К ВОПРОСУ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

[1]О.М.Пигнастый, [2]Т.В.Меркулова
[1]Харьков, Национальный Технический Университет «Харьковский Политехнический Университет»,
[2]Харьков, Харьковский Национальный университет им.В.Н.Каразина

Под проектированием технологических траекторий подразумевается расчет технологических воздействий на предмет труда для его преобразования в готовый продукт [1]. Выбор нормативной технологической траектории определяется технико-экономическими параметрами производства, изменение которых требует перехода от одной нормативной технологической траектории к другой [1,2]. Задачей проектирования технологии является поиск траектории, по которой в ходе технологического процесса предмет труда выйдет в заданную конечную точку. Геометрическое место точек в фазовом технологическом пространстве, положение которых соответствует координатам последовательных состояний предмета труда в ходе технологического преобразования, является технологической траекторией $\vec{q}(t) = \left(q_1(t),.,q_j(t),..q_n(t)\right)$ [3,4]. Квадрат элемента длины $d\Gamma^2$ представляет выражение

$$d\Gamma^2 = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} a_{i,j}(q_j, q_i)\cdot dq_j \cdot dq_i\,, \qquad (1)$$

с заданной метрикой и координатными функциями фазового технологического пространства $a_{i,j}(q_j, q_i)$ [3], определяемыми из технологической документации. Величина дуги

$$\Delta S = \int_{q_{i0}}^{q_{i1}} \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} a_{i,j}(q_j, q_i)\cdot dq_j \cdot dq_i}\,, \qquad (2)$$

соединяющая две точки фазового технологического пространства с обобщенными координатами (q_{i0}) и (q_{i1}), есть изменение стоимости предмета труда при перехода из одного состояния в другое в результате технологической обработки. За время dt предмет труда проходит путь в фазовом технологическом пространстве $\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} a_{i,j}(q_j, q_i)\cdot dq_j \cdot dq_i}$ [3]. С другой стороны за время dt на предметы труда в элементе объема, ограниченном координатами $(q_1..,q_j,..q_n)$ и $(q_1+dq_1,.,q_j+dq_j,..q_n+dq_n)$, перенесены технологические ресурсы в количестве $\mu_\psi(q_1,..,q_j,.,q_n)\cdot dt$ с интенсивностью $\mu_\psi(q_1,..,q_j,.,q_n)$. Таким образом, можно записать зависимость между координатами двух рассмотренных событий в расширенном (n+1)-мерном фазовом технологическом пространстве:

$$(d\ \Re)^2 = (\mu_\psi \cdot dt)^2 \ - (d\Gamma)^2 \ge 0 \ . \qquad (3)$$

Квадратичная форма (3) позволяет рассматривать интервал $d\ \Re$ с формальной точки зрения, как расстояние между двумя точками в расширенном (n+1)-мерном фазовом технологическом пространстве. При исследовании технологических процессов будем исходить из принципа наименьшего действия. Потребуем, чтобы для рассматриваемой производственно-технической системы интеграл

$$\Re_{ab} = \int_a^b d\Re = \int_a^b \sqrt{(\mu_\psi(q_j)\cdot dt)^2 - \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} a_{i,j}(q_j, q_i)\cdot dq_j \cdot dq_i} \ . \qquad (4)$$

имел минимум в случае, когда технологический процесс обработки предмета труда выполнялся согласно нормативным технологическим параметрам. Такой путь в расширенном (n+1)-мерном фазовом технологическом пространстве является прямым [3], для которого вариация $\delta\ \Re_{ab}$ равна нулю. Целевой функционал (4) можно представить в виде интеграла по времени

$$\Re_{ab} = \int_a^b \left(\sqrt{(\mu_\psi(q_j))^2 - \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} a_{i,j}(q_j, q_i)\cdot \frac{dq_j}{dt}\cdot\frac{dq_i}{dt}} \right) dt \ . \qquad (5)$$

Подынтегральная функция

$$J = \sqrt{{\mu_{\psi}}^{2} - \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} a_{i,j} \cdot \frac{dq_j}{dt} \cdot \frac{dq_i}{dt}}\,, \tag{6}$$

есть целевая функция технологического процесса для производственно-технической системы. Из равенства $\delta\ \Re_{ab}=0$ следуют уравнения, описывающие поведение предмета труда при технологической обработки вдоль технологического маршрута в (n+1)-мерном технологическом пространстве

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial J}{\partial \dot{q}_i} = \frac{\partial J}{\partial q_i}\,, \tag{7}$$

Если сделать замену $J = \sqrt{\varphi}$ [3, стр.30]

$$\varphi = {\mu_{\psi}}^{2} - \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} a_{i,j} \cdot \frac{dq_j}{dt} \cdot \frac{dq_i}{dt}\,, \tag{8}$$

то для определения кривой в расширенном (n+1)-мерном технологическом пространстве, уравнения Эйлера (7) примут вид уравнения в форме Конторовича- Крылова [3, стр.30]:

$$\frac{1}{2\sqrt{\varphi}}\frac{\partial \varphi}{\partial q_k} - \frac{1}{2\sqrt{\varphi}}\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial q_i \partial \dot{q}_k}\cdot \dot{q}_i - \frac{1}{2\sqrt{\varphi}}\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \dot{q}_i \partial \dot{q}_k}\cdot \ddot{q}_i - \frac{\partial \varphi}{\partial \dot{q}_k}\frac{d}{dt}\frac{1}{2\sqrt{\varphi}} = 0\,. \tag{9}$$

Для одномерного фазового технологического пространства (t, S, μ) уравнение движения (7) принимают вид

$$\frac{d\langle \mu \rangle}{dt} = \mu_{\psi}(S) \cdot \frac{\partial \mu_{\psi}(S)}{\partial S}\ . \tag{10}$$

Вывод: В работе предложен подход построения целевых функций производственно технических систем, основанный на данных нормативной технологической документации технологического процесса.

1.Тихонов А.Н., Кальнер В.Д. Гласко В.Б. Математическое моделирование технологических процессов и метод обратных задач в машиностроении. М.: Машиностроение, 1990. – 264 с.

2.Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. – М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. Лит., 1983. 392 с.

3.Смирнов В.И., Крылов В.И., Канторович Л.В. Вариационное исчисление. – Л.: Изд. ЛГУ, 1933. – 204 с.

4.Пигнастый О.М. О взаимосвязи микро- и макроописания производственно-технических систем / О. М. Пигнастый, В.Я.Заруба // Управление большими системами: труды Международной научно-практической конференции (Москва 17-19 ноября 2009). – Москва: ИПУ РАН, 2009. - С. 255-258