. B. in Form eines Manuals oder Begleitkommentars sein. Implizite Überlegungen sind beispielsweise Aufgabenstellungen, aus denen der methodische oder didaktische Hintergedanke offensichtlich ist, die also z. B. zum Gebrauch eines Scaffolding-Rasters oder zur Besprechung des Lösungswegs in der Gruppe auffordern. Das hat einen einfachen Grund: Die Theorie zeigt, dass die Methodik und Didaktik, die Rolle der Lehrperson und die Metakognition wichtige Förderaspekte sind. Eine reine Sachaufgabensammlung für rechenschwache Lernende ohne Förderhinweise kann aber schlichtweg nicht auf die Förderaspekte (vgl. Fragestellung) untersucht werden[4]. Daher können nur Förderprogramme inkludiert werden, welche Förderhinweise enthalten. Reine Aufgabensammlungen ohne Förderhinweise müssen dagegen ausgeschlossen werden.
3. Aufgrund der Quelle ergibt sich das dritte Kriterium. Es werden nur Primärquellen inkludiert. Übersichten über entsprechende Förderprogramme, wie sie teilweise in Handbüchern für Rechenschwäche zu finden sind, geben immer nur einen Teil des Gesamten wieder und werden deswegen ausgeschlossen. Dazu gehören auch Evaluationsstudien von Förderprogrammen, weil sie nur einen Abriss des Programms wiedergeben.

[4] Eine Aufgabenanalyse wäre möglich. Die Kategorisierung nach Sachaufgabentypen generiert jedoch keine Antworten für die Fragestellung. Die explizite Instruktion mit Schemata zeigt beispielsweise, dass rechenschwache Lernende mit unterschiedlichen Sachaufgabentypen einen positiven Lerneffekt erzielen (vgl. Zhang & Xin, 2012, S. 313). Daher können vom Aufgabentyp keine Rückschlüsse auf den Lerneffekt des Förderaspekts gezogen werden.

4. Aufgrund der Schulstufe ergibt sich das vierte Kriterium. Schwierigkeiten mit dem Sachrechnen bestehen bei rechenschwachen Lernenden stufenunabhängig. Daher werden alle Förderprogramme der Primar- und Sekundarstufe I berücksichtigt. Falls sie explizit für eine Stufe deklariert sind, werden sie im Literaturkorpus auch entsprechend gekennzeichnet.
5. Aus der Praxistauglichkeit ergibt sich das fünfte Kriterium. Merkmale für ein praxistaugliches Förderprogramm sind deren Verfügbarkeit, die Sprache und das Alter. Diese Liste ist nicht abschliessend und die Merkmale sind subjektiv gefärbt. Mit der Verfügbarkeit ist gemeint, dass ein Förderprogramm einfach zu beschaffen ist, z. B. in der Bibliothek, über den Verlag oder in der Buchhandlung. Die eigene Praxiserfahrung zeigt, dass auf der Suche nach geeignetem Material jenes berücksichtigt wird, das auch beschaffbar ist. Mit der Sprache ist gemeint, dass die Förderprogramme deutschsprachig sein müssen. Nicht alle Lehrpersonen sind sattelfest in einer fremdsprachigen (oft englischen) Fachsprache. Zudem kann fremdsprachiges Fördermaterial – enthält es denn Aufgaben – auch nicht eins zu eins übernommen werden. Mit dem Alter ist gemeint, dass eine Alterseinschränkung gemacht wird. Die Theorie zeigt, dass sich die Erkenntnisse zum Sachrechnen ab den 80er-Jahren verdichten. Daher werden bis zu dreissigjährige Förderprogramme (Jg. 1987) berücksichtigt. Es kann natürlich nicht ausgeschlossen werden, dass es auch ältere Förderprogramme gibt. Erfolgreiche Förderprogramme erscheinen jedoch oft in Neuauflagen und werden daher von der Altersschranke nicht tangiert. Es werden somit Förderprogramme inkludiert, die entweder in der Bibliothek (inkl. Datenbanken), über einen Verlag oder eine Buchhandlung beschafft werden können, die deutschsprachig und maximal dreissigjährig sind.

5.2 Recherche

In diesem Unterkapitel wird die Literaturrecherche dokumentiert. Einerseits wird das Suchprinzip beschrieben, andererseits werden die Suchbegriffe und Abfrageplattformen genauer dokumentiert. Die Ergebnisse der Vorgehensweise sind abschliessend tabellarisch protokolliert und können im Anhang A eingesehen werden.
Für die Literaturrecherche werden zwei verschiedene Sucharten angewandt. Einerseits werden Datenbanken und Suchmaschinen systematisch durchsucht, andererseits wird mit dem sogenannten Schneeballprinzip gesucht. Damit ist gemeint, dass in Übersichtsliteratur nach Verweisen auf Förderung gesucht wird (vgl. Roos & Leutwyler, 2017, S. 34f.). Die Literatur wird gesichtet und anhand der oben festgelegten Kriterien in das Literaturkorpus ein- oder ausgeschlossen. Für die systematische Literaturrecherche wird in den erziehungs- und sozialwissenschaftlichen Fachdatenbanken *PsychINFO*, *Psyndex*, *Eric* und *Educational Research Complete* über die Gesamtabfrage *EBSCO* recherchiert. In der Fachdatenbank *MathEduc* wird direkt gesucht. Über *swissbib* wird in den Katalogen aller Schweizer Hochschulbibliotheken, der Schweizerischen Nationalbibliothek und allen Kantons- und Institutionsbibliotheken, welche *swissbib* angeschlossen sind, nach entsprechenden Förderprogrammen recherchiert.

5.2.1 Rechercheprotokoll

Im Folgenden sind die Suchbegriffe sowie die Ergebnisse nach Datenbank und Katalog protokolliert. Für die systematische Literaturrecherche werden deutschsprachige Suchbegriffe verwendet. Sie sind in der Tabelle 1 nach Bereichen (vgl. 1. Einschlusskriterium: Förderprogramm, Rechenschwäche, Sachrechnen) aufgelistet.

Tabelle 1: Übersicht über die Suchbegriffe

Suchbegriffe für Förderprogramm	**Suchbegriffe für Rechenschwäche**	**Suchbegriffe für Sachrechnen**
Förder*	Rechenschwäche	Sachrechnen
Training*	Dyskalkulie	Modellieren
Intervention	Rechenstörung	Textaufgabe*

Für die Suche werden drei Suchbegriffe miteinander kombiniert. Insgesamt ergibt das 27 Kombinationsmöglichkeiten, mit welchen die Plattformen bzw. Kataloge *PsychINFO*, *Psyndex*, *Eric*, *Educational Research Complete*, *MathEduc* und *swissbib* abgesucht werden. Zudem wird mit dem Platzhalter * gearbeitet, um alle Variationen eines Suchbegriffs einzuschliessen, wenn es davon mehrere Möglichkeiten gibt. Beispielsweise wird mit dem Begriff *Förder** recherchiert, womit unterschiedliche Termini wie z. B. *Förderung, fördern, Förderprogramm, Fördertraining* usw. eingeschlossen werden. Der Suchumfang wird somit durch den Einsatz des Platzhalters erweitert. Die Kombinationen werden mit dem booleschen Operator *AND* verbunden. Damit wird nur nach Literatur gesucht, die alle verwendeten Suchbegriffe aufweist (vgl. EBSCO Industries, o. J.; FIZ Karlsruhe, o. J.; Universität Basel, o. J.). Die folgende Tabelle gibt das Suchprotokoll der Gesamtabfrage über EBSCO exemplarisch wieder. Alle weiteren Suchprotokolle sind im Anhang A zu finden.

Tabelle 2: Suchprotokoll der Gesamtabfrage EBSCO (PsychINFO, Psyndex, Eric, Educational Research Complete)

Suchanfrage	**1. Begriff**	**2. Begriff**	**3. Begriff**	**Alle Treffer**	**Duplikate**[5]	**identische Treffer**[6]	**Abweichendes Thema**	**Quelle für genauere Prüfung**
1	Förder*	Rechenschwäche	Sachrechnen	3	0	0	2	1
2	Förder*	Rechenschwäche	Modellieren	1	0	0	0	1
3	Förder*	Rechenschwäche	Textaufgabe*	15	1	0	7	7
4	Förder*	Dyskalkulie	Sachrechnen	0	0	0	0	0
5	Förder*	Dyskalkulie	Modellieren	0	0	0	0	0
6	Förder*	Dyskalkulie	Textaufgabe*	7	1	1	5	0
7	Förder*	Rechenstörung	Sachrechnen	0	0	0	0	0
8	Förder*	Rechenstörung	Modellieren	0	0	0	0	0
9	Förder*	Rechenstörung	Textaufgabe*	3	0	2	1	0
10	Training*	Rechenschwäche	Sachrechnen	0	0	0	0	0
11	Training*	Rechenschwäche	Modellieren	1	0	1	0	0
12	Training*	Rechenschwäche	Textaufgabe*	5	0	4	0	1
13	Training*	Dyskalkulie	Sachrechnen	0	0	0	0	0
14	Training*	Dyskalkulie	Modellieren	0	0	0	0	0
15	Training*	Dyskalkulie	Textaufgabe*	1	0	1	0	0
16	Training*	Rechenstörung	Sachrechnen	0	0	0	0	0
17	Training*	Rechenstörung	Modellieren	0	0	0	0	0
18	Training*	Rechenstörung	Textaufgabe*	2	0	2	0	0
19	Intervention	Rechenschwäche	Sachrechnen	0	0	0	0	0
20	Intervention	Rechenschwäche	Modellieren	0	0	0	0	0
21	Intervention	Rechenschwäche	Textaufgabe*	4	0	4	0	0
22	Intervention	Dyskalkulie	Sachrechnen	0	0	0	0	0
23	Intervention	Dyskalkulie	Modellieren	0	0	0	0	0
24	Intervention	Dyskalkulie	Textaufgabe*	1	0	1	0	0
25	Intervention	Rechenstörung	Sachrechnen	0	0	0	0	0
26	Intervention	Rechenstörung	Modellieren	0	0	0	0	0
27	Intervention	Rechenstörung	Textaufgabe*	2	0	2	0	0
Total				**45**	**2**	**18**	**15**	**10**

[5] Gleiche Quellen in derselben Suchanfrage. Sie werden vom Total *Quellen für genauere Prüfung* abgezogen.

[6] Gleiche Quelle in einer früheren Suchanfrage. Sie werden vom Total *Quellen für genauere Prüfung* abgezogen.

Die systematische Suche hat insgesamt 117 Treffer ergeben, wovon 25 die Bereiche *Förderprogramm, Rechenschwäche, Sachrechnen* abdecken. Die Schneeballsuche in Sekundärliteratur und Empfehlungen haben zudem vier weitere Treffer ergeben. Die insgesamt 29 Quellen wurden in der anschliessenden Analyse mittels der oben beschriebenen Ein- und Ausschlusskriterien genau geprüft und zu einem Literaturkorpus zusammengefasst.

5.2.2 Literaturkorpus

Das Literaturkorpus beinhaltet elf Förderprogramme, die alle Einschlusskriterien erfüllen. Die ausführliche Dokumentation über die Erfüllung bzw. Nichterfüllung der Einschlusskriterien findet sich im Anhang B. Existieren ein Manual oder festgehaltene Förderhinweise im Bereich des Sachrechnens, dann werden diese kodiert. Aufgabensammlungen werden nur dann kodiert, wenn sie aufschlussreich für die in den Förderhinweisen beschriebenen Aspekte sind. Sind einzig Aufgaben vorhanden, die jedoch Rückschlüsse auf die Förderung zulassen, werden diese kodiert. In der folgenden Tabelle ist das Material gelb hinterlegt, das kodiert wird.

Tabelle 3: Literaturkorpus

<table>
<tr><td colspan="3">Quelle: Born, A. & Oehler, C. (2013). Kinder mit Rechenschwäche erfolgreich fördern: ein Praxishandbuch für Eltern, Lehrer und Therapeuten (5., aktualisierte und erweiterte Auflage). Stuttgart: Verlag W. Kohlhammer.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Material: 1 Praxishandbuch mit 222 Seiten
- Information über den Lernprozess, Rechenschwäche und Förderung v. a. im Einzelsetting (z. B. als Eltern)
- wovon 5 Seiten zum Sachrechnen (S. 178–182)</td><td>Inhalt: Das Unterkapitel Sachrechnen bietet Förderhinweise anhand von „Tricks“, eines Fallbeispiels und Beispielaufgaben. Das Praxishandbuch bringt das Thema Rechenschwäche mittels „Mythen“ und deren „Faktencheck“ den Lesenden anschaulich näher und umfasst generelle und konkrete Förderung.</td></tr>
<tr><td>Schulstufe: Primarstufe</td><td>AnwenderIn: Eltern, Lehrpersonen, Therapeuten</td><td>Preis: ca. Fr. 32.– (Print)
ca. Fr. 20.– (ebook)</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="3">Quelle: Gaidoschik, M. (2016). Rechenschwäche verstehen – Kinder gezielt fördern: ein Leitfaden für die Unterrichtspraxis (Bergedorfer Förderdiagnostik) (9. Auflage). Hamburg: Persen.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Material: 1 Praxishandbuch mit 192 Seiten zum
- Zählen, Mengenvorstellungen, Zahlbeziehungen, ersten Rechnen
- Ein kleiner Bereich zum Einbezug des Sachrechnens in den Anfangsunterricht (S. 150–152)</td><td>Inhalt: Das Praxishandbuch zeigt auf, welche Bereiche beim Erwerb der Sachrechenkompetenz besonders gefördert werden sollen und wie bzw. wie nicht.</td></tr>
<tr><td>Schulstufe: Anfangsunterricht bzw. zur Förderung Lernender, welche mit dem Schulstoff der 1. und 2. Klasse Mühe haben</td><td>AnwenderIn: Lehrpersonen</td><td>Preis: ca. Fr. 30.– (Print)</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="3">Quelle: Helfer, M. (2016). Trainings-Inventar Rechenstörung (T-I-R): Schnelle Hilfe bei Lernstörungen – Dyskalkulie. Tübingen: dgvt-Verlag.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Material: 1 Buch mit 217 Seiten, davon
- Information zum Therapieansatz T-I-R (S. 18–24)
- 2 Seiten Hinweise zum Sachrechnen (S. 195–196)
- 6 Doppelseiten Arbeitsblätter (einfach bis schwierig) (S. 197–202), wovon S. 197–198 kodiert wird
- Zudem Theorie zur Rechenschwäche, zahlreiche Hinweise und Übungsblätter, Vorlagen für die Therapie und CD mit weiterem Material</td><td>Inhalt: Dieses Übungsinventar umfasst verschiedene Bereiche des Rechnens und widmet sich in einem Teil dem Sachrechnen (siehe Material). Es verfolgt die Abfolge Informationsphase, Regeln, Arbeitsphase, Rückmeldungsphase und Spielphase.</td></tr>
<tr><td>Schulstufe: Anfangsunterricht, Einzel- oder Gruppeneinsatz</td><td>AnwenderIn: PsychologIn, PädagogIn, Lehrperson,</td><td>Preis: ca. Fr. 35.– (Print)</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="2">Quelle: Lenhard, W. und Lenhard, A. (2010). Rechenspiele mit Elfe und Mathis. 2: Ein Mathematiktraining für Kinder der ersten bis dritten Jahrgangsstufe: Manual (Hogrefe-Förderprogramme). Göttingen: Hogrefe.</td></tr>
<tr><td>Material: Computerspiel
- Computerspiel für Lernende (nur Windows 2000, XP, VISTA oder 7 kompatibel)
- Zusatzfunktionen für die Lehrperson
- 1 Manual für die Lehrperson, wovon die Seiten zum Sachrechnen analysiert werden (S. 32–36)</td><td>Inhalt: Elfe und Mathis sind Fantasiewesen und müssen im Computerspiel Aufgaben bewältigen, zu denen Mathematik benötigt wird, wobei 20 % des Spiels Sachaufgaben sind. Das Spiel hat drei aufeinander aufbauende Niveaus.</td></tr>
</table>

Schulstufe: 3.–5. Klasse	**AnwenderIn:** keine Angaben, grundsätzlich alle, die Rechenförderung machen	**Preis:** ca. Fr. 139.– (Computerspiel und Manual zusammen, sind nicht einzeln erwerblich)

Quelle: Moser Opitz, E. und Schmassmann, M. (2004). *Heilpädagogischer Kommentar zum Zahlenbuch: Hinweise zur Arbeit mit Kindern mit mathematischen Lernschwierigkeiten.* (1. Auflage). Zug: Klett und Balmer.		
Material: Es gibt 5 verschiedene Heilpädagogische Kommentare zum Zahlenbuch (ZB) (ZB 1–4 je einen, ZB 5, 6 einen gemeinsamen). Diese enthalten - Diagnostik, Theorie und Förderhinweise zu den Bereichen des Zahlenbuchs - Für die Analyse wird der Heilpädagogische Kommentar zum ZB 4 im Bereich Sachrechnen (S. 43–46) analysiert.	**Inhalt:** Neben einer diagnostischen Lernstanderfassung gibt der heilpädagogische Kommentar Förderhinweise für schwache Lernende in allen Bereichen des Zahlenbuchs, so auch zum Sachrechnen.	
Schulstufe: Primarstufe, wobei auch in Oberstufenlehrmitteln Bezug genommen wird auf das ZB 4, 5/6	**AnwenderIn:** Lehrpersonen	**Preis:** ca. Fr. 46.– (Print)

Quelle: Prediger et al. (2017). *Mathematik sicher können – Förderbausteine Sachrechnen: Für Lehrerinnen und Lehrer.* Berlin: Cornelsen		
Material: - Ein Manual für Lehrpersonen (Textaufgaben S. 72–87) - Ein Arbeitsheft für Lernende mit Standortbestimmungen (formative Lernkontrollen) und Aufgabensammlung	**Inhalt:** Die Förderbausteine umfassen den Umgang mit Grössen, Schätzen, Textaufgaben, Diagrammen, Proportionen und Prozentrechnen. Jeder Förderbaustein wird im Kommentar für die Lehrpersonen beschrieben. Auf die möglichen Schwierigkeiten und dessen Förderung wird eingegangen.	
Schulstufe: 5.–8. Klasse	**AnwenderIn:** Lehrpersonen	**Preis:** Arbeitsheft: ca. Fr. 10.– (Print) Manual gratis, PDF-Download

Quelle: Scherer, P. & Moser Opitz, E. (2010). *Fördern im Mathematikunterricht der Primarstufe.* Heidelberg: Spektrum, Akademischer Verlag.		
Material: 1 Praxishandbuch mit 235 Seiten - Information über Rechenschwäche und Förderung im Klassenverband - umfasst Theorie, Diagnostik, Förderung - wovon 18 Seiten zum Sachrechnen (S. 160–178)	**Inhalt:** Das Unterkapitel Sachrechnen bietet Förderhinweise, wobei die Theorie und Praxis anhand von Fallbeispielen und Beispielaufgaben verknüpft werden. Das Praxishandbuch behandelt zahlreiche andere mathematische Inhalte.	
Schulstufe: Primarstufe	**AnwenderIn:** Lehrpersonen	**Preis:** ca. Fr. 32.– (Print) ca. Fr. 23.– (ebook)

Quelle: Simon, N. & Simon, H. (2011). *Das Diagnose-Förder-Paket 4: Materialien zur gezielten Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht.* Offenburg: Mildenberger.		
Material: Die Diagnose-Förder-Pakete gibt es für die 1.–4. Klasse. Es wird das Förder-Paket 4 analysiert. - Diagnostik, Auswertungsschablonen, Fördermaterial - Förderung zu verschiedenen mathematischen Bereichen - 2 Seiten Förderhinweise zum Sachrechnen (ohne Seitenzahl) - 30 Seiten Fördermaterial (S. 115–144), wobei Textaufgaben kodiert werden (S. 115–133)	**Inhalt:** Das Diagnose-Förder-Paket enthält diagnostische Tests zu unterschiedlichen mathematischen Teilbereichen mit Auswertungsschablonen, Förderplanung und Fördermaterial, u. a. auch für das Sachrechen. Dieser Teil besteht aus einigen Förderhinweisen und einer Aufgabensammlung fürs Sachrechnen.	
Schulstufe: Primarstufe 1.–4. Klasse	**AnwenderIn:** Lehrpersonen	**Preis:** ca. Fr. 52.– (Print)

Quelle: Stern, E., Hasemann, K. & Grünke, M. (2004). Aufbau elaborierter Rechenfertigkeiten. In G. W. Lauth, M. Grünke & J. C. Brunstein (Hrsg.), *Interventionen bei Lernstörungen: Förderung, Training und Therapie in der Praxis* (S. 220–231). Göttingen: Hogrefe, Verl. für Psychologie.	
Material: 1 Herausgebewerk zu verschiedenen Lernstörungen - davon 3 Kapitel zu Rechenschwäche (S. 199–231) - wovon 11 Seiten zum Sachrechnen (S. 220–231)	**Inhalt:** Der Buchteil bietet Förderhinweise, wobei die Theorie mit der Praxis anhand von Fallbeispielen und Beispielaufgaben verknüpft werden. Das Herausgeberwerk verfügt über weitere Teile zur mathematischen Förderung und weitere Förderung bei besonderem Bildungsbedarf.

Schulstufe: Anfangsunterricht, Einzel- oder Gruppeneinsatz	**AnwenderIn:** primär psychologischeR BeraterIn, TrainerIn, TherapeutIn, aber auch PädagogIn, Lehrperson	**Preis:** ca. Fr. 70.– (Print) ca. Fr. 52.– (ebook)

Quelle: Trossbach-Neuner, E. (1998). *Wie alt ist die Frau des Kapitäns?* Föderschulmagazin, 20 (12), 15–18		
Material: 1 Zeitschriftenartikel im Förderschulmagazin mit vier Seiten - Förderhinweise fürs Sachrechnen (S. 15–18)	**Inhalt:** Der Artikel zeigt anhand von Beispielen die Förderung auf.	
Schulstufe: Primarstufe	**AnwenderIn:** Lehrpersonen	**Preis:** –

Quelle: Waasmaier, S. (2013). *Mathematik in eigenen Worten: Lernumgebungen für die Sekundarstufe I.* Baar: Klett und Balmer.		
Material: 1 Praxishandbuch 208 Seiten mit Lernumgebungen zu unterschiedlichen mathematischen Bereichen und Anleitungen für deren Einsatz - Hinweise für den Einsatz der Lernumgebungen (S. 7–30, wobei S. 7–24 relevant für die Analyse sind) - davon 7 Lernumgebungen zum Sachrechnen (S. 157–195, wobei eine davon analysiert wird [S. 157–162])	**Inhalt:** Das Praxishandbuch stellt selbstdifferenzierende Lernumgebungen für schwache bis starke Rechnende zur Verfügung. Die Lernumgebungen werden mittels dialogischen Lernens bearbeitet.	
Schulstufe: Sek I	**AnwenderIn:** Lehrpersonen	**Preis:** ca. Fr. 54.– (Print)

5.3 Inhaltlich strukturierende Inhaltsanalyse

Die Analyse der Förderprogramme in den Texten des Literaturkorpus erfolgt in sieben Schritten, die weitgehend der inhaltlich strukturierenden Inhaltsanalyse nach Kuckartz (2016, S. 100ff.) folgen. Da es sich bei den Texten nicht um verschriftlichte Interviews oder andere verschriftlichte Interaktionen handelt, wie dies bei Inhaltsanalysen oft der Fall ist, wird die Inhaltsanalyse an gewissen Stellen dem vorliegenden Material angepasst.

5.3.1 Initiierende Textarbeit

Die erste Phase, die initiierende Textarbeit, widmet sich dem genauen Studium der Dokumente. Diese beinhaltet das genaue Lesen des Textes auf inhaltlicher und formaler Ebene, welche in eine Fallzusammenfassung mündet (vgl. Kuckartz, 2016, S. 56ff.). Hier ergibt sich die erste Abänderung des idealtypischen Ablaufs. Dieser Schritt wurde mit der Analyse der Dokumente mittels der fünf Ein- bzw. Ausschlusskriterien zur Erstellung des Literaturkorpus kombiniert. Die Fallzusammenfassung erfolgt in Form von ein bis zwei resümierenden Sätzen zum Inhalt. Zudem werden sie durch gewisse formale Angaben ergänzt. Dazu zählen das dazugehörige Material zur Förderung, der Umfang in Seitenangaben, die Zielstufe, das Zielpublikum der Anwenderinnen und Anwender (z. B. Lehrpersonen, Eltern) sowie der Preis. Diese Angaben dienen der transparenten Orientierung über die Art der vorliegenden Förderprogramme und sind in der vorhergehenden Tabelle 3 zu finden.

5.3.2 Kategorienbildung und Kodierung

Die zweite Phase widmet sich der Entwicklung thematischer Hauptkategorien (vgl. Kuckartz, 2016, S. 101). Aufgrund der vorgängigen theoretischen Auseinandersetzung lassen sich diese a priori bilden. Ausschlaggebend für die Bildung der Hauptkategorien sind die Fragestellungen. In der Theorie wird mit der Fragestellung nach möglichen Antworten gesucht. Diese möglichen Antworten bilden die Kategorien. Da die Theorie in manchen Bereichen sehr umfassend vorhanden ist, ist die Bildung der Sub- bzw. Sub-Subkategorien bereits möglich. Auf weitere Ebenen wird verzichtet (vgl. ebd., S. 177). Jede Kategorie wird mit einer Definition versehen und – wenn angezeigt – auch abgrenzend spezifiziert. Zudem wird jeder Kategorie ein Ankerbeispiel angefügt.

Beides ermöglicht die einheitliche Kodierung und dient der Nachvollziehbarkeit (vgl. ebd., S. 40). Die Gesamtheit aller Kategorien bildet das Kategorienhandbuch und findet sich im Anhang C. Ein Ausschnitt daraus findet sich in den Tabelle 5. Die Hauptkategorien sind in der Tabelle 4 aufgelistet.

Tabelle 4: Übersicht über die Hauptkategorien

Sachaufgabe	Modellierungsschritte	Schwierigkeiten / hemmende Faktoren
Evaluation der Methode	Anleitung	Kritische Würdigung
Fallbeispiele	Beispielaufgaben	Aufgabensammlung
Förderung	Anspruchsvolles Zahlenmaterial	

Tabelle 5: Hauptkategorie - Ausschnitt aus dem Kategorienhandbuch

Name der Kategorie	**Inhaltliche Beschreibung / Abgrenzung (nur, wenn nötig)**	**Ankerbeispiel**
Schwierigkeiten / hemmende Faktoren	- Beschreiben Schwierigkeiten oder Blockaden, die sich beim Lösen von Sachaufgaben ergeben - Beschreiben hemmende Faktoren, aus denen sich Schwierigkeiten generieren **Abgrenzung von** - generellen mathematischen Schwierigkeiten - generellen Schwierigkeiten, die sich aufgrund einer Rechenschwäche ergeben (Ausgenommen davon sind Erwähnungen im Zusammenhang mit dem Lösen des mathematischen Modells)	„dass insbesondere bei der Bearbeitung kontextbezogener Aufgabenstellungen viele Schülerinnen und Schüler Probleme haben“ (Scherer & Moser Opitz, 2010, S. 161).

In der dritten Phase, dem ersten Kodierprozess, werden die Dokumente computerunterstützt kodiert. Anschliessend werden in der vierten Phase die gleichen Hauptkategorien zusammengestellt und in einem fünften Schritt werden die Subkategorien induktiv gebildet. Grundsätzlich wird dieser Vorgehensweise gefolgt, wobei nur dort Sub- bzw. Sub-Subkategorien induktiv gebildet werden, wo die bereits bestehenden noch zu wenig ausdifferenziert sind. In der sechsten Phase wird das gesamte Material ausdifferenziert kodiert. Anschliessend folgt die Analyse des kodierten Materials, die im Ergebnisteil präsentiert wird (vgl. Kuckartz, 2016, S. 102ff.).

5.3.3 Analyse

Für den Ergebnisteil zur ersten Fragestellung werden die einzelnen Sachrechenförderprogramme entlang der Hauptkategorien ausgewertet. Was die einzelnen Konzepte beinhalten bzw. was nicht, steht dabei im Fokus. Damit die Ergebnispräsentation in dieser Form möglich ist, werden für jedes Förderprogramm die Originalzitate pro Kategorie prägnant in eigene Worte gefasst und reduziert. Diese sogenannten thematischen Summaries berücksichtigen jene kodierten Segmente, die in Bezug auf die Fragestellung interessant sind (vgl. Kuckartz, 2016, S. 111ff.) und finden sich im Anhang E. Weiter werden die Zusammenhänge zwischen den Subkategorien einerseits innerhalb einer Hauptkategorie analysiert, z. B. welche Fördermethoden genannt werden. Andererseits wird geschaut, ob und welche Zusammenhänge auch zwischen den Subkategorien unterschiedlicher Hauptkategorien bestehen. Das geht dann über in eine grossflächigere Suche nach Zusammenhängen zwischen den Kategorien (vgl. Kuckartz, 2016, S. 118f.), die zu einer Gruppierung der Förderprogramme führt. Es wird zudem hervorgehoben, wo der Schwerpunkt der einzelnen Förderkonzepte liegt. Für die zweite Fragestellung werden die Förderaspekte mit den Ergebnissen aus der evidenzbasierten Bildungsforschung in Beziehung gesetzt. Nach dem Kodieren wird jedes Dokument nochmals untersucht. Es wird geschaut, ob die kodierten Segmente den Erkenntnissen aus der evidenzbasierten Forschung zugeordnet werden können. Ist dies der Fall, so wird das kodierte Segment farblich markiert (vgl. Anhang F). Die folgende Tabelle zeigt die Zuordnung der Codes zu den evidenzbasierten Forschungserkenntnissen. Es ist zu beachten, dass ein Code nicht automatisch einer evidenzbasierten Forschung zugeordnet werden kann. Die Kriterien für eine Zuordnung sind im Anhang F festgehalten. Für die Beurteilung der Ganzheitlichkeit wird berücksichtigt, welche Förderaspekte die Förderprogramme beinhalten und was sie zusätzlich der Leserin oder dem Leser mitliefern (Diagnosehinweise, Fallbeispiele, Aufgabensammlung). Für die Beantwortung der zweiten Fragestellung werden die Stärken bzw. Schwächen des Förderprogramms deskriptiv aufgezeigt.

Tabelle 6: Zuordnung der Codes zur evidenzbasierten Forschung

Code	**evidenzbasierte Forschungserkenntnis**
Scaffolding	strategy based methods d = 0,85 (Hattie, 2009, S. 145)
modellierende Sequenz	teacher modeling d = 0,73 (Hattie, 2009, S. 145)
explizite Instruktion	beinhaltet teacher modeling d = 0,73 / guided practice d = 0,86 / peer tutoring d = d = 0,76 (Hattie, 2009, S. 145)
Rückmeldung	specific forms of feedbacks d = 0,62
dialogisches Lernen / konstruktivistische Erschliessung über Gespräch	working within peer groups d = 0,26 (Hattie, 2009, S. 145) bzw. die Erkenntnis, dass die konstruktivistische Lehrmethode weniger effektiv als die explizite Instruktion ist (Kroesbergen, Van Luit & Maas, 2004)
- Erfassung / Visualisierung / Darstellung des Kontexts - Erfassung / Visualisierung / Darstellung des Kontexts \ konkret handelnd - Erfassung / Visualisierung / Darstellung des Kontexts \ eigene Visualisierung	alternative representation modes d = 0,26 (Hattie, 2009, S. 145)
Vorläuferfertigkeiten / Basiskompetenz	identifying and teaching relevant preskills d = 0,28 (Hattie, 2009, S. 145)
Schemaidentifikation	evidenzbasierte Methode nach Forbringer und Fuchs (2013)
- metakognitive Sequenz - Arbeit auf der emotionalen bzw. Verhaltensebene	evidenzbasierte Methode nach Montague (2008)
Arbeit auf der emotionalen bzw. Verhaltensebene	reducing anxiety d = 0,40 (Hattie, 2009, S. 50)

6 Ergebnisse

Dieser Teil beschäftigt sich mit der Beantwortung der beiden Fragestellungen, die an dieser Stelle nochmals vermerkt sind:

1. Welche Förderaspekte sind in den in dieser Arbeit berücksichtigten Förderprogrammen in Bezug auf das Sachrechnen mit rechenschwachen Lernenden berücksichtigt?
2. Wie ganzheitlich und evidenzbasiert sind die Förderprogramme?

Die vorgenommenen Analysen (vgl. Kapitel 5.3.3) werden hier nun beschreibend präsentiert. Als Erstes wird ein Exkurs der theoretischen Aspekte der Förderprogramme gemacht. Dieser offenbart bereits gewisse Gemeinsamkeiten einzelner Programme. Für die Beantwortung der ersten Fragestellung wird dann eine solche Gruppierung nach erkennbaren Ähnlichkeiten vorgenommen, die für die Beantwortung der zweiten Fragestellung beibehalten wird. Abschliessend werden die besonders geeigneten Förderprogramme nochmals hervorgehoben, wobei hier nochmals betont wird, dass es eine deskriptive Analyse ist und kein Ranking vorgenommen wird.

6.1 Exkurs zu den theoretischen Aspekten

Die Förderprogramme geben neben den Förderhinweisen auch Hintergrundinformationen zu theoretischen Aspekten. Diese theoretischen Aspekte sind insofern wichtig, als dass sie aufzeigen, welchen theoretischen Standpunkt die Autorinnen und Autoren hinsichtlich gewisser Merkmale (Modellierungsschritte, Sachaufgabe, Schwierigkeiten bzw. hemmende Faktoren) vertreten. Zudem kann analysiert werden, wie die einzelnen Förderprogramme auf die dargelegte Theorie Bezug nehmen. Da diese theoretischen Aspekte aber nicht Teil der Fragestellungen sind, werden sie hier lediglich in einer generellen Form präsentiert und es wird nur exemplarisch auf die einzelnen Förderprogramme eingegangen. Die folgende Tabelle zeigt auf, welche theoretischen Bezüge in den Förderprogrammen berücksichtigt sind.

Tabelle 7: Theoretische Bezüge in den Förderkonzepten (✓ = vorhanden, x = nicht vorhanden)

Förderkonzepte	Modellierungs-schritte	Sachaufgaben	Schwierigkeiten/ hemmende Faktoren
Born und Oehler (2013) Kinder mit Rechenstörung erfolgreich fördern	✓	x	✓
Gaidoschik (2016) Rechenschwäche verstehen – Kinder gezielt fördern	x	✓	✓
Helfer (2016) Trainings-Inventar Rechenstörung (T-I-R)	✓	✓	✓
Lenhard und Lenhard (2010) Rechenspiele mit Elfe und Mathis 2	x	✓	✓
Moser Opitz und Schmassmann (2004) Heilpädagogischer Kommentar zum Zahlenbuch 4	✓	✓	✓
Prediger et al. (2017) Mathe sicher können (Sachrechnen)	✓	x	✓
Scherer und Moser Opitz (2010) Fördern im Mathematikunterricht der Primarstufe	✓	✓	✓
Simon und Simon (2011) Das Diagnose-Förder-Paket 4	x	x	✓
Stern et al. (2014) Aufbau elaborierter Rechenfertigkeiten	✓	✓	✓
Trossbach-Neuner (1998) Wie alt ist die Frau des Kapitäns?	✓	✓	✓
Waasmaier (2013) Mathematik in eigenen Worten	x	✓	x

Das alleinige Vorhandensein aller Kategorien ist noch kein Mass für Qualität. Die Tabelle darf deswegen nicht wertend gedeutet werden. Während beispielsweise Helfer (2016) zwar alle Bereiche abrissartig inkludiert, werden sie bei anderen zwar nicht vollständig, dafür aber ausführlicher diskutiert (vgl. Häufigkeitstabelle im Anhang D). Auf die Kategorien *Modellierungsschritte, Sachaufgabe und Schwierigkeiten/hemmende Faktoren* wird nun separat eingegangen.

6.1.1 Modellierungsschritte

Drei der zehn Förderkonzepte veranschaulichen den Modellierungsprozess in sechs Bearbeitungsschritten als Strukturierungshilfe für die Förderung des Sachrechnens. Es sind dies Born und Oehler (2013), Prediger et al. (2017) und Stern et al. (2014). Born und Oehler (2013) sowie Prediger et al. (2017) formulieren eigens Modellierungsschritte, während Stern et al. auf die Solve-it!-Strukturierung nach Reid und Lienemann (2006) zurückgreifen.

Tabelle 8: Strukturierungshilfen

Born und Oehler (2013)	Prediger et al. (2017)	Stern et al. (2014)
1. Aufgabe mehrmals langsam lesen 2. Zahlen finden und unterstreichen, auch jene, die als Zahlwort ausformuliert sind 3. Herausfinden, was gesucht ist 4. Überlegen, welche Operationen passen 5. Bei mehrstufigen Aufgaben wird überlegt, wie die Operationen zusammenhängen 6. Überprüfen, ob das Resultat stimmt und Sinn ergibt	1. Text lesen 2. Die abhängige Variable (gesucht) finden und auf einer Karte notieren 3. Die unabhängigen Variablen (gegeben) finden und auf einer Karte notieren 4. Zusammenhänge erfassen und mit Pfeilen ein Informationsnetz erstellen 5. Fehlende Informationen berechnen 6. Ergebnis überprüfen	1. Text lesen 2. Text paraphrasieren 3. Wichtige Informationen unterstreichen 4. Passende Rechnungen dazu antizipieren 5. Rechnung ausführen 6. Resultat überprüfen

Sehr ähnlich umschreiben auch Moser Opitz und Schmassmann (2004) sowie Scherer und Moser Opitz (2010) die Modellierungsschritte, wobei sie diese nicht als Strukturierungshilfe für die Sachrechentätigkeit in ihre Förderung integrieren. Nur vage benennen dagegen Trossbach-Neuner (1998) und Helfer (2016) das Modellieren als Verknüpfung zwischen Kontext und Mathematik.

6.1.2 Sachaufgabe

Helfer (2016), Moser Opitz und Schmassmann (2004), Scherer und Moser Opitz (2010), Stern et al. (2014) und Trossbach-Neuner (1998) betonen alle den realistischen oder gar Alltagsbezug von Sachaufgaben. Sie grenzen sie teilweise von der Sachaufgabe ohne Alltagsbezug ab, die sie *Textaufgabe* oder *Sätzliaufgabe* nennen. Als zwei spezielle Fälle sind hier Gaidoschik (2016) und Lenhard und Lenhard (2010) zu nennen. Lenhard und Lenhard (2010) fördern mit quasi authentischen Aufgaben. Im realen Leben wären das Aufgaben ohne Realitätsbezug. Durch das Computerspiel erlangen die Aufgaben aber für die beiden Figuren *Elfe und Mathis* bzw. für die Kinder, die in deren Rolle schlüpfen, eine virtuelle Realität (vgl. S. 32). Ebenfalls nennenswert ist Gaidoschiks Definition von Sachaufgaben, die er *Problemstellungen* nennt. Dabei definiert er die Problemstellung über ihre Neuartigkeit.

„Was aber macht eine Aufgabe zum Problem? Zu einem guten Teil wohl die Neuartigkeit: die Tatsache, dass man noch nie (oder noch nicht oft) vor einer so gearteten Aufgabe stand. Andernfalls wird die Aufgabe bald zur Routine. Das muss nicht heissen, dass ihre Bewältigung keine Schwierigkeiten mehr bereitet. Aber dabei geht es dann weniger um ‚Problemlösung' als um das Erinnern und Abspulen eines bereits (mehrfach) erfolgreichen Lösungsweges und um Tugenden wie Genauigkeit, Durchhaltevermögen, Aufmerksamkeit usw." (Gaidoschik, 2016, S. 152).

6.1.3 Schwierigkeiten

Die Sachrechenschwierigkeiten werden in zehn von elf Förderprogrammen diskutiert, wie die Tabelle 7 zeigt. Über Schwierigkeiten bei der Identifikation der Variablen (was ist relevant, was wird gesucht), Verständnisschwierigkeiten auf der kontextuellen Ebene sowie Schwierigkeiten bei der Überführung des Kontexts in die Mathematik wird am häufigsten berichtet (vgl. Anhang D). Das folgende Zitat zeigt exemplarisch auf, dass Lernende einfach losrechnen, ohne überhaupt die relevanten Variablen in einer Aufgabe zu identifizieren, was in einer Mehrzahl der Förderkonzepte geschildert wird: „Häufig nutzen sie [die Lernenden] jedoch Oberflächenstrategien (wie z. B. die Nutzung aller auftauchenden Zahlen zur Berechnung der Lösung oder die Ope-

rationswahl nach Schlüsselwörtern oder Unterrichtsthema)“ (Prediger et al., 2017, S. 72). Insbesondere Gaidoschik (2016), Moser Opitz und Schmassmann (2004) sowie Scherer und Moser Opitz (2010) schreiben dies einem Unterricht zu, der solche Strategien begünstigt, idem zu wenig auf der Sachebene gearbeitet wird:
„Aber vermutlich wurde bei vielen Kindern, die in der zweiten, dritten und vierten Schulstufe bei ‚Kapitänsaufgaben‘ beherzt darauflosrechnen, schon in der ersten Schulstufe der Grundstein gelegt für ein Verhalten, das so beschrieben werden könnte: ‚Wenn in einer Geschichte Zahlen stehen, dann muss ich damit rechnen; sonst wären da ja wohl keine Zahlen, oder?‘“ (Gaidoschik, 2016, S. 151).

6.2 Ergebnisse zur ersten Fragestellung

Nachdem nun die theoretischen Aspekte der Förderprogramme exemplarisch aufgezeigt wurden, wendet sich dieser Ergebnisteil der ersten Fragestellung zu, welche die berücksichtigten Förderaspekte in den Förderprogrammen in Bezug auf das Sachrechnen bei rechenschwachen Lernenden untersucht (vgl. Thematische Summaries im Anhang E). Schon im Exkurs der theoretischen Aspekte zeichnen sich gewisse Tendenzen ab. Einerseits gibt es die Programme, welche die kontextuelle Ebene in den Mittelpunkt stellen und das Abspulen von Automatismen ohne Berücksichtigung der Sachlage ablehnen. Andererseits gibt es jene Programme, welche im Sachrechnen ein strukturiertes Vorgehen sehen und das Durchlaufen einer Sachaufgabe in einzelne Modellierungsschritte aufteilen. Diese Tendenzen sind anhand der Häufigkeit der kodierten Segmente erkennbar und in der folgenden Tabelle 9 dargestellt. Anhand dieser Ähnlichkeiten werden die Förderprogramme gruppiert. Die erste Gruppe zeichnet sich durch die Auseinandersetzung mit dem Kontext auf unterschiedlichen Repräsentationsebenen aus. Sie fördern das Entdecken von Lösungswegen und schlagen vorwiegend einen konstruktivistischen Zugang zum Sachrechnen vor. Zudem favorisieren sie tendenziell eher offene Aufgabenformate. Die zweite Gruppe ist heterogener, hat aber die Strukturierungshilfe (Scaffolding) oder modellierende Sequenzen bzw. die explizite Instruktion als gemeinsames Merkmal. Die dritte Gruppe ist eine Restgruppe, bei der keine klare Ausprägung ersichtlich ist. Es ist augenscheinlich, dass diese Gruppen auch Schnittmengen aufweisen – gerade im Bereich der Kontexterfassung – und sind daher nicht als absolut zu verstehen. Die folgende Ergebnispräsentation ist deskriptiv und zeigt für die Beantwortung der ersten Fragestellung die zentralen Merkmale der einzelnen Förderprogramme auf. Aus der Tabelle 9 lassen sich gewisse Ähnlichkeiten erkennen.

Tabelle 9: Relative Häufigkeit der kodierten Segmente in der Haupt- und Subkategorien "Förderung"

	Förderung	Förderung \ "falsche Förderung" Autorensicht	Förderung \ holistischer Ansatz	Förderung \ atomistischer Ansatz	Förderung \ Heuristik	Förderung \ Einbindung Drittpersonen	Förderung \ Aufgabentyp	Förderung \ Scaffolding	Förderung \ Sprachförderung	Förderung \ Erfassung / Visualisierung / Darstellung des Kontexts	Förderung \ Rückmeldung	Förderung \ Methodenmix	Förderung \ explizite Instruktion	Förderung \ modellierende Sequenz	Förderung \ dialog. Lernen / konstruktivistische Erschliessung über Gespräch	Förderung \ Metakognitive Sequenz	Förderung \ abnehmende Unterstützung	Förderung \ Einzelarbeit	Förderung \ Partnerarbeit	Förderung \ Arbeit auf der emotionalen bzw. Verhaltensebene	Förderung \ Förderung Vorläuferfertigkeiten / Basiskompetenz	Förderung \ Fördersetting	Förderung \ weitere Fördermassnahmen
Gaidoschik (2016)	0%	17%	0%	0%	0%	0%	17%	0%	0%	4%	0%	0%	0%	0%	17%	0%	0%	0%	0%	9%	30%	0%	4%
Scherer und Moser Opitz (2010)	0%	3%	0%	0%	0%	0%	20%	0%	1%	32%	1%	1%	0%	1%	24%	5%	0%	0%	0%	1%	8%	0%	0%
Trossbach-Neuner (1998)	0%	2%	0%	0%	0%	0%	27%	0%	12%	43%	0%	0%	0%	0%	6%	4%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	6%
Waasmaier (2013)	0%	5%	2%	2%	2%	0%	16%	0%	3%	13%	2%	0%	0%	0%	17%	16%	0%	0%	0%	8%	7%	5%	0%
Moser Opitz und Schmassmann (2004)	3%	8%	0%	0%	3%	0%	19%	0%	8%	32%	0%	0%	0%	0%	11%	3%	0%	0%	0%	3%	8%	3%	0%
Prediger et al. (2017)	0%	0%	0%	0%	2%	0%	2%	7%	15%	35%	1%	0%	0%	7%	7%	22%	0%	1%	0%	0%	3%	0%	0%
Lenhard und Lenhard (2010)	0%	0%	0%	0%	0%	0%	24%	0%	4%	8%	4%	0%	4%	24%	8%	12%	0%	0%	0%	0%	12%	0%	0%
Stern et al. (2014)	0%	1%	0%	0%	0%	1%	8%	4%	3%	22%	5%	0%	18%	0%	3%	5%	1%	0%	1%	8%	12%	5%	0%
Born und Oehler (2016)	0%	0%	0%	0%	4%	0%	2%	7%	2%	31%	0%	0%	13%	0%	4%	4%	0%	0%	0%	20%	4%	7%	0%
Simon und Simon (2011)	4%	0%	0%	0%	0%	0%	26%	0%	0%	57%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	4%	0%	9%
Helfer (2016)	0%	0%	0%	0%	0%	11%	4%	4%	0%	9%	9%	0%	0%	0%	2%	7%	0%	0%	0%	28%	13%	13%	0%

6.2.1 Erste Gruppe

Die erste Gruppe besteht aus den folgenden Förderprogrammen, die sich durch die Kritik am herkömmlichen Sachrechnen auszeichnen, entdeckendes Lernen begünstigen, offene Aufgabenformate sowie die Berücksichtigung der unterschiedlichen Repräsentationsebenen (Subkategorie Erfassung / Visualisierung / Darstellung des Kontexts) für die Erfassung des Kontexts als zentrales Merkmal umfassen:

- *Rechenschwäche verstehen – Kinder gezielt fördern* von Gaidoschik (2016)
- *Wie alt ist die Frau des Kapitäns* von Trossbach-Neuner (1998)

- *Heilpädagogischer Kommentar zum Schweizer Zahlenbuch 4* von Moser Opitz und Schmassmann (2004)
- *Fördern im Mathematikunterricht der Primarstufe* von Scherer und Moser Opitz (2010)
- *Mathematik in eigenen Worten* von Waasmaier (2013)

6.2.1.1 *Rechenschwäche verstehen – Kinder gezielt fördern* von Gaidoschik (2016)

Gaidoschiks Hauptaugenmerk liegt auf der Förderung der Vorläuferfertigkeiten des Sachrechnens, ist das Zielpublikum auch der Anfangsunterricht mit dem Aufbau der mathematischen Basiskompetenz. Das Sachrechnen soll durch die von den Lernenden eigens erfundenen Rechengeschichten gefördert werden.
„Das Erfinden von eigenen Rechengeschichten durch die Kinder ist eine Weiterführung der schon angeregten ‚Übersetzungen' von (symbolisch notierten) Rechnungen in Materialhandlungen oder auch Abbildungen. Zumindest verbal können und sollten Sie solche Erfindungen auch schon im ersten Schuljahr anregen; parallel zur Weiterentwicklung der Schreibfähigkeiten der Kinder mehr und mehr auch schriftlich" (S. 152).
Wie im theoretischen Ergebnisexkurs aufgezeigt, kritisiert Gaidoschik das Abspulen von Lösungsschritten und fordert daher, dass die Geschichte und nicht die Zahlen den Vorrang haben, um so das Kontextdenken zu fördern. Auch der Einsatz von Kapitänsaufgaben fördert das Kontextdenken. Das Problemlösen muss dadurch gefördert werden, dass Kinder immer wieder neue Lösungswege beschreiten müssen, die ihnen Kreativität abverlangen. Die Entwicklung von Routine durch das Lösen ähnlicher Aufgaben lehnt er entschieden ab (vgl. Zitat S. 42). Hingegen eignen sich Denksportaufgaben für die Förderung der Kreativität, die vielen Lernenden Spass machen, obwohl sie keine Alltagsrelevanz aufweisen. Zahlenbeziehungen und Rechenoperationen sollen Lernende immer wieder zeichnerisch darstellen und diese in der Klasse diskutieren. Ebenso sollen Sachaufgaben und Lösungswege Gegenstand einer Diskussion sein, welche die Denkwege der Lernenden aufzeigen. Das Unterrichtsklima soll ein angstfreies Ausprobieren und Experimentieren zulassen, wobei entmutigten Lernenden immer wieder Mut zugesprochen wird.

6.2.1.2 *Wie alt ist die Frau des Kapitäns* von Trossbach-Neuner (1998)

Auch Trossbach-Neuner (1998) kritisiert ein Sachrechnen, das den Lernenden vermittelt, es ginge lediglich um die Verbindung von Schlüsselbegriffen oder Mengenangaben mit den Grundoperationen. Daher soll das Sachrechnen auf Basis der Sache durch offene oder halb offene Aufgabenstellungen gefördert werden. Für die Autorin ist die Auseinandersetzung auf der kontextuellen Ebene wichtiger, sie hat nicht den Anspruch, dass ein Ergebnis berechnet wird. Anlass für die kontextuelle Auseinandersetzung können Hörtexte oder Bilder sein, an denen Sachaufgaben schrittweise selbst konstruiert werden. Auch der Mensch-und-Umwelt-Unterricht bietet vielseitige Möglichkeiten, zu deren Inhalten mathematische Fragen und Aussagen entwickelt und diese z. B. nach Wahrheits- oder mathematischem Gehalt geordnet werden können. Andere Aufgabenformate können gezielt die Wahrnehmung relevanter und irrelevanter Variablen und Beziehungen trainieren.


Markus muss auf der Post einiges erledigen. Er gibt ein Paket auf. Das Porto kostet 7,80 DM. Briefmarken soll er auch besorgen. Er bezahlt dafür am Schalter 15,90 DM. Gut, dass er 30 DM eingesteckt hat.

Ordne zu!

2. Ausgabe	Porto für das Paket
Gesamtausgabe	Briefmarken
Geldbetrag	Geld im Geldbeutel
Restbetrag	Porto und Briefmarken
1. Ausgabe	herausgegebenes Geld

Abbildung 10: Strukturierung fürs Mathematisieren (Trossbach-Neuner, 1998, S. 18)

Die Lernenden üben die Identifikation relevanter Informationen, wenn sie z. B. Aufgaben durch zusätzliche Informationen für ihre Lösbarkeit ergänzen müssen oder sie so kürzen müssen, dass sie nur noch die relevanten Angaben enthalten. Fürs Mathematisieren können Aufgaben durch die Lehrperson so modifiziert werden, dass sie den Lösungsprozess vereinfachen, ohne dass der Kontext vernachlässigt würde (vgl. Abb. 10). Sprachliche Förderung ist für die Kontexterfassung wichtig und soll gefördert werden. In Sachzusammenhängen sollen Bedeutungen erschlossen werden oder Sachaufgabentexte so gestaltet werden, dass die Lernenden selbst

Begriffe sinnstiftend einsetzen. Bei der Mathematisierung der Kontexte brauchen gerade Lernende mit besonderem sprachlichem Bildungsbedarf Unterstützung. Der lernbegleitende Dialog soll die Kinder unterstützen, zunehmend selbstständig zu mathematisieren.

6.2.1.3 *Heilpädagogischer Kommentar zum Schweizer Zahlenbuch 4* von Moser Opitz und Schmassmann (2004)

Moser Opitz und Schmassmann (2004) kritisieren Sachaufgaben – wie bereits in der Theorie aufgezeigt –, welche ohne Beachtung des Kontexts gelöst werden können. Sie sehen Lehrpersonen, die Sachrechnen mit Kontexteinbettung praktizieren wollen, durch die Lehrmittel oft ungenügend unterstützt. Folglich setzen sie in ihrer Förderung auf die Erfassung des Kontexts, bevorzugt an offenen Aufgabenformaten und im Dialog mit den Lernenden. Für die Erfassung des Kontexts bis hin zur Bildung eines mathematischen Modells schlagen sie unterschiedliche Methoden vor, diese sind hier zusammengefasst wiedergegeben: Nachspielen oder Nachlegen des Kontexts, Paraphrasieren des Texts, Kontextanreicherung mittels Informationssuche, ordnende Strukturen mittels eigener Illustrationen schaffen, Zahlen und Daten herausschreiben (z. B. 100 Personen), räumliche und zeitliche Angaben notieren und mit einer zum Kontext passenden Operation versehen, Kontextreduzierung durch Verknappung des Texts oder Verfassen von Listen und Tabellen sowie Darstellung des Rechenablaufs z. B. in Form eines Rechenbaums. Grundsätzlich soll mit offenen Aufgabenformaten individualisiert werden, wobei sich die Offenheit u. a. auf das Zahlenmaterial, den Rechenweg oder die Fragestellung bezieht. Auch Aufgaben ohne Zahlen sind möglich, was automatisch zu einer Auseinandersetzung mit dem Kontext führt. Für rechenschwache Lernende schlagen sie Aufgabenmodifikationen durch die Lehrperson vor und beachten auch die sprachliche Herausforderung.

„Sachrechenaufgaben sind anspruchsvoll und müssen für Schülerinnen und Schüler mit besonderem Bildungsbedarf angepasst werden. So ist z. B. wichtig, dass das arithmetische Niveau so reduziert wird, dass die Schülerinnen und Schüler die rein rechnerischen Anforderungen ohne Probleme bewältigen können oder dass der Taschenrechner eingesetzt wird (vgl. Häsel-Weide 2007, S. 286). Zu beachten sind auch die Anforderungen bezüglich Lesen und Textverständnis. Oft bereitet nicht das Lesen der Texte an sich Schwierigkeiten, sondern die Textmenge auf den Schulbuchseiten führt zur Überforderung. In diesem Fall kann z. B. ein Textausschnitt vorgelegt werden. Manchmal ist es auch hilfreich, wenn vergrösserte Kopien zum Lesen abgegeben oder Tabellen und Grafiken vereinfacht werden.“ (S. 45).

Dem Sachrechnen werden Kenntnisse über den Zahlenraum und die Grössen sowie die Grundoperationen, das Runden, Schätzen und Überschlagen vorausgesetzt. Bei rechenschwachen Lernenden kann auch auf das Schulbuch der jeweils vorherigen Klassen zurückgegriffen werden. Die Visualisierung des Texts als Unterstützung soll auch bei Kindern eingesetzt werden, welche Verständnisprobleme aufgrund deutscher Zweitsprachigkeit haben. Weiter kann die Sachrechenkompetenz gefördert werden, indem Sachaufgaben von den Lernenden erfunden werden und in eine Klassenkartei einfliessen. So ergibt sich ein Austausch zwischen den Lernenden und in der Klasse über solche Aufgaben, aber auch über Aufgabentypen und Lösungsstrategien.

6.2.1.4 *Fördern im Mathematikunterricht der Primarstufe* von Scherer und Moser Opitz (2010)

Scherer und Moser Opitz (2010) üben, wie bereits im 1. Teil der Ergebnisse aufgezeigt, Kritik an Hilfestellungen, welche den Lösungsweg so vereinfachen, dass keine Auseinandersetzung auf der kontextuellen Ebene mehr nötig ist. Daher setzt ihr Förderansatz die Schwerpunkte auf die Erfassung und Visualisierung des Kontexts häufig anhand offener Aufgabenformate und im diskursiven Lernen. Den Autorinnen ist die Erfassung des Kontexts auf den unterschiedlichen Repräsentationsebenen (konkret, ikonisch, symbolisch) ein grosses Anliegen, wobei die Repräsentationen nicht hierarchisch zu verstehen sind. Wenn Lernende zu schnell Zahlen rechnen wollen, dann müssen sie an die anderen Repräsentationsebenen herangeführt werden, weil da der Kontext weniger gut ausgeblendet werden kann. Die Autorinnen favorisieren nicht prinzipiell Lösungen auf der konkreten beziehungsweise ikonischen Ebene. Sie weisen aber darauf hin, dass die symbolische Ebene eher zu fehlerhaften Lösungen führen kann. Möglichkeiten für den Einbezug der konkreten und ikonischen Repräsentation sind das Nachspielen der Situation, der Einbezug der Erkenntnisse aus einer realen Anwendung, das Nachstellen der Situation mit Material, weiteres Fragestellen zur Situation, offene Darstellungen mit verschiedenen Deutungsmöglichkeiten, das Anfertigen von Zeichnungen oder das Erstellen von Tabellen. Folgende Aufgabe soll veranschaulichen, dass eine symbolische Lösung sogar fehleranfälliger sein kann, weil der Kontext in diesem Beispiel auf der konkreten oder ikonischen Ebene leichter zu erfassen und zu mathematisieren ist. „Carsten hat 4 Bretter gekauft. Jedes Brett ist 2,5 Meter lang. Wie viele Bretter von 1 Meter Länge kann er daraus machen?" (S. 170).

„Für diese beiden Lernenden wären vermutlich ausschliesslich symbolische Lösungen weitaus schwieriger gewesen (verschiedene Operationen; Umgang mit dem Rest). [...] Natürlich ist das Operieren auf der mathematischen Ebene ein wichtiges Ziel des Sachrechnens, jedoch darf dies nicht zu einem völligen Ausblenden der Sache führen. Das Nutzen alternativer Notationsformen, wie oben beschrieben, kann hier helfen" (S. 171).

Die Kontexterfassung soll auch über die Diskussion gefördert werden. Die Lernenden sollen ihre Sichtweise des Kontexts darlegen und Vorwissen einbringen können. Auch bei Daten und Abbildungen soll die Interpretation der Lernenden erfragt werden. Es ist die Aufgabe der Lehrperson, Aufgabentypen einzubringen, die nicht mittels Routine gelöst werden können und wo der Diskurs über den Kontext nötig ist. Daher sollen zur Förderung offene Aufgaben eingesetzt werden, welche sich für die Differenzierung eignen. Zahlenmaterial, Veranschaulichung oder Lösungswege können hier selbst gewählt werden. Aufgaben können auch dahingehend verändert werden, dass dies möglich ist. Dies soll insbesondere rechenschwachen Lernenden zugutekommen, weil sie den Schwierigkeitsgrad mitbestimmen bzw. wählen können, wobei je nach Bedarf der Lösungsprozess zusätzlich unterstützt werden muss. Auch geschlossene Aufgaben können eingesetzt werden, wenn sie nur unter Berücksichtigung des Kontexts lösbar sind. Sie weisen darauf hin, dass vorgängig zum Sachrechnen die Basisfertigkeiten erarbeitet werden sollen und die Vorläuferfertigkeiten des Sachrechnens z. B. durch offene Darstellungen (Anzahlen erfassen, Rechengeschichte bilden) gefördert werden können. Sie verweisen in einem kurzen Abschnitt auf die Option von Strukturierungshilfen (Scaffolding), ohne jedoch weiter darauf einzugehen.

„Die Strukturorientierung hat auch für das Sachrechnen zentrale Bedeutung: Es geht um das Aufdecken von Strukturen in der Umwelt und das Ausnutzen mathematischer Strukturen. Letztlich bietet die Struktur den Schülerinnen und Schülern eine Hilfe, manchmal sogar eher als die Realitätsbezüge (vgl. Hasemann/Stern 2002). Das Ineinandergreifen beider Bereiche ist unabdingbar und kann eine Lernerleichterung darstellen" (S. 178).

6.2.1.5 *Mathematik in eigenen Worten* von Waasmaier (2013)

Mathematik in eigenen Worten fördert die Sachrechenkompetenz an Lernumgebungen, die mittels dialogischen Lernens bearbeitet werden. Die Lernumgebungen sind konstruktivistisch orientiert und werden auch als flexible, grosse Aufgaben bezeichnet. Sie verfügen über Offenheit und Flexibilität u. a. bezüglich Lernprozesse, Zugangsweisen, Lösungswege und Lösungstiefen. Lernumgebungen ermöglichen es den

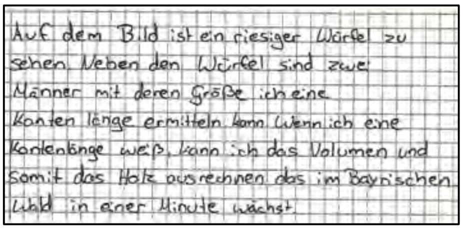


Abbildung 11: Kontext in eigene Worte gefasst (vgl. Waasmaier, 2013, S. 158)

Lernenden, ihr individuelles Vorwissen einzubringen und mit ihren unterschiedlichen Fähigkeiten und Fertigkeiten die Aufgabe zu bearbeiten. Daher entstehen gemäss Waasmaier (2017) bei solchen Aufgaben keine Über- und Unterforderung und alle Lernende können folglich an derselben Lernumgebung arbeiten. Die Bearbeitung erfolgt mit dem Ich-Du-Wir-Prinzip. Dabei präsentiert die Lehrperson die Sachlage und erläutert das zur Verfügung stehende Material. Begriffe zum Verständnis des Auftrags werden geklärt und hier können die Lernenden der Lehrperson Fragen stellen. Diese Phase ist recht kurz und die Lernenden sollen schnell an die Aufgabe herangeführt werden. Nun folgt die Eigentätigkeit, in der sich die Lernenden einzeln mit der Sachlage auseinandersetzen. Sie bringen individuelles Vorwissen auf ihren unterschiedlichen Niveaus ein und fassen den Kontext in ihre eigenen Worte (vgl. Abb. 11). Für die Formulierung der eigenen Gedanken können den Lernenden Satzanfänge als Hilfestellung vorgegeben werden. Die Lernenden sollen in dieser Phase abstrakte Kontexte mit konkreten Handlungen in Verbindung bringen und zwischen den Ebenen hin- und herwechseln. In der eigenständigen Phase sehen die Lernenden, was sie schon können, wo noch Lücken bestehen und sie können erste Lösungsschritte unternehmen. Damit wird auch verhindert, dass schwache Lernende untergehen, weil schnelle Lernende ihnen helfen. Danach folgt der Gruppenaustausch, wo nach Bedarf auch eine Lernpartnerschaft in Anspruch genommen werden kann. Lösungsansätze werden ausführlicher besprochen und Lösungsstrategien ausgetauscht. Während der Bearbeitungsphase soll die Lehrperson den Lernenden individuelle Rückmeldungen zu den Arbeiten geben. Das Lerntagebuch bietet sich für die Rückmeldungen an. In den Lerntagebüchern ist vor allem die Dokumentation des Prozesses zentral. Irrwege oder ungünstige Begriffsbildungen gehören dazu. Mit dem Lerntagebuch nehmen die Lernenden einen höheren Standpunkt, eine sogenannte Metaperspektive, ein. So können günstige und ungünstige Ansätze entdeckt und als solche deklariert werden. Die Rückmeldungen sind zukunftsbezogen und würdigen die Anstrengungen und den Prozess. Dies ermöglicht Einsichten für zukünftige Lösungswege. Mit dieser Art von Unterricht soll den Lernenden die Einsicht in das eigene Können ermöglicht werden. Dadurch gewinnen sie an Vertrauen in ihre eigene Leistungsfähigkeit. Das führt zu einem positiven Selbstbild. Der konstruktive Umgang mit Fehlern sowie der Diskurs über eigene Ideen führt zu einer höheren Frustrationstoleranz. Waasmaier (2013) verfechtet den konstruktivistischen, holistischen Zugang zur Mathematik und lehnt ein kleinschrittiges Vorgehen ab, weil den Lernenden dadurch eine ganzheitliche Sicht auf die Mathematik verwehrt bleibt. Neben der Bearbeitung der eigentlichen Lernumgebung soll auch das dafür benötigte mathematische Wissen gezielt geübt werden.

6.2.2 Zweite Gruppe

Zur zweiten Gruppe gehören die unten aufgelisteten Förderprogramme. Auch diese Förderprogramme setzen sich – ähnlich wie jene der ersten Gruppe – teilweise bewusst mit der Kontexterfassung auseinander (vgl. auch Tabelle 9). Was sie aber von der ersten Gruppe abgrenzt, ist die Förderung von Strategien durch Strukturierungshilfen oder Schemaidentifikationen, ferner auch die explizite Instruktion bzw. modellierende Sequenzen. Die Gruppe umfasst die folgenden vier Förderprogramme:

- *Mathe sicher können (Sachrechnen)* von Prediger et al. (2017)
- *Kinder mit Rechenschwäche erfolgreich fördern* von Born und Oehler (2013)
- *Aufbau elaborierter Rechenfertigkeiten* von Stern et al. (2014)
- *Rechenspiele mit Elfe und Mathis 2* von Lenhard und Lenhard (2010)

6.2.2.1 *Mathe sicher können* von Prediger et al. (2017)

Prediger et al. (2017) führt das Sachrechnen bei den Lernenden mit einem visuell-schematischen Gerüst (Strukturierungshilfe) aus sechs Schritten ein (vgl. Modellierungsschritte in Kapitel 6.1.1). Das visuell-schematische Gerüst soll die Lernenden vor allem bei der Erfassung des Kontexts und der Bildung eines realen und mathematischen Modells unterstützen. Zudem werden bildungssprachliche Nuancen in den Aufgaben thematisiert. Es besteht aus Fragekarten, Informationskarten, Ergebniskarten und Beziehungspfeilen, die wie beim Concept Mapping flexibel organisiert werden können. Als Erstes wird identifiziert, was gesucht ist, und dies auf einer Karte notiert. Auf andersfarbige Karten wird notiert, was gegeben ist, wobei neben einer Zahl auch ihre Bedeutung notiert wird, also nicht *3,* sondern *3 kg bleiben liegen*. Nun werden die Karten angeordnet und in Beziehung gesetzt. Die Beziehung wird durch einen oder mehrere Pfeile symbolisiert und ihre Beziehung wird durch die entsprechende Beschriftung vergegenwärtigt. Die fehlende Information, welche berechnet werden muss (Ergebniskarte), wird zunächst durch eine leere Karte symbolisiert, wobei sie die gleiche Farbe wie die Fragekarte hat. Das drückt die Zusammengehörigkeit von Frage und Ergebnis aus. Auf ihr werden alle Zwischenergebnisse und das Endergebnis selbst notiert. Eingeführt wird das visuell-schematische Gerüst einerseits durch die Lehrperson, andererseits durch die aufbauenden, konstruktivistischen Aufgabenstellungen. Zusätzlich wird die Sprachförderung, welche für die Kontexterfassung wichtig ist, in die Aufgaben miteingebaut. „Im Rahmen der Förderung soll bei den Lernenden Sprachbewusstheit für die Bedeutung von Beziehungen zwischen Informationen durch unterschiedliche sprachliche Merkmale (s. u.) der Textaufgaben erzeugt oder gestärkt werden …" (S. 72). Ein Beispiel der Sprachbewusstheitsförderung ist in der Abbildung 12 veranschaulicht. Auch leiten immer wieder Aufgaben oder Impulse der Lehrperson zur Metakognition über das Vorgehen an, indem die Lernenden z. B. Gedankengänge der Protagonisten und Protagonistinnen des Lehrmittels folgen und diese untereinander diskutieren müssen.


2.2 Fütterung im Streichelzoo

Im Streichelzoo kostet eine Packung Futter für die Ziegen 2 €.
Die Geschwister Paula und Jonas möchten die Ziegen füttern.
Von ihren Eltern bekommt jeder 2 €.
Paula nimmt zusätzlich 3 € Taschengeld mit, Jonas nur 1 €.
Ihrem Bruder Jonas gibt sie 1 € ab.

A. Wie viele Packungen Futter kann sich jeder kaufen?

a) Bearbeite Frage A mit dem Leseplan und einem Informations-Netz wie Tara.

b) Vergleiche dein Informations-Netze mit einem anderen Kind:
- Welche Personen hast du auf Info-Karten geschrieben?
- Welche weiteren Info-Karten hast du benutzt?
- Wie hast du die Info-Karten angeordnet und verbunden?

Mein Leseplan
1) Lesen
2) Gesucht?
3) Gegeben?
4) Zusammenhänge?
5) Rechnen
6) Antwort prüfen

c) Ein Satz aus dem Text hat sich verändert:

Im Streichelzoo kostet eine Packung Futter für die Ziegen 2 €.
Die Geschwister Paula und Jonas möchten die Ziegen füttern.
Von ihren Eltern bekommt jeder 2 €.
Paula nimmt zusätzlich 3 € Taschengeld mit, Jonas nur 1 €.
Ihr Bruder Jonas gibt ihr 1 € ab.

B. Wie viele Packungen Futter kann sich jeder kaufen?

Verändere dein Informations-Netz, sodass es zur veränderten Textaufgabe passt. Beantworte damit Frage B für die veränderte Aufgabe.

Abbildung 12: Sprachbewusstheit (Bedeutung der Pronomen) (vgl. Mathe sicher können, 2017, S. 47)

6.2.2.2 *Kinder mit Rechenschwäche erfolgreich fördern* von Born und Oehler (2013)

Born und Oehler (2013) bieten ein sechsschrittiges Gerüst zur Bearbeitung von Sachaufgaben, das in erster Linie Eltern mit ihren Kindern anwenden können, was aber auch in der Schule oder einer Therapie eingesetzt werden kann. Das Gerüst soll das Sachrechnen für die Kinder in überschaubare Schritte einteilen, wobei die Eltern sie dabei unterstützen. Die Kinder erfassen den Kontext durch langsames Lesen. Zudem kann bei der Suche nach der Fragestellung der Kontext paraphrasiert oder aufgezeichnet werden. Der Inhalt wird visualisiert, indem Zahlen und Zahlwörter unterstrichen und notiert werden. Heuristische Strategien werden bei der Zuordnung von Rechenoperationen angewendet, indem sich die Kinder fragen, ob bereits ähnliche Aufgaben schon einmal gelöst wurden. Für gewisse Kinder ist aber selbst dieses schrittweise Vorgehen noch eine Überforderung. Für diese Kinder sollen die Eltern die Sachrechenschritte an einer Aufgabe demonstrieren. Danach bearbeitet das Kind einen gleichen Aufgabentyp mit diesem Gerüst und unter Anleitung und Hilfe der Eltern. Im nächsten Durchgang versucht das Kind nochmals einen gleichen Aufgabentyp mithilfe des Gerüsts zu bearbeiten. In diesem Vorgehen lässt sich die Schemaidentifikation durch explizite Instruktion erkennen, ohne dass die Autoren diese so benennen würden. Je nach Voraussetzungen des Kindes sollen die Eltern das

Vorlesen der Aufgabenschritte oder das Schreiben übernehmen, wenn dadurch das Kind entlastet werden kann. Born und Oehler (2013) weisen ebenso auf die Entmutigung der Kinder durch erlebte Misserfolge hin. Daher ist es die Aufgabe der Eltern und Lehrpersonen, bei den Kindern Zuversicht zu erzeugen, indem sie beispielsweise auf vergangene Erfolge des Rechentrainings hinweisen und so die Analogie zum Sachrechnen schlagen. Generell förderlich soll das Bilden von eigenen Sachaufgaben sein, was sowohl zu Hause als auch in der Klasse praktiziert werden kann. Dabei erfinden Kind und Eltern abwechslungsweise Aufgaben und lösen diese. Das Kind soll in die Rolle der Lehrperson schlüpfen, wenn die Eltern die Aufgabe laut modellieren, was sowohl die metakognitiven Kompetenzen fördern und gleichzeitig motivationsförderlich sein soll. Born und Oehler (2013) sehen in ihrer Förderung mittels Strategietraining an bestimmten Sachaufgaben auch Tücken, aber verweisen dennoch auf deren Notwendigkeit.

„Kritisch lässt sich gegenüber unserer vorgeschlagenen Verfahrensweise einwenden, dass die Kinder mit Rechenschwäche dabei lernen, nach einem ‚Kochrezept' vorzugehen. Stelle sich ein Problem anders dar – so kann man argumentieren –, drohen die Kinder, neuerlich zu scheitern. Obgleich die Schlussfolgerung richtig ist, kann der Einwand den Sinn der vorgeschlagenen Methode nicht infrage stellen, denn: Nur dadurch, dass die Kinder viele ‚Kochrezepte' lernen, kann ihr Denken auch ein bisschen flexibler werden. Vor allen Dingen kann ihr mathematisches Zutrauen grösser werden, wenn sie viele ‚Kochrezepte' beherrschen und damit Rechenaufgaben lösen können" (S. 181).

6.2.2.3 Aufbau elaborierter Rechenfertigkeiten von Stern et al. (2014)

Stern et al. (2014) führen die Problemlösekompetenz auf Automatismen zurück, auf die sich der Mensch beruft, also auf Strategien, mit denen in der Vergangenheit ein Problem erfolgreich gelöst werden konnte. Bei ähnlichen Problemen kann auf solche Strategien zurückgegriffen werden, was bedeutet, dass ein Lösungsweg nicht immer von Grund auf neu erfunden werden muss. Folglich sollen Lernende durch die sechsschrittige Strukturierungshilfe *Solve-it!* (vgl. Tabelle 8) solche Automatismen aufbauen. Diese Schritte werden einerseits visualisiert und andererseits durch die Lehrperson redundanzreich modelliert, was die Autorinnen und Autoren auch als *direktiv* oder *Self-Regulated Strategy Development Model* bezeichnen und der expliziten Instruktion entspricht. Anhand einer Sachaufgabe wird der systematische Lösungsprozess mit der Strukturierungshilfe durch die Lehrperson vorgemacht. Dabei muss sie auf kurze, prägnante und allgemein verständliche Formulierungen achten. Anschliessend üben die Lernenden unter Anleitung, wobei die Lehrperson Rückmeldungen gibt und lobt. Bei den Rückmeldungen ist auf leistungsförderliche Attribuierung zu achten: Erfolge werden den Bemühungen der Kinder zugeschrieben, Misserfolge dagegen ungünstigen Umständen. So sollen die Lernenden erfahren, dass sie sachrechnen können. Danach üben die Lernenden eigenständig. Anfangs können sie auch in Partnerarbeit üben, wobei abwechselnd ein Kind die Aufgabe modellierend löst und das andere Kind kontrolliert. Bei komplexeren Aufgaben sollte zudem die Sachaufgabe durch eine grafische Darstellung des Problems erweitert werden. Die Darstellung soll anfänglich durch die Lehrperson vorgegeben werden (vgl. Abb. 13), da rechenschwache Kinder nicht selten Mühe haben, systematischen Darstellungen zu zeichnen. Hierbei sollen die Lernenden zuerst einmal erkennen lernen, um welche Art von Aufgabe es sich handelt (Kombination, Vergleich usw.). Auch dieser zusätzliche Schritt soll mittels expliziter Instruktion durch die Lehrperson eingeführt werden. Für Erfolgserlebnisse soll das Anspruchsniveau der Aufgaben so gewählt werden, dass es für die Kinder gerade noch als Herausforderung angesehen wird, sie aber nicht überfordert. Der

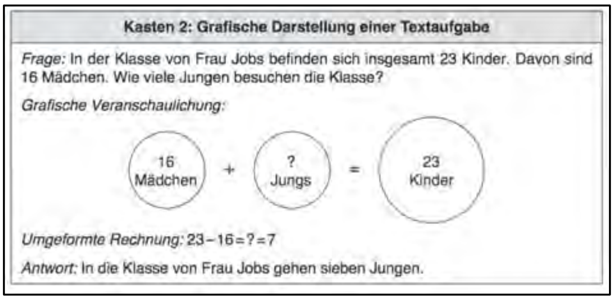


Abbildung 13: Visuelles Schemata aus Stern et al. (2014, S. 228)

Schwierigkeitsgrad sollte so lange konstant gehalten werden, bis die Lernenden die Strukturierungshilfe selbstständig und sicher anwenden. Dann können das Anspruchs- und Komplexitätsniveau erhöht und zunehmend auch offenere Aufgaben eingeführt werden. Wichtig ist, dass vorgängig die basismathematischen Fertigkeiten der Kinder gestärkt werden, wobei Stern et al. (2014) hierfür *Mathe 2000* vorschlagen. Ebenso verweisen sie auf Selbstinstruktionstrainings zur Stärkung der Metakognition in anderen Buchteilen des Herausgeberwerks.

6.2.2.4 *Rechenspiele mit Elfe und Mathis 2* von Lenhard und Lenhard (2010)

Rechenspiele mit Elfe und Mathis 2 von Lenhard und Lenhard (2010) ist ein computergestütztes Förderprogramm, das durch unterschiedliche Aufgabentypen und spezielle tutorielle Feedbacks die Sachrechenkompetenz fördert. Es gibt drei verschiedene Niveaustufen, die sich hinsichtlich mehrerer Aspekte unterscheiden: der Art der Aufgaben (Austausch-, Vergleichs-, Aufteilungs- und komplexe Aufgaben), der Anzahl Rechenschritte und Verknüpfungen, der arithmetischen Operationen, der Schätzungen und der Kontextausgestaltung der Aufgabe. Sie integrieren mehrere Konzepte in das Computerspiel. Erstens wird die Schemaidentifikation für die unterste Niveaustufe eingebaut, wie das folgende Zitat zeigt:

„Bei der Erstellung der Aufgaben wurde die Grundstruktur des Trainings von Hasemann und Stern (2002) zum Vorbild genommen. Da die Rechenspiele mit Elfe und Mathis sich allerdings an Kinder höherer Jahrgangsstufen wenden, kommen reine Austausch -, Kombinations- und Vergleichsaufgaben nur in der untersten Niveaustufe vor“ (S. 35).

Zweitens soll die Metakognition mit dem Spiel *Elfenpalast* geübt werden, wobei die Lernenden die Lösungswege nicht selbst erstellen, sondern vorgegebene durchdenken und kontrollieren müssen. Drittens gibt das Programm tutorielle Feedbacks, wenn Aufgaben falsch gelöst wurden. Sie enthalten einen Schritt-für-Schritt-Lösungsweg und haben somit Parallelen zur Strukturierungshilfe. Zusätzlich zum Computerprogramm wird die modellierende Begleitung durch die Trainingsleitung empfohlen. Zwischenschritte und Lösungswege sollen mit den Lernenden thematisiert werden.

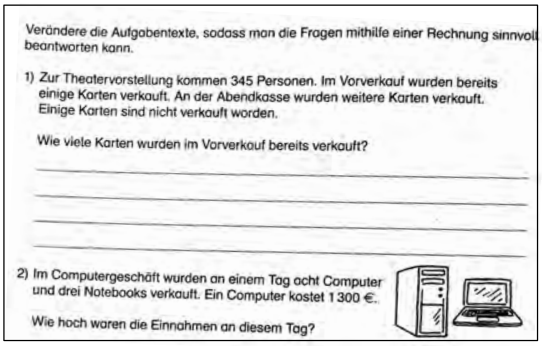
6.2.3 Dritte Gruppe

Die dritte Gruppe ist eine Restgruppe. Sie charakterisieren sich dadurch, dass sie eine weniger klar ausgeprägte methodische Ausrichtung haben und sich daher den anderen Gruppen nicht zuordnen lassen. Zu dieser Gruppe zählen folgende Förderprogramme:

- *Diagnose-Förder-Paket 4* von Simon und Simon (2011)
- *Trainings-Inventar Rechenstörung* von Helfer (2016)

6.2.3.1 *Diagnose-Förder-Paket 4* von Simon und Simon (2011)

Simon und Simon (2011) geben vergleichsweise wenig Förderhinweise. Die Förderung geschieht über die Aufgabenmodifikation durch die Lernenden. Diese sollen die Aufgaben auf der Zahlen- oder Kontextebene so verändern, dass sie die Aufgabe vereinfacht und sinnvoll lösen können. Dazu leiten die Aufgaben in der Sammlung an (vgl. Abb. 14). Die Lernenden sollen ihre Aufmerksamkeit dem Kontext schenken, ohne dazu entsprechend angehalten zu werden, z. B. durch Nachspielen der Situation. Bevor sie die Aufgaben lösen, sollen die Lernenden die Resultate schätzen. Rechenschwache Lernende dürfen den Taschenrechner gebrauchen. Für sie sind die Aufgaben extra so gestaltet, dass es genügend Platz auf den Blättern hat. Zu beachten ist, dass in der Aufgabensammlung des Diagnose-Förder-Pakets 4 (4. Klasse) bereits gebrochene Zahlen in Dezimal- und Bruchschreibweise vorkommen.


Verändere die Aufgabentexte, sodass man die Fragen mithilfe einer Rechnung sinnvoll beantworten kann.

1) Zur Theatervorstellung kommen 345 Personen. Im Vorverkauf wurden bereits einige Karten verkauft. An der Abendkasse wurden weitere Karten verkauft. Einige Karten sind nicht verkauft worden.

Wie viele Karten wurden im Vorverkauf bereits verkauft?

2) Im Computergeschäft wurden an einem Tag acht Computer und drei Notebooks verkauft. Ein Computer kostet 1 300 €.

Wie hoch waren die Einnahmen an diesem Tag?

Abbildung 14: Aufgabenmodifikation (vgl. Simon & Simon, 2011, S. 115)

6.2.3.2 *Trainings-Inventar Rechenstörung (T-I-R)* von Helfer (2016)

Die Intervention mit dem T-I-R erfolgt ein- bis zweimal wöchentlich ambulant im Einzel- oder Gruppensetting durch Psychologinnen und Psychologen oder Lehrpersonen, wobei auch die Eltern einzubinden sind. Das T-I-R ist aufbauend konzipiert, d. h. vor dem Sachrechnen sollten zuerst die Vorläuferfertigkeiten erarbeitet werden. Das Training verfolgt immer den gleichen Ablauf (Informationsphase, Regeln, Arbeitsphase, Rückmeldung und Spiel), der durch Verkehrssymbole visualisiert ist. Was mit den einzelnen Phasen genau gemeint ist, ist nur vage beschrieben. In der dritten Phase, der Arbeitsphase, liest das Kind den Text mehrmals durch und erfasst den Sachverhalt. Dadurch soll das Kind erfahren, was gegeben und gesucht ist, und unterstreicht gegebenenfalls die angegebenen Werte oder notiert sie. Wenn die Fragestellung klar ist, werden die Werte mit der zutreffenden Rechenoperation verknüpft und die Zahlen sinnvoll darin eingebunden. Am Schluss wird das Resultat auf die Sinnhaftigkeit überprüft. Im T-I-R soll die Arbeit auf der emotionalen und Verhaltensebene eingebettet werden, indem die Aufmerksamkeitsspanne der Kinder beachtet, mit Verstärkersystemen, Selbstinstruktionstrainings und Rückmeldungen gearbeitet wird. Komorbid auftretende psychische Störungen sollen separat therapiert werden. Helfer (2016) nimmt Bezug auf die unterschiedlichen Aufgabentypen (Kombinations-, Austausch- und Vergleichsaufgaben) und schreibt vorausgehend: „Durch Übung und Hilfe beim Rechnen von Textaufgaben lernt das Kind, die dort dargestellte Situation und die Beziehungen in den Zahlen richtig zu erfassen und die passenden Rechenstrategien abzuleiten“ (S. 195). Die Vermutung, dass mit *die dort dargestellte Situation und Beziehungen in den Zahlen richtig zu erfassen und die passenden Rechenstrategien abzuleiten* eine Schemaidentifikation gemeint sein könnte,

Zum Geburtstag von Lisa kommen eine Oma, ein Patenonkel, zwei Cousins und vier Freundinnen.
Frage: Wie viele Gäste kommen?

Susan und Jonas haben das gleiche Alter. Zusammen sind sie 16 Jahre alt.
Frage: Wie alt sind Susan und Jonas?

Julia und Chris gehen mit ihren Eltern ins Puppentheater. Kinder zahlen 3 € und Erwachsene 6 €.
Frage: Wie viel Eintritt zahlen alle zusammen?

Herr Meier hat 10 € in seiner Geldbörse. Er kauft eine Zeitung für 2 € und Getränke für 3 €.
Frage: Wie viel Geld hat er übrig?

Abbildung 15: Zusammenstellungen der unterschiedlichen Aufgabentypen des ersten Aufgabenblatts (von oben nach unten: Kombinations-, Verteilungs-, Kombinations-, und Vergleichsaufgabe) (vgl. Helfer, 2016, S. 197) wird in der Analyse der Aufgabensammlung widerlegt. Zwar weist sie drei Schwierigkeitsstufen auf. Die Aufgabentypen werden aber innerhalb eines Niveaus gemischt angeboten, wie die Analyse der ersten Seite des einfachsten Niveaus zeigt (vgl. die Durchmischung der Aufgabentypen in Abb. 15). Zudem enthalten die Aufgaben im weiteren Verlauf des tiefsten Niveaus Grössenangaben in der Kommaschreibweise.

6.3 Ergebnisse zur zweiten Fragestellung

Die zweite Fragestellung geht der Frage nach, wie ganzheitlich und evidenzbasiert die Förderprogramme sind. Für die Beantwortung der Fragestellung werden nun die vorher dargestellten Förderaspekte mit dem Lerneffekt aus Metaanalysen verglichen. Gewisse Förderaspekte können jedoch keiner Methode eindeutig zugeschrieben werden. Zu anderen gibt es keine Forschungssynthesen. In beiden Fällen kann dann kein Vergleich zur evidenzbasierten Bildungsforschung gezogen werden. Wo Zuordnungen möglich sind, werden sie bei den kodierten Segmenten festgehalten (vgl. Anhang F). Für die Beurteilung der Ganzheitlichkeit werden neben der Sachrechenförderung weitere Förderaspekte sowie diagnostische Mittel, Aufgabensammlungen oder anschauliche Fallbeispiele und Beispielaufgaben miteinbezogen. Die Ergebnisse werden deskriptiv präsentiert und zeigen auf, wo die Stärken und Schwächen der Förderprogramme liegen. Eine Art Ranking ist nicht das Ziel. Die Vorzüge gewisser Förderprogramme gegenüber anderen werden aber sehr wohl hervorgehoben. Die oben gebildeten Gruppen werden auch in diesem Teil der Ergebnispräsentation beibehalten.

6.3.1 Erste Gruppe

Wie bereits bei der Beantwortung der ersten Fragestellung aufgezeigt, vertreten Gaidoschik (2016), Trossbach-Neuner (1998), Moser Opitz und Schmassmann (2004), Scherer und Moser Opitz (2010) und ferner auch Waasmaier (2013) den Förderansatz, den Kontext auf unterschiedlichen Repräsentationsebenen zu erfassen, und lehnen teilweise realitätsferne Aufgaben ab. Es ist aus den Forschungssynthesen von Hattie (2009) bekannt, dass sich die Verwendung unterschiedlicher Repräsentationsebenen im Bereich des Schulbesuchseffekts (d = 0,26) auswirken. Bei der realen Anwendung von Mathematik zeigt sich gar einen umkehrenden Lerneffekt (d = –0,04). Die Autorinnen und Autoren bejahen zwar die Realitätsnähe, die von ihnen vorgeschlagenen Sachaufgaben bewegen sich jedoch eher im realistischen als im realen Bereich. Daher kann bezüglich der Auswirkung auf die Lernleistung keine klare Aussage getroffen werden. Der von diesen Förderprogrammen meist konstruktivistische Zugang zum Sachrechnen erweist sich im Vergleich zu einem direktiven Ansatz bei rechenschwachen Lernenden als weniger lerneffektiv (vgl. Kroesbergen, Van Luit & Maas, 2004, S. 248). Folgend finden sich die Analysen der Förderprogramme bezüglich Ganzheitlichkeit und Lerneffekt.

Tabelle 10: Übersicht über zur Verfügung gestelltes Material der ersten Gruppe

	Gaidoschik (2016)	Trossbach-Neuner (1998)	Moser Opitz und Schmassmann (2004)	Scherer und Moser Opitz (2010)	Waasmaier (2013)
Diagnostik	nein	nein	ja	ja (Verweis)	ja (Lerntage buch)
Fallbeispiele bzw. Beispielaufgaben	ja	ja	ja	ja	ja
Aufgabensammlung	nein	nein	ja	nein	ja

6.3.1.1 *Rechenschwäche verstehen – Kinder gezielt fördern* von Gaidoschik (2016)

Gaidoschik (2016) lehnt das Lehren von Strategien zur Lösung von Sachaufgaben entschieden ab, was aber eine sehr lernwirksame Methode wäre (vgl. Hattie, 2009, S. 145). Dagegen empfiehlt er Rechengeschichten und die Übersetzung des Kontexts auf die ikonische Ebene mit Material oder Abbildungen. Der Lerneffekt von greifbaren Veranschaulichungshilfen liegt, wie eingangs erwähnt, im Bereich des Schulbesuchseffekts. Der Sachrechenteil von Gaidoschik (2016) greift weder auf besonders lernwirksame Strategien zurück, berücksichtigt wenig unterschiedliche Förderbereiche ausführlich, noch verweist er auf diagnostische Abklärungen oder bietet Aufgaben für den direkten Einsatz an. Daher ist der Sachrechenteil im Praxishandbuch von Gaidoschik (2016) weder besonders evidenzbasiert noch ganzheitlich. Es soll hier nochmals betont werden, dass sich diese Ergebnisse lediglich aufs Sachrechnen beziehen und nicht auf den Rest des Buches.

6.3.1.2 *Wie alt ist die Frau des Kapitäns* von Trossbach-Neuner (1998)

Trossbach-Neuner (1998) legt den Schwerpunkt auf die kontextuelle Erfassung mittels unterschiedlicher Repräsentationsebenen, dessen Lerneffekt im Bereich des Schulbesuchseffekts liegt. Weiter weist sie – mit einigen Beispielen unterstützt – darauf hin, wie eine sprachliche Förderung im Mathematikunterricht gemacht werden kann. Genau wie Gaidoschik (2016) verweist auch sie auf keine diagnostische Abklärung, noch bietet sie eine Aufgabensammlung an, was bei einem Zeitschriftenartikel allerdings zu erwarten ist. Im Gegensatz zu ihm illustriert Trossbach-Neuner (1998) ihre Anregungen mittels zahlreicher Beispielaufgaben, welche von den Leserinnen und Lesern einfach zu adaptieren wären. Auch die Sprachförderung integriert sie exemplarisch. In Bezug auf die Ganzheitlichkeit bietet Trossbach-Neuner (1998) etwas mehr als Gaidoschik (2016).

6.3.1.3 *Heilpädagogischer Kommentar zum Schweizer Zahlenbuch 4* von Moser Opitz und Schmassmann (2004)

Die Stärke des Heilpädagogischen Kommentars von Moser Opitz und Schmassmann (2014) liegt sicher im ganzheitlichen Ansatz, da er sich auf ein Schulbuch mit Aufgaben für den direkten Einsatz bezieht und ein Diagnosewerkzeug mitliefert. Zudem gibt er, wenn auch nur am Rande, Hinweise zum Einbezug der sprachlichen Förderung. Aus dieser Perspektive betrachtet gehört der *Heilpädagogische Kommentar* in dieser Gruppe zu einem der ganzheitlichsten Förderprogrammen. Bei der Förderung lehnen die Autorinnen jedoch Aufgaben ohne Alltagsbezug entschieden ab, was gemäss evidenzbasierter Forschung für die Lernleistung nicht förderlich ist. Ihr Schwerpunkt liegt auf der Kontexterfassung und wird mit vielen Förderhinweisen expliziert. Neben den Repräsentationsebenen und greifbaren Veranschaulichungshilfen, welche die Leistungen im Bereich des Schulbesuchseffekts steigern, werden auch andere Methoden vorgeschlagen, die aber keiner evaluierten Methode eindeutig zugeordnet werden können. Zudem verfolgt der *Heilpädagogische Kommentar* ferner einen konstruktivistischen Zugang, was bei rechenschwachen Lernenden weniger effektiv ist als andere Vermittlungsmethoden. Aus der evidenzbasierten Perspektive vermag der *Heilpädagogische Kommentar* daher nicht gleichermassen zu punkten wie mit seiner Ganzheitlichkeit.

6.3.1.4 *Fördern im Mathematikunterricht der Primarstufe* von Scherer und Moser Opitz (2010)

Scherer und Moser Opitz (2010) gleichen von den inhaltlichen Aspekten dem Heilpädagogischen Kommentar sehr. Dieses Förderprogramm unterscheiden sich hinsichtlich der lerneffektiven Förderaspekte insofern vom Heilpädagogischen Kommentar, als dass sie auf den lernförderlichen Effekt von Strukturierungshilfen (Strategietrainings) und den Einsatz von Sachaufgaben ohne Alltagsbezug verweisen. Ihnen ist der positive Lerneffekt offensichtlich bekannt, sie geben aber keine Anleitung zur Umsetzung. *Fördern im Mathematikunterricht der Primarstufe* fördert die Erfassung des Kontexts über überschiedliche

Repräsentationsebenen und den konstruktivistischen Zugang noch stärker als der *Heilpädagogische Kommentar*. Anders als der *Heilpädagogische Kommentar* beziehen sich Scherer und Moser Opitz (2010) auf kein Schulbuch und liefern keine Aufgabensammlung oder diagnostisches Instrument mit. Sie arbeiten jedoch mit Beispielaufgaben in ihrem Buch, welche einfach adaptiert werden könnten, und verweisen auf die diagnostische Tätigkeit im Bereich der Fehleranalyse.

6.3.1.5 *Mathematik in eigenen Worten* von Waasmaier (2013)

In Mathematik in eigenen Worten sind mehrere Schwerpunkte auszumachen. Der Kontext und die Lösungswege werden konstruktivistisch im Dialog mit sich selbst und der Gruppe erschlossen. Die Reflexion über den Prozess steht ebenso wie das positive Erleben des eigenen Könnens im Zentrum. Konstruktivistische Ansätze sind bei schwachen Rechnenden nicht gleichermassen lerneffektiv wie bei normalbegabten Kindern (Kroesbergen et al., 2004). Waasmaier (2013) rät sogar von zu starker Unterstützung durch die Lehrperson ab (vgl. S. 13). Abgesehen davon integriert sie mehrere im wünschenswerten Bereich lerneffektive Fördermethoden. In wie fern diese aber lerneffektiv sind, wenn gänzlich auf die explizite Instruktion zugunsten des dialogischen Lernens verzichtet wird, kann nicht beantwortet werden. Zu den lernförderlichen Methoden bei rechenschwachen Lernenden gehört die Metakognition, die Feedbackkultur und die Förderung des eigenen Erfolgserlebnisses zugunsten des Angstabbaus. Zudem hat die Lehrperson dank der Lerntagebücher stetig Einsicht in die Prozesse der Lernenden, was eine Art Diagnostikum darstellt. Die Stärke dieses Lehrmittels liegt sicherlich in dessen ganzheitlichen Konzeption und der anschaulichen Erklärung der Förderaspekte, indem es die Vorgehensweise in den Lernumgebungen Schritt für Schritt mittels Schülerinnen- und Schülerbeispielen illustriert.

6.3.1.6 Zusammenfassung

In dieser Gruppe von Förderprogrammen sticht sicherlich der *Heilpädagogische Kommentar* dadurch heraus, als dass er ein Diagnostikum mitliefert und sich auf ein Schulbuch mit entsprechender Aufgabensammlung bezieht. Auch das Lehrmittel *Mathematik in eigenen Worten* stellt Aufgaben, eine Möglichkeit zur qualitativen Diagnostik sowie anschauliche Praxisbeispiele zur Verfügung. Aus Sicht der Praxisfreundlichkeit liefern daher die beiden Lehrmittel in dieser Gruppe die ganzheitlichsten Ansätze. Beide von Moser Opitz mitverfassten Förderprogramme, Waasmaier (2013) sowie Trossbach-Neuner (1998) berücksichtigen zudem den Einbezug der Sprache. Der Ausschnitt über das Sachrechnen von Gaidoschik (2016) liefert im Gegensatz zu den anderen vier Förderprogrammen weniger anschaulich, wie das Sachrechnen gemeistert werden soll. Für den direkten Einsatz in der Praxis ist er folglich am wenigsten geeignet. Aus der Perspektive des Lerneffekts fehlt es gemäss Hatties Forschungssynthesen bzw. der Metaanalyse von Kroesbergen et al. (2004) allen Förderprogrammen in wünschenswerten Masse an lerneffektiven Mathematikvermittlungsmethoden (vgl. Hattie, 2009, S. 145; Kroesbergen et al., 2004, S. 248). Einzig Scherer und Moser Opitz (2010) verweisen auf die Wirksamkeit von Strukturierungshilfen. Waasmaier (2013) lehnt zwar direktive Vermittlungsmethoden ab, zeigt aber anschaulich andere lerneffektive Förderaspekte auf.

6.3.2 Zweite Gruppe

Die Gruppe der Förderprogramme von Prediger et al. (2017), Stern et al. (2014), Born und Oehler (2013) und Lenhard und Lenhard (2010) ist heterogener, wie bereits bei der Beantwortung der ersten Fragestellung aufgezeigt. Die ersten drei lehren die Lernenden Strategien zur Bearbeitung von Sachaufgaben mittels Strukturierungshilfen. Strategiebasierte Methoden im Mathematikunterricht führen bei rechenschwachen

Lernenden gemäss Hattie zu einem wünschenswerten Lerneffekt von d = 0,85 (2009, S. 145). Ein Teil dieser Förderprogramme lehrt mittels expliziter Instruktion, was sowohl die Modellierungsphase der Lehrperson (d = 0,73) als auch die begleitete Übungsphase (d = 0,85) beinhaltet, wo der Lerneffekt ebenfalls im wünschenswerten Bereich liegt. Einen Sonderfall bildet hier sicherlich das Computerprogramm von Lenhard und Lenhard (2010), welches einige dieser Förderaspekte integriert. Der Unterricht wird hier aber in erster Linie durch das Programm und nicht durch die Lehrperson gesteuert. Nachfolgend finden sich die Analysen zu den einzelnen Förderprogrammen dieser Gruppe.

Tabelle 11: Übersicht über zur Verfügung gestelltes Material der zweiten Gruppe

	Prediger et al. (2017)	Stern et al. (2014)	Born und Oehler (2013)	Lenhard und Lenhard (2010)
Diagnostik	ja	ja (Verweis)	nein	nein
Fallbeispiele bzw. Beispielaufgaben	ja	ja	ja	ja
Aufgabensammlung	ja	nein	nein	ja

6.3.2.1 *Mathe sicher können* von Prediger et al. (2017)

Das Lehrmittel *Mathe sicher können* von Prediger et al. (2017) ist spezifisch aufs Sachrechnen der 5.–8. Klasse zugeschnitten, deckt davon unterschiedliche Aspekte (genannt Bausteine) ab und liefert zu jedem Baustein eine Standortbestimmung (d = 0,90, Hattie, 2009, S. 181) sowie eine Aufgabensammlung. Neben der visuell-schematischen Strukturierungshilfe wird auch die Förderung der Bildungssprache einbezogen. Aufgrund all dieser Gesichtspunkte darf dieses Lehrmittel sicherlich als ganzheitlich – im Sinne der Tauglichkeit für den direkten Praxiseinsatz – bezeichnet werden. Aus der Perspektive der Lerneffektivität können mehrere Methoden identifiziert werden, deren Wirksamkeit im wünschenswerten Bereich liegen: der Einsatz von Strategien und die Metakognition darüber sowie der Einsatz von formativen Lernkontrollen zur Standortbestimmung bzw. der Rückmeldung daraus. Anders als die zwei folgenden Förderprogramme dieser Gruppe vermitteln sie die Strategien nicht über die explizite Instruktion, sondern oftmals konstruktivistisch. Die Kombination aus Strategietraining und expliziter Instruktion wäre gemäss Untersuchungen in Bezug auf die Lernleistung besonders förderlich (vgl. Forbringer & Fuchs, 2013, S. 216). Eine entsprechende Adaption sollte aber möglich sein.

6.3.2.2 *Aufbau elaborierter Rechenfertigkeiten* von Stern et al. (2014)

Stern et al. (2014) liefern in einem Herausgeberwerk die Strukturierungshilfe *Solve-it!* als Strategie zur Bearbeitung von Sachaufgaben. Die Kinder erlernen diese Strategie, indem die Lehrperson diese modelliert (d = 73) und sie bei der Bearbeitung begleitet (d = 0,85). Danach üben die Kinder zuerst in Paaren, wobei davon ein Kind die Rolle der Lehrperson übernimmt (Peer tutoring d = 0,76), bevor sie dann vollständig selbstständig üben. Zudem werden visuelle Schemata für die Schemaidentifikation vorgegeben, was gemäss Forbringer und Fuchs (2013) eine evidenzbasierte Methode ist (vgl. S. 217f.). Durch positiv attribuierte Rückmeldungen sollen die Versagensängste der Kinder minimiert werden. Massnahmen zur Angstreduktion wirken sich auf die Lernleistung im wünschenswerten Bereich aus (vgl. Hattie, 2009, S. 145). Aus Sicht der Ganzheitlichkeit berücksichtigt zwar dieser Buchteil mehrere Förderaspekte, bietet aber im Bereich der Diagnostik und der Aufgabensammlung keineswegs den gleichen Umfang wie Prediger et al. (2017). Zwar verweist es auf andere vertiefende Strategietrainings im Herausgeberwerk und auf Diagnostika im Bereich des Sachrechnens. Allerdings bietet dieser Buchteil kaum Aufgaben, die adaptiert werden könnten bzw. auch keine Aufgabensammlung.

6.3.2.3 *Kinder mit Rechenschwäche erfolgreich fördern* von Born und Oehler (2013)

Das Förderprogramm von Born und Oehler (2013) enthält im Prinzip viele deckungsgleiche Aspekte wie die Intervention von Stern et al. (2014). Es liest sich im Vergleich aber ganz anders, weil es in erster Linie für Eltern gedacht ist. Wie sich die Elternbeteiligung auf die Lernleistung auswirkt, kann in diesem speziellen Fall (Durchführung einer Intervention) nicht beurteilt werden. Stern et al. (2014) raten davon ab, Hattie (2009) wertet das aktive Vorgehen beim Lernen durch die Eltern grundsätzlich im wünschenswerten Bereich (vgl. S. 68f.). Im Gegensatz zu Stern et al. (2014) unterstützen sie die Schemaidentifikation nicht über visuelle Schemata. Aus der ganzheitlichen und evidenzbasierten Betrachtungsweise liegt die Stärke in der Kombination von Strategietrainings vermittelt durch die explizite Instruktion und Massnahmen zur Angstreduktion (d = 0,40). Allerdings verweist dieses Programm auf keine diagnostischen Mittel und liefert auch keine Aufgabensammlung. Die verwendeten Beispielaufgaben dienen der Veranschaulichung des Vorgehens, bieten sich aber nicht zur Adaption an.

6.3.2.4 *Rechenspiele mit Elfe und Mathis 2* von Lenhard und Lenhard (2010)

Das Computerprogramm *Rechenspiele mit Elfe und Mathis 2* von Lenhard und Lenhard (2010) inkludiert gewisse ähnliche Förderaspekte wie die anderen drei Förderprogramme. Beispielsweise fördert es durch das Nachvollziehen von Lösungswegen die Metakognition oder baut tutorielle Feedbacks mit ein. Metaanalysen zeigen jedoch, dass computergestützte Instruktionen die Lernleistung bloss im Bereich des Schulbesuchseffekts beeinflussen (vgl. Hattie, 2009, S. 222). Aus der ganzheitlichen Perspektive im Sinne der Praxistauglichkeit liegt der Vorteil dieses Förderprogramms bei den vielen Aufgaben (20 % des Programms) auf drei unterschiedlichen Anspruchsniveaus. Neben der fehlenden Diagnostik besteht der entscheidende Nachteil bei diesem Programm darin, dass es nur auf alten Versionen von Windows (Windows 2007 und älter) läuft. Neuere Versionen oder Versionen für andere Betriebssysteme sind von *Rechenspiele mit Elfe und Mathis 2* nicht verfügbar.

6.3.2.5 Zusammenfassung

In dieser Gruppe integrieren die ersten drei Programme sehr lerneffektive Strategietrainings. Vergleicht man die drei Förderprogramme in Bezug auf die Lerneffektivität, heben sich Born und Oehler (2013) sowie Stern et al. (2014) positiv ab. Sie vermitteln die Strategien mittels der lerneffektiven Methode der expliziten Instruktion. Hier bilden die Lernenden Analogien zu Aufgabentypen, die sie mittels expliziter Instruktion gelernt haben. Diese Schemaidentifikation wird bei Stern et al. (2014) noch zusätzlich durch visuelle Schemata unterstützt. Je besser sie diese Strategien beherrschen, desto mehr Variation ist bei den Aufgabentypen möglich. Bei Prediger et al. (2017) erarbeiten sich die Lernenden die Strategie selbstständiger, z. B. indem sie Gedankengängen von Protagonisten aus dem Lehrmittel folgen, analysieren oder sprachliche Strukturen vergleichen. Bei Prediger et al. (2017) wird das Aufgabenschema (mathematisches Modell) mit einem Informationsnetzt visualisiert. Aus Sicht der ganzheitlichen Praxistauglichkeit bietet das Lehrmittel *Mathe sicher können* mit der umfassenden Aufgabensammlung zu verschiedenen Bausteinen inklusive Standortbestimmung sicherlich am meisten. Ein Diagnostikum in Form einer formativen Standortbestimmung wirkt sich gemäss Hattie (2009) zudem im wünschenswerten Bereich auf die Lernleistung aus. Dem gegenüber steht das Computerprogramm, das zwar gut durchdacht ist, jedoch das Lernen weniger effektiv fördert. Es kommt dazu, dass es nur bei entsprechend alter Computerausstattung eingesetzt werden kann.

6.3.3 Dritte Gruppe

Tabelle 12: Übersicht über zur Verfügung gestelltes Material der dritten Gruppe

	Simon und Simon (2011)	Helfer (2016)
Diagnostik	ja	ja (Verweis)
Fallbeispiele bzw. Beispielaufgaben	nein	ja
Aufgabensammlung	ja	ja

Die beiden Förderprogramme, das *Diagnose-Förder-Paket 4* von Simon und Simon (2011) sowie das *Trainings-Inventar-Rechenstörung* von Helfer (2016) fallen verglichen mit den Programmen der anderen Gruppen dadurch auf, dass ihre Förderhinweise weniger konkret sind. Das zeigt sich beispielsweise daran, dass Simon und Simon (2011) ihre Förderhinweise weder mit einem Fallbeispiel noch mit Beispielaufgaben veranschaulichen. Helfer (2016) liefert ein Fallbeispiel, erwähnt das Sachrechnen aber nur generell. Sie beziehen sich nur vage auf gewisse Methoden, womit eine eindeutige Zuordnung und der Vergleich mit evaluierten Methoden erschwert werden. Soweit es geht, werden die beiden Programme nun einzeln analysiert.

6.3.3.1 *Diagnose-Förder-Paket 4* von Simon und Simon (2011)

Simon und Simon (2011) erwähnen das Nachspielen des Kontexts als Möglichkeit zur Erfassung der Sachaufgabe oder die Nutzung des Taschenrechners als Fördermassnahmen. Sowohl die alternative Repräsentationsform (Nachspielen) als auch der Einsatz des Taschenrechners erzielen Lerneffekte im Bereich des Schulbesuchs. Wie sich die Modifikation der Aufgabenformate auf das Lernen auswirkt, ist nicht bekannt. Grundsätzlich ist die Idee, dass sie ein diagnostisches Mittel und gleich die Aufgabensammlung zur Förderung mitliefern, ein positiver Aspekt hinsichtlich der Ganzheitlichkeit. Allerdings verwenden sie in den Arbeitsblättern der vierten Klasse bereits die Bruch- und Kommaschreibweise, was für rechenschwache Lernende eine grosse Herausforderung darstellt.

6.3.3.2 *Trainings-Inventar Rechenstörung (T-I-R)* von Helfer (2016)

Das T-I-R von Helfer (2016) kann auf der methodischen Ebene aufgrund der generellen Förderhinweise keiner Methode zugeordnet und deshalb bezüglich Evidenz nicht analysiert werden. Es geht neben der Behandlung der Rechenstörung auch um die Minimierung der Angst. Wie bei anderen Programmen schon erwähnt, wirkt sich die Angstreduktion im wünschenswerten Bereich auf die Lernleistung aus. Helfer (2016) liefert selbst kein diagnostisches Mittel, verweist aber darauf. Die Aufgabensammlung enthält – ähnlich wie im Diagnose-Förder-Paket – bereits für die 4. Klasse gebrochene Zahlen, was gerade für schwache Rechnende anspruchsvoll ist.

6.3.4 Zusammenfassung der Ergebnisse zur zweiten Fragestellung

Die Ergebnisse zeigen, dass die unterschiedlichen Förderprogramme ihre Schwerpunkte verschieden akzentuieren und keines alle Bereiche abdeckt. Aus der ganzheitlichen Perspektive im Sinne der Praxistauglichkeit ist die Kombination aus dem lerneffektiven Strategietraining (Strukturierungshilfe/Scaffolding) mit Einbezug der bildungssprachlichen Förderung, die darauf abgestimmten Aufgaben und die Lernstanderfassungen beim Lehrmittel von Prediger et al. (2017) sicherlich positiv zu erwähnen. Auch andere Förderprogramme (Heilpädagogischer Kommentar, Diagnose-Förder-Paket, Mathematik in eigenen Worten) umfassen Diagnostik und Aufgabensammlungen, weisen aber im Gegensatz zu *Mathe sicher können* gerade bei der lerneffektiven Förderung nicht die gleiche Qualität auf. Die für rechenschwache Lernende lerneffektive explizite Instruktion wird einzig von Born und Oehler (2013) sowie Stern et al. (2014) umfangreich berücksichtigt. Diese beiden bauen zudem angstreduzierende Massnahmen ein, wobei dies auch bei anderen Förderprogrammen berücksichtigt wird. Die Metakognition wird bei Prediger et al. (2017) und Waasmaier (2013) in grossem Masse gefördert, was ebenfalls lerneffektiv ist. Insgesamt gesehen heben sich die ersten drei Förderprogramme der zweiten Gruppe besonders positiv hervor.

Die in der ersten Gruppe vielfach gepriesenen Erarbeitungen des Kontexts auf unterschiedlichen Repräsentationsebenen wirken sich gemäss Hattie (2009, S. 145) nur im Bereich des Schulbesuchseffekts auf die Lernleistung aus. Ebenso verhält es sich mit dem konstruktivistischen Zugang (vgl. Forbringer & Fuchs, 2013, S. 248). Möchte dennoch die Erfassung des Kontexts vielfältig gefördert werden, bieten speziell der *Heilpädagogische Kommentar* von Moser Opitz und Schmassmann (2004) sowie der Sachrechenteil aus Scherer und Moser Opitz (2010), ferner auch der Artikel von Trossbach-Neuner (1998) viele Anregungen dazu. Für ein Sachrechnen mittels entdeckenden Lernens können beispielsweise Waasmaier (2013) auf der Sekundarstufe I bzw. Scherer und Moser Opitz (2010) auf der Primarstufe eingesetzt werden. Die Sachrechenförderung von Gaidoschik (2016), Helfer (2016), Lenhard und Lenhard (2010) sowie Simon und Simon (2011) präsentieren sich aus unterschiedlichen, bereits dargelegten Gründen nicht gleichermassen positiv.

7 Diskussion

Aus den Ergebnissen gehen zwei unterschiedliche Richtungen hervor, deren didaktische Ideen in zwei verschiedene Gruppen kategorisiert wurden. Die dritte Gruppe bleibt in ihren Ansätzen allgemein und wird hier nur am Rande diskutiert. Die erste Gruppe betont die Relevanz des Alltags im Sachrechnen. Diese alltäglichen Sachlagen sollen auf vielfältige Art verstanden und konstruktivistisch erschlossen werden. Sie geben Ansätze, wie dies durch unterschiedliche Repräsentation geschehen kann. Das Sinnstiftende wird in dieser Gruppe hervorgehoben. *Sätzlirechnen*, wie es Moser Opitz und Schmassmann (2004) bezeichnen und damit immer gleichgestrickte Aufgaben mit auswechselbarem Kontext meinen, lehnen die Autorinnen und Autoren der Förderprogramme der ersten Gruppe ab. Die zweite Gruppe dagegen hat einen – wenn man so will – mechanischeren Zugang zum Sachrechnen. Sie lehren den Kindern eine Strategie in Form einer Strukturierungshilfe für die Bewältigung des Sachrechnens. Dabei ist das Lehrmittel von Prediger et al. (2017) als einziges auch konstruktivistisch orientiert, während die anderen auf explizite Instruktion oder modellierende Sequenzen setzen. Durch alle drei Gruppen hindurch findet man Förderprogramme, die neben den mathematischen Aspekten auch noch weitere Förderaspekte integrieren. Zu nennen sind hier sicherlich die Sprachförderung, die Förderung der Metakognition, die Angstreduktion bzw. der Aufbau von Motivation.

Die erste Gruppe steht für eine moderne Mathematikdidaktik, wie es Hattie (2009) bezeichnet. Er meint, dass solche Bildungstheorien aber noch nichts über die tatsächliche Lernleistung aussagen. Das zeigen seine Forschungssynthesen gerade bei den beiden Merkmalen, dem Einbezug echter Probleme und vielfältiger Veranschaulichungshilfen. Zumindest die Darbietung auf unterschiedlichen Repräsentationsebenen ist sicherlich nicht lernhinderlich, aber sie erreicht auch keinen Lerneffekt im wünschenswerten Bereich. Auch der konstruktivistische Zugang ist bei schwachen Sachrechnenden nicht optimal (vgl. Kroesbergen et al., 2004; Zhang & Xin, 2012). Anders sieht dies bei den Strukturierungshilfen oder der expliziten Instruktion aus. Diese beeinflussen die Lernleistung wesentlich wirksamer (vgl. ebd.).

So weit, so gut! Bedeutet das denn nun, dass nur mit den Förderprogrammen der zweiten Gruppe gearbeitet werden soll, welche mittels Strukturierungshilfen und teilweise durch die explizite Instruktion fördern? Sind die Förderprogramme der ersten Gruppe für den Einsatz bei rechenschwachen Lernenden ungenügend? Das würde einen doch aufhorchen lassen, stehen hinter den Förderprogrammen der ersten Gruppe immerhin einige namhafte Didaktikerinnen und Didaktiker bzw. Forschende im Bereich Mathematikdidaktik. Nein, so banal ist die Antwort nicht. Es ist nichts Neues, dass in der Bildungsforschung diverse Ansätze zu demselben Bereich existieren. Die Frage, was davon Gültigkeit hat, ist daher nur logisch. Prediger (2010) geht der Gültigkeits-Frage in ihrer Abhandlung über die unterschiedlichen Einflüsse auf die Sachrechendidaktik (nicht wie hier für rechenschwache Lernende) nach. Sie betont, dass die Diversität der Zugänge wichtig ist, denn oft beleuchten solche Ansätze nur einen Ausschnitt des Ganzen (S. 183).

„Jede Dimension für sich allein kann keine ausreichende Basis für ein umfassenderes Unterrichtskonzept bilden, eine Vielfalt der Zugänge ist somit auch in präskriptiver Orientierung wichtig, um in Bezug auf die Entwicklungsaufgabe der Didaktik für die Komplexität der Unterrichtsrealität einen angemessenen Handlungsrahmen zu bieten“ (Prediger, 2010, S. 184).

Sie meint weiter, dass unterschiedliche Theorien und wissenschaftliche Praktiken nur dann für die Entwicklung des Unterrichts gewinnbringend sind, wenn sie entsprechend miteinander verknüpft werden. Lehrpersonen und unterrichtsentwickelnde Didaktikerinnen und Didaktiker haben die Aufgabe, diese unterschiedlichen Ansätze in ihre Praxis zu integrieren und zu priorisieren (S. 191). Unter dieser Annahme, dass die Ansätze der beiden Gruppen nur einen Teil des Ganzen abdecken, soll an dieser Stelle aufgezeigt werden, wie eine Integration der unterschiedlichen Ansätze aussehen könnte.

Der Fokus der ersten Gruppe liegt auf der Sinnhaftigkeit der Sache. Kontextfreies Sachrechnen wird angefochten und hat durchaus seine Berechtigung. Die Relevanz der Umwelterschliessung ist eine der wichtigen Forderungen und Ziele des Mathematikunterrichts (vgl. Deutschschweizer Erzieungsdirektoren-Konferenz [D-EDK], 2013, S. 2; Vollrath & Roth, 2012, S. 10). Historisch betrachtet liegen die Wurzeln der Mathematik im Problemlösen des täglichen Lebens, welche dadurch ihren Beitrag zur Umwelterschliessung leisteten. Die Landvermessung, die Bauplanung, das Berechnen von Preisen und Löhnen, um nur einige Beispiele zu nennen, waren auch schon in vorchristlicher Zeit Teile des Alltags. Die Menschen benötigen nach wie vor die Mathematik für die Bewältigung ihres Alltags. Das Entdecken von Zusammenhängen im Alltag war und bleibt Teil der Mathematik (vgl. Vollrath & Roth, 2012, S. 12f.). Diese Anforderung an den Mathematikunterricht darf keinesfalls ausser Acht gelassen werden und hat daher, wie von der ersten Gruppe verfochten, ihre Berechtigung. Wie aber kann die Auseinandersetzung von der Alltagssache in Verbindung mit der Mathematik bei rechenschwachen Lernenden gelehrt werden? Die konstruktivistische Erfassung des Kontexts auf unterschiedlichen Repräsentationsebenen mag gemäss Hattie (2009, S. 145) zwar keine Wirksamkeit im wünschenswerten Bereich aufweisen, doch ist sie für das konzeptuelle Verständnis von Zahlen und Operationen wichtig. Beispielsweise schlagen Forbringer und Fuchs (2013) in ihrem Praxisleitfaden zum evidenzbasierten Mathematikunterricht (Response to Intervention) für den konzeptuellen Aufbau von Operationen Rechengeschichten vor, wie sie in einigen Förderprogrammen wiedergefunden werden können. Diese sollen konkret bzw. später ikonisch veranschaulicht werden (vgl. ebd., S. 111). Wichtig bei der Repräsentation ist der Einbezug von geeigneten Darstellungsmitteln. Denn nicht alle Anschauungshilfen sind geeignet (Küspert, 2017, S. 236). Geeignete Repräsentationen zeichnen sich dadurch aus, dass sie die mathematische Grundidee ausreichend und konzentriert wiedergeben und die Strukturen des Zahlenraums beachten. Das blosse Nachvollziehen einer Rechenoperation mittels Veranschaulichung reicht nicht aus. Der quantitative Aspekt der Rechenoperation soll immer mit der Handlung am Darstellungsmittel verbalisiert werden (vgl. Forbringer & Fuchs, 2013, S. 86ff.; Krajewski, 2008b, S. 285ff.). Die Versprachlichung der Rechenhandlung wird bei Forbringer und Fuchs (2013) in den Rechengeschichten mittels expliziter Instruktion als fester Bestandteil vermittelt

(2013, S. 112). Die explizite Instruktion kann also bei der Erfassung des Kontextes eingebaut werden und muss nicht konstruktivistisch erfolgen. Die Sachlage vielfältig zu erfassen und damit die Mathematik in unserer Umwelt zu erkennen und zu erschliessen, ist Ziel und Forderung an die Mathematik und muss demnach entsprechend Platz im Unterricht haben. Dies wird vor allem von den Förderprogrammen der ersten Gruppe vertreten und somit bestätigt sich die These von Prediger (2010), dass Theorien und Forschungspraktiken oft nur einen Teil des ganzen Unterrichtsspektrums abdecken. Wie aber geht es weiter, wenn Lernende Brücken zwischen der Mathematik und dem Alltag geschlagen haben? Führt das schon automatisch zur Lösung? Die erste Gruppe schlägt das aktive, eigene Konstruieren des Wegs im Dialog durch Ausprobieren und Knobeln vor (vgl. Gaidoschik, 2016; Waasmaier, 2013; ferner auch Scherer & Moser Opitz, 2010; Moser Opitz & Schmassmann, 2004). Dies soll dann beispielsweise gelingen, wenn die Aufgabenformate hinsichtlich mehrerer Merkmale offen sind (vgl. Moser Opitz & Schmassmann, 2004; Scherer & Moser Opitz, 2010) oder Lernumgebungen so angelegt sind, dass sie quasi selbstdifferenzierend sind (vgl. Waasmaier, 2013). Es gibt auch in dieser Gruppe einige Förderprogramme, welche auf gewisse Strukturierungen hinweisen, sei dies ein Rechenbaum im *Heilpädagogischen Kommentar* (vgl. Moser Opitz & Schmassmann, 2004), Zuordnungshilfen bei Trossbach-Neuner (1998) oder Strukturierungshilfen (vgl. Scherer und Moser Opitz, 2010). Allerdings gehen die Autorinnen über die Erwähnung nicht hinaus. Doch die Forschung zeigt, dass gerade rechenschwache Lernende mit der konstruktivistischen Methode in der Mathematik Mühe haben. Die Vorzüge des entdeckenden Lernens sollen keineswegs kleingeredet werden, schliesslich profitieren normalbegabte Lernende von einem solchen Unterricht (Kroesbergen et al., 2004). Die bereits im ersten Teil der Arbeit zitierte Metaanalyse von Kroesbergen und Van Luit (2003) zeigt aber, dass rechenschwache Lernende wirksamer von der expliziten Instruktion als von konstruktivistischem Lernen profitieren. Fuchs et al. (2008) formulieren sieben Prinzipien des effektiven Mathematikunterrichts mit rechenschwachen Lernenden. Als erstes Prinzip nennen sie das Unterrichten mittels expliziter Instruktion. Explizite Instruktion alleine ist jedoch nicht genug, sondern die Herausforderungen von Lernanforderungen müssen portioniert und minimiert werden. Neue Prozedere sollen den Lernenden immer begründet werden. Rechenschwache Kinder benötigen systematischer und häufiger Übungen und der Lernstoff muss stetiger wiederholt werden als bei normalbegabten Lernenden. Sie brauchen zudem Motivation, um ihr Lernen zu regulieren und vor allem auch um dranzubleiben. Das siebte Prinzip von Fuchs et al. (2008) besagt, dass die Lehrperson den Fortschritt von Interventionen stetig überwachen muss (S. 84ff.). Die ersten sechs Prinzipien zeigen, dass rechenschwache Lernende eine enge Unterstützung brauchen. Daher ist es vielleicht auch wenig verwunderlich, dass Strategien sehr lerneffektiv sind. Solche Strategien bieten die Strukturierungshilfen der ersten drei Förderprogramme der zweiten Gruppe. Hier gibt es jedoch Unterschiede. Während das Förderprogramm von Prediger et al. (2017) die Einführungen der Strukturierungshilfe durch Lehrpersonen mit entdeckendem Lernen paart, lehren Stern et al. (2014) und Born und Oehler (2013) mittels expliziter Instruktion die Lernenden die Strukturierungshilfen einzusetzen. Neben dem ersten Prinzip (vgl. Fuchs et al., 2008), passen sie auch die Herausforderungen an, indem sie ein Schema nach dem anderen einführen und den Lernenden genügend Übungsmöglichkeiten gewähren. Allerdings könnte auch das Lehrmittel *Mathe sicher können* explizit eingeführt werden, schliesslich weisen Prediger et al. (2017) auf eine Einführung der Strukturierungshilfe durch die Lehrpersonen hin. Das würde vielleicht sogar Vorteile bieten, da sich damit nach und nach auch die vorgesehenen entdeckenden und metakognitiven Ansätze einbauen lassen. Denn schliesslich sind komplexere und offenere Aufgaben das Ziel, zumindest verweisen Stern et al. (2014) darauf. Hier lässt sich wieder der Bogen zu den Lehrmitteln der ersten Gruppe schlagen, welche offene Aufgabenformate oder Lernumgebungen favorisieren. Sie sollen keineswegs weder kategorisch abgelehnt, noch als ungeeignet betrachtet werden. Schliesslich gehört die Heterogenität zur Realität im Klassenzimmer und die innere Differenzierung daher zu einem der zehn Merkmale eines guten Unterrichts (vgl. Meyer, 2016, S. 101f.). Allerdings stellt die Nivellierung bei selbstdifferenzierenden Lernumgebungen nicht einfach automatisch ein, was sich bereits in Klassen äussert, die keine speziell rechenschwachen Lernende haben (Scherres, 2013). Der alleinige Einsatz von konstruktivistischen, offenen Aufgabenformaten ist daher nicht sinnvoll. Hier zeigt es sich wieder, dass ein Ansatz eben nicht alles abdeckt und der eine Ansatz im Unterricht nicht ohne den anderen existieren kann und soll. Dass rechenschwache Lernende mehr Unterstützung im Sinne von strukturierenden Strategien und Schemaidentifikationen benötigen, die mittels expliziter Instruktion vermittelt werden, belegt die Forschung klar (Kroesbergen et al., 2004; Zhang & Xin, 2012). Dass aber die Kontexterfassung ebenso miteingebaut werden muss, zeigt nur schon der allgemeinbildende Auftrag, den die Mathematik erfüllen muss. Die Kombination dieser beiden Aspekte könnte es rechenschwachen Lernenden ermöglichen, sich auch in offenen Lernumgebungen oder Aufgaben zu bewähren und sich somit als selbstwirksam zu erleben. Die Generierung einer positiven Einstellung zur Mathematik, der Abbau misserfolgsbedingter Angst und Verweigerung ist bei einigen Förderprogrammen das Ziel. Es lässt sich aber vermuten, dass dies nur gelingt, wenn die Förderaspekte im Unterricht miteinander kombiniert werden. Dies gilt genauso für die stetige Überwachung des Lernfortschritts, wie z. B. durch die formativen Lernkontrollen bei Prediger et al. (2017) oder die Lerntagebücher bei Waasmaier (2013). Auch die Entlastung und Förderung der sprachlichen Voraussetzung, wie z. B. bei Born und Oehler (2013), Moser Opitz und Schmassmann (2004), Prediger et al. (2017), Scherer und Moser Opitz (2010), Trossbach Neuner (1998) und Waasmaier (2013) müssen in den Mathematikunterricht einbezogen werden. Dieses Miteinander ist in der Abbildung 16 veranschaulicht.

Eine eindeutige Favorisierung eines Förderprogramms – das versteht sich aus dieser Darlegung heraus – ist nicht möglich. Dennoch lassen sich Empfehlungen ableiten. Aus der ersten Gruppe kann grundsätzlich jedes Förderprogramm empfohlen werden, wenn es mit einem hinreichend kritischen Blick auf das entdeckende Lernen im Zusammenhang mit Rechenschwäche gelesen wird. Ausschlaggebend für die Wahl ist hier sicherlich die Unterrichtsstufe, da in dieser Gruppe Förderprogramme vom Anfangsunterricht bis zur Sekundarstufe I vertreten sind. Ganzheitlich konzipierter sind in dieser Gruppe jene von Moser Opitz und Schmassmann (2004), Scherer und Moser Opitz (2010) sowie Waasmaier (2013). Wichtig ist, dass sie mit einem Förderprogramm aus der zweiten Gruppe kombiniert werden, das die Schemaidentifikation und die Strukturierungshilfe mittels expliziter Instruktion integriert (z. B. in Stern et al. [2014] und Born und Oehler [2013]). Hierbei ist zu beachten, dass Born und Oehler 2013 zwar all diese Methoden integrieren, ohne diese aber explizit so zu

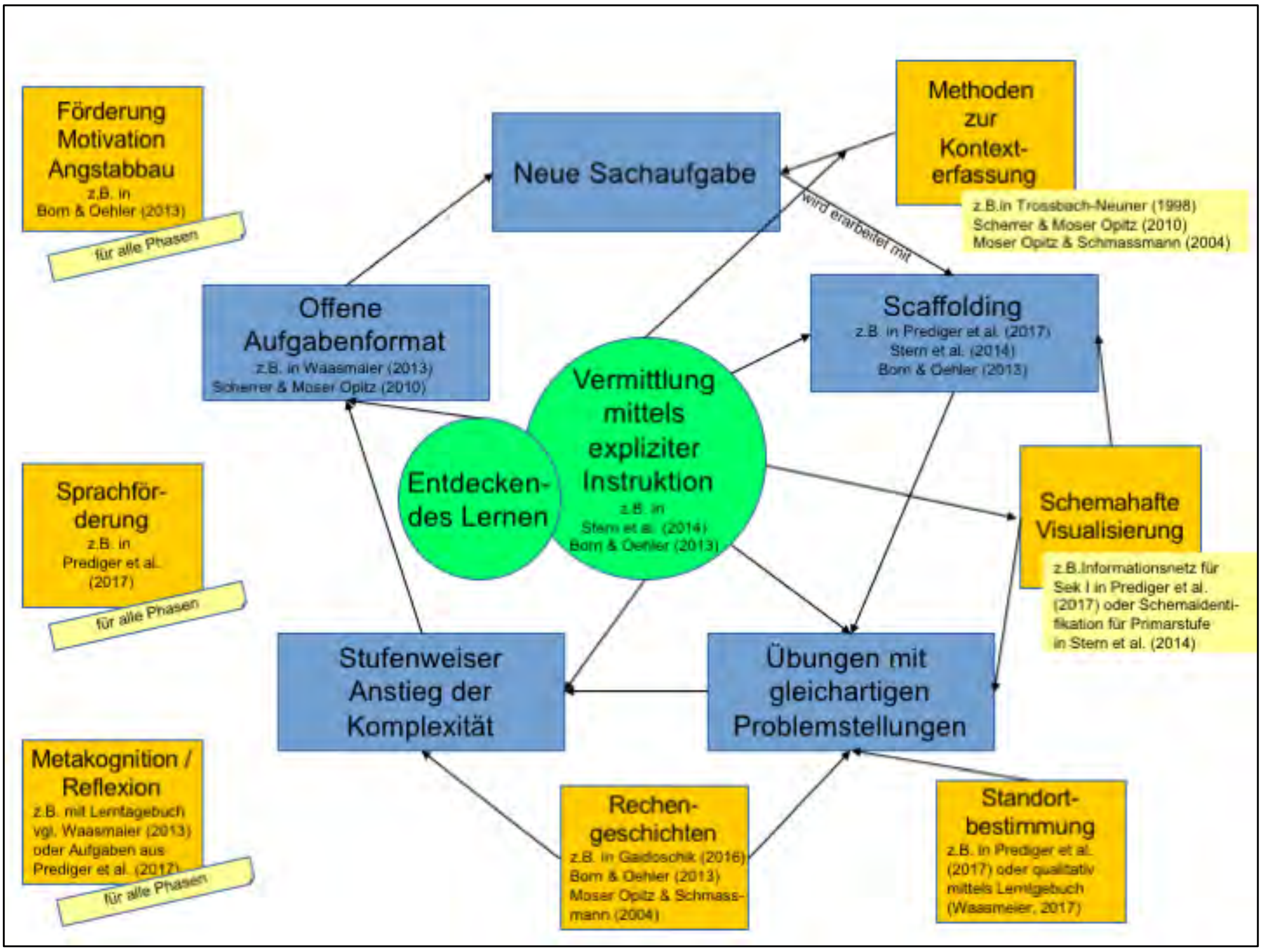


Abbildung 16: Kombination der Förderaspekte bzw. Förderprogramme für den Einsatz in der Praxis

benennen. Das liegt möglicherweise an deren Zielpublikum, den Eltern. Ist der Umgang mit expliziter Instruktion bzw. Schemaidentifikation noch nicht bekannt, kann es sinnvoll sein, Stern et al. (2014) vorzuziehen. Wird auf der Mittel- oder Sekundarstufe unterrichtet, kann das Lehrmittel *Mathe sicher können* empfohlen werden. Einerseits kombiniert es konstruktivistische Ansätze mit der Strukturierungshilfe, andererseits liefert es auch für jeden Baustein eine Standortbestimmung. Diese stetige formative Evaluierung wirkt sich nicht nur günstig auf die Lernleistung aus, sondern gehört auch zu einem der sieben Prinzipien für den Mathematikunterricht mit rechenschwachen Lernenden (vgl. Fuchs et al., 2008, S. 86). Bei diesem Lehrmittel sollte die zusätzliche Vermittlung mittels expliziter Instruktion geprüft werden. Die Förderprogramme der dritten Gruppe und das Computerspiel *Elfe und Mathis 2* sollen nicht per se unbeachtet werden, doch ist ihr Einsatz sicherlich auf die Voraussetzungen der Lernenden anzupassen und mit den eben dargelegten Aspekten zu kombinieren.

8 Schlusswort

Neben den wesentlichen Erkenntnissen aus dieser Arbeit soll hier auch über das Vorgehen und die Relevanz der Ergebnisse reflektiert und deren Bedeutung hinsichtlich weiterführender Forschung und Tätigkeit aufgezeigt werden.

8.1 Zusammenfassung

Die Arbeit beleuchtet in einem ersten, theoretischen Teil den bisherigen Forschungsstand zur Rechenschwäche und zum Sachrechnen. Es zeigt neben den Fördermöglichkeiten im Sinne eines guten Unterrichts auch spezifische Förderaspekte des Sachrechnens bei rechenschwachen Lernenden auf. Die evidenzbasierte Forschung zum Sachrechnen bei Rechenschwäche ist zum heutigen Zeitpunkt noch dünn gesät, wird es mit anderen Bereichen der Mathematikdidaktik für rechenschwache Lernende verglichen. Gerade deshalb ist es für die Praxis von hohem Interesse, wie die verfügbaren Förderprogramme diese Forschungserkenntnisse ganzheitlich integrieren. Das untersuchte Korpus besteht aus elf deutschsprachigen Förderprogrammen, welche die Bereiche Rechenschwäche, Sachrechnen und die Förderung miteinander kombinieren. Zuerst wurden sie auf deren Förderaspekte hin untersucht. Danach wurden diese mit der evidenzbasierten Bildungsforschung verglichen. Hinsichtlich der Förderaspekte kristallisieren sich zwei wesentliche Strömungen heraus. Fünf Förderprogramme fokussieren teilweise auf die Erarbeitung des Kontexts auf unterschiedlichen Repräsentationsebenen. Sie fördern das Sachrechnen mittels differenzierter Materialien und Unterrichtsgestaltungen. Sie betonen den konstruktivistischen Prozess des Lösens einer Sachaufgabe und distanzieren sich – teils stärker, teils moderater – vom Lehren von Lösungsstrategien. Die zweite Strömung hingegen lehrt die Lernenden die Verwendung einer Strukturierungshilfe zur Bewältigung des Sachrechnens teils mittels expliziter Instruktion, teils auch über konstruktivistische Elemente. Forschungssynthesen von Metaanalysen zeigen zwar, dass das Strategielernen gerade in Kombination mit der expliziten Instruktion im wünschenswerten Bereich förderlich ist. Doch wäre eine Förderung nur mit den Förderprogrammen der zweiten Gruppe zu kurz gegriffen. Die Erfassung des Kontexts und damit die Verbindung von Alltag und Mathematik sind wesentliche Ziele des Mathematikunterrichts und müssen deswegen gerade im Sachrechenunterricht ihren Platz finden. Die Anwendung der Mathematik an offenen, authentischen Sachaufgaben soll als Ziel des Sachrechnens verstanden werden. Rechenschwache Lernende benötigen aber bis dorthin einen systematischen Aufbau von Lösungsstrategien – idealerweise mittels expliziter Instruktion. Zwei weitere Förderprogramme und ein Computerspiel erfüllen in mancherlei Hinsicht nicht die Voraussetzung als lernwirksames, ganzheitliches Förderinstrument. Es ist aber anzunehmen, dass sie als Ergänzung durchaus punktuell Verwendung finden können.

8.2 Reflexion über die Methode und die Ergebnisse

In der qualitativen Forschung herrscht Uneinigkeit, ob die klassischen Gütekriterien der quantitativen Forschung (Objektivität, Reliabilität und Validität) gelten können. Kuckartz (2016) schlägt für die Inhaltsanalyse einen Mittelweg zwischen der vollkommenen Bejahung und Verneinung der klassischen Gütekriterien in Form einer Checkliste vor (vgl. S. 202ff.). Für die kritische Reflexion des Vorgehens wird anhand dieser Checkliste aufgezeigt, was beim eigenen Vorgehen Berücksichtigung fand und wie es sich auf die Qualität und Aussagekraft auswirkt. Der erste Teil der Checkliste bezieht sich allerdings auf Interviewdaten und kann daher für das Literaturkorpus dieser Arbeit nicht übernommen werden. Bei der Literaturrecherche wurde bewusst mit dem Stern-Platzhalter (z. B. Förder*) gearbeitet, um so alle möglichen Kombinationen einzuschliessen und die Suche grossflächig anzulegen. Der Ein- und Ausschluss der Förderprogramme ist systematisch und transparent gestaltet und exemplarisch im Methodenteil sowie ausführlich im Anhang A und B dokumentiert. Das Vorgehen hält sich an die Praktiken des wissenschaftlichen Arbeitens (vgl. Roos & Leutwyler, 2017, S. 34ff., 68f.). Es ist aber augenscheinlich, dass das Korpus mit elf Förderprogrammen eine kleine Stichprobe darstellt. Das mag daher kommen, dass die Forschung zu diesem Thema noch ausbaufähig ist. Eine Ausweitung der Suche

mittels Schneeballprinzip hätte möglicherweise ebenfalls zu weiteren Treffern geführt. Ein grösseres Literaturkorpus hätte möglicherweise noch mehr Förderaspekte aufgedeckt.
In Bezug auf die Checkliste von Kuckartz (vgl. 2016, S. 204f.) wurden die Kategorien, Sub- und Sub-Subkategorien ausgearbeitet, definiert und voneinander abgegrenzt und mit Ankerbeispielen gemäss den Gütekriterien für ein Kategorienhandbuch versehen (vgl. ebd., S. 40). Sie wurden vor der Analyse einer methodischen Fachperson zur Begutachtung gezeigt. Bei den Förderprogrammen wurde gekennzeichnet, welche Teile in die Inhaltsanalyse miteinfliessen und sie sind somit der Leserin und dem Leser transparent. Die Inhaltsanalyse wurde computergestützt durchgeführt und die Daten wurden wie beschrieben zweimal kodiert. Allerdings sind die Daten lediglich durch mich kodiert worden, daher kann keine Intercoder-Übereinstimmung berechnet werden. Eine solche wäre relevant für die Übertragbarkeit und Verallgemeinerung der Ergebnisse. Die externen Gütekriterien – sprich die Übertragbarkeit und Verallgemeinerung der Ergebnisse aus einer Inhaltsanalyse – sind im Umfang dieser Durchführung nur bedingt gegeben (vgl. Kuckartz, 2016, S. 217f.). Bei der Verfassung des Ergebnisberichts bzw. der Diskussion wurde darauf geachtet, dass die unterschiedlichen Sichtweisen der Autorinnen und Autoren der Förderprogramme unparteiisch und unvoreingenommen eingebracht wurden, sodass ihre Intention nicht verdreht oder in einem anderem Licht dargestellt sind (vgl. ebd., S. 221). Da ich mir bezüglich beschränkter Aussagekraft der Ergebnisse bzw. deren Übertragbarkeit durchaus bewusst bin, habe ich nach entsprechenden ähnlichen Befunden (vgl. Prediger, 2010) recherchiert. In der zitierten Abhandlung zeigt die Autorin auf, wie unterschiedliche Theorien und Forschungsbefunde in den Unterrichtsalltag einspielen, was zu einer entsprechenden Adaption in meiner Diskussion geführt hat. Es ist mir demnach bewusst, dass die in der Diskussion aufgezeigte Einbettung und Deutung der Ergebnisse sich auf eine adaptierte Argumentationslinie abstützt. Daher gälte es die aufgezeigte Kombination der Förderprogramme zu überprüfen. Dies soll im folgenden Kapitel aufgenommen werden.

8.3 Relevanz und Ausblick

Diese Arbeit zeigt auf, dass es im deutschsprachigen Raum noch kein Förderprogramm gibt, das den besonderen Bedürfnissen rechenschwacher Lernenden im Bereich des Sachrechnens ganzheitlich und evidenzbasiert gerecht wird. Es wurde daher erklärt, wie die Förderprogramme kombiniert werden könnten, sodass die Förderung lernwirksam (im Sinne der Evidenz) und ganzheitlich ist sowie den Anforderungen an den Mathematikunterricht entspricht. Diese Erkenntnisse aus der Analyse und ihre Interpretation sind für meine eigene Unterrichtstätigkeit sehr relevant. Sie geben mir Hinweise, wie ich fördern sollte, welche Aspekte zusätzlich einbezogen werden müssen und wo ich entsprechende Ressourcen zur Verfügung habe. Es ist vorstellbar, dass die Arbeit neben der subjektiven Relevanz auch allgemein praxisrelevant ist. Denn sie gibt eine Übersicht über wichtige Förderaspekte und deren Verknüpfung, welche mit entsprechenden Förderprogrammen untermauert wird. Es wurde bereits im vorangegangenen Kapitel aufgezeigt, dass die Kombination der Förderansätze (bzw. der jeweiligen Förderprogramme) auf deren Umsetzbarkeit und Lernwirksamkeit hin überprüft werden muss. Dies könnte der Inhalt zukünftiger Forschung oder eines Entwicklungsprojekts sein. Generell gibt es im Feld der Sachrechenförderung bei Rechenschwäche gerade im Bereich der effektiven Fördermöglichkeiten nach wie vor Bedarf an Forschung und Überprüfung.

9 Abbildungsverzeichnis

10 Tabellenverzeichnis

11 Literaturverzeichnis

von Aster, M., Kucian, K., Schweiter, M. & Martin, E. (2005). Rechenstörungen im Kindesalter. *Monatsschrift Kinderheilkunde*, *153* (7), 614–622. doi:10.1007/s00112-005-1166-6

Blum, W. (Hrsg.). (2012). *Bildungsstandards Mathematik konkret: Sekundarstufe I: Aufgabenbeispiele, Unterrichtsanregungen, Fortbildungsideen*. Berlin: Cornelsen.

Bongartz, T. (Hrsg.). (2012). *Fundgrube Sachrechnen: Unterrichtsideen, Beispiele und methodische Anregungen für das 1. bis 4. Schuljahr*. Berlin: Cornelsen Scriptor.

Born, A. & Oehler, C. (2013). *Kinder mit Rechenschwäche erfolgreich fördern: ein Praxishandbuch für Eltern, Lehrer und Therapeuten* (5., aktualisierte und erweiterte Auflage.). Stuttgart: Verlag W. Kohlhammer.

Borromeo Ferri, R. (2010). On the Influence of Mathematical Thinking Styles on Learners' Modeling Behavior. *Journal für Mathematik-Didaktik*, *31* (1), 99–118.

Brand, S. (2014). *Erwerb von Modellierungskompetenzen*. Wiesbaden: Springer Fachmedien.

Brannon, E. M. (2005). What Animals Know about Numbers. In J.I.D. Campbell (Hrsg.), *Handbook of mathematical cognition* (S. 85–107). New York: Psychology Press.

Brannon, E. M. & Van de Walle, G. A. (2001). The Development of Ordinal Numerical Competence in Young Children. *Cognitive Psychology*, *43* (1), 53–81.

Davies, P. (1999). What is Evidence-based Education? *British Journal of Educational Studies*, *47* (2), 108–121.

Dehaene, S. (1992). Varieties of numerical abilities. *Cognition*, *44*, 1–42.

Deutsches Institut für Medizinische Dokumentation und Information. (2016, 09). ICD-10-GM Version 2017. *Das DIMDI - Medizinisches Wissen online*. Zugriff am 25.8.2017. Verfügbar unter: http://www.dimdi.de/static/de/klassi/icd-10-gm/kodesuche/onlinefassungen/htmlgm2017/block-f80-f89.htm

Deutschschweizer Erzieungsdirektoren-Konferenz (D-EDK). (2013). *Lehrplan 21. Fachbereichslehrplan Mathematik. Konsultationsfassung*. Luzern: D-EDK.

EBSCO Industires. (o. J.). EBSCO Help. *EBSCO*. Zugriff am 31.8.2017. Verfügbar unter: http://support.ebsco.com/help/index.php?help_id=137

Eichler, A. (2015). Zur Authentizität realitätsorientierter Aufgaben im Mathematikunterricht (Realitätsbezüge im Mathematikunterricht). In G. Kaiser, H.-W. Henn & W. Blum (Hrsg.), *Werner Blum und seine Beiträge zum Modellieren im Mathematikunterricht: Festschrift zum 70. Geburtstag von Werner Blum* (S. 105–118). Wiesbaden: Springer Spektrum.

Eilerts, K. & Kolter, J. (2015). Strategieverwendung durch Grundschulkinder bei Modellierungsaufgaben (Realitätsbezüge im Mathematikunterricht). In G. Kaiser, H.-W. Henn & W. Blum (Hrsg.), *Werner Blum und seine Beiträge zum Modellieren im Mathematikunterricht: Festschrift zum 70. Geburtstag von Werner Blum* (S. 105–118). Wiesbaden: Springer Spektrum.

Ennemoser, M., Krajewski, K. & Schmidt, S. (2011). Entwicklung und Bedeutung von Mengen-Zahlen-Kompetenzen und eines basalen Konventions- und Regelwissens in den Klassen 5 bis 9. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie*, *43* (4), 228–242.

Feigenson, L., Carey, S. & Hauser, M. (2002). The Representations Underlying Infants' Choice of More: Object Files Versus Analog Magnitudes. *Psychological Science*, *13* (2), 150–156.

FIZ Karlsruhe. (o. J.). MathEduc - Help. *MathEduc Database*. Zugriff am 31.8.2017. Verfügbar unter: https://www-zentralblatt-math-org.ezproxy.hfh.ch/matheduc/help/

Forbringer, L. L. & Fuchs, W. W. (2013). *RtI in math: Evidence-Based Interventions for Struggling Students*. Larchmont, NY: Eye on Education.

Förster, F. (2015). „Wofür braucht man das eigentlich?" - Reflexion zum Anwenden von Mathematik (Realitätsbezüge im Mathematikunterricht). In G. Kaiser, H.-W. Henn & W. Blum (Hrsg.), *Werner Blum und seine Beiträge zum Modellieren im Mathematikunterricht: Festschrift zum 70. Geburtstag von Werner Blum* (S. 119–133). Wiesbaden: Springer Spektrum.

Franke, M. & Ruwisch, S. (2010). *Didaktik des Sachrechnens in der Grundschule* (Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II) (2. Aufl.). Heidelberg: Spektrum.

Freesemann, O. (2014). *Schwache Rechnerinnen und Rechner fördern: eine Interventionsstudie an Haupt-, Gesamt- und Förderschulen* (Dortmunder Beiträge zur Entwicklung und Erforschung des Mathematikunterrichts). Wiesbaden: Springer Spektrum.

Fritz, A. & Ricken, G. (2009). Grundlagen des Förderkonzeptes »Kalkulie«. In A. Fritz & S. Schmidt (Hrsg.), *Handbuch Rechenschwäche: Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie* (S. 374–396). Weinheim: Beltz.

Fritz, A., Ricken, G. & Balzer, L. (2009). Warum fällt manchen Kindern das Rechnen schwer? In A. Fritz & S. Schmidt (Hrsg.), *Fördernder Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I*. Weinheim: Beltz.

Fritz, A., Schmidt, S. & Ricken, G. (Hrsg.). (2017). *Handbuch Rechenschwäche: Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie* (Pädagogik) (3. Auflage.). Weinheim Basel: Beltz.

Fuchs, L. S. & Fuchs, D. (2002). Mathematical Problem-Solving Profiles of Students with Mathematics Disabilities with and Without Comorbid Reading Disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, *35* (6), 564–574.

Fuchs, L. S., Fuchs, D., Powell, S. R., Seethaler, P. M., Cirino, P. T. & Fletcher, J. M. (2008). Intensive Intervention for Students with Mathematics Disabilities: Seven Principles of Effective Practice. *Learning Disability Quarterly*, *31* (2), 79–92.

Fuson, K. C. (1988). *Children's counting and concepts of number* (Springer series in cognitive development). New York: Springer-Verlag.

Gaidoschik, M. (2015). *Rechenschwäche-Dyskalkulie: eine unterrichtspraktische Einführung für LehrerInnen und Eltern* (9. Auflage.). Hamburg: Persen.

Gaidoschik, M. (2016). *Rechenschwäche verstehen - Kinder gezielt fördern: ein Leitfaden für die Unterrichtspraxis* (Bergedorfer Förderdiagnostik) (9. Auflage.). Hamburg: Persen.

Galbraith, P. & Stillman, G. (2006). A framework for identifying student blockages during transitions in the modelling process. *ZDM*, *38* (2), 143–162.

Geary, D. C., Hoard, M. K., Byrd-Craven, J. & Catherine DeSoto, M. (2004). Strategy choices in simple and complex addition: Contributions of working memory and counting knowledge for children with mathematical disability. *Journal of Experimental Child Psychology*, *88* (2), 121–151.

Gelman, R. & Gallistel, C. R. (1978). *The child's understanding of number*. Cambridge, Mass: Harvard University Press.

Gesellschaft für Evaluation. (2013). Positionspapier der DeGEval: Evidenz und Evaluation. *Zeitschrift für Evaluation*, *12* (1), 172–174.

Gossmann, M. & Griesshaber, W. (2013). *Sprachförderung plus: Förderbausteine für den Soforteinsatz im Regelunterricht der Grundschule; Deutsch, Mathematik, Sachunterricht* (1. Aufl.). Stuttgart: Klett Sprachen.

Greefrath, G. (2010). *Didaktik des Sachrechnens in der Sekundarstufe*. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.

Greefrath, G. & Vorhölter, K. (2016). *Teaching and Learning Mathematical Modelling: Approaches and Developments from German Speaking Countries*. Zugriff am 18.3.2017. Verfügbar unter: http://dx.doi.org/10.1007/978-3-319-45004-9

Hattie, J. (2009). *Visible learning: A Synthesis of over 800 Meta-Analyses Relating to Achievement*. London ; New York: Routledge.

Hattie, J., Beywl, W. & Zierer, K. (2015). *Lernen sichtbar machen* (3., Aufl. mit Index und Glossar.). Baltmannsweiler: Schneider-Verl. Hohengehren.

Helfer, M. (2016). *Trainings-Inventar Rechenstörung (T-I-R): Schnelle Hilfe bei Lernstörungen – Dyskalkulie* (KiJu - Psychologie und Psychotherapie im Kindes- und Jugendalter). Tübingen: dgvt-Verlag.

Jiménez Gonzales, J. E. & Garcia Espinel, A. I. (2002). Strategy Choice in Solving Arithmetic Word Problems: Are There Differences between Students with Learning Disabilities, G-V Poor Performance and Typical Achievement Students? *Learning Disability Quarterly*, *25* (2), 113–122.

Jornitz, S. (2009). Evidenzbasierte Bildungsforschung. *Pädagogische Korrespondenz*, *40*, 68–75.

Kaiser, G. (2015). Werner Blum und sein Beitrag zum Lehren und Lernen mathematischen Modellierens (Realitätsbezüge im Mathematikunterricht). In G. Kaiser, H.-W. Henn & W. Blum (Hrsg.), *Werner Blum und seine Beiträge zum Modellieren im Mathematikunterricht: Festschrift zum 70. Geburtstag von Werner Blum*. Wiesbaden: Springer Spektrum.

Kaiser, G., Henn, H.-W. & Blum, W. (Hrsg.). (2015). Publikationen von Werner Blum (Realitätsbezüge im Mathematikunterricht). *Werner Blum und seine Beiträge zum Modellieren im Mathematikunterricht: Festschrift zum 70. Geburtstag von Werner Blum* (S. 309–327). Wiesbaden: Springer Spektrum.

Kingsdorf, S. & Krawec, J. (2016). A broad look at the literature on math word problem-solving interventions for third graders. *Cogent Education*, *3* (1).

Krajewski, K. (2008a). Prävention von Rechenschwäche (Handbuch der Psychologie). In W. Schneider, M. Hasselhorn & J. Bengel (Hrsg.), *Handbuch der pädagogischen Psychologie* (S. 360–370). Göttingen: Hogrefe.

Krajewski, K. (2008b). Vorschulische Förderung mathematischer Kompetenzen (Enzyklopädie der Psychologie Themenbereich C, Theorie und Forschung. Serie V, Entwicklungspsychologie). In F. Petermann & W. Schneider (Hrsg.), *Angewandte Entwicklungspsychologie* (S. 275–306). Göttingen: Hogrefe.

Krajewski, K. & Schneider, W. (2009). Early development of quantity to number-word linkage as a precursor of mathematical school achievement and mathematical difficulties: Findings from a four-year longitudinal study. *Learning and Instruction*, *19* (6), 513–526.

Krauthausen, G. & Scherer, P. (2007). *Einführung in die Mathematikdidaktik* (Mathematik Primar- und Sekundarstufe) (3. Auflage.). München: Springer Spektrum.

Kroesbergen, E. H. & Van Luit, J. E. H. (2003). Mathematics Interventions for Children with Special Educational Needs: A Meta-Analysis. *Remedial and Special Education*, *24* (2), 97–114.

Kroesbergen, E., Van Luit, J. & Maas, C. (2004). Effectiveness of Explicit and Constructivist Mathematics Instruction for Low-Achieving Students in The Netherlands. *The Elementary School Journal*, *104* (3), 233–251.

Kuckartz, U. (2016). *Qualitative Inhaltsanalyse: Methoden, Praxis, Computerunterstützung* (Grundlagentexte Methoden) (3., überarbeitete Auflage 2016.). Weinheim Basel: Beltz Juventa.

Küspert, P. (2017). *Wie Kinder besser rechnen lernen: neue Strategien gegen Dyskalkulie* (2., völlig neu überarbeitete Auflage.). München: ObersteBrink.

Lambert, K. (2015). *Rechenschwäche: Grundlagen, Diagnostik und Förderung*. Göttingen: Hogrefe.

Landerl, K., Kaufmann, L. & Vogel, S. (2017). *Dyskalkulie: Modelle, Diagnostik, Intervention* (utb) (3. überarbeitete und erweiterte Auflage.). München Basel: Ernst Reinhardt Verlag.

Leiss, D. (2010). Adaptive Lehrerinterventionen beim mathematischen Modellieren – empirische Befunde einer vergleichenden Labor- und Unterrichtsstudie. *Journal für Mathematik-Didaktik*, *31* (2), 197–226.

Leiss, D. & Tropper, N. (2014). *Umgang mit Heterogenität im Mathematikunterricht: adaptives Lehrerhandeln beim Modellieren* (Mathematik im Fokus). Berlin: Springer Spektrum.

Lenhard, W. & Lenhard, A. (2010). *Rechenspiele mit Elfe und Mathis 2: Ein Mathematiktraining für Kinder der ersten bis dritten Jahrgangsstufe: Manual* (Hogrefe-Förderprogramme). Göttingen Bern Wien Paris Oxford Prag Toronto Cambridge, MA Amsterdam Kopenhagen Stockholm: Hogrefe.

Lorenz, J. H., Kaufmann, S. & Röttger, A. (Hrsg.). (2008). *Sachrechenbox. 3/4*. Braunschweig: Bildungshaus Schulbuchverl. Westermann.

Maass, K. (2006). What are modelling competencies? *ZDM*, *38* (2), 113–142. doi:10.1007/BF02655885

Maass, K. (2009). *Mathematikunterricht weiterentwickeln: Aufgaben zum mathematischen Modellieren ; Erfahrungen aus der Praxis ; für die Klassen 1 bis 4* (Lehrer-Bücherei Grundschule) (1. Aufl.). Berlin: Cornelsen Scriptor.

Mayring, P. (2015). *Qualitative Inhaltsanalyse: Grundlagen und Techniken* (12., überarbeitete Auflage.). Weinheim Basel: Beltz.

Mercer, N. & Sams, C. (2006). Teaching Children How to Use Language to Solve Maths Problems. *Language and Education*, *20* (6), 507–528. doi:10.2167/le678.0

Meyer, H. (2016). *Was ist guter Unterricht?* (11. Auflage.). Berlin: Cornelsen.

Montague, M. (2008). Self-Regulation Strategies to Improve Mathematical Problem Solving for Students with Learning Disabilities. *Learning Disability Quarterly*, *31* (1), 37–44.

Moser, H. (2008). *Instrumentenkoffer für die Praxisforschung: eine Einführung* (4., überarb. Aufl.). Zürich: Verl. Pestalozzianum.

Moser Opitz, E. (2013). *Rechenschwäche/Dyskalkulie: theoretische Klärungen und empirische Studien an betroffenen Schülerinnen und Schülern* (Beiträge zur Heil- und Sonderpädagogik) (2. Aufl.). Bern: Haupt.

Moser Opitz, E. & Schmassmann, M. (2004). *Heilpädagogischer Kommentar zum Zahlenbuch 4: Hinweise zur Arbeit mit Kindern mit mathematischen Lernschwierigkeiten.* (1. Aufl.). Zug: Klett und Balmer.

Parekh, R. (2016). What Is Specific Learning Disorder? *American Psychiatric Association*. Zugriff am 25.8.2017. Verfügbar unter: https://www.psychiatry.org/patients-families/specific-learning-disorder/what-is-specific-learning-disorder

Passolunghi, M. C., Marzocchi, G. M. & Fiorillo, F. (2005). Selective Effect of Inhibition of Literal or Numerical Irrelevant Information in Children with Attention Deficit Hyperactivity Disorder (ADHD) or Arithmetic Learning Disorder (ALD). *Developmental Neuropsychology*, *28* (3), 731–753.

Powell, S. R. (2011). Solving Word Problems Using Schemas: A Review of the Literature: learning disabilities practice. *Learning Disabilities Research & Practice*, *26* (2), 94–108.

Prediger, S. (2010). Über das Verhältnis von Theorien und wissenschaftlichen Praktiken – am Beispiel von Schwierigkeiten mit Textaufgaben. *Journal für Mathematik-Didaktik*, *31* (2), 167–195.

Prediger, S., Selter, C., Hussmann, S. & Nührenbörder, M. (Hrsg.). (2017). *Mathe sicher können/5.-8. Schuljahr - Förderbausteine Sachrechnen: Für Lehrerinnen und Lehrer*. Berlin: Cornelsen.

Reusser, K. (1997). Erwerb mathematischer Kompetenzen: Literaturüberblick. In F.E. Weinert & A. Helmke (Hrsg.), *Entwicklung im Grundschulalter* (S. 141–156). Weinheim: Beltz, Psychologie-Verl.-Union.

Roos, M. & Leutwyler, B. (2017). *Wissenschaftliches Arbeiten im Lehramtsstudium: recherchieren, schreiben, forschen* (2., überarbeitete Auflage.). Bern: Hogrefe.

Scherer, P. & Moser Opitz, E. (2010). *Fördern im Mathematikunterricht der Primarstufe* (Mathematik Primar- und Sekundarstufe). Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.

Scherres, C. (2013). *Niveauangemessenes Arbeiten in selbstdifferenzierenden Lernumgebungen: eine qualitative Fallstudie am Beispiel einer Würfelnetz-Lernumgebung* (Dortmunder Beiträge zur Entwicklung und Erforschung des Mathematikunterrichts). Wiesbaden: Springer Spektrum.

Schmassmann, M. (2009). „Geht das hier ewig weiter?“ Dezimalbrüche, Größen, Runden und der Stellenwert. In A. Fritz & S. Schmidt (Hrsg.), *Fördernder Mathematikunterricht in der Sek. I. Rechenschwierigkeiten erkennen und überwinden*. Weinheim und Basel: Beltz Verlag.

Schmassmann, M. & Moser Opitz, E. (2008). *Schweizer Zahlenbuch. 3: Heilpädagogischer Kommentar zum Schweizer Zahlenbuch: Hinweise zur Arbeit mit Kindern mit mathematischen Lernschwierigkeiten;* (1. Aufl.). Zug: Klett und Balmer.

Schneider, W., Küspert, P. & Krajewski, K. (2013). *Die Entwicklung mathematischer Kompetenzen* (UTB Pädagogik, Mathematik). Paderborn: Schöningh.

Schukajlow, S., Kolter, J. & Blum, W. (2015). Scaffolding mathematical modelling with a solution plan. *ZDM*, *47* (7), 1241–1254. doi:10.1007/s11858-015-0707-2

Schukajlow, S., Leiss, D., Pekrun, R., Blum, W., Müller, M. & Messner, R. (2012). Teaching methods for modelling problems and students’ task-specific enjoyment, value, interest and self-efficacy expectations. *Educational Studies in Mathematics*, *79* (2), 215–237.

Shrager, J. & Siegler, R. (1998). SCADS: A Model of Children’s Strategy Choices and Stratey Discoveries. *Psychological Science*, *9* (5), 405–410.

Siegler, R. & Shrager, J. (1984). Strategy Choices in Addition and Subtraction: How Do Children Know What to Do? In C. Sophian (Hrsg.), *Origins of cognitive skills: the Eighteenth Annual Carnegie Symposium on Cognition* (S. 229–294). Hillsdale, N.J: L. Erlbaum Associates.

Simon, N. & Simon, H. (2011). *Das Diagnose-Förder-Paket: Materialien zur gezielten Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht. 4*. Offenburg: Mildenberger.

Sjuts, J. (2003). Metakognition per didaktisch-sozialem Vertrag. *Journal für Mathematik-Didaktik*, *24* (1), 18–40.

Stender, P. (2016). *Wirkungsvolle Lehrerinterventionsformen bei komplexen Modellierungsaufgaben*. Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden.

Stern, E. (2005). Kognitive Entwicklungspsychologie des mathematischen Denkens. In M. von Aster & J.H. Lorenz (Hrsg.), *Rechenstörung bei Kindern* (S. 137–149). Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht.

Stern, E. (2017). Früh übt sich – neuere Ergebnisse aus der LOGIK-Studie (Pädagogik). In A. Fritz, S. Schmidt & G. Ricken (Hrsg.), *Handbuch Rechenschwäche: Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie* (3. Auflage., S. 151–164). Weinheim Basel: Beltz.

Stern, E., Hasemann, K. & Grünke, M. (2014). Aufbau elaborierter Rechenfertigkeiten. In G.W. Lauth, M. Grünke & J.C. Brunstein (Hrsg.), *Interventionen bei Lernstörungen: Förderung, Training und Therapie in der Praxis* (S. 220–231). Göttingen: Hogrefe.

Thevenot, C. & Barrouillet, P. (2015). Arithmetic Word Problem Solving And Mental Representations. In R. Cohene Kadosh & A. Dowker (Hrsg.), *The Oxford Handbook of Numerical Cognition* (1. Auflage, S. 158–179). Oxford: Oxford University Press.

Trossbach-Neuner, E. (1998). Wie alt ist die Frau des Kapitäns? *Föderschulmagazin*, *20* (12), 15–18.

Universität Basel. (o. J.). Suchtipps: Hilfe zu den Suchoperatoren. *swissbib*. Zugriff am 31.8.2017. Verfügbar unter: https://www.swissbib.ch

University of Cambridge (Faculty of Education). (2017). About Thinking Together. *Thinking Together*. Zugriff am 10.10.2017. Verfügbar unter: http://thinkingtogether.educ.cam.ac.uk/about/

Verschaffel, L., Depaepe, F. & Van Dooren, W. (2015). Individual Differences In Word Problem Solving. In R. Cohene Kadosh & A. Dowker (Hrsg.), *The Oxford Handbook of Numerical Cognition* (1. Auflage, S. 953–974). Oxford: The Oxford Press.

Vilenius-Tuohimaa, P. M., Aunola, K. & Nurmi, J. (2008). The association between mathematical word problems and reading comprehension. *Educational Psychology*, *28* (4), 409–426.

Vollrath, H.-J. & Roth, J. (2012). *Grundlagen des Mathematikunterrichts in der Sekundarstufe*. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.

Waasmaier, S. (2013). *Mathematik in eigenen Worten: Lernumgebungen für die Sekundarstufe I* (Spektrum Schule) (1. Aufl.). Baar: Klett und Balmer.

Wilhelm, N. (2016). *Zusammenhänge zwischen Sprachkompetenz und Bearbeitung mathematischer Textaufgaben*. Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden.

Xu, F. & Spelke, E. S. (2000). Large number discrimination in 6-month-old infants. *Cognition*, *74* (1), B1–B11.

Zhang, D. & Xin, Y. P. (2012). A Follow-Up Meta-analysis for Word-Problem-Solving Interventions for Students with Mathematics Difficulties. *The Journal of Educational Research*, *105* (5), 303–318.

Anhang A: Suchprotokolle

Übersicht aus der Gesamtabfrage EBSCO

Suchan-frage	1. Begriff	2. Begriff	3. Begriff	Alle Treffer	Duplikate[1]	identische Treffer[2]	Abwei-chendes Thema	Quelle für genauere Prüfung
1	Förder*	Rechenschwäche	Sachrechnen	3	0	0	2	1
2	Förder*	Rechenschwäche	Modellieren	1	0	0	0	1
3	Förder*	Rechenschwäche	Textaufgabe*	15	1	0	7	7
4	Förder*	Dyskalkulie	Sachrechnen	0	0	0	0	0
5	Förder*	Dyskalkulie	Modellieren	0	0	0	0	0
6	Förder*	Dyskalkulie	Textaufgabe*	7	1	1	5	0
7	Förder*	Rechenstörung	Sachrechnen	0	0	0	0	0
8	Förder*	Rechenstörung	Modellieren	0	0	0	0	0
9	Förder*	Rechenstörung	Textaufgabe*	3	0	2	1	0
10	Training*	Rechenschwäche	Sachrechnen	0	0	0	0	0
11	Training*	Rechenschwäche	Modellieren	1	0	1	0	0
12	Training*	Rechenschwäche	Textaufgabe*	5	0	4	0	1
13	Training*	Dyskalkulie	Sachrechnen	0	0	0	0	0
14	Training*	Dyskalkulie	Modellieren	0	0	0	0	0
15	Training*	Dyskalkulie	Textaufgabe*	1	0	1	0	0
16	Training*	Rechenstörung	Sachrechnen	0	0	0	0	0
17	Training*	Rechenstörung	Modellieren	0	0	0	0	0
18	Training*	Rechenstörung	Textaufgabe*	2	0	2	0	0
19	Interven-tion	Rechenschwäche	Sachrechnen	0	0	0	0	0
20	Interven-tion	Rechenschwäche	Modellieren	0	0	0	0	0
21	Interven-tion	Rechenschwäche	Textaufgabe*	4	0	4	0	0
22	Interven-tion	Dyskalkulie	Sachrechnen	0	0	0	0	0
23	Interven-tion	Dyskalkulie	Modellieren	0	0	0	0	0
24	Interven-tion	Dyskalkulie	Textaufgabe*	1	0	1	0	0
25	Interven-tion	Rechenstörung	Sachrechnen	0	0	0	0	0
26	Interven-tion	Rechenstörung	Modellieren	0	0	0	0	0
27	Interven-tion	Rechenstörung	Textaufgabe*	2	0	2	0	0
Total				**44**	**2**	**18**	**15**	**10**

Übersicht aus der Abfrage MathEduc

Suchan-frage	1. Begriff	2. Begriff	3. Begriff	Alle Treffer	Duplikate	identische Treffer	Abwei-chendes Thema	Quelle für genauere Prüfung
1	Förder*	Rechenschwäche	Sachrechnen	2	0	0	0	2
2	Förder*	Rechenschwäche	Modellieren	0	0	0	0	0
3	Förder*	Rechenschwäche	Textaufgabe*	0	0	0	0	0
4	Förder*	Dyskalkulie	Sachrechnen	0	0	0	0	0
5	Förder*	Dyskalkulie	Modellieren	1	0	0	1	0
6	Förder*	Dyskalkulie	Textaufgabe*	1	0	0	1	0
7	Förder*	Rechenstörung	Sachrechnen	0	0	0	0	0
8	Förder*	Rechenstörung	Modellieren	0	0	0	0	0
9	Förder*	Rechenstörung	Textaufgabe*	1	0	0	1	0

[1] Gleiche Quellen in derselben Suchanfrage. Sie werden vom Total *Quellen für genauere Prüfung* abgezogen.

[2] Gleiche Quelle in einer früheren Suchanfrage. Sie werden vom Total *Quellen für genauere Prüfung* abgezogen.

10	Training*	Rechenschwäche	Sachrechnen	0	0	0	0	0
11	Training*	Rechenschwäche	Modellieren	0	0	0	0	0
12	Training*	Rechenschwäche	Textaufgabe*	0	0	0	0	0
13	Training*	Dyskalkulie	Sachrechnen	0	0	0	0	0
14	Training*	Dyskalkulie	Modellieren	1	0	0	1	0
15	Training*	Dyskalkulie	Textaufgabe*	0	0	0	0	0
16	Training*	Rechenstörung	Sachrechnen	0	0	0	0	0
17	Training*	Rechenstörung	Modellieren	0	0	0	0	0
18	Training*	Rechenstörung	Textaufgabe*	0	0	0	0	0
19	Intervention	Rechenschwäche	Sachrechnen	0	0	0	0	0
20	Intervention	Rechenschwäche	Modellieren	0	0	0	0	0
21	Intervention	Rechenschwäche	Textaufgabe*	0	0	0	0	0
22	Intervention	Dyskalkulie	Sachrechnen	0	0	0	0	0
23	Intervention	Dyskalkulie	Modellieren	0	0	0	0	0
24	Intervention	Dyskalkulie	Textaufgabe*	0	0	0	0	0
25	Intervention	Rechenstörung	Sachrechnen	0	0	0	0	0
26	Intervention	Rechenstörung	Modellieren	0	0	0	0	0
27	Intervention	Rechenstörung	Textaufgabe*	1	0	0	1	0
Total				**7**	**0**	**0**	**5**	**2**

Übersicht aus Katalogabfrage Swissbib

Suchan-frage	**1. Begriff**	**2. Begriff**	**3. Begriff**	**Alle Treffer**	**Duplikate**	**identische Treffer**	**Abwei-chendes Thema**	**Quelle für genauere Prüfung**
1	Förder*	Rechenschwäche	Sachrechnen	9	1	0	1	7
2	Förder*	Rechenschwäche	Modellieren	4	1	2	0	1
3	Förder*	Rechenschwäche	Textaufgabe*	8	1	3	1	3
4	Förder*	Dyskalkulie	Sachrechnen	8	2	5	0	1
5	Förder*	Dyskalkulie	Modellieren	1	0	1	0	0
6	Förder*	Dyskalkulie	Textaufgabe*	7	1	6	0	0
7	Förder*	Rechenstörung	Sachrechnen	5	1	4	0	0
8	Förder*	Rechenstörung	Modellieren	0	0	0	0	0
9	Förder*	Rechenstörung	Textaufgabe*	7	1	5	0	1
10	Training*	Rechenschwäche	Sachrechnen	1	0	1	0	0
11	Training*	Rechenschwäche	Modellieren	2	1	1	0	0
12	Training*	Rechenschwäche	Textaufgabe*	3	0	2	1	0
13	Training*	Dyskalkulie	Sachrechnen	0	0	0	0	0
14	Training*	Dyskalkulie	Modellieren	0	0	0	0	0
15	Training*	Dyskalkulie	Textaufgabe*	3	0	3	0	0
16	Training*	Rechenstörung	Sachrechnen	0	0	0	0	0
17	Training*	Rechenstörung	Modellieren	0	0	0	0	0
18	Training*	Rechenstörung	Textaufgabe*	4	0	4	0	0
19	Intervention	Rechenschwäche	Sachrechnen	0	0	0	0	0
20	Intervention	Rechenschwäche	Modellieren	0	0	0	0	0
21	Intervention	Rechenschwäche	Textaufgabe*	1	0	1	0	0
22	Intervention	Dyskalkulie	Sachrechnen	0	0	0	0	0
23	Intervention	Dyskalkulie	Modellieren	0	0	0	0	0
24	Intervention	Dyskalkulie	Textaufgabe*	1	0	1	0	0
25	Intervention	Rechenstörung	Sachrechnen	0	0	0	0	0
26	Intervention	Rechenstörung	Modellieren	0	0	0	0	0
27	Intervention	Rechenstörung	Textaufgabe*	2	0	2	0	0
Total				**66**	**9**	**40**	**4**	**13**

Anhang B: Ein- und Ausschluss der genauer geprüften Quellen

grün = Einschluss, rot = Ausschluss

Nr.	Quelle	1. Kriterium	2. Kriterium	3. Kriterium	4. Kriterium	5. Kriterium
ERIC, PsychINFO, PSYNDEX und "Education Research Complete" via Ebsco						
1	Delazer, M., Bodner, T. & Benke, T. (1998). Rehabiltation of arithmetical text problem solving. *Neuropsycholgical Rehabilitation*, *8* (4), 401–412.					x
	englisch, Intervention, nicht Thema					
2	Fritz, A., Ricken, G. & Schmidt, S. (Hrsg.). (2003). *Rechenschwäche: Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie; ein Handbuch* (Beltz-Handbuch). Weinheim: Beltz.	x				
	kein Bezug Sachrechnen					
3	Helfer, M. (2016). *Trainings-Inventar Rechenstörung (T-I-R): Schnelle Hilfe bei Lernstörungen – Dyskalkulie* (KiJu - Psychologie und Psychotherapie im Kindes- und Jugendalter). Tübingen: dgvt-Verlag.	✓	✓	✓	✓	✓
4	Lauth, G. W., Linderkamp, F., Schneider, S. & Brack, U. (Hrsg.). (2011). *Verhaltenstherapie mit Kindern und Jugendlichen: Praxishandbuch; mit Online-Materialien* (3., neu ausgestattete Auflage.). Weinheim: Beltz.	x				
	Herausgeberwerk, Teil zu Rechenschwäche nicht spezifisch auf Förderung des Sachrechnens					
5	Lorenz, J. H. (2004). Rechenschwäche. In G.W. Lauth, M. Grünke & J.C. Brunstein (Hrsg.), *Interventionen bei Lernstörungen: Förderung, Training und Therapie in der Praxis* (S. 43–55). Göttingen: Hogrefe.	x				
	Buchteil in Herausgeberwerk, allg. Rechenschwäche, keine Förderung des Sachrechnens					
6	Schneider, W., Krajewski, K. & Schwenck, C. (2010). Rechenstörung: Möglichkeiten der Prävention und Intervention. In W. von Suchodoletz (Hrsg.), *Therapie von Entwicklungsstörungen: was wirkt wirklich?* Göttingen: Hogrefe.			x		
	Buchteil in Herausgeberwerk, Förderung Sachrechnen verweis auf Interventionsstudien / andere Trainings					
7	Simon, N. & Simon, H. (2011). *Das Diagnose-Förder-Paket: Materialien zur gezielten Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht.* (2. Aufl.). Offenburg: Mildenberger.	✓	✓	✓	✓	✓
8	Stern, E. (1997). Mathematik (Enzyklopädie der Psychologie. Themenbereich D, Praxisgebiete. Serie I, Pädagogische Psychologie). In F.E. Weinert (Hrsg.), *Psychologie des Unterrichts und der Schule*. Göt tingen: Hogrefe.	x				
	Buchteil in Herausgeberwerk, allg. Rechenschwäche, keine Förderung des Sachrechnens					
9	Stern, E., Hasemann, K. & Grünke, M. (2004). Aufbau elaborierter Rechenfer tigkeiten. In G.W. Lauth, M. Grünke & J.C. Brunstein (Hrsg.), *Inter ventionen bei Lernstörungen: Förderung, Training und Therapie in der Praxis* (S. 220–231). Göttingen: Hogrefe.	✓	✓	✓	✓	✓
10	Wagner, E. & Hartke, B. (2006). Inventar „Rechenfische“. PSYNDEX: Litera ture and Audiovisual Media with PSYNDEX Tests. Zugriff am 2.9.2017. Verfügbar unter: EBSCO*host*					x
	unveröffentlicht, weitere Recherche ergab lediglich eine Studie zu Reliabilität / Validität des Testverfahrens					
MathEduc						
11	Scherer, P. & Moser Opitz, E. (2010). Fördern im Mathematikunterricht der Primarstufe (S. 160-178). Heidelberg: Spektrum, Akademischer Verl ag.	✓	✓	✓	✓	✓
12	Trossbach-Neuner, E. (1998). Wie alt ist die Frau des Kapitäns? Föderschulmagazin, 20 (12), 15–18.	✓	✓	✓	✓	✓
Swissbib						
13	Baum, M., Wielpütz, H. & Bauersfeld, H. (Hrsg.). (2003). *Mathematik in der Grundschule: ein Arbeitsbuch* (Gut unterrichten) (1. Aufl.). Seelze: Kallmeyer.	x				
	kein Bezug Sachrechnen bei Rechenschwäche					
14	Einsiedler, W., Götz, M. & Hartinger, A. (Hrsg.). (2011). *HandbuchGrundschulpädagogik und Grundschuldidaktik* (UTB Schulpädagogik, Grundschulpädagogik) (3., vollst. überarb. Aufl.). Bad Heilbrunn: Klinkhardt.	x				
	Herausgeberwerk, kein Bezug Sachrechnen bei Rechenschwäche					

15	Franke, M. & Ruwisch, S. (2010). *Didaktik des Sachrechnens in der Grundschule* (Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II) (2. Aufl.). Heidelberg: Spektrum, Akad. Verl.	x				
	kein Bezug Rechenschwäche					
16	Fritz, A. & Schmidt, S. (Hrsg.). (2009). *Fördernder Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I: Rechenschwierigkeiten erkennen und überwinden; [mit Zusatzmaterialien zum Download]* (Beltz-Pädagogik). Weinheim Basel: Beltz Verlag.	x				
	Es gibt zwei Beiträge im Herausgeberwerk mit Sachrechenbezug [Inhaltliches Denken vor Kalkül (S. 213-234) und Blickpunkt individuelle Förderung – Praxisbeispiel aus dem Sachrechen (S. 235-256)]. Beim ersten Beitrag geht es allgemein um Kontext in der Mathematik und nur peripher ums Sachrechnen. Beim zweiten Beitrag geht es um die Organisation in heterogenen Klassen, mit teils Beispielen aus dem Sachrechnen, ohne dass aber die Förderung daran aufgezeigt wird. Daher kombinieren die Beiträge die drei Bereiche des 1. Kriteriums zu wenig und werden nicht eingeschlossen.					
17	Lambert, K. (2015). *Rechenschwäche: Grundlagen, Diagnostik und Förderung*. Göttingen: Hogrefe.			x		
	weist nur auf andere Förderprogramme hin, kein Sachrechnen					
18	Lauth, G. W., Linderkamp, F., Schneider, S. & Brack, U. (Hrsg.). (2011). *Verhaltenstherapie mit Kindern und Jugendlichen: Praxishandbuch; mit Online-Materialien* (3., neu ausgestattete Auflage.). Weinheim Basel: Beltz.					
	identischer Treffer, vgl. Nr. 4					
19	Leuders, J. & Philipp, K. (Hrsg.). (2017). *Mathematik - Didaktik für die Grundschule* (Didaktik für die Grundschule) (2. Auflage.). Berlin: Cornelsen.	x				
	kein Bezug Sachrechnen bei Rechenschwäche					
20	Moser Opitz, E. & Schmassmann, M. (2004). *Heilpädagogischer Kommentar zum Zahlenbuch: Hinweise zur Arbeit mit Kindern mit mathematischen Lernschwierigkeiten.* (1. Aufl.). Zug: Klett und Balmer.	✓	✓	✓	✓	✓
21	Petermann, F. (Hrsg.). (2008). *Angewandte Entwicklungspsychologie* (Enzyklopädie der Psychologie Themenbereich C, Theorie und Forschung. Serie V, Entwicklungspsychologie). Göttingen: Hogrefe, Verl. für Psychologie.	x				
	Herausgeberwerk ohne Bezug Sachrechnen bei Rechenschwäche					
22	Prediger, S., Selter, C., Hußmann, S., Nührenbörder, M. (2017). *Mathe sicher können / 5.-8. Schuljahr - Förderbausteine Sachrechnen Arbeitsheft.* Berlin: Cornelsen.	✓	✓	✓	✓	✓
23	Simon, H. (2013). *Dyskalkulie - Kindern mit Rechenschwäche wirksam helfen* (Kinder fordern uns heraus) (Dritte Auflage.). Stuttgart: Klett-Cotta.	x				
	kein Bezug Sachrechnen bei Rechenschwäche					
24	Storch, G. & Weng, I. (2004). *Sachrechnen: ein Übungsbuch für Therapie und Förderunterricht*. Stockach, Baden: Storch.	(x)			x	
	Lehrmittel für die Förderung neurologische Rehabilitationspatienten und -patientinnen.					
25	Werner, B. (2009). *Dyskalkulie - Rechenschwierigkeiten: Diagnose und Förderung rechenschwacher Kinder an Grund- und Sonderschulen* (Schulpädagogik). Stuttgart: Kohlhammer.	x				
	kein Bezug Sachrechnen bei Rechenschwäche					
Suchergebnisse Schneeballprinzip aus Schneider et al. (2013)						
26	Born, A. & Oehler, C. (2013). *Kinder mit Rechenschwäche erfolgreich fördern: ein Praxishandbuch für Eltern, Lehrer und Therapeuten* (5., aktualisierte und erweiterte Auflage.). Stuttgart: Verlag W. Kohlhammer.	✓	✓	✓	✓	✓
27	Lenhard, W. & Lenhard, A. (2010). *Rechenspiele mit Elfe und Mathis. 2: Ein Mathematiktraining für Kinder der ersten bis dritten Jahrgangsstufe: Manual*. Göttingen: Hogrefe.	✓	✓	✓	✓	✓
Suchergebnisse Schneeballprinzip aus Fritz et al. (2017)						
28	Gaidoschik, M. (2016). *Rechenschwäche verstehen - Kinder gezielt fördern: ein Leitfaden für die Unterrichtspraxis* (Bergedorfer Förderdiagnostik) (9. Auflage.). Hamburg: Persen.	✓	✓	✓	✓	✓
Erhaltene Literaturempfehlung zum Thema						
29	Waasmaier, S. (2013). *Mathematik in eigenen Worten: Lernumgebungen für die Sekundarstufe I* (Spektrum Schule) (1. Aufl.). Baar: Klett und Balmer.	✓	✓	✓	✓	✓
Total	**Einschlüsse: 11 Quellen**	**Ausschlüsse: 18 Quellen**				

Anhang C: Kategorienhandbuch

Übersicht über Kategorien, Subkategorien und Subsubkategorien

Sachaufgabe
- Schwierigkeitsgrad
- Sachaufgaben ohne Alltagsbezug
- Realistische Sachaufgabe
- Reale Sachaufgabe

Modellierungsschritte

Schwierigkeiten
- Verständnisschwierigkeiten
  - Kontext
  - Mehr- / Fremdsprachigkeit
  - Lesekompetenz
  - Bildungssprache
- Identifikation der Variablen
  - Inhibition / Zahlenfokusiertheit / voreiliges Lösen
  - Fokussierung auf Schlüsselwörter
- Überführen Kontext / Text in Mathematik
- mathematisches Operieren / Formeln
- ausrechnen
- mathematisches Ergebnis validieren
- Validierung der Sachrechentätigkeit
- Veranschaulichung / Darstellung
- emotionale Komponente
- Denkstruktur
- sonstige Schwierigkeiten

Evaluation der Methode

Anleitung

Kritische Würdigung

Diagnostik

Fallbeispiel

Beispielaufgaben

Aufgabensammlung

Förderung
- „falsche Förderung“ Autorensicht
- holistischer Ansatz
- atomistischer Ansatz
- Heuristik
- Einbindung von Drittpersonen
- Aufgabentyp
  - Sachaufgaben selbst bilden
  - Aufgabenmodifikation durch Lernende
  - Aufgabenmodifikation durch Lehrperson
  - Authentizität
  - geschlossene Aufgaben
  - offene Aufgabenformate
  - Computer gestützte Intervention
- Scaffolding
- Sprachförderung
- Erfassung / Visualisierung / Darstellung des Kontexts bzw. Bildung eines Modells
  - Schemaidentifikation
  - Information einholen
  - Fragenstellen
  - Identifikation der Variablen
  - Information anordnen
  - paraphrasieren
  - wichtige Info hervorheben
  - vorgegebene Visualisierungen
  - eigene Visualisierungen
  - konkret handelnd
- Rückmeldung

Methodenmix
explizite Instruktion
dialogisches Lernen / Gespräche über Lerngegenstand
Metakognitive Sequenz
abnehmende Unterstützung
modellierende Sequenz
Einzelarbeit
Partnerarbeit
Förderung der Vorläuferfertigkeiten / Basiskompetenz
Fördersetting
Arbeit auf der emotionalen bzw. Verhaltensebene
weitere Fördermassnahmen
Anspruchsvolles Zahlenmaterial

Kategorie Sachaufgabe

Name der Kategorie	Inhaltliche Beschreibung / Abgrenzung (nur, wenn nötig)	Ankerbeispiel
Sachaufgabe	Sammelbegriff für Aufgaben mit Kontext. Hat einen Anfangs- und Zielzustand, der Weg dorthin muss genommen werden. Der Weg erfordert einen Modellierungsprozess. **Abgrenzung** von Aufgaben - zum Zweck der Erforschung von Gesetzmässigkeiten im Sinne eines Beweises - die keinen Modellierungsprozess erfordern	„Unter einer Textaufgabe versteht man eine mathematische Problemstellung, die in Form eines Fließtextes präsentiert wird (wenn der Alltagsbezug hierbei besonders realistisch ist, wird von einer Sachaufgabe gesprochen)." (Stern et al., 2014, S. 221)

Name der Subkategorie	Inhaltliche Beschreibung / Abgrenzung (nur, wenn nötig)	Ankerbeispiel
Schwierigkeitsgrad	definiert das Anspruchsniveau der Aufgabe	„Auf der untersten Niveaustufe muss zu einer Angabe (siehe Abbildung 20) die passende Entsprechung ausgesucht werden. Auf höheren Niveaustufen sind auch Größer- und Kleiner-Vergleiche möglich." (Lenhard & Lenhard, 2010, S. 33)
Sachaufgabe ohne Alltagsbezug	fiktive Situationen, Rechengeschichten, "eingepackte" Operationen	„Zum Geburtstag von Lisa kommen eine Oma, ein Patenonkel, zwei Cousins und vier Freundinnen. Frage: Wie viele Gäste kommen?" (Helfer, 2016, S. 197)
Realistische Sachaufgabe	haben indirekten Alltagsbezug und behandeln authentisches Material	„Beim Spiel „Markttag" werden Sachaufgaben gestellt, die in die Situation eines Markttages im Elfenland eingebettet sind. Auf diesem Markt werden Waren gekauft und verkauft, es mussen Preise und Warenbestande berechnet werden. Die Sachaufgaben bestehen aus linearen Texten, die mit einer zugehörigen mathematischen Fragestellung enden (siehe Abbildung 22)." (Lenhard & Lenhard, 2010, S. 34)
Reale Sachaufgabe	haben direkten Alltagsbezug	Code nicht verwendet

Kategorie Modellierungsschritte

Name der Kategorie	Inhaltliche Beschreibung / Abgrenzung (nur, wenn nötig)	Ankerbeispiel
Modellierungsschritte	Beschreibungen eines Lösungskreislaufs oder einer Lösungsabfolge der einzelnen Arbeitsschritte	„Genauso ist es nötig, die auf der mathematischen Ebene erhaltenen Ergebnisse zu interpretieren und zu validieren, ob es sich bspw. um ein

	beim Lösen einer Sachaufgabe. Alle in irgendeiner Form erkenntlichen Systeme, wie Kreisläufe, Flussdiagramme, etc.	realistisches Ergebnis handelt oder ob die Sachsituation möglicherweise eine weitere arithmetische Operation erfordert wie etwa das Auf- oder Abrunden bei einer erhaltenen Dezimalzahl. Das Bewältigen von Sachsituationen ist also charakterisiert durch ein wechselweises Arbeiten auf den Ebenen der Sache und der Mathematik.“ (Scherer & Moser Opitz, 2010, S.163)

Kategorie Schwierigkeiten / hemmende Faktoren

Name der Kategorie	Inhaltliche Beschreibung / Abgrenzung (nur, wenn nötig)	Ankerbeispiel
Schwierigkeiten / hemmende Faktoren	- Beschreiben Schwierigkeiten oder Blockaden, die sich beim Lösen von Sachaufgaben ergeben - Beschreiben hemmende Faktoren, aus denen sich Schwierigkeiten generieren **Abgrenzung** von - generellen mathematischen Schwierigkeiten - generellen Schwierigkeiten die sich aufgrund einer Rechenschwäche ergeben (Ausgenommen davon sind Erwähnungen im Zusammenhang mit dem Lösen des mathematischen Modells)	„dass insbesondere bei der Bearbeitung kontextbezogener Aufgabenstellungen viele Schülerinnen und Schüler Probleme haben“ (Scherer & Moser Opitz, 2010, S. 161)

Name der Subkategorie	Inhaltliche Beschreibung	Ankerbeispiel
Verständnisschwierigkeiten	Schwierigkeiten auf textlicher oder kontextueller Ebene.	„Zum Leidwesen von Lehrerinnen und Lehrern stoßen Kinder mit Förderbedarf im Bereich der Sprache und des Lernens im Sachrechnen schnell an Grenzen.“ (Trossbach-Neuner, 1998, S.15)
Kontext	Verstehen gelingt nicht, wegen ungenügender Kontextkenntnisse oder Kontextverständnisse.	„Viele Lernende haben immer wieder Schwierigkeiten, Textaufgaben zu „knacken“, d.h. ein geeignetes Situationsmodell zu bilden, das die Situation der Textaufgabe mit den relevanten Informationen und ihre Zusammenhänge wiedergibt.“ (Prediger et al., 2017, S. 72)
Mehr- / Fremdsprachigkeit	Schwierigkeiten, die sich aufgrund ungenügender Deutschkenntnisse aufgrund von Fremd- oder Mehrsprachigkeit ergeben.	„Gerade Kinder, deren Erstsprache nicht Deutsch ist, stellt allein die sprachliche Gestaltung einer Sachausgabe, u. U. bei gleichem Kontext, oft vor große Schwierigkeiten.“ (Scherer & Moser Opitz, 2010, S. 165)
Lesekompetenz	Schwierigkeiten aufgrund ungenügender Lesekompetenz.	„Solche Aufgaben sind für Kinder besonders schwierig zu lösen, da sie nicht nur mathematisches Wissen, sondern auch Leseverständnis und den Aufbau eines Situationsmodells aus dem Text erfordern.“ (Lenhard & Lenhard, 2010, S. 32)
Bildungssprache	Schwierigkeiten aufgrund bildungssprachlicher Defizite.	„Untersuchungen zu den jeweiligen Aufgabentypen, bspw. unter geschlechterspezifischer Perspektive (van den Heuvel-Panhuizen / Vermeer 1999) oder ihrer semantischen Struktur (Stern 1991), verdeutlichen,

		dass auch diese Aspekte einen wichtigen Einflussfaktor darstellen.“ (Scherer & Moser Opitz, 2010, S. 162)
Identifikation der Variablen	Schwierigkeiten bei der Identifikation der abhängigen und unabhängigen Variablen.	„Diese Oberflächenstrategien bewähren sich zuweilen bei sehr einfachen Textaufgaben, doch führen sie bei komplexeren Textaufgaben zur Konstruktion fehlerhafter Situationsmodelle.“ (Prediger et al., 2017, S. 72)
Inhibition / Zahlenfokussiertheit / voreiliges Lösen	Schwierigkeiten aufgrund mangelnder Inhibition. Zahlenfokussiertheit oder voreiliges Lösen kann als Schwierigkeit beobachtet werden.	„Es ist mehrfach dokumentiert, dass Schülerinnen und Schüler Schafe und Ziegen addieren, um das schon bekannte Alter des Hirten zu ermitteln...“ (Moser Opitz & Schmassmann, 2004, S. 43)
Fokussierung auf Schlüsselwörter	Schwierigkeiten, die entstehen, weil die Lernenden sich auf Schlüsselwörter fokussieren bzw. sich davon fehlleiten lassen.	„Wenn das Wort ‚mehr’ vorkommt, addiert man, und wenn das Wort ‚weniger' vorkommt, subtrahiert man.” (Stern et al., 2014, S. 224)
Überführen Kontext / Text in Mathematik	Schwierigkeit zu erkennen, welche mathematischen Konzepte für die Fragestellungen passen.	„Die Beziehung zwischen Mathematik und Welt stellt dabei keine einfache ‚Gleichheit’ dar. Es gilt, sowohl in der Sachsituation als auch in der Mathematik Strukturen und Beziehungen herauszufinden und diese miteinander zu vergleichen.“ (Scherer & Moser Opitz, 2010, S. 163)
mathematische Operationen / Formeln	Schwierigkeiten bei der Wahl geeigneter Formeln, Operationen oder anderer zielführender Lösungsstrategie (z. B. auszählen).	„Erworbene Fähigkeiten reichen nicht aus, verstandene und geübte Rechenverfahren als Werkzeug zur Bewältigung mathematischer Alltagssituationen einzusetzen.“ (Trossbach – Neuner, 1998, S. 15)
ausrechnen	Schwierigkeiten bei der Vereinfachung und Berechnung der Formel, Operation oder ähnlich, weil die nötige Grundlagemathematik nicht vorhanden ist. Z. B. Ein Kind weiss nicht, wie die Subtraktion mehrerer Subtrahenden funktioniert oder Quadratwurzeln gezogen werden.	„Zweifelsohne hängen die Schwierigkeiten der Schülerinnen und Schüler in vielen Fällen damit zusammen, dass die vorausgegangene Verinnerlichung der Vorläufer- und Basiskompetenzen nicht in ausreichender Tiefe stattgefunden hat.“ (Stern et al., 2014, S. 221)
mathematisches Ergebnis validieren	Schwierigkeiten bei der Zuordnung des mathematischen Ergebnisses zur entsprechenden Fragestellung oder der Abstrahierung des Ergebnisses auf die reale Situation (z. B. Runden).	Die beiden Phasen des Interpretierens und Validierens werden bei der Bearbeitung von Sachaufgaben häufig außer Acht gelassen, da in der Unterrichtspraxis das Operieren auf der numerischen Ebene dominiert. (Scherer & Moser Opitz, 2010, S. 173)
Validierung der Sachrechentätigkeit	Schwierigkeiten, die durch mangelnde metakognitive Strategien zustande kommen: Stetige Überprüfung und Anpassung der Denk-, Rechen- und Motivationsprozesse laufen nicht optimal ab.	„Das letzte Spiel („Elfenpalast") hat das Ziel, Kontrollstrategien bewusst zu aktivieren und zu trainieren. Leistungsschwache unterscheiden sich von leistungsstarken Schülern besonders stark darin, dass sie solche Strategien nicht effektiv anwenden können...“ (Lenhard & Lenhard, 2010, S. 32)
Veranschaulichung / Darstellung	Schwierigkeiten lösungsrelevante Veranschaulichung und Darstellungen selbst herzustellen und / oder zu nutzen.	„Auf Kinder mit gravierenden Schwierigkeiten im elaborierten Rechnen trifft dies in der Regel nicht zu. Sie sind die meiste Zeit über nicht dazu in der Lage gewesen, zwischen verschiedenen Repräsentationsformen eines Problems zu wechseln. Ihnen fehlt die Übung. Mit zunehmender Verfestigung der notwendigen Basisfertigkeiten liegt es nahe, den Schülerinnen und Schülern diese Kompetenz explizit zu vermitteln. Die Erfahrung hat gezeigt,

		dass sie im Allgemeinen auch dann nicht von sich aus damit anfangen, visuelle Hilfestellungen anzufertigen, wenn ihre Rückstände in grundlegenden Bereichen mehr oder minder aufgeholt sind.“ (Stern et al., 2004, S. 222)
emotionale Komponente	Hemmende Emotionen bzw. Schwierigkeiten die sich aus den Emotionen des Kindes ergeben, z. B. Angst, Opposition.	„Vor allem bei Sachaufgaben machen sich die besonderen Voraussetzung en bemerkbar, die Kind er mit Rechen schwächen zum Lernen mitbringen. Oft sind Sachaufgaben durch gefühlsmäßige Blockaden belegt, da hier die meisten Misserfolgserlebnisse liegen. In der Folge entwickeln die Kinder rasch die Einstellung: ‚Das kann ich nicht - das schaff' ich eh' nicht - du musst mir helfen.’ “ (Born & Oehler, 2013, S. 178)
Denkstruktur	Fehlerhafte oder unvollständige Konzepte führen zu Schwierigkeiten	„Dies äußert sich u. a. darin, dass sie Zahlen lediglich als Möglichkeit zur quantitativen Bezeichnung einer bestimmten Menge begreifen und sie hauptsächlich zum Zählen benutzen (Stern, 2008; Stern, Felbrich & Schneider, 2006). Sie verstehen nicht, dass sich durch Zahlen auch Beziehungen zwischen Mengen zum Ausdruck bringen lassen.“ (Stern et al., 2014, S. 221)
sonstige Schwierigkeiten	Restkategorie: Schwierigkeiten, die nicht unter die anderen Kategorien fallen.	„Beachtet werden muss auch der Umgang mit den Notationen der Ergebnisse und Strategien. Grundsätzlich ist das eigenständige Notieren einer Lösungsstrategie, z. B. einer Rechnung und eines Antwortsatzes, nicht unproblematisch. Oftmals weisen durchaus korrekte Lösungen unvollständige Notationen auf (vgl. bspw. Häsel 2001, 154 ff.). Bereitet das verschriftlichen des Lösungswegs (und damit vermutlich das eigene Erfinden von Aufgaben) noch größere Schwierigkeiten, bieten sich Übergangsformen an, wie bspw. die Zuordnung von Gleichungen zu einer bestimmten Aufgabe.“ (Scherer & Moser Opitz, 2010, S. 172)

Kategorie Evaluation der Methode

Name der Kategorie	Inhaltliche Beschreibung / Abgrenzung (nur, wenn nötig)	Ankerbeispiel
Evaluation der Methode	Hinweis auf Evaluation des vorgestellten Förderprogramms oder Teile davon. **Abgrenzung** von Bezügen zu anderen evaluierten Förderprogrammen als das vorgestellte.	„In einer Evaluationsstudie (Helfer, 2013; unveröffentlicht) wurden Gruppen von Grundschulkindern (teilweise mit Förderschwerpunkt) untersucht, die zwischen 2010 und 2013 Training gemäß dem T-I-R teilgenommen hatten. Bei allen Schüler / innen war zuvor eine Rechenstörung gemäß den Kriterien des DSM-IV diagnostiziert worden. Als Erfolgskriterium wurde das Urteil von Eltern, Lehrer / innen und Therapeut / innen zum Ende der Maßnahme (Rechenleistungen in wesentlichem Umfang gesteigert vs. Rechenleistungen nicht in wesentlichem Umfang gesteigert) herangezogen. Die drei Gruppen setzten sich zusammen aus drei bis vier Mädchen und Jungen im Alter zwischen sieben und elf Jahren, die 19, 28 bzw. 34 Stunden (je 45 Minuten, Doppelstunden möglich) an einem Training teilgenommen hatten. Das signifikante Ergebnis ($p < 0,05$)

		zeigte, dass sieben der zehn Kinder vom Training profitiert und ihre Rechenleistungen in wesentlichem Umfang gesteigert hatten. Bei drei der Schüler / innen besserten sich die Rechenleistungen nicht oder nur unwesentlich. Die Studie unterstützt die Annahme der Eignung des T-I-R als geeignetes Instrument zur Therapie von Kindern mit einer Rechenstörung im Grundschulalter.“ (Helfer, 2016, S. 21f.)

Kategorie Anleitung

Name der Kategorie	**Inhaltliche Beschreibung / Abgrenzung (nur, wenn nötig)**	**Ankerbeispiel**
Anleitung	Zusätzliche Anleitung zum Gebrauch oder Einsatz eines Spiels oder Verwendung von zusätzlichem Material. **Abgrenzung:** Ausgeschlossen sind Anweisungen zu den vorgestellten Förderaspekten im Förderprogramm, also wie wird eine Intervention umgesetzt.	„In der Regel muss bei diesem Spiel eine einzelne Zahl als Lösung berechnet werden. Manchmal wird in einer Aufgabe aber auch nach mehreren Zahlen gefragt. Für jede dieser Zahlen ist ein eigenes Antwortfeld vorgesehen. Mit einem Klick auf den Radiergummi lassen sich die eingegebenen Zahlen wieder entfernen.“ (Lenhard & Lenhard, 2010, S. 34)

Kategorie Kritische Würdigung

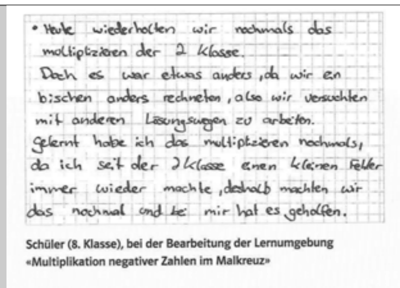
Name der Kategorie	**Inhaltliche Beschreibung / Abgrenzung (nur, wenn nötig)**	**Ankerbeispiel**
Kritische Würdigung	Das Förderprogramm oder Aspekte daraus werden kritisch hinterfragt und mit anderen verglichen.	„Kritisch lässt sich gegenüber unserer vorgeschlagenen Verfahrensweise einwenden, dass die Kinder mit Rechenschwäche dabei lernen, nach einem ‚Kochrezept’ vorzugehen. Stelle sich ein Problem anders dar - so kann man argumentieren - droh en die Kinder, neuerlich zu scheitern. Obgleich die Schlussfolgerung richtig ist, kann der Einwand den Sinn der vorgeschlagenen Methode nicht in Frage stellen, denn: Nur dadurch, dass die Kinder viele ‚Kochrezepte’ lernen, kann ihr Denken auch ein bisschen flexibler werden. Vor allen Dingen kann ihr mathematisches Zutrauen größer werden, wenn sie viele ‚Kochrezepte’ beherrschen und damit Rechenaufgaben lösen können.“ (Born & Oehler, 2013, S. 181)

Kategorie Diagnostik

Name der Kategorie	**Inhaltliche Beschreibung / Abgrenzung (nur, wenn nötig)**	**Ankerbeispiel**
Diagnostik	Vorgängig, während oder nachfolgend zur Sachrechenförderung wird auf Diagnostik verwiesen.	„Das Kind erhält den Diagnosetest oder einzelne Aufgaben aus dem Diagnosetest, der das von Ihnen vermutete Problem untersuchen kann.“ (Simon & Simon, 2011, o. S.)

Kategorie Fallbeispiel

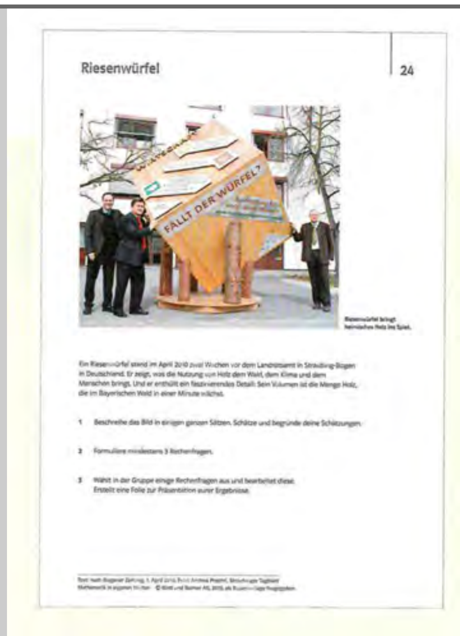
Name der Kategorie	**Inhaltliche Beschreibung / Abgrenzung (nur, wenn nötig)**	**Ankerbeispiel**

Fallbeispiel	Förderprogramm präsentiert Fallbeispiel zur Sachrechenbearbeitung z. B. in Form von Fallanalyse, Beispiellösungen, etc.	 • Heute wiederholten wir nochmals das mollipizieren der 2 Klasse. Doch es war etwas anders, da wir en bischen anders rechneten, also wir versuchten mit anderen Lösungswegen zu arbeiten. Gelernt habe ich das multiplizieren nochmals, da ich seit der 2 klasse einen kleinen Fehler immer wieder machte, deshalb machten wir das nochmal und be: mir hat es geholfen. Schüler (8. Klasse), bei der Bearbeitung der Lernumgebung «Multiplikation negativer Zahlen im Malkreuz» (Waasmaier, 2013, S. 19)

Kategorie Beispielaufgaben

Name der Kategorie	Inhaltliche Beschreibung / Abgrenzung (nur, wenn nötig)	Ankerbeispiel
Beispielaufgabe	Aufgabe, an der das Vorgehen der Förderung demonstriert wird. **Abgrenzung** von Beispiellösungen. Diese werden den Fallbeispielen zugeordnet.	„Renate Rasch hat eine Reihe von solchen ‚Problemaufgaben' mit Kindern auch schon in der ersten Schulstufe ausprobiert und dies dokumentiert 45; hier nur einige Beispiele aus ihrem schönen Buch, als Anregung für die Entwicklung weiterer Aufgaben: ‚Quicki und Murks spielen mit Murmeln. Murks hat (um) 4 Murmeln mehr als Quicki. Zusammen haben sie 20 Murmeln. Wie viele Murmeln hat Murks'" (Gaidoschik, 2016, S. 152)

Kategorie Aufgabensammlung

Name der Kategorie	Inhaltliche Beschreibung / Abgrenzung (nur, wenn nötig)	Ankerbeispiel
Aufgabensammlung	Mehrere Aufgaben, welche für den direkten Einsatz mit den Lernenden genutzt werden können.	 Riesenwürfel 24 Riesenwürfel bringt heimisches Holz ins Spiel. Ein Riesenwürfel stand im April 2010 zwei Wochen vor dem Landratsamt in Straubing-Bogen in Deutschland. Er zeigt, was die Nutzung von Holz dem Wald, dem Klima und dem Menschen bringt. Und er enthüllt ein faszinierendes Detail: Sein Volumen ist die Menge Holz, die im Bayerischen Wald in einer Minute wächst. 1 Beschreibe das Bild in einigen ganzen Sätzen. Schätze und begründe deine Schätzungen. 2 Formuliere mindestens 3 Rechenfragen. 3 Wählt in der Gruppe einige Rechenfragen aus und bearbeitet diese. Erstellt eine Folie zur Präsentation eurer Ergebnisse. (Waasmaier, 2013, S. 152)

Kategorie Förderung

Name der Kategorie	Inhaltliche Beschreibung / Abgrenzung (nur, wenn nötig)	Ankerbeispiel
Förderung	Beschreibungen zu sämtlichen Förderaspekten im Bereich des Sachrechnens, z. B. - des Unterrichtssettings - der Rolle der Lehrperson	„Aus den dargelegten Überlegungen wird deutlich: Beim Sachrechnen geht es darum, komplexe Fähigkeiten wie das Mathematisieren, das

	- von Darbietung / Visualisierungen - des Material - der Kommunikationsmethoden - der Unterrichtsmethoden Die Liste ist nicht abschliessend. **Abgrenzung** von eben genannten Kriterien, die nicht im Zusammenhang mit dem Sachrechnen stehen.	Explorieren, das Argumentieren und das Formulieren durch offene Lernangebote zu fördern.“ (Moser Opitz & Schmassmann, 2004, S. 43)

Name der Subkategorie	**Inhaltliche Beschreibung**	**Ankerbeispiel**
„falsche Förderung“ Autorensicht	Beispiele und Ausführungen falscher Förderung, definiert aus der Sicht der Autorinnen und Autoren	„Das liegt wohl zu einem guten Teil auch daran, wie Sachrechnen nach wie vor häufig (zumeist) im Unterricht vorkommt: mehr oder weniger ausschließlich als Textrechnen; mit Texten, in denen die Sache nur für die ‚Einkleidung' der jeweils einzuübenden Rechenprozedur verwendet wird und daher austauschbar ist; mit ‚Problemen', deren Problemgehalt an Lebenswelt und Interessen der Kinder vorbeigeht und die ihnen daher wenig bis keinen Anlass liefern, sich auf die dargestellte Sache auch wirklich gedanklich einzulassen.” (Gaidoschik, 2016, S. 150)
holistischer Ansatz	Unterrichtssetting, das Sachrechnen als ganzer Prozess übt	Die eher grossschrittige Lenkung im Unterricht stellt eine Möglichkeit dar, mit dem komplexen System ‚Unterricht' zurechtzukommen. Dies setzt bei der Lehrperson die Einsicht voraus, dass sie nur Möglichkeiten und Rahmenbedingungen zum Lernen schaffen kann. (Waasmaier, 2013, S. 22)
atomistischer Ansatz	Unterrichtssetting, das die einzelnen Schritte des Sachrechnens getrennt trainiert	„Kleinschrittiger Unterricht mag durchaus kurzfristig Erfolge aufweisen, wenn Probearbeiten Aufgabentypen enthalten, bei denen die vermittelten Rezepte anwendbar sind. Langfristig gesehen ist der kleinschrittige Unterricht jedoch ineffektiv, weil das erworbene Wissen sehr begrenzt und flüchtig ist (Wittmann 2006, S. 165). Erhalten Kinder keine Gelegenheit, in ganzheitlichen Kontexten mit fundamentalen Ideen der Mathematik in Berührung zu kommen, darf es nicht verwundern, wenn sie Mathematik als ‚unstrukturierte Masse unverbundener Phänomene und bedeutungsloser Erscheinungen empfinden (Krauthausen 1998, S. 36). Die kleinen Teilgebiete lassen sich nirgends einordnen und häufen sich im Laufe der Jahre zu einem unüberschaubaren Stoffberg an.” (Waasmaier, 2013, S. 21)
Heuristik	Alle Massnahmen hinsichtlich der Anwendung von Lösungsstrategien, z. B. durch Zerlegen in Teilschritte und ziele, vorwärts- und rückwärtsarbeiten, Analogienbildung	„Trick 5: Kenne ich schon ähnliche Aufgaben? Welches Rechenmuster kann ich dann anwenden?“ (Born & Oehler, 2013, S. 179)
Einbindung von Drittpersonen	Einbindung der Eltern, anderer Lehrpersonen, Therapeuten, etc. in die Förderung	„Für eine erfolgreiche Förderung ist auch die Einbindung der Bezugspersonen wichtig. Regelmäßig sollten Beratungsgespräche mit den Eltern sowie ein kontinuierlicher Austausch mit den Lehrer / innen der betreuten Kinder stattfinden.“ (Helfer, 2016, S. 19)

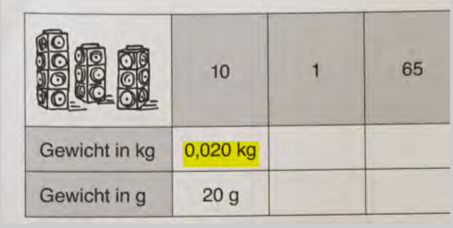
Aufgabentyp	Förderung erfolgt spezifischen anhand eines gewissen Aufgabentyps.	„Durch das Angebot und die eingehende Auseinandersetzung mit Sachaufgaben kann ein ‚Beitrag zur geistigen Entwicklung - vorab zur Denkentwicklung und zur Sprachbildung - und zur lebenspraktischen Erschließung der Sachumwelt unter mathematischen Gesichtspunkten geleistet werden.“ (Trossbach-Neuner, 1998, S. 15)
Sachaufgaben selbst bilden	Massnahmen, die dahin abzielen, dass Lernende Aufgaben selbst bilden, darstellen oder dazu Fragen stellen	„Lassen Sie Ihr Kind, soweit dies möglich ist, immer wieder Sachaufgaben selbst erfinden.“ (Born & Oehler, 2013, S. 181)
Aufgabenmodifikation durch Lernende	Anpassung, Änderung oder Öffnung des Aufgabentyps durch Lernende	„Verändere die Aufgabentexte, sodass man die Fragen mithilfe einer Rechnung sinnvoll beantworten kann.“ (Simon & Simon, 2011, S. 115)
Aufgabenmodifikation durch Lehrperson	Anpassung, Änderung oder Öffnung des Aufgabentyps durch die Lehrperson	„Bereitet das verschriftlichen des Lösungswegs (und damit vermutlich das eigene Erfinden von Aufgaben) noch größere Schwierigkeiten, bieten sich Übergangsformen an, wie bspw. die Zuordnung von Gleichungen zu einer bestimmten Aufgabe.“ (Scherrer & Moser Opitz, 2010, S. 172)
Authentizität	Fördermassnahmen hinsichtlich sinnstiftender Lernanlässe, Identifikation, Motivation, Spannung	„Empfehlenswert sind darüber hinaus auch lebenspraktisch orientierte Lernumgebungen. Schülerinnen und Schüler können dann erworbenes Wissen in realen Situationen einbringen, so dass auch hier positive Einstellungen zu erwarten sind.“ (Scherrer & Moser Opitz, 2010, S. 177)
geschlossene Aufgaben	Aufgabe lässt keine Differenzierung zu	„Im Rahmen traditioneller Differenzierungsmassnahmen werden die Lernenden oft von der Lehrperson eingeschätzt und anschliessend mit fest umrissenen Lernangeboten versorgt. Die Schülerinnen und Schüler können trotz der Differenzierungsbemühungen über- oder unterfordert werden. Lernangebote, die die Eigenaktivität der Lernenden in den Vordergrund stellen, ermöglichen es diesen, auf dem jeweilig individuellen Niveau zu arbeiten. Folgen einer starren inneren Differenzierung können vermieden werden.“ (Waasmaier, 2013, S. 22)
offenes Aufgabenformat	Offenheit der Aufgabe oder Lernumgebung bzgl. einem oder mehrerer Kriterien (z. B. Lösungsweg, Niveau, Zahlen, usw.)	„Lernumgebungen eröffnen unterschiedliche Wege und individuelle Lernstrategien und bieten die Gelegenheit, das intuitive Vorwissen und Alltagswissen einzubringen (Hofe vom 2001, S.13) und so individuelle Begriffsbildung zu betreiben.“ (Waasmaier, 2013, S. 15)
Computer gestützte Intervention	umfasst Förderung durch Computerprogramme und -spiele	„Das Training möchte diesem Kritikpunkt Rechnung tragen, indem 3 Spiele (also 20% des Übungsprogramms) explizit in Textform gegeben Rechenspiele mit Elfe und Mathis II werden.“ (Lenhard & Lenhard, 2010, S. 32)
Scaffolding	Gerüst zur Unterstützung des Vorgehens: Schritte des Sachrechnens werden als Piktogramme, Aufforderungen oder Fragen notiert	„Die einzelnen Handlungsschritte werden den betreffenden Kindern nach Maßgabe des ‚Self-Regulated Strategy Development Models’ von Harris und Graham (1996) zunächst in kleinen, konkreten Abfolgeeinheiten unter Verwendung visueller Erinnerungshilfen (z. B. eines Plakats) redundanzreich präsentiert.“ (Stern et al., 2014, S. 222)

Sprachförderung	Fördermassnahmen für das sprachliche Verständnis	„Durch Formulierungsvariationen mit geringen Veränderungen in Bezug auf die sprachlichen Merkmale der Ausgangsaufgabe, die jedoch Auswirkungen auf das Beziehungsgefüge der Aufgabe haben, wird eine Sensibilität für die Bedeutung von Beziehungen sowohl auf mathematischer als auch auf sprachlicher Ebene erzeugt. (Prediger et al., 2017, S. 73)
Erfassung / Visualisierung / Darstellung des Kontexts bzw. Bildung eines Modells	Alle Massnahmen die den Kontext veranschaulichen oder bei dessen Erfassung helfen um ein reales oder mathematisches Modell zu bilden.	„Das Einbeziehen vorhandenen Wissens ist für jede Art von Lernprozess entscheidend, um Neues in Beziehung zu Bekanntem zu setzen und langfristig nutzen zu können. Von daher sollte bewusst Zeit und Raum einkalkuliert werden, sachrechnerisches Vorwissen der Kinder zu thematisieren. So können die Kontexte für Sachaufgaben zum einen aus den Erfahrungsbereichen der Schülerinnen und Schüler entnommen werden (an Bekanntes anknüpfen bzw. Bekanntes flexibel anwenden), zum anderen sollen natürlich durch das Sachrechnen neue Kontexte erschlossen werden. Die Neuartigkeit der Kontexte ist bei der Behandlung sorgfältig zu berücksichtigen.“ (Scherrer & Moser Opitz, 2010, S. 177)
Schemaidentifikation	Schemabasierte Vorgehensweisen: Identifikation der zu Grunde liegenden Schemata von Sachaufgaben	„Viele unserer Handlungen beruhen auf Automatismen. Zahlreiche Wege zur Lösung bestimmter Probleme, die wir in der Vergangenheit schon einmal beschritten haben, sind in unseren Gehirnen als kompakte Informationen abgespeichert, die bei ähnlichen Herausforderungen wieder abgerufen werden. Im Verlauf unserer Entwicklung entsteht so ein immer umfangreicherer Speicher für vielschrittige Handlungsabfolgen. Sind diese effektiv und setzen wir sie zielführend ein, so ermöglichen sie es uns, unseren Alltag besser zu meistern. Wir befinden uns dann nicht mehr in der Verlegenheit, für jede an uns herangetragene Aufgabe das Rad neu erfinden zu müssen, sondern greifen auf bereits bewährte Lösungswege zurück.“ (Stern et al., 2014, S. (über 2 S. hinaus)
Information einholen	Für die Aufgabe dienliche Information einholen, sich über den Kontext oder Teile davon informieren	„Im Nachgang werden aus einem Prospekt weitere Informationen gewonnen, die zur Zuordnung des Zahlenmaterials führen. Am Ende der Unterrichtsstunde wird das Hörbild dann vollständig (Teil I und II) angeboten.“ (Trossbach-Neuner, 1998, S. 16)
Fragen stellen	Den Kontext fragend erörtern (durch LP oder SuS)	„Fragen stellen und auflisten (unabhängig davon, ob sie mathematisch gelöst werden können oder nicht).“ (Moser Opitz & Schmassmann, 2004, S. 45)
Identifikation der Variablen	Fördermassnahmen, die der Identifikation des „Gesuchten“ und „Gegebenen“ helfen.	‘2) Gesucht? Fragekarte schreiben. Fragen auf Karten schreiben” (Prediger et al., 2017, S. 73)
Information anordnen	Fördermassnahmen, die dazu führen, dass Information so geordnet wird, dass sich ein reales oder mathematisches Modell bilden lässt.	„Strategie ‚Fokus auf Beziehungen’: Wenn die relevanten Informationen und ihre Bedeutungen aus der Textaufgabe extrahiert sind, müssen sie zueinander in Beziehung gesetzt werden, denn erst die Beziehungen erschließen die Rechenoperationen (ab Förderaufgabe 1.3). Dies kann bei komplexerem Satzgefüge oder strukturtragenden Phrasen durchaus anspruchsvoll sein (Födereinheiten 2 und 3) und wird daher visuell

			im sogenannten Informations-Netz (s.u.) unterstützt.“ (Prediger et al., 2017, S. 72)
	paraphrasieren	Der Kontext wird in eigenen Worten wiedergegeben.	„Von Schülerinnen und Schülern individuell geprägte Begriffe, die durch ‚überindividuelle Fachbegriffe’ ersetzt werden können, werden zunächst (‚fehlerhaft’) stehen gelassen (Gallin 1986, S. 295). Die Lernenden können später selbst verstehen, warum ein neuer Weg und eine andere Strategie einzuschlagen ist, wenn sie feststellen, dass sich ein Ansatz oder ein Begriff als unangemessen erweist (Lorenz 2003, S. 14). Ein fortlaufender Lernerfolg und das Erfahren der eigenen Kompetenzentwicklung werden für die Schülerinnen und Schüler selbst sichtbar. Sie erleben die Erweiterung ihrer eigenen Kompetenzen.” (Waasmaier, 2013, S. 18)
	wichtige Info hervorheben	relevante Information hervorheben durch markieren, notieren etc. **Abgrenzung:** Dient nicht nur spezifisch für die Identifikation der Variablen, aber kann dennoch	„Es kann hilfreich sein, angegebene Werte zu unterstreichen oder zu notieren.“ (Helfer, 2016, 195)
	vorgegebene Visualisierungen	Durch die Lehrperson oder von der Aufgabe her gegebene Darstellungsformen zur Veranschaulichung	„Bei den meisten entsprechenden Förderkonzepten werden den Mädchen und Jungen spezifische Vorlagen zur Verfügung gestellt, in die sie die relevanten Informationen aus dem Text eintragen und dabei ordnen bzw. miteinander in Beziehung setzen sollen. Eine notwendige Voraussetzung bei der sinnvollen Einbeziehung von Diagrammen in den Lösungsprozess stellt natürlich die Wahl einer geeigneten Vorlage dar (je nachdem, ob es bei der Aufgabe darum geht, Informationen zu verändern, zu gruppieren oder zu vergleichen).“ (Stern et al., 2014, S. 223)
	eigene Visualisierungen	Zeichnungen, Diagramme, Darstellungen, Graphen, etc. welche durch die Lernenden zur Veranschaulichung erstellt werden	„Schreiben und überlegen: Text verknappen, Daten systematisch in Listen und Tabellen anlegen, Wertetabellen erstellen, Rechenablauf darstellen (z. B. durch einen Rechenbaum).“ (Moser Opitz & Schmassmann, 2004, S. 45)
	konkret handelnd	Situation / Kontext nachspielen oder in Echt erleben	„Gerade das Nachspielen von Sachsituationen, auch mit Material, sollte im mathematischen Anfangsunterricht eine zentrale Rolle spielen.“ (Scherrer & Moser Opitz, 2010, S. 166f.)
Rückmeldung		Formen zur Rückmeldung zur positiven und negativen Bearbeitung	„Rückmeldungsphase: Tragen Sie die Sterne mit einem Stift auf dem Rückmeldebogen ein.“ (Helfer, 2016, S. 196)
Methodenmix		Förderung durch unterschiedliche Methoden	„Die Strukturorientierung hat auch für das Sachrechnen zentrale Bedeutung: Es geht um das Aufdecken von Strukturen in der Umwelt und das Ausnützen mathematischer Strukturen. Letztlich bietet die Struktur den Schülerinnen und Schülern eine Hilfe, manchmal sogar eher als die Realitätsbezüge (vgl. Hasemann / Stern 20(2). Das Ineinandergreifen beider Bereiche ist unabdingbar und kann eine Lernerleichterung darstellen.“ (Scherer & Moser Opitz, 2010, S. 178)
explizite Instruktion		Methoden mit Phasen des Vormodellierens, begleiteter und selbständiger Übungsphase	„Auch hier erfolgt die Vermittlung über ein Vormachen, ein Üben unter Anleitung sowie ein eigenständiges Üben.“ (Stern et al., 2014, S. 223)

dialogisches Lernen / Gespräche über Lerngegenstand	Kommunikative Formen der Wissenskonstruktion durch Gespräche. Ebenfalls inkludiert sind hier Gespräch zwischen Lehrpersonen und Lernenden, die dazu dienen, die Gedanken der Lernenden nachzuvollziehen.	„Wie auch immer die Kinder reagieren: Lassen Sie sich auf die Gedanken der Kinder ein, ohne sich selbst zu wundern (oder zumindest ohne Ihre Verwunderung zu zeigen); diskutieren Sie mit ihnen, und arbeiten Sie in solchen Diskussionen daraufhin, dass hoffentlich alle Kinder erkennen: Zahlen haben - in Rechengeschichten genauso wie in der „wirklichen Welt" – eine *Bedeutung*...“ (Gaidoschik, 2016, S. 151f.)
Metakognitive Sequenz	Sequenz, die zur Überprüfung bzw. Reflexion des Vorgehens oder des Ergebnisses anregt bzw. dies fördert.	„Impulse: • Welche Informationskarten habt ihr gebraucht? • Was bedeuten die Pfeile für Euch genau? • Warum sind die Netze unterschiedlich?“ (Prediger et al., 2017, S. 76)
abnehmende Unterstützung	Förderung durch viel Hilfestellung (Lehrperson, Material, Visualisierung), die sukzessive abnimmt	Wenn die Kinder die Modellierung der Aufgaben auf der Repräsentationsform sicher beherrschen, so werden sie im Anschluss dazu angeregt, sich bei derselben Aufgabe mit anderen Zahlen von dem konkreten Veranschaulichungsmittel zu lösen. Dies kann geschehen, indem sie auf einer vorgestellten Hundertertafel mental operieren. Die Schülerinnen und Schüler werden dazu angehalten, die Augen zu schließen (wer will, mag noch „blinzeln") und den rechnerischen Lösungsweg zu verbalisieren. Weitere Auf gaben sind dann möglichst ganz ohne Hilfsmittel zu lösen.“ (Stern et al., 2014, S. 226)
modellierende Sequenz	Vorgaben von Mustern, Abläufe vorzeigen **Abgrenzung von expliziter Instruktion:** eine solche Sequenz enthält nicht alle Stationen der expliziten Instruktion	„Wie beim Spiel ‚Markttag’ ist auch beim ‚Elfenpalast’ eine enge tutorielle Begleitung des Kindes vonnöten.“ Lenhard & Lenhard, 2010, S. 36)
Einzelarbeit	nicht gemeinsam, 1 Person	Löse die Textaufgabe in dem Kasten zuerst alleine. Schreibe eine Rechnung und einen Antwortsatz auf. (Prediger et al., 2017, S. 76)
Partnerarbeit	Arbeiten zu zweit **Abgrenzung vom dialogischen Lernen:** Partnerarbeit dient nicht zur Wissenskonstruktion durch Dialog	„Eine in diesem Zusammenhang zweckvolle Möglichkeit besteht darin, sie in Zweiergruppen an Problemstellungen arbeiten zu lassen. Das erste Kind übernimmt hierbei die Funktion der Lehrkraft, das zweite die der Schülerin bzw. des Schülers. Die Rollenverteilung kann nach einigen Durchgängen getauscht werden.“ (Stern et al., 2014, S. 227)
Förderung der Vorläuferfertigkeiten / Basiskompetenz	Förderungen der Fertigkeiten, welche als Grundlage für das Bearbeiten von Sachaufgaben gebraucht werden	„Es muss deshalb überprüft werden, welche mathematischen Voraussetzungen und Fähigkeiten die Schülerinnen und Schüler mitbringen. Allenfalls müssen Lücken aufgearbeitet und Fördermassnahmen geplant bzw. Hilfestellungen gegeben werden.“ (Moser Opitz & Schmassmann, 2004, S. 44)
Fördersetting	Massnahmen zur Förderung mittels eines bestimmten Settings in Bezug auf die Umgebung, Dauer, Häufigkeit und Grösse des Settings	„Der Einsatz kognitiver Strategien beginnt schon bei der lernfreundlichen Gestaltung der äußeren Bedingungen des Arbeitens. Neben einem aufgeräumten Arbeitsplatz hilft eine ruhige Lernumgebung, denn das Abschirmen vor störenden Reizen entlastet den Gedächtnisspeicher des lernenden Kindes.“ (Helfer, 2016, S. 19)

Arbeit auf der emotionalen bzw. Verhaltensebene	Arbeit im Bereich des Verhaltens bzw. den zugrundeliegenden Emotionen z. B. Aufmerksamkeit, Angst	„Eltern und Lehrern fällt damit zunächst die Aufgabe zu, die Kinder dafür zu gewinnen, sich überhaupt auf die Sachaufgabe einzulassen. Wir müssen Zuversicht bei unseren Kindern erzeugen, da sie bereits überzeugt sind, Sachaufgaben nicht rechnen zu können.“ (Born & Oehler, 2013, S. 178)
weitere Fördermassnahmen	Restkategorie	„Wenn Sie dem Kind für Textaufgaben einen Taschenrechner zur Verfügung stellen, entlasten Sie dessen Arbeitsspeicher von der Aufgabe, alles auch noch rechnen zu müssen. Dann ist mehr Aufmerksamkeit frei, um die Struktur der Aufgabe zu untersuchen” (Simon & Simon, 2011, o. S.)

Name der Kategorie	Inhaltliche Beschreibung / Abgrenzung (nur, wenn nötig)	Ankerbeispiel	
Anspruchsvolles Zahlenmaterial	Das verwendete Zahlenmaterial in den Aufgabensammlungen wird als sehr anspruchsvoll für rechenschwache Lernende der Zielstufe eingeschätzt.	 (Simon & Simon, 2011, S. 121)	

Anhang D: Häufigkeit der Kategorien

	Sachaufgabe	Sachaufgabe \ Schwierigkeitsgrad	Sachaufgabe \ Sachaufgaben ohne Alltagsbezug	Sachaufgabe \ Realistische Sachaufgaben	Sachaufgabe \ Reale Sachaufgaben	Modellierungsschritte	Schwierigkeiten / hemmende Faktoren	Schwierigkeiten / hemmende Faktoren \ Verständnisschwierigkeiten	Schwierigkeiten / hemmende Faktoren \ Verständnisschwierigkeiten \ Kontext	Schwierigkeiten / hemmende Faktoren \ Verständnisschwierigkeiten \ Mehr- / Fremdsprachigkeit	Schwierigkeiten / hemmende Faktoren \ Verständnisschwierigkeiten \ Lesekompetenz	Schwierigkeiten / hemmende Faktoren \ Verständnisschwierigkeiten \ Bildungssprache	Schwierigkeiten / hemmende Faktoren \ Identifikation der Variablen	Schwierigkeiten / hemmende Faktoren \ Identifikation der Variablen \ Inhibition / Zahlenfokussiertheit / voreiliges Lösen	Schwierigkeiten / hemmende Faktoren \ Identifikation der Variablen \ Fokussierung auf Schlüsselwörter	Schwierigkeiten / hemmende Faktoren \ Überführen Kontext / Text in Mathematik	Schwierigkeiten / hemmende Faktoren \ mathematische Operationen / Formeln
Born & Oehler (2016)	0	2	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0
Gaidoschik (2016)	1	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
Helfer (2016)	2	1	4	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
Lenhard & Lenhard (2010)	1	10	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	2	0
Moser Opitz & Schmassmann (2004)	2	0	2	0	0	4	0	0	0	0	0	0	0	3	2	0	0
Prediger et al. (2017)	0	2	0	0	0	1	0	0	2	0	0	5	6	2	1	4	3
Simon & Simon (2011)	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
Stern et al. (2014)	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	2	4	0
Scherer & Moser Opitz (2010)	1	0	1	4	0	6	3	1	7	1	0	2	0	6	0	2	1
Trossbach-Neuner (1998)	1	0	0	0	0	1	0	2	1	0	0	1	0	0	0	2	1
Waasmaier (2013)	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
SUM	10	15	11	6	0	15	5	3	13	1	1	8	6	15	5	15	5

	Schwierigkeiten / hemmende Faktoren \ ausrechnen	Schwierigkeiten / hemmende Faktoren \ mathematisches Ergebnis validieren	Schwierigkeiten / hemmende Faktoren \ Argumentation	Schwierigkeiten / hemmende Faktoren \ Validierung der Sachrechentätigkeit	Schwierigkeiten / hemmende Faktoren \ Veranschaulichung / Darstellung	Schwierigkeiten / hemmende Faktoren \ emotionale Komponente	Schwierigkeiten / hemmende Faktoren \ Denkstruktur	Schwierigkeiten / hemmende Faktoren \ sonstige Schwierigkeiten	Evaluation der Methode	Anleitung	Kritische Würdigung	Anspruchsvolles Zahlenmaterial	Diagnostik	Resthauptkategorie	Fallbeispiel	Beispielaufgaben
Born & Oehler (2016)	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	4
Gaidoschik (2016)	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
Helfer (2016)	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	3	4	0	1	0
Lenhard & Lenhard (2010)	0	0	0	1	0	0	1	0	0	6	0	0	0	0	0	4
Moser Opitz & Schmassmann (2004)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	3
Prediger et al. (2017)	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	3	0	0	0
Simon & Simon (2011)	2	0	0	1	0	1	0	0	0	6	0	9	2	0	0	0
Stern et al. (2014)	1	0	0	0	1	0	1	1	2	0	0	0	3	0	2	6
Scherer & Moser Opitz (2010)	0	3	0	2	1	1	0	2	1	0	0	0	1	0	12	12
Trossbach-Neuner (1998)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8
Waasmaier (2013)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7	0
SUM	3	3	0	5	3	3	2	5	4	13	2	12	14	0	23	38

	Beispielaufgaben	Aufgabensammlung	Förderung	Förderung \ "falsche Förderung" Autorensicht	Förderung \ holistischer Ansatz	Förderung \ atomistischer Ansatz	Förderung \ Heuristik	Förderung \ Einbindung Drittpersonen	Förderung \ Aufgabentyp	Förderung \ Aufgabentyp \ Sachaufgaben selbst bilden	Förderung \ Aufgabentyp \ Aufgabenmodifikation durch Lernende	Förderung \ Aufgabentyp \ Aufgabenmodifikation durch LP	Förderung \ Aufgabentyp \ Authentizität	Förderung \ Aufgabentyp \ geschlossene Aufgaben	Förderung \ Aufgabentyp \ offenes Aufgabenformat	Förderung \ Aufgabentyp \ Computer gestützte Intervention	Förderung \ Scaffolding
Born & Oehler (2016)	4	0	0	0	0	0	2	0	0	1	0	0	0	0	0	0	3
Gaidoschik (2016)	1	0	0	4	0	0	0	0	2	0	0	0	1	1	0	0	0
Helfer (2016)	0	3	0	0	0	0	0	5	1	0	0	1	0	0	0	0	2
Lenhard & Lenhard (2010)	4	4	0	0	0	0	0	0	4	0	0	0	0	0	0	2	0
Moser Opitz & Schmassmann (2004)	3	2	1	3	0	0	1	0	1	2	0	2	0	0	2	0	0
Prediger et al. (2017)	0	12	0	0	0	0	2	0	1	1	0	0	0	0	0	0	8
Simon & Simon (2011)	0	17	1	0	0	0	0	0	0	0	6	0	0	0	0	0	0
Stern et al. (2014)	6	0	0	1	0	0	0	1	4	0	0	1	0	0	1	0	3
Scherer & Moser Opitz (2010)	12	0	0	2	0	0	0	0	1	0	2	1	2	1	8	0	0
Trossbach-Neuner (1998)	8	0	0	1	0	0	0	0	3	2	3	2	0	0	3	0	0
Waasmaier (2013)	0	1	0	4	2	2	2	0	1	3	0	0	0	1	9	0	0
SUM	38	39	2	15	2	2	7	6	18	9	11	7	3	3	23	2	16

	Förderung \ Sprachförderung	Förderung \ Erfassung / Visualisierung / Darstellung des Kontexts	Förderung \ Erfassung / Visualisierung / Darstellung des Kontexts \ Schemaidentifikation	Förderung \ Erfassung / Visualisierung / Darstellung des Kontexts \ Informationen einholen	Förderung \ Erfassung / Visualisierung / Darstellung des Kontexts \ Fragen stellen	Förderung \ Erfassung / Visualisierung / Darstellung des Kontexts \ Identifikation der Variablen	Förderung \ Erfassung / Visualisierung / Darstellung des Kontexts \ Information anordnen	Förderung \ Erfassung / Visualisierung / Darstellung des Kontexts \ paraphrasieren	Förderung \ Erfassung / Visualisierung / Darstellung des Kontexts \ wichtige Info hervorheben	Förderung \ Erfassung / Visualisierung / Darstellung des Kontexts \ vorgegebene Visualisierungen	Förderung \ Erfassung / Visualisierung / Darstellung des Kontexts \ eigene Visualisierungen	Förderung \ Erfassung / Visualisierung / Darstellung des Kontexts \ konkret handelnd	Förderung \ Rückmeldung	Förderung \ Methodenmix	Förderung \ explizite Instruktion	Förderung \ dialog. Lernen / konstruktivistische Erschliessung über Gespräch
Born & Oehler (2016)	1	0	8	0	0	2	0	1	1	0	2	0	0	0	6	2
Gaidoschik (2016)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	4
Helfer (2016)	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	4	0	0	1
Lenhard & Lenhard (2010)	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	2
Moser Opitz & Schmassmann (2004)	3	2	0	1	1	0	3	1	1	0	2	1	0	0	0	4
Prediger et al. (2017)	18	2	4	0	0	7	12	0	8	4	6	0	1	0	0	8
Simon & Simon (2011)	0	1	0	0	11	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
Stern et al. (2014)	2	1	4	0	0	0	0	1	1	9	0	0	4	0	13	2
Scherer & Moser Opitz (2010)	1	5	1	2	2	0	0	1	1	2	5	5	1	1	0	18
Trossbach-Neuner (1998)	6	3	0	4	2	6	0	1	0	1	0	4	0	0	0	3
Waasmaier (2013)	3	4	0	0	1	0	0	5	0	0	1	0	2	0	0	15
SUM	35	19	18	7	17	16	15	11	13	17	17	11	13	1	20	59

	Förderung \ Metakognitive Sequenz	Förderung \ abnehmende Unterstützung	Förderung \ modellierende Sequenz	Förderung \ Einzelarbeit	Förderung \ Partnerarbeit	Förderung \ Arbeit auf der emotionalen bzw. Verhaltensebene	Förderung \ Förderung Vorläuferfertigkeiten / Basiskompetenz	Förderung \ Fördersetting	Förderung \ weitere Fördermassnahmen	SUM
Born & Oehler (2016)	2	0	0	0	0	9	2	3	0	58
Gaidoschik (2016)	0	0	0	0	0	2	7	0	1	30
Helfer (2016)	3	0	0	0	0	13	6	6	0	68
Lenhard & Lenhard (2010)	3	0	6	0	0	0	3	0	0	57
Moser Opitz & Schmassmann (2004)	1	0	0	0	0	1	3	1	0	57
Prediger et al. (2017)	27	0	9	1	0	0	4	0	0	167
Simon & Simon (2011)	0	0	0	0	0	0	1	0	2	63
Stern et al. (2014)	4	1	0	0	1	6	9	4	0	102
Scherer & Moser Opitz (2010)	4	0	1	0	0	1	6	0	0	144
Trossbach-Neuner (1998)	2	0	0	0	0	0	0	0	3	66
Waasmaier (2013)	14	0	0	0	0	7	6	4	0	95
SUM	60	1	16	1	1	39	47	18	6	907

Anhang E: Thematische Summaries

Rechenschwäche verstehen – Kinder gezielt fördern von Gaidoschik (2016)

Code	Zusammenfassung
Sachaufgabe	Sachaufgaben werden hier mathematische Problemstellungen genannt und kennzeichnen sich durch ihre Neuartigkeit aus, da die Lernenden nicht auf ähnliche Lösungsprozedere zurückgreifen können. Werden ähnliche Problemstellungen häufig gelöst, verkommen sie zur Routine und sind keine echten Problemstellungen mehr. In der Unterrichtspraxis sind Sachaufgaben oft nur „eingepackte“ Operationen, die kein echtes Problem darstellen.
Schwierigkeiten / hemmende Faktoren	Viele Kinder rechnen einfach darauf los, was wahrscheinlich einem Unterricht geschuldet ist, in dem es keine echten Problemstellungen gibt, welches kontextfreie darauf losrechnen fördert.
Beispielaufgaben	Das Buch verweist auf gute (Autorensicht) mathematische Problemstellungen für den Anfangsunterricht.
Förderung \ Aufgabentyp	Rechengeschichten konfrontieren Lernende mit mathematikhaltigen Problemen und generieren bei den Lernenden das Interesse an ihren Lösungswegen. Dabei soll die Geschichte und nicht die Zahlen den Vorrang haben, um das Kontextdenken zu fördern. Auch durch den Einsatz von Kapitänsaufgaben fördert dieses Denken. Das Problemlösen muss dadurch gefördert werden, dass Kinder immer wieder neue Lösungswege beschreiten müssen, die Kreativität abverlangen. Dazu eignen sich auch Denksportaufgaben, die vielen Lernenden Spass machen, obwohl sie keine Alltagsrelevanz aufweisen.
Förderung \ dialog. Lernen / konstruktivistische Erschliessung über Gespräch	Sachaufgaben, Lösungswege und Darstellungen sollen innerhalb der Klasse diskutiert werden. Das zeigt die Denkwege der Lernenden auf. Bei Schwierigkeiten soll die Lehrperson mit einem Rat den Lernenden helfen.
Förderung \ Erfassung / Visualisierung / Darstellung des Kontexts	Zahlbeziehungen und Rechenoperationen sollen Lernende immer wieder zeichnerisch darstellen und diese in der Klasse diskutieren.
Förderung \ "falsche Förderung" Autorensicht	„Eingekleidete“ Textaufgaben sind keine echten mathematischen Problemstellungen und liefern daher für die Lernenden keinen Anlass, sich mit dem Kontext auseinander zu setzen. Sie fördern das sinnfreie ausrechnen z. B. auch von Kapitänsaufgaben. Lehrpersonen, die das echte Sachrechnen praktizieren wollen, werden durch die Lehrmittel oft ungenügend unterstützt. Im Anfangsunterricht gibt es häufig Illustrationen, welche solche sinnlosen Textaufgaben veranschaulichen, anstatt die Kinder anzuregen, Illustrationen offen mathematisch zu interpretieren. Rechengeschichten in Textform setzen mit Rücksicht auf die Lesefertigkeit erst recht spät ein.
Förderung \ Förderung Vorläuferfertigkeiten / Basiskompetenz	Die Vorläuferfertigkeiten für die mathematischen Operationen und das Sachrechnen müssen gefördert werden, wobei auf die Förderung der mathematischen Operationen und ihren Vorläuferfertigkeiten in anderen Kapitel eingegangen wird. Die Vorläuferfertigkeiten für das Sachrechnen können z. B. mit Bildern gefördert werden, indem die Lernenden dazu Rechenaufgaben erfinden. Das kann zunächst mündlich sein und mit der Entwicklung der Schreibkompetenz auch schriftlich. Auch das Lösen durch Ausprobieren fördert die Problemlösefähigkeit gerade von noch zu schwierigen Problemen.
Förderung \ Arbeit auf der emotionalen bzw. Verhaltensebene	Das Lösen von Denksportaufgaben kann motivierend sein, weil sie im Anfangsunterricht eigentlich noch zu schwierig sind und dies den Lernenden auch gesagt werden soll. Gelingt das Lösen trotzdem (z. B. durch probieren), spornt das natürlich die Lernenden an. Das Unterrichtsklima soll ein angstfreies ausprobieren und experimentieren zulassen, wobei entmutigten Lernenden immer wieder Mut zugesprochen wird.

Wie alt ist die Frau des Kapitäns von Trossbach-Neuner (1998)

Code	Zusammenfassung
Sachaufgabe	Sachaufgaben sind die Anwendung des Gelernten.
Modellierungsschritte	Das Modellieren erfordert, dass eine mentale Repräsentation zwischen der Sache und der Mathematik gebildet wird, um die Sachaufgabe zu lösen.

Förderung \ weitere Fördermassnahmen	Der Anspruch besteht nicht, dass die Lösung berechnet wird, sondern dass eine Auseinandersetzung mit dem Inhalt stattfindet.
Beispielaufgaben	Die Förderung wird anhand von Beispielaufgaben veranschaulicht
Förderung \ Aufgabentyp	Das Sachrechnen auf Basis der Sache kann durch offene oder halb offene Aufgabenstellungen gefördert werden. Anlass dazu können Hörtexte oder Bilder sein, an denen Sachaufgaben schrittweise selbst konstruiert werden. Auch der Mensch- und Umweltunterricht bietet vielseitige Möglichkeit zu deren Inhalte mathematische Fragen und Aussagen zu entwickeln und diese zu ordnen z. B. nach Wahrheitsgehalt, mathematischem Gehalt, usw. Andere Aufgabenformate können gezielt das Wahrnehmen der Variablen und Beziehungen trainieren, z. B. wenn Aufgaben mit Informationen für ihre Lösbarkeit ergänzt werden müsse oder sie so zu kürzen sind, dass sie nur noch die relevante Information enthalten. Fürs Mathematisieren können Aufgaben durch die Lehrperson so modifiziert werden, dass der Lösungsprozess geebnet ist. Hier können z. B. die Bedeutungen zu den Variablen im Text gegeben werden, welche die Lernenden zuordnen müssen oder eine Antwortauswahl kann gegeben werden.
Förderung \ dialog. Lernen / konstruktivistische Erschliessung über Gespräch	Anregungen zu mathematischen Sachaufgaben aus unterschiedlichen Quellen (Hörtexte, Bilder) sollen zu lebhaften Diskussionen führen. Bei der Mathematisierung der Kontexte brauchen Lernende mit besonderem sprachlichen Bildungsbedarf Unterstützung. Der lernbegleitende Dialog soll die Kinder unterstützen, zunehmend selbst zu mathematisieren.
Förderung \ Sprachförderung	Fürs Sachrechnen braucht es sprachliche Unterstützung bzw. Förderung. Das beinhaltet z. B. mehrmaliges Hören von Hörtexten oder individuelle Lesehilfen zur Identifikation des Kontexts. In Sachzusammenhängen sollen Bedeutungen erschlossen werden oder Sachaufgabentexte sollen so gestaltet werden, dass die Lernenden selbst Begriffe sinnstiftend einsetzen können.
Förderung \ Erfassung / Visualisierung / Darstellung des Kontexts	Bei der Erfassung des Kontexts ist das Vorwissen der Lernenden einzubeziehen. Dafür sind sinnstiftende Lernanlässe wichtig. Die Förderung zur Erfassung des Kontexts erfolgt mit entsprechenden Aufgabenformaten auf unterschiedlichen Repräsentationsebenen. So kann das Handlungs-, Situations- und Sprachwissen aufgebaut werden.
Förderung \ "falsche Förderung" Autorensicht	Sachrechnen wird oft mit Sachaufgaben ohne Alltagsbezug betrieben, die den Lernenden vermitteln, es ginge um das Verbinden von Schlüsselbegriffen und Mengenangaben mit den Grundoperationen. Das hat wenig mit realer Mathematik zu tun.
Förderung \ Metakognitive Sequenz	Materialien für das selbstgesteuerte Lernen setzen metakognitive Kompetenzen voraus, daher brauchen gewisse Lernende dabei Unterstützung. Auch bei der Validierung des Ergebnisses benötigen gewisse Lernende zusätzliche Unterstützung z. B. indem die Ausgangsfrage nochmals in Erinnerung gerufen wird.
Förderung \ Heuristik	Der Austausch mit anderen Lernenden ermöglicht die Einsicht in unterschiedliche Lösungswege. Jede Aufgabe führt zu neuen Erkenntnissen, die zu Verallgemeinerungen führen. Die Lernenden können die Erkenntnisse transferieren.

Heilpädagogischer Kommentar zum Zahlenbuch von Moser Opitz und Schmassmann (2004)

Code	Zusammenfassung
Sachaufgabe	Es wird zwischen Aufgaben mit und ohne Realitätsbezug unterschieden, wobei die Kapitänsaufgaben eine spezielle Version der Aufgaben ohne Realitätsbezug bilden. Weiter wird zwischen offenen und geschlossenen Aufgabenformaten unterschieden. Rechengeschichten sind ein weiteres Aufgabenformat, das vor allem im Anfangsunterricht genutzt wird.
Modellierungsschritte	Das Sachrechnen ist ein komplexer Prozess v. a. auf der Verstehensebene. Nicht die korrekte Lösung ist vorrangig das Ziel, sondern die Auseinandersetzung und die geistige Entfaltung. Das Sachrechnen erfolgt in mehreren Schritten: Das Lesen und Verstehen des Texts, die Bildung des Situationsverständnisses, dem Transfer der Sachsituation zu einem mathematischen Modell, das Notieren und Ausführen der Rechnung und die Validierung des Ergebnisses.

Schwierigkeiten / hemmende Faktoren	Es kann häufig beobachtet werden, dass Lernende darauf losrechnen und den Kontext zu wenig beachten. Sie fokussieren stark auf die Zahlen oder vermeintliche Schlüsselwörter, die sie ohne hinterfragen in eine Operation übersetzen.
Förderung	Generell geht es bei der Förderung um die Auseinandersetzung mit der Aufgabe, ums Mathematisieren, Explorieren, Argumentieren und Formulieren, was es durch offene Aufgaben zu fördern gilt. Ziel sind diese Auseinandersetzungen und nicht das Abarbeiten von Aufgaben.
Förderung \ Heuristik	Das Prinzip des Sachrechnens soll an ausgewählten Aufgaben des Arbeitsbuchs (Zahlenbuch) erarbeitet werden.
Aufgabensammlung	Das dazugehörige Schulbuch und Arbeitsheft bietet auf den Sachrechenseiten unterschiedliche Themen an, wobei nicht alle gelöst werden müssen und z. B. nach den Interessen der Lernenden ausgewählt werden kann. Zudem empfiehlt es sich, eine Sachrechenkartei mit selbst erstellten Aufgaben der Lernenden anzulegen.
Beispielaufgaben	Die erwähnten Aufgabenformate werden jeweils mit Beispielaufgaben veranschaulicht.
Förderung \ Aufgabentyp	Das Sachrechnen kann gefördert werden, indem die Lernenden Fragen, welche mathematisch lösbar sind, als eigene Aufgaben verfassen. Diese können zum Beispiel als Sachrechenkartei für die Klasse zusammengefasst werden. Grundsätzlich kann mit offenen Aufgabenformaten individualisiert werden. Solche Aufgaben können offen sein bzgl. des Zahlenmaterials, des Rechenwegs, der Fragestellung, usw. Auch Aufgaben ohne Zahlen sind möglich, was automatisch zu einer Auseinandersetzung mit dem Kontext führt. Gerade bei rechenschwachen Lernenden sollen die Zahlen und Operationen angepasst werden bzw. der Taschenrechner als Hilfsmittel eingesetzt werden. Auch die Schulbuchtexte sollen reduziert oder veranschaulicht werden, da die Textmenge oft überfordert.
Förderung \ dialog. Lernen / konstruktivistische Erschliessung über Gespräch	Rechengeschichten der Lernenden werden dadurch gewürdigt, als dass sie in eine Kartei einfliessen. Auch die Auseinandersetzung mit dem Kontext kann in der Klasse geschehen, indem z. B. mathematisch beantwortbare und unbeantwortbare Fragen an einen Text gestellt werden, wobei die Kategorisierung aus einer Diskussion hervorgeht. Rechentypen und Lösungsstrategien können ebenso in der Klasse diskutiert werden.
Förderung \ Sprachförderung	Einerseits führt die Textmenge oft zur Überforderung, welche durch Reduktion oder Visualisierung entlastet werden kann. Auch bei Lernenden mit Deutsch als Zweitsprache soll mit Visualisierungen anstelle von Text gearbeitet werden.
Förderung \ Erfassung / Visualisierung / Darstellung des Kontexts	Die Auseinandersetzung mit dem Kontext ist beim Sachrechnen zentral. Gefördert wird dies z. B. durch Nachspielen oder Nachlegen des Kontexts, Paraphrasieren des Texts, Kontextanreicherung mittels Informationssuche, ordnende Strukturen mittels eigenen Illustrationen, Zahlen und Daten herausschreiben (z. B. 100 Personen), räumliche und zeitliche Angaben notieren und mit einer zum Kontext passenden Operation versehen und Kontextreduzierung durch Verknappung des Texts und Verfassen von Listen und Tabellen sowie der Darstellung des Rechenablaufs z. B. in Form eines Rechenbaums.
Förderung \ "falsche Förderung" Autorensicht	Sachrechnen wird in der Praxis oft verwechselt mit dem Lösen von „Sätzlirechnungen“, sprich Aufgaben ohne Alltagsbezug und banalem Kontext. Zudem ist in vielen Köpfen verankert, dass jede Sachaufgabe nach einem bestimmten Lösungsverfahren lösbar ist und der Aufgabentext alle Information liefert, sodass Alltagswissen über einen Kontext überflüssig wird. Solche Aufgaben werden oft anschliessend an ein arithmetisches Thema bearbeitet und die Lernenden verknüpfen die Zahlen aus dem Text mit der eben gelernten Operation. Das führt dazu, dass Lernende erlernen, Sachaufgaben ohne Einbezug des Kontexts zu lösen.
Förderung \ Fördersetting	Das Sachrechnen muss über einen längeren Zeitraum erfahren und erlernt werden.
Diagnostik	Es muss vorgängig überprüft werden, ob die Lernenden die mathematischen Voraussetzungen für Sachaufgaben mitbringen und andernfalls müssen diese Kompetenzen aufgearbeitet werden.

Förderung \ Förderung Vorläuferfertigkeiten / Basiskompetenz	Es ist wichtig, dass die Lernenden Kenntnis über den Zahlenraum und Grössen haben sowie die Grundoperationen verstehen, runden, schätzen und überschlagen können. Bei schwachen Rechnerinnen kann auch auf das Schulbuch der jeweils vorherigen Klassen zurückgegriffen werden.
Förderung \ Arbeit auf der emotionalen bzw. Verhaltensebene	Offene Aufgaben können rechenschwache Lernende motivieren. Sie benötigen jedoch dennoch oft Unterstützung bei deren Bearbeitung.
Kritische Würdigung	Die Art mit Sachaufgaben, - problemen und -texten oder der Erfindung von Rechengeschichten Mathematik zu betreiben, löst das traditionelle „Sätzlirechnen“ ab und braucht speziell bei schwachen Lernenden Zeit, sich darauf einzulassen.
Förderung \ Metakognitive Sequenz	Die Validierung des Ergebnisses kann durch Schätzen und Überschlagen gefördert werden.

Fördern im Mathematikunterricht der Primarschule von Scherer und Moser Opitz (2010)

Code	Zusammenfassung
Sachaufgabe	Sachaufgaben sind anwendungsorientierte Aufgaben, die aber neben der Anwendung auch die Möglichkeit bieten, Inhalte zu erarbeiten. Der Kontext von Aufgaben erleichtert einerseits das Verständnis von Sachverhalten, kann aber auch Schwierigkeiten bereiten.
Modellierungsschritte	Das Sachrechnen ist ein wechselseitiges Arbeiten auf der Ebene der Sache und der Mathematik. Auf beiden Ebenen gilt es Strukturen und Beziehungen herauszufinden, miteinander zu vergleichen und zu verbinden. Dafür ist das Erfassen und Verstehen der Situation zentral für die Modellbildung, aber auch für die spätere Interpretation des mathematischen Ergebnisses.
Schwierigkeiten / hemmende Faktoren	Kontextbezüge können das Lernen erleichtern oder erschweren, was sich dadurch zeigt, dass es vielen Lernenden Mühe bereitet und eine negative Einstellung bei Lernenden vorhanden ist. Das Kontextverständnis ist für viele Lernende eine Herausforderung. Oft ist beobachtbar, dass der Kontext nicht ernst genommen wird und auch sinnfreie Aufgaben gelöst werden. Auch die semantische Aufgabenstruktur bereitet vielen Lernenden Mühe.
Beispielaufgaben	Die Fördermethoden und -anregungen werden mit Beispielaufgaben untermauert.
Fallbeispiel	Unterschiedliche Fallbeispiele führen durch das Kapitel.
Förderung \ Aufgabentyp	Das Sachrechnen kann durch die Wahl des Aufgabentyps gefördert werden. Offene Aufgaben eignen sich für die Differenzierung. Zahlenmaterial, Veranschaulichungen oder Lösungswege können hier selbst gewählt werden. Aufgaben können auch dahingehend verändert werden, dass dies möglich ist. Dies kommt insbesondere rechenschwachen Lernenden zu Gute, weil sie den Schwierigkeitsgrad mitbestimmen oder wählen können. Ist die Verschriftlichung der Lösung noch ein Hindernis, können vorerst Übergangsformen, z. B. das Bereitstellen einer Auswahl von Gleichungen zu einer bestimmten Aufgabe, helfen. Solche offenen Aufgaben geben zudem diagnostische Einsicht. Auch geschlossene Aufgaben können eingesetzt werden, aber nur, wenn die Berücksichtigung des Kontexts für die Lösung essentiell ist, z. B.: „Sebastians schnellste Zeit für 100 Meter ist 17 Sekunden. Wie lange braucht er für 1000 Meter?“ Die Aufgabe der Lehrperson ist es, immer wieder zum Dialog über die Sache anzuregen.

Förderung \ dialog. Lernen / konstruktivistische Erschliessung über Gespräch	Die Erfassung des Kontexts erfordert die Diskussion darüber. Die Lernenden sollen ihre Sichtweise des Kontexts darlegen. Auch bei Daten und Abbildungen soll die Interpretation der Lernenden erfragt werden. Es ist die Aufgabe der Lehrperson Aufgabentypen einzubringen, die nicht mittels Routine gelöst werden können und wo ein der Diskurs über den Kontext nötig ist. Hierbei sollen Lernende auch ihr Vorwissen zur Situation einbringen können. Die unterschiedlichen Repräsentationsformen (konkret, ikonisch, symbolisch) sollen ebenso Thema des Unterrichts sein, um einen veränderten Umgang und Wertschätzungen der konkreten und ikonischen Ebene zur Lösungsfindung zu fördern. Diese ist insbesondere bei jüngeren Kindern wichtig, welche mit der Notation noch Mühe haben. Eine einseitige Fokussierung auf die symbolische Ebene durch die Lernenden kann z. B. durch die Frage nach Alternativen angeregt werden. Der Dialog bietet zudem immer wieder die Möglichkeit, Denkwege und Kompetenzen (z. B. Grössenvorstellung) der Lernenden zu ergründen. Auch die Validierung der Ergebnisse kann im Dialog erfolgen.
Förderung \ Sprachförderung	Sprachliche Barrieren müssen durch explizite Erklärung oder allenfalls Umformulierungen abgebaut werden. Die Vorstrukturierung der Rechnung ist nur eine kurzfristige Lösung.
Förderung \ Erfassung / Visualisierung / Darstellung des Kontexts	Die Lehrperson sollte nicht den Lösungsweg so vereinfachen, dass Lernenden bloss Zahlen einsetzen müssen, ohne sich mit dem Kontext auseinander zu setzen. Vielmehr muss sie zu einer Diskussion über die Sache (sei sie als Text, als Bild oder aus der Realität gegeben) anregen und die Sichtweisen der Lernenden erfassen. Es ist wichtig, die Sache auf den Repräsentationsebenen konkret, ikonisch oder symbolisch zu behandeln, wobei sie nicht hierarchisch zu verstehen sind. Wenn Lernende zu schnell Zahlen rechnen wollen, dann müssen sie an die anderen Repräsentationsebenen herangeführt werden, weil da der Kontext weniger gut ausgeblendet werden kann. Z. B.: - die Situation nachspielen - reale Anwendung und die Erkenntnis daraus einfliessen lassen - die Situation mit Material nachlegen - durch weiteres Fragestellen zur Situation (durch die Lehrperson) - offene Darstellungen, wo verschiedene Deutungen möglich sind und z. B. Anzahlen erfasst werden können - zeichnen - Tabellen erstellen
Förderung \ „falsche Förderung“ Autorensicht	Der Umgang mit den Schwierigkeiten sollte nicht darauf hinausführen, dass die Lösungen durch die Lehrperson so vorstrukturiert werden, dass keine Auseinandersetzung mehr mit dem Inhalt stattfindet (z. B. Rechnung lückenhaft vorgeben).
Förderung \ Rückmeldung	Wie umfangreich und detailliert ein Lösungsweg sein muss, hängt von den Vorkenntnissen ab. Sind die Vorkenntnisse vorhanden, fliessen aber noch nicht in den Lösungsweg ein (selbst wenn die Lösung richtig ist), soll die Lehrperson im Dialog dies mit den Lernenden diskutieren.
Förderung \ Methodenmix	Strukturierungshilfen (vgl. Stern / Hasemann) können beim Sachrechnen manchmal eher noch eine Hilfe sein als Realitätsbezüge, jedoch ist das Ineinandergreifen beider Bereiche unabdingbar.
Diagnostik	In den Fallbeispielen, die durch das Kapitel führen, zeigt sich, dass diagnostische Abklärungen vor der Förderung gemacht wurden.
Förderung \ Förderung Vorläuferfertigkeiten / Basiskompetenz	Für das Sachrechnen müssen einerseits die arithmetischen Basisfertigkeiten also auch die Grössen gefördert werden. Fürs Sachrechnen im Konkreten können immer wieder Situationen oder Bilder genutzt werden, sich über den mathematischen Gehalt zu unterhalten, Objekte zu zählen, Rechnungen und Geschichten zu bilden und die verschiedenen Repräsentationsebenen zu vernetzen.
Evaluation der Methode	Vertraute Situationen begünstigen ein Kontextverständnis, was sich dadurch zeigt, dass Lernende Zahlen / Grössen besser in offene Aufgaben einsetzen können, je vertrauter sie mit der Situation sind.

Förderung \ Arbeit auf der emotionalen bzw. Verhaltensebene	Negative Einstellungen zum Sachrechnen müssen verhindert werden. Das kann z. B. durch die Bearbeitung auf unterschiedlichen Repräsentationsebenen (z. B. konkret handelnd durch nachspielen) oder durch die Differenzierungsmöglichkeiten offener Aufgaben sein. Lebenspraktische Situationen fördern zudem die positive Einstellung.
Förderung \ Metakognitive Sequenz	Die Validierung muss explizit im Unterricht erarbeitet werden, z. B. mit der Frage „Kann das stimmen?". Zudem müssen Lernende angehalten werden, Modellbildungen zu überprüfen, Proberechnungen vorzunehmen und gegebenenfalls Modell und Daten anzupassen. Auch offene Aufgabenformate, wo die Lernenden selbst Werte einsetzen können die Validierung begünstigen, so die Hoffnung, weil sie kontextnaher sind. Der Dialog über den Kontext, sowohl bei realitätsnahen und -fernen Aufgaben soll immer wieder angeregt werden.

Mathematik in eigenen Worten von Waasmaier (2013)

Code	Zusammenfassung
Förderung \ atomistischer Ansatz	Der kleinschrittige Unterricht wird kritisiert.
Förderung \ holistischer Ansatz	Der holistische Ansatz begünstigt das Herstellen von Zusammenhängen zwischen Vorkenntnissen, Grundwissen und einer neuen Aufgabe. So können Transfers gemacht werden. Zudem ermöglicht der holistische Ansatz der Lehrperson, mit der Heterogenität umzugehen.
Aufgabensammlung	Die Aufgabensammlung besteht aus Lernumgebungen. Diese Lernumgebungen bestehen aus einem Sachverhalt. Die Lernenden müssen den Sachverhalt in eigenen Worten beschreiben. Danach formulieren sie drei Fragen dazu. In der Gruppe wird eine Frage ausgewählt und bearbeitet.
Fallbeispiel	Die Lernumgebungen werden mit Beispielantworten der Lernenden veranschaulicht. So werden die Schritte des dialogischen Lernens und der Metakognition illustriert.
Förderung \ Aufgabentyp	Die Lernumgebung sind konstruktivistisch orientiert und werden auch als flexible, grosse Aufgabe bezeichnet. Sie verfügen über eine Offenheit und Flexibilität u. a. bezüglich Lernprozesse, Zugangsweise, Lösungswege, Lösungstiefe usw. Lernumgebungen ermöglichen es den Lernenden, dass sie individuelles Vorwissen einbringen und mit ihren unterschiedlichen Fähigkeiten und Fertigkeiten die Aufgabe bearbeiten. Daher entstehen bei solchen Aufgaben keine Über- und Unterforderung und alle Lernende arbeiten an derselben Lernumgebung. Eine Lernumgebung muss so konzipiert sein, dass mathematische Strukturen und Muster erkennbar werden, ein hohes kognitives Potential aktiviert wird und metakognitive Prozesse sowie der Austausch möglich sind. Lernumgebungen führen zu Eigentätigkeit und ermöglicht allen den Zugang zur Mathematik auf ihrem Niveau. Der dadurch verspürte Erfolg weckt das Interesse an der Mathematik.
Förderung \ dialog. Lernen / konstruktivistische Erschliessung über Gespräch	Die Lernenden sollen den Lerninhalt möglichst selbstgesteuert und selbstständig erarbeiten und weiterentwickeln. Dies erfolgt mit dem Ich-Du-Wir-Prinzip. Das funktioniert wie folgt: Die Lehrperson erklärt die Sache der Lernumgebung und erläutert das zur Verfügung stehende Material. Begriffe zum Verständnis des Auftrags werden geklärt und hier können die Lernenden der Lehrperson Fragen stellen. Danach folgt die Eigentätigkeit in der sich die Lernenden einzeln mit der Sachlage auseinandersetzen. Sie bringen individuelles Vorwissen auf ihren individuellen Niveaus ein. So sehen die Lernenden, was sie schon können, wo noch Lücken bestehen und sie können erste Lösungsschritte machen. Damit wird auch verhindert, dass schwache Lernende untergehen, weil schnelle Lernende ihnen helfen. Danach folgt der Gruppenaustausch, wo nach Bedarf auch eine Lernpartnerschaft in Anspruch genommen werden kann. Lösungsansätze werden ausführlicher besprochen und Lösungsstrategien ausgetauscht. Dies ermöglicht Einsichten für zukünftige Lösungswege. Das dialogische Lernen begünstigt die Förderung der Selbständigkeit. Zudem ermöglicht es den Einblick in die Denkwege, Stärken und Schwächen der Lernenden. So kann die Lehrperson adaptiv unterstützend tätig sein, mit Erklärungen hält sie sich jedoch zurück.

Förderung \ Sprachförderung	Die Sprachförderung findet einerseits lernendenzentriert und andererseits mittels struktureller Hilfe statt. Sind Begriffe einer Lernumgebung unklar, können diese in der ersten Phase geklärt werden. Für die Formulierung der eigenen Gedanken können Satzanfänge als Hilfestellung vorgegeben werden.
Förderung \ Erfassung / Visualisierung / Darstellung des Kontexts	Die Lernenden setzen sich zuerst in Einzelarbeit mit dem Kontext auseinander. Der Kontext der Lernumgebungen wird durch ein Bild und Text dargeboten. Die Lernenden bringen ihr Vorwissen ein und fassen den Kontext in ihre eigenen Worte. Sie sollen abstrakten Kontext mit konkreten Handlungen in Verbindung bringen und zwischen den Ebenen hin und herwechseln. Auch eigene Schätzungen sind in den Lernumgebungen verlangt.
Förderung \ "falsche Förderung" Autorensicht	In Schulbüchern werden nach wie vor Aufgaben eingesetzt, dessen Lösung antrainiert werden können. Diese genügen einem allgemeinbildenden Unterricht nicht. Der kleinschrittige Unterricht wird angeprangert, weil er nur kurzfristig zum Erfolg führt. Die gesamtheitliche Erfassung der Mathematik wird den Lernenden verwehrt. Die Kinder empfinden daher die Mathematik als bedeutungslos. Beim kleinschrittigen Vorgehen entfallen die Ressourcen der Lehrperson auf die Erklärungen einzelner Schritte und diese stehen dann nicht individuell den Lernenden zur Verfügung. Weiter werden Differenzierungsmassnahmen im Sinne von unterschiedlich schwierigen Aufgaben kritisiert. Die Zuordnung führt dennoch oft zu Über- oder Unterforderung.
Förderung \ Rückmeldung	Während der Bearbeitungsphase, soll die Lehrperson den Lernenden individuelle Rückmeldungen zu ihren Arbeiten geben. So werden den Lernenden ihre individuell gewonnenen, mathematischen Erkenntnisse und Strategien bewusst. Das Lerntagebuch bietet sich für die Rückmeldungen an. Die Rückmeldungen sind zukunftsbezogen und würdigen die Anstrengungen und den Prozess.
Förderung \ Fördersetting	Die Lernumgebungen werden in der ganzen Klasse in Doppelstunden eingesetzt. Die Lernenden benötigen Zeit, um sich in die Aufgaben einzudenken. Jede Lernumgebung lässt sich grob in drei Phasen einteilen. 1. Inszenierung der Lernumgebung 2. Phase der Eigentätigkeit 3. Austausch in Gruppen / im Klassenverband Der individuelle Teil soll jedoch kurz gehalten werden und bald in die Kleingruppenarbeit übergehen. Zentral für die Arbeit in den Gruppen und der Klasse ist das positive Klima. Nur so ist ein einfühlsamer Umgang mit fehlerhaften Ergebnissen und der Erkenntnisgewinn daraus möglich.
Förderung \ Förderung Vorläuferfertigkeiten / Basiskompetenz	Die Aktivierung und Automatisierung von Basiswissen. Die Lernenden sollen als Hausaufgabe Kopfrechenfolien zum aktuellen Unterrichtsgegenstand vorbereiten. Diese Aufgaben werden zu Stundenbeginn eingesetzt. Zudem sind Übungsstunden zum Unterrichtsgegenstand sinnvoll. Dazu werden Übungsblätter von der Lehrperson oder alternativ auch von den Lernenden zusammengestellt. Sinn des Übens ist, die gedankliche Bewegung zu trainieren und Übersichten zu schaffen, sodass diese transferiert werden können.
Förderung \ Arbeit auf der emotionalen bzw. Verhaltensebene	Die Lernenden können bei der Bearbeitung der Lernumgebungen eigene Lernwege auf ihren individuellen Niveaus gehen. Sie bringen ihr Vorwissen ein und bilden ihre Sichtweise des Kontexts in eigenen Worten. So haben sie die Möglichkeit zu zeigen, was in ihnen steckt und sie gewinnen an Vertrauen in ihre eigene Leistungsfähigkeit. Das führt zu einem positiven Selbstbild. Der konstruktive Umgang mit Fehlern, der Diskurs über die eigenen Ideen und jene der anderen führt zu einer höheren Frustrationstoleranz.
Förderung \ Metakognitive Sequenz	Die Metakognition verfolgt unterschiedliche Ziele. Die Metakognition über die Sache ermöglicht eine eigene Begriffsbildung. Gedankengänge sollen in Lerntagebücher festgehalten werden. Hier ist vor allem die Dokumentation des Prozesses zentral. Irrwege oder ungünstige Begriffsbildungen gehören dazu. Mit dem Lerntagebuch nehmen die Lernenden einen höheren Standpunkt, eine sogenannte Metaperspektive ein. So können günstige und ungünstige Ansätze entdeckt und als solche deklariert werden. In einer mündlichen Reflexionsrunde in der Klasse soll die Arbeit der Unterrichtsstunden reflektiert werden. Die Reflexion über die Lern- und Arbeitserfahrung führt auch zu Selbständigkeit und Eigenverantwortung.

Mathe sicher können von Prediger et al. (2017)

Code	Zusammenfassung
Modellierungsschritte	Für den Lösungsprozess werden sechs Schritte durchlaufen: 1. Text lesen 2. Die abhängige Variable (gesucht) finden und auf einer Karte notieren 3. Die unabhängigen Variablen (gegeben) finden und auf einer Karte notieren 4. Zusammenhänge erfassen und mit Pfeilen ein Informationsnetz erstellen 5. Fehlende Informationen berechnen 6. Ergebnis überprüfen Die Schritte 1 bis 3 müssen zwar zu Beginn ausgeführt werden, Schritte 3 - 6 können aber ineinander übergehen oder wiederholt werden.
Schwierigkeiten / hemmende Faktoren	Schwierigkeiten bereitet der Kontext, also aus dem Text ein geeignetes Modell zu bilden, das die Zusammenhänge wiedergibt. Das ist daran beobachtbar, dass Lernenden z. B. alle Zahlen einer Aufgabe in die Rechnung einbeziehen, unreflektiert zu Schlüsselwörtern Operation einsetzen und bedeutungstragende, sprachliche Feinheiten überlesen.
Förderung \ Heuristik	Am Ende der Lerneinheit bilden die Lernenden selbst Informationsnetze, wo sie Analogien zu vorgegebenen Netzen bilden und über ihre Veränderungen reflektieren müssen.
Förderung \ Scaffolding	Durch den Lösungsprozess führt ein visuell-schematisches Gerüst, das sogenannte Informationsnetz, mit sechs Schritten. Da dieses Gerüst zu Beginn selbst ein Lerninhalt ist, bevor es zum Hilfsmittel wird, muss es schrittweise eingeführt und geübt werden. Bald wird es zum Hilfsmittel, bis die Lernenden die Strategie verinnerlicht haben und das Gerüst überflüssig wird.
Aufgabensammlung	Zu jedem Baustein hat es eine Aufgabensammlung. Die Aufgaben fördern die Ziele oder Teilziele.
Förderung \ Aufgabentyp	Am Ende jeder Fördereinheit konstruieren die Lernenden eigene Aufgaben und vertiefen so die gelernten Strategien und ihre Sprachbewusstheit für sprachliche Feinheiten.
Förderung \ dialog. Lernen / konstruktivistische Erschliessung über Gespräch	Die Aufgaben regen immer wieder zur Diskussion oder dem Dialog und der damit verbundenen Reflexion an, z. B. über die Relevanz der Frage, der Farbe der Info-Karten etc.
Förderung \ Sprachförderung	Das Sprachbewusstsein der Lernenden muss gefördert werden, was vor allem im 2. Modellierungsschritt der Fall ist. Dort findet eine Ablösung von der Textchronologie hin zum Kontext statt, wobei geringe sprachliche Veränderungen in Bezug auf die Zusammenhänge thematisiert werden. Da werden Textstrukturen, sind sie auch nur minimal, auf ihre Bedeutung untersucht und verglichen, z. B. von strukturtragende Phrasen - „jeder“, „insgesamt“, „wöchentlich“, „monatlich“, etc. (Förderaufgaben 1.2 und 3.2) - Steigerungsformen mit und ohne Bezugswort: „mehr” (Förderaufgaben 1.3 – 1.5 und 3.1 – 3.3) z. B. Referenzstrukturen - Subjekt-Objekt-Bezüge durch Pronomen „ihm“, „ihr“ (Fördereinheit 2) - durch aktiv-passiv Bezüge (Förderaufgabe 3.2)

Förderung \ Erfassung / Visualisierung / Darstellung des Kontexts	Das visuell-schematische Gerüst leitet die Lernenden an, den Kontext zu visualisieren, das Modell visuell zu bilden und zu berechnen. Es besteht aus Fragekarten, Informationskarten, Ergebniskarten und Beziehungs-Pfeilen, die wie beim Concept Mapping flexibel organisiert werden können. Als erstes wird einmal identifiziert, was gesucht wird und auf einer Karte notiert. Auf anders farbige Karten wird notiert, was gegeben ist, wobei neben einer Zahl auch ihre Bedeutung notiert wird, also nicht „3“, sondern „3 kg bleiben liegen“. Nun werden die Karten angeordnet und in Beziehung gesetzt. Die Beziehung wird durch einen oder mehrere Pfeile symbolisiert und ihre Beziehung wird durch die entsprechende Beschriftung verschriftlicht. Die fehlende Information, welche berechnet werden muss, wird zunächst durch eine leere Karte symbolisiert, wobei sie die gleiche Farbe wie die Ergebniskarte hat. Das drückt die Zusammengehörigkeit von Frage und Ergebnis aus. Auf ihr werden alle Zwischenergebnisse und das Endergebnis selbst notiert.
Diagnostik	Zu Beginn jedes neuen Bausteins, wird eine Standortbestimmung durchgeführt.
Förderung \ Förderung Vorläuferfertigkeiten / Basiskompetenz	Das Lehrmittel setzt voraus, dass der Aufbau der Grundrechenarten weitgehend abgeschlossen ist.
Förderung \ modellierende Sequenz	Die Nutzung des Informationsnetzes muss schrittweise eingeführt, und der flexible Umgang geübt werden. Teilweise wird dies durch die Aufgabenstellungen gemacht, z. B. durch Ergänzung des Informationsnetzes, teilweise wird im Aufgabenkommentar der Lehrperson auf die Einführung durch sie hingewiesen.
Förderung \ Metakognitive Sequenz	Im letzten Bearbeitungsschritt muss das Resultat überprüft werden, indem Rückbezüge auf die Frage gemacht werden. Auch Aufgaben oder Impulse der Lehrperson regen immer wieder zur Metakognition an, indem z. B. den Gedankengängen der Protagonistinnen und Protagonisten des Arbeitshefts gefolgt werden muss.

Kinder mit rechenschwäche erfolgreich fördern von Born und Oehler (2013)

Code	Zusammenfassung
Modellierungsschritte	Das Lösen einer Sachaufgabe erfolgt in sechs Schritten: 1. Aufgabe mehrmals langsam lesen 2. Zahlen finden und unterstreichen, auch jene die als Zahlwort ausformuliert sind. 3. Herausfinden, was gesucht ist 4. Überlegen, welche Operationen passen 5. Bei mehrstufigen Aufgaben wird überlegt, wie die Operationen zusammenhängen 6. Überprüfen, ob das Resultat stimmt und Sinn ergibt.
Schwierigkeiten / hemmende Faktoren	Lernende sind aufgrund von Misserfolgen entmutigt und blockiert. Beim Sachrechnen selbst lesen Lernende die Texte oft nur flüchtig und bearbeiten voreilig das Zahlenmaterial. Rechenschwache Lernende gehen planlos vor, weil die nötigen metakognitiven Kompetenzen fehlen. Gewisse Lernende sind aber selbst auch mit einer Schrittabfolge (Scaffolding) noch überfordert.
Förderung \ explizite Instruktion	Eine Aufgabe der Eltern oder Lehrpersonen ist es, dass sie bei Überforderung die Schritte verbalisieren, vormachen und vorrechnen. Die nächste ähnliche Aufgabe wird vom Kind selbst mit Hilfestellung einer erwachsenen Person gelöst. Beim der 3. Aufgabestellung wird die Aufgabe selbst gelöst. Auch können Lernende selbst Aufgaben stellen, die dann von einer erwachsenen Person gelöst wird, indem sie die Denkschritte verbalisiert. Das Kind verfolgt den Rechenweg nach. In die Rolle der „Lehrperson“ zu schlüpfen kann die Kinder sehr motivieren.
Förderung \ Heuristik	Um die Schrittabfolge zu bewältigen, können Heuristiken angewendet werden. Bei der Suche nach der Frage, kann z. B. von der Antwort ausgegangen werden, wenn diese schon bekannt ist. Bei der Zuordnung der Rechenoperationen kann sich gefragt werden, ob bereits ähnliche Aufgaben schon einmal gelöst wurden.

Förderung \ Scaffolding	Mithilfe einer Schrittabfolge werden Sachaufgaben gelöst. Sie geben eine systematische Struktur vor und die Schritte helfen die Abläufe besser zu portionieren, sodass Lernende nicht alles auf einmal rechnen. 1. Aufgabe mehrmals langsam lesen 2. Überlegen, was gegeben ist: Zahlen und Zahlworte (z. B. das Achtfache) unterstreichen und mit der jeweiligen Benennung herausschreiben. Auch eine erwachsene Person kann auf Anweisung herausschreiben. 3. Überlegen, was die Fragestellung / Problemstellung ist. Beim Suchprozess kann es helfen die Aufgabe zu paraphrasieren, sie zu visualisieren oder sie von der Antwort her abzuleiten, wenn die schon bekannt oder leicht ausgerechnet werden kann 4. Überlegen, welche der vier Operationen am besten passt, indem überlegt wird, ob man zusammenzählen, abziehen, malnehmen oder teilen muss. Ebenfalls können Analogien zu bereits gelösten Aufgaben ge zogen werden. 5. Bei komplizierten Rechenmustern muss überlegt werden, wie die Ope rationen zusammenhängen. 6. Das Resultat wird überprüft indem sich gefragt wird, ob es stimmen kann.
Beispielaufgaben	Die Fallbeispiele sind mit Beispielaufgaben untermauert.
Fallbeispiel	Anhand von Fallbeispielen wird die Förderung aufgezeigt.
Förderung \ Aufgabentyp	Die Lernenden sollen so immer wieder selbst Sachaufgaben erfinden.
Förderung \ dialog. Lernen / konstruktivistische Erschliessung über Gespräch	Sachaufgaben können auch im Unterricht selbst erstellt werden. Zu zweit wird für ein anderes Paar eine Aufgabe erstellt und ausgetauscht. Die Aufgabe der Lehrperson bei Schwierigkeiten ist es, eine Fehleranalyse zu machen.
Förderung \ Sprachförderung	Die Schrittabfolge ist für Kinder der 3. und 4. Klasse noch zu lange. Da können die Eltern die Schritte vorlesen.
Förderung \ Erfassung / Visualisierung / Darstellung des Kontexts	Der Kontext wird durch langsames Lesen erfasst. Zudem kann bei der Suche nach der Fragestellung der Kontext paraphrasiert oder aufgezeichnet werden. Der Inhalt wird visualisiert, indem Zahlen und Zahlwörter unterstrichen und notiert werden. Gewisse Kinder benötigen auch eine Vorgabe von einem Sachaufgabentyp, an dem zuerst die Eltern und dann sie selbst die Schrittabfolge durchlaufen. Dadurch erlernen sie ein Schema zu erkennen und die Schrittabfolge darauf anzuwenden.
Förderung \ Fördersetting	Wird das Sachrechnen zu Hause trainiert, sollen jeden Tag zwei Aufgaben mit der Schrittabfolge gelöst werden. Wird die Förderung in der Schule durchgeführt, soll bei Gruppenarbeiten darauf geachtet werden, dass es immer kleine Gruppe sind, z. B. 2er Gruppen, die sich zu 4er Gruppen zusammenschliessen können. Die Lösung soll immer wieder von der Lehrperson kontrolliert werden.
Förderung \ Förderung Vorläuferfertigkeiten / Basiskompetenz	Bereits bei der Automatisierung der Grundrechenarten können immer wieder Sachaufgaben dazu erfunden werden. An denen kann angeknüpft werden.
Förderung \ Arbeit auf der emotionalen bzw. Verhaltensebene	Eltern und Lehrpersonen fällt die Aufgabe zu, bei den Kindern Zuversicht zu erzeugen, wenn sie glauben, das Sachrechnen nicht zu schaffen ist. Z. B. kann an Lernerfolge und die Anstrengungen, die das Kind dafür unternommen hat, erinnert werden und eine Analogie dazu gemacht werden. Das Schrittweise durchlaufen eines Sachaufgabentyps befähigt die Lernenden zudem, diese Strategie auf andere Sachaufgaben desselben Typs zu übertragen, was zu Erfolgserlebnissen führt. Es kann für Lernende auch motivierend sein, selbst in die Rolle der Lehrperson zu schlüpfen.
Kritische Würdigung	Durch die Schrittabfolge lernen die Kinder eine Art Kochrezept, was natürlich dazu führt, dass sie bei andersartigen Aufgaben zu scheitern drohen. Allerdings erarbeiten sie sich dadurch auch ein Strategienrepertoir, das sie im Denken flexibler macht und sie trauen sich mehr zu.

Förderung \ Metakognitive Sequenz	Der 6. Schritt des Scaffoldings leitet zum Überdenken des Resultats an. Weiter kann das Überdenken auch gefördert werden, indem das Kind die Rechenschritte einer erwachsenen Person nachverfolgen muss. Das kann motivierend sein, weil es die Rolle der Lehrperson übernimmt.

Aufbau elaborierter Rechenfertigkeiten von Stern et al. (2014)

Code	Zusammenfassung
Sachaufgabe	Sachaufgaben sind Textaufgaben mit einem besonders realistischen Alltagsbezug, wobei eine Textaufgabe als eine Problemstellung in Textform definiert wird.
Modellierungsschritte	Es gibt viele Modelle der Modellierungsschritte. Es wird auf das Vorgehen von „Solve it!“ von Reid und Lienemann (2006) zurückgegriffen, das sowohl für die Anwendung einfacher und komplexer Sachaufgaben kompatibel ist.
Schwierigkeiten / hemmende Faktoren	Schwierigkeiten ergeben sich beim Erfassen des Kontexts und der relevanten Information und die sprachliche Information in ein mathematisches Modell zu übertragen. Beobachtbar sind z. B. Muster, welche sich auf Schlüsselwörter fokussieren oder ähnlich. Auch inhaltsübergreifenden Fähigkeiten (z. B. räumliches Vorstellungsvermögen, Arbeitsgedächtnis, Aufmerksamkeit usw.) sind manchmal beeinträchtigt und wirken sich hemmend aus. Auch fehlende mathematische Basiskompetenzen erschweren das Sachrechnen. Zudem sind rechenschwache Lernende oft nicht in der Lage, visuelle Repräsentationen anzufertigen, selbst wenn die mathematischen Rückstände einigermassen aufgeholt sind.
Förderung \ explizite Instruktion	Das systematische Sachrechnen mit Hilfe der Strukturierungshilfe wird mittels expliziter Instruktion (hier auch als direktiv oder „Self-Regulated Strategy Development Models“ bezeichnet) gelehrt. Anhand einer Sachaufgabe wird der systematische Lösungsprozess mit der Strukturierungshilfe durch die Lehrperson vorgemacht. Dabei muss auf kurze, prägnante und allgemein verständliche Formulierungen geachtet werden. Anschliessend üben die Lernenden unter Anleitung, wobei die Lehrperson Rückmeldungen gibt und lobt. So erfahren die Lernenden, dass sie sachrechnen können. Danach üben sie eigenständig. Anfangs können sie auch in Partnerarbeit üben, wobei abwechselnd ein Kind die Aufgabe modellierend löst und das andere Kind kontrolliert. Auch die Einübung zur Verwendung von grafischen Darstellungen verläuft nach diesem Prinzip.
Förderung \ Scaffolding	Das Lösen der Sachaufgaben erfolgt mit einer Strukturierungshilfe mit folgenden Schritten: Text lesen, Text paraphrasieren, Unterstreichen wichtiger Information, Passende Rechnungen dazu antizipieren, die Rechnung ausführen und das Resultat überprüfen. Diese Schritte werden einerseits visualisiert und andererseits redundanzreich präsentiert (modelliert).
Beispielaufgaben	Die Förderung wird anhand von Beispielaufgaben aufgezeigt.
Fallbeispiel	Anhand eines Fallbeispiels mit dem 10jährigen Jonathan werden die Diagnostik und das Vorgehen zur Förderung demonstriert.
Förderung \ Aufgabentyp	Das Anspruchsniveau der Aufgaben ist so zu wählen, dass sie gerade noch als Herausforderung angesehen werden, aber nicht überfordern. Somit erfahren die Lernenden, dass auch sie Sachaufgaben lösen können. Der Schwierigkeitsgrad sollte solange konstant gehalten werden, bis die Lernenden die Strukturierungshilfe selbständig und sicher anwenden. Dann kann das Anspruchs- und Komplexitätsniveau erhöht werden und zunehmend auch offenere Aufgaben eingeführt werden.
Förderung \ dialog. Lernen / konstruktivistische Erschliessung über Gespräch	Die mathematischen Vorläuferfertigkeiten werden aktiv-entdecken vermittelt. Bei umständlichen Lösungen kann man ihnen beispielsweise einen einfacheren anbieten und sie reflektieren lassen, ob und warum auch dieser korrekt ist.

Förderung \ Erfassung / Visualisierung / Darstellung des Kontexts	Dass wir Problemlösen können, liegt daran, dass wir uns auf Automatismen berufen, also in der Vergangenheit erfolgreiche Strategien mit denen ein Problem gelöst werden konnte. Bei ähnlichen Problemen können auf solche Strategien zurückgegriffen werden. Unser Gehirn muss also „das Rad nicht immer neu erfinden“. Mittels expliziter Instruktion (direktiv) kann Lernenden gezeigt werden, wie sie systematisch sachrechnen. Bei komplexeren Aufgaben sollte zudem durch eine grafische Darstellung des Problems erweitert werden, wobei die Lernenden zuerst einmal erkennen müssen, um welche Art von Aufgabe es sich handelt (Kombination, Vergleich, usw.). Anfänglich soll die Lehrperson für die unterschiedlichen Aufgabenarten eine solche Darstellung vorgeben.
Förderung \ "falsche Förderung" Autorensicht	Von der Förderung durch die Eltern mit dieser Fördermethode wird abgeraten, da sie nur von Personen mit theoretisches Hintergrundwissen über den Erwerb der Mathematikkompetenz durchgeführt werden sollte.
Förderung \ Rückmeldung	Die Bemühungen der Lernenden sollen durch Lob verstärkt werden. Erfolge werden ihren Anstrengungen und der Anwendung adäquater Strategien zugeschrieben, während Misserfolge der Aufgabenschwierigkeit oder unglücklichen Umständen attribuiert werden. Gerade auch bei der Förderung basaler Repräsentation am Zahlenstrahl oder der Hundertertafel (z. B. die Lernenden erfinden eine Rechnung zu einer Kardinalzahl) sollte unbedingt Offenheit gegenüber den hervorgebrachten, korrekten Rechnungen gezeigt werden.
Förderung \ Fördersetting	Das Vormodellieren einer systematischen Lösung mit der Strukturierungshilfe wird mehrmals gemacht, wobei der Aufgabentyp und der Schwierigkeitsgrad der Aufgabe gleich bleiben. Zudem ist auf einen aufmerksamkeitsförderlichen Rahmen zu achten, wo konzentriertes Lernen mit viel Lernzeit möglich ist. Die Förderung von Johann (Fallbeispiel) fand dreimal Wöchentlich in Kleingruppen durch eine Sonderpädagogin statt.
Diagnostik	Eine vorgängige, umfassende diagnostische Abklärung ist notwendig. Tests für die Sachrechendiagnostik (unter anderen) sind z. B. RZD 2-6, ZAREKI-R oder der BASIS-MATH 4-8.
Förderung \ Förderung Vorläuferfertigkeiten / Basiskompetenz	Basalmathematische Kompetenzen und das vernetzte Denken (Wechsel zwischen unterschiedlichen Repräsentationsformen) müssen vorgängig mithilfe von Mathe 2000 trainiert werden. An diesem Material können zuerst Denksportaufgaben und Spiele gemacht werden, z. B. „ich denke mir zwei Zahlen, die eine ist um 5 grösser als die andere“ und die Kinder suchen mögliche Lösungen an der Hundertertafel oder dem Zahlenstrahl. Sind solche Repräsentationen verinnerlicht, können sie anfangs auch bei Textaufgaben zur Hilfe genommen werden.
Förderung \ abnehmende Unterstützung	Sowohl beim Training basalmathematischer Kompetenzen als auch dem Sachrechnen nimmt die Unterstützung stetig ab oder die Komplexität zu.
Evaluation der Methode	Das Programm wurde in drei 2. Klassen während 12 Unterrichtsstunden erprobt und der Lernfortschritt gemessen. Als Vergleich gab es eine Kontrollgruppe mit herkömmlichen Unterricht und eine Kontrollgruppe, dessen Fokus lebensnahe Veranschaulichungen waren. Die integrative Förderung (Vorläuferfertigkeiten aufbauen mit Mathe 2000 und Sachaufgaben nach einem bestimmten Ablauf lösen) verhalf den schwächsten Lernenden zum grössten Lerneffekt.
Förderung \ Arbeit auf der emotionalen bzw. Verhaltensebene	Die Komplexität des Sachrechnens kann zu Nervosität und Ängstlichkeit führen, was sich ungünstig auf die Leistung auswirkt. Die Lernenden müssen motiviert werden, dass sie durch die Umsetzung desselben Lösungsmusters erfolgreich sind. Die Lehrperson achtet zudem auf eine leistungsfördernde Attribuierung, wenn sie lobt, wobei auch der kleinste Fortschritt gebührend anerkannt wird. Rhythmisierendes Arbeiten, Aktivierungs- und Entspannungsphasen oder die Überwachung der Einzelarbeit fördern u.a. das aufmerksame Lernen und arbeiten.
Förderung \ Einbindung Drittpersonen	Die Fördermethode sollte nicht von Eltern durchgeführt werden, da sie oft nicht über den erforderlichen theoretischen Hintergrund verfügen.
Förderung \ Metakognitive Sequenz	Diese Strukturierungshilfe beruht auf dem Selbstinstruktionstraining. Die Autoren verweisen für weiteres Metakognitives Training auf vier andere Kapitel im Herausgeberwerk.

Rechenspiele mit Elfe und Mathis 2 von Lenhard und Lenhard (2010)

Code	Zusammenfassung
Sachaufgabe	Im Spiel lösen die Lernenden quasi virtuell realistische Sachaufgaben, in dem sie die Rollen der beiden Elfen übernehmen.
Schwierigkeiten / hemmende Faktoren	Das Sachrechnen ist wegen der Verknüpfung der Mathematik mit dem Kontext und wegen der Lesekompetenz anspruchsvoll. Speziell leistungsschwache Lernende haben Mühe ihre Sachrechentätigkeit zu überdenken.
Förderung \ explizite Instruktion	Das Computerprogramm arbeitet mit einer Abwandlung der expliziten Instruktion. Werden Aufgaben falsch gelöst, können die Kinder Einsicht in die ausführlichen Lösungswege nehmen, den sogenannten tutoriellen Feedbacks. Zudem sollte die Lehrperson bei den Spielen "Markttag" und "Elfenpalast" die Lernenden mittels expliziter Instruktion begleiten.
Aufgabensammlung	Alle Sachrechenaufgaben machen 20% des Spiels aus, wobei damit der häufig geäusserten Kritik, Sachaufgaben würden vernachlässigt, Rechnung getragen wird.
Beispielaufgaben	Das Manual enthält zu jeder Aufgabenart ein Beispiel mit der Übersicht über die Niveaus und deren Inhalt.
Förderung \ Aufgabentyp	Es gibt drei verschiedene Niveaustufen, die sich hinsichtlich mehrerer Aspekte unterscheiden: Der Art der Aufgaben (Austausch-, Vergleichs-, Aufteilungs- und komplexe Aufgaben), der Anzahl Rechenschritte und Verknüpfungen, der arithmetischen Operationen, der Schätzungen und der Kontextausgestaltung der Aufgabe. Das Anforderungsniveau ist strikt aufbauend. Es gibt Sachaufgaben zum Thema Einkauf, Vermessungen, Kartenlesen bzw. Wegstreckenvermessung und Validierung des Lösungswegs (Förderung der Metakognition).
Förderung \ dialog. Lernen / konstruktivistische Erschliessung über Gespräch	Zusätzlich zum Computerprogramm wird die Begleitung durch die Trainingsleitung empfohlen. Zwischenschritte und Lösungswege sollen mit den Lernenden thematisiert werden.
Förderung \ Sprachförderung	Die Lehrperson soll Lernenden mit Lese- und bildungssprachlichen Schwierigkeiten assistieren.
Förderung \ Erfassung / Visualisierung / Darstellung des Kontexts	Das Computerprogramm nimmt sich die Schemaidentifikation von Hasemann und Stern (2002) als Vorbild. Auf der untersten Niveaustufe lösen die Lernenden nur Austausch-, Kombinations- und Vergleichsaufgaben, was eine Identifikation der Aufgabenart ermöglicht. In den höheren Niveaus werden die Aufgabenarten komplexer.
Förderung \ Rückmeldung	Die Aufgaben erhalten ausführliche, effektive Musterlösungen.
Förderung \ Förderung Vorläuferfertigkeiten / Basiskompetenz	Mit dem Spiel „Trollparty“ wird die Grössenumrechnung trainiert.
Förderung \ modellierende Sequenz	Die tutoriellen Feedbacks modellieren einen Lösungsweg, wobei die Formulierung „du kannst“ verwendet wird, da es natürlich auch andere Lösungswege gibt. Zusätzlich zum Programm soll die Trainingsleitung bei der systematischen Lösungsfindung modellierend assistieren.
Förderung \ Metakognitive Sequenz	Die metakognitive Kompetenz (Kontrollstrategien) soll mit dem Spiel „Elfenpalast“ geübt werden, wobei die Lernenden die Lösungswege nicht selbst erstellen, sondern vorgegebene durchdenken und kontrollieren müssen.
Anleitung	Um die Benutzer- und Benutzerinnenfreundlichkeit zu wahren, können keine Zwischenresultate notiert werden. Daher sollen die Lernenden diese auf einem Papier für sich notieren. Gegebenenfalls muss die Lehrperson beim Spielniveau intervenieren, wenn die Lernenden noch nicht über die entsprechenden Voraussetzungen (z. B. Grössen, Operationen) verfügen.

Trainings-Inventar-Rechenstörung (T-I-R) von Helfer (2016)

Code	Zusammenfassung
Sachaufgabe	Es wird zwischen Text- und Sachaufgaben unterschieden. Beide beschreiben reale Situationen, wobei bei der Textaufgabe die Rechnung und bei der Sachaufgabe der Sachverhalt im Vordergrund stehen.

Modellierungsschritte	Zum Modellieren gehört das Durchdenken der Situation, die Wahl der richtigen Operationen und der Umgang mit Grössen.
Schwierigkeiten / hemmende Faktoren	Die Masse der Information und ihre Verarbeitung, die Einbindung des bestehenden Wissens und die Herleitung der Rechenoperation bereitet den Kindern Mühe.
Förderung \ Scaffolding	Das Kind geht in der Arbeitsphase systematisch vor. Zuerst liest es den Text mehrmals durch und erfasst den Sachverhalt. Dadurch erfährt das Kind was gegeben und gesucht ist und unterstreicht gegebenenfalls die angegebenen Werte oder notiert sie. Wenn die Fragestellung klar ist, werden die Werte mit der zutreffenden Rechenoperation verknüpft und die Zahlen sinnvoll darin eingebunden. Am Schluss wird das Resultat auf die Sinnhaftigkeit überprüft.
Aufgabensammlung	Zum Sachrechnen gibt es sechs Arbeitsblätter mit aufsteigendem Schwierigkeitsgrad.
Fallbeispiel	Das TIR führt zu Beginn für das gesamte Buch ein Fallbeispiel ein.
Förderung \ Aufgabentyp	Mit der Auswahl, der Präsentation und der Schwierigkeit der Aufgabe kann wesentlich Einfluss auf das Gelingen genommen werden, wobei die Schwierigkeit des Aufgabentyps zwischen den Lernenden leistungsabhängig differenziert werden muss. In der Aufgabensammlung sind die Aufgaben nach Schwierigkeitsgrad geordnet, wobei der Aufgabentyp, die Operationen sowie ein- und mehrstufige Aufgaben innerhalb der Schwierigkeitsstufe vermischt sind.
Förderung \ dialog. Lernen / konstruktivistische Erschliessung über Gespräch	Zu Beginn des Sachrechentrainings wird über das Sachrechnen informiert.
Förderung \ Erfassung / Visualisierung / Darstellung des Kontexts	Durch mehrmaliges Lesen, dem Unterstreichen oder Notieren der Werte wird der Inhalt visualisiert und erfasst. Zudem ist das Vorgehen mittels Symbolen visualisiert: Informationsphase, Regeln, Arbeitsphase, Rückmeldung und Spiel.
Förderung \ Rückmeldung	Nach dem Lösen wird dem Kind in Form von aufgezeichneten Sternen auf dem Rückmeldebogen ein Feedback gegeben. Zudem kann nach Abschluss des Trainings eine Leistungsüberprüfung gemacht werden, um Auskunft zu geben, wie der Lernerfolg ausgefallen ist.
Förderung \ Fördersetting	Das Fördersetting erfolgt ambulant durch Psycholog / innen oder Lehrpersonen. Es finden ein bis zwei Kontakte pro Woche im Einzel- oder Gruppensetting statt. Unruhige Kinder werden besser in Kleingruppen oder einzeln betreut. Der Lernprozess wird durch eine ruhige Lernumgebung und die Abschirmung von äusseren Reizen unterstützt.
Diagnostik	Bei der Arbeit mit rechenschwachen Lernenden ist eine umfassende Diagnostik erforderlich. Neben Intelligenz und Rechentest sollte auch ein Sprachtest gemacht werden, um komorbide Sprachstörungen abzuklären. Zudem sollte auch die Lehrperson nach Hintergrundinformation gefragt werden.
Förderung \ Förderung Vorläuferfertigkeiten / Basiskompetenz	Das TIR ist aufbauend konzipiert, d. h. vor dem Sachrechnen sollten zuerst die Vorläuferfertigkeiten mit dem Material erarbeitet werden. Das wird durch anschauliches Material wie Rechenplättchen und Karteikästen unterstützt.
Evaluation der Methode	Das gesamte T-I-R wurde an 10 Kindern evaluiert, welche ein Training in Gruppen bis vier Kindern an 19, 28 bzw. 34 Lektionen erhalten hatten. Es konnten 7 von 10 Kindern die Rechenleistung steigern. Als Erfolgskriterium wurde das Urteil von Eltern, Lehrpersonen und Therapeut / innen zum Ende der Massnahme (Rechenleistungen in wesentlichem Umfang gesteigert vs. Rechenleistungen nicht in wesentlichem Umfang gesteigert) herangezogen.
Förderung \ Arbeit auf der emotionalen bzw. Verhaltensebene	Einerseits kann innerhalb des TIR lern- und verhaltenstherapeutisch gearbeitet werden. Erstens wird viel gelobt, was die Motivation aufrecht erhält. Auch auf die Aufmerksamkeitsspanne der Lernenden und die Lernumgebung ist zu achten. Der Abschluss wird jeweils mit einem Spiel gemacht. Zweitens kann mit Verstärkerplänen, operanten Techniken oder der Selbstinstruktion gearbeitet werden. Andererseits müssen evtl. auch psychische Störungen extern behandelt werden, die nicht selten durch Lernstörungen entstehen oder komorbid verlaufen (z. B. Ängste, Aufmerksamkeitsdefizit)

Förderung \ Einbindung Drittpersonen	Die Einbindung der Lehrperson durch die / den Therapeuten ermöglicht das Einholen von Information und Absprachen (z. B. Hausaufgaben). Auch die Eltern können eingeladen werden, damit sie sehen, wie die Förderung gemacht wird und sie Anhaltspunkte erhalten, wie die Hausaufgaben zu machen sind. Anstelle der Eltern, können auch Grosseltern eingeladen werden, falls eine Kooperation mit den Eltern nicht möglich ist.
Förderung \ Metakognitive Sequenz	Neben der Überprüfung des Resultats auf die Sinnhaftigkeit können zum Rechentraining auch noch weitere metakognitive Strategien, wie die Selbstinstruktion, Selbstverbalisation oder Bewältigungsstrategien eingeübt werden.

Das Diagnose-Förder-Paket 4 von Simon und Simon (2011)

Code	Zusammenfassung
Simon und Simon (2011)	
Schwierigkeiten / hemmende Faktoren	Schwierigkeiten entstehen dadurch, dass Kinder die Aufgabe ungenügend lesen und den Kontext zu wenig erfassen, weil sie mit dem Rechnen an sich absorbiert sind. Dadurch durchlaufen sie den Modellierungsprozess unvollständig. Auch gute Rechnende können Schwierigkeiten haben: Sie verrechnen sich häufiger als bei kontextfreien Aufgaben und sind deswegen nicht selten durch den Misserfolg blockiert.
Förderung \ weitere Fördermassnahmen	Unter Berücksichtigung der schwachen Lernenden verfügen die Arbeitsblätter über ausreichend Platz, zudem kann auch ein Taschenrechner zur Verfügung gestellt werden. Das entlastet die rechnerische Aufmerksamkeit zu Gunsten der Kontexterfassung.
Aufgabensammlung	Das Diagnose-Förderpaket umfasst eine Aufgabensammlung mit Arbeitsblättern.
Förderung \ Aufgabentyp	Die Lernenden müssen üben, die Aufgaben auf der Zahlen- oder Kontextebene zu modifizieren, sodass die Aufgaben vereinfacht und sinnvoll gelöst werden können.
Förderung \ Aufgabentyp \ Aufgabenmodifikation durch Lernende	Die Lernenden sollen systematisch lernen, die Aufgaben zu verändern, indem sie die Zahlen oder Aufgabentexte so verändern, dass sie sinnvoll, vereinfacht und lösbar sind.
Förderung \ Erfassung / Visualisierung / Darstellung des Kontexts	Die Lernenden sollen ihre Aufmerksamkeit dem Kontext schenken, ohne dazu entsprechend angehalten zu werden z. B. durch Nachspielen der Situation.
Förderung \ Erfassung / Visualisierung / Darstellung des Kontexts \ konkret handelnd	Die Lernenden sollen die Aufgabe nachspielen, um den Kontext besser zu erfassen.
Diagnostik	Für jeden mathematischen Förderschwerpunkt gibt es einen Diagnosetest. Sie zeigen auf, ob innerhalb des Schwerpunkts Förderbedarf besteht oder ein möglicher Förderbedarf in einem anderen Bereich liegt. Dazu müsste dann der entsprechende Diagnosetest durchgeführt werden.
Förderung \ Förderung Vorläuferfertigkeiten / Basiskompetenz	Bevor die Aufgaben gelöst werden, sollen Lernende die Resultate schätzen, ohne dass die Lehrperson diese kommentiert.
YELLOW	Dieses Förderprogramm verwendet bei den Sachrechenaufgaben der 4. Klasse bei den Grössen bereits gebrochen Zahlen in der Dezimal- und Bruchschreibweise.
Anleitung	Mit diesem Förderprogramm lassen sich die Förderschwerpunkte mittels Diagnosetests finden. Die Fehler lassen sich mithilfe einer Förderschablone klassifizieren. Zu jedem Förderschwerpunkt gibt es Förderhinweise und Fördermaterial in Form von Arbeitsblätter.

Anhang F: Kodierte Segmente

Wenn ein Code einer evidenzbasierten Forschungserkenntnis zugeordnet werden kann, so ist der Code am Rand des Dokuments mit der entsprechenden Farbe umrahmt.

Code	**evidenzbasierte Forschungserkenntnis**
Scaffolding	Wenn sie als Strategie eingeführt werden und nicht nur als theoretische Modellierungsschritte (strategy based methods d = 0,85 [Hattie, 2009, S. 145])
modellierende Sequenz	Wenn die Lehrperson modelliert (teacher modeling d = 0,73 [Hattie, 2009, S. 145])
explizite Instruktion	beinhaltet teacher modeling d = 0,73 / guided practice d = 0,86 / peer tutoring d = d = 0,76 (Hattie, 2009, S. 145)
Rückmeldung	Rückmeldungen zum Leistungsstand (specific forms of feedbacks d = 0,62 [Hattie, 2009, S. 145])
dialog. Lernen / konstruktivistische Erschliessung über Gespräch	Konstruktivistische Methoden im Zusammenhang mit dem Sachrechnen (working within peer groups d = 0,26 [Hattie, 2009, S. 145] bzw. konstruktivistische Lehrmethode weniger effektiv als explizite Instruktion [Kroesbergen, Van Luit & Maas, 2004])
- Erfassung / Visualisierung / Darstellung des Kontexts - Erfassung / Visualisierung / Darstellung des Kontexts \ konkret handelnd - Erfassung / Visualisierung / Darstellung des Kontexts \ eigene Visualisierung	Segmente, die im Zusammenhang mit unterschiedlichen Repräsentationsebenen kodiert wurden (alternative representation modes d = 0,26 [Hattie, 2009, S. 145])
Vorläuferfertigkeiten / Basiskompetenz	Förderung der generell mathematischen oder spezifisch sachrechnerischen Vorläuferfertigkeiten (identifying and teaching relevant preskills d = 0,28 [Hattie, 2009, S. 145])
Schemaidentifikation	Evidenzbasierte Methode nach Forbringer und Fuchs (2013) (vgl. Kapitel 3.6.3)
- metakognitive Sequenz - Arbeit auf der emotionalen bzw. Verhaltensebene	Im Sinne einer Strategie, die das Vorgehen reflektiert, z. B. Fragen nach Besonderheiten, Fragen nach Auswirkungen oder Warum-Fragen. Davon ausgenommen sind Fragen oder Anweisungen zur Validierung eines Vorgangs bzw. des Resultats (evidenzbasierte Methode [Montague, 2008] vgl. Kapitel 3.6.3)
Arbeit auf der emotionalen bzw. Verhaltensebene	Wenn sie im Sinne der Angstreduktion stehen (reducing anxiety d = 0,40 [Hattie, 2009, S. 50]).