

Potensial listrik bola isolator pejal homogen

Sparisoma Viridi

Prodi Fisika, Institut Teknologi Bandung
Jalan Ganesha 10, Bandung 40132, Indonesia

v20210226_0 | <https://doi.org/10.5281/zenodo.4564342>

Pendahuluan

- Terdapat beberapa konsep yang tidak lagi disinggung dalam slide ini
- Disarankan untuk membaca slide terkait berjudul **Potensial listrik satu titik muatan**

S. Viridi, "Potensial listrik satu titik muatan", Zenodo.4554911 | 22 Feb 2021, url <https://doi.org/10.5281/zenodo.4554911> [20210223].

Outline

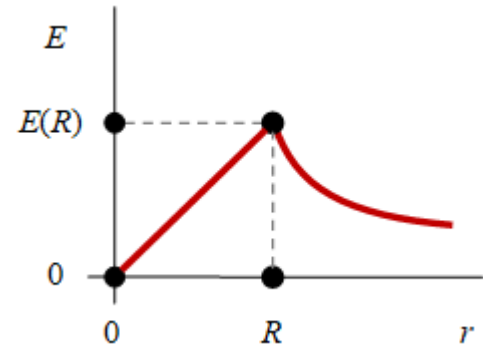
- Pendahuluan
- Medan listrik
- Potensial listrik
- Potensial referensi
- Elemen panjang lintasan
- Rentang perhitungan
- Potensial dan medan listrik
- Potensial listrik bola isolator pejal homogen
- Latihan

Medan listrik

- Suatu bola isolator pejal homogen bermuatan q_j yang pusatnya berhimpit dengan pusat koordinat $(0, 0, 0)$ akan memberikan medan listrik pada setiap posisi r dalam bentuk

$$\vec{E}(r) = \begin{cases} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_j}{R^3} r \hat{r}, & 0 \leq r \leq R, \\ \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_j}{r^2} \hat{r}, & R \leq r, \end{cases}$$

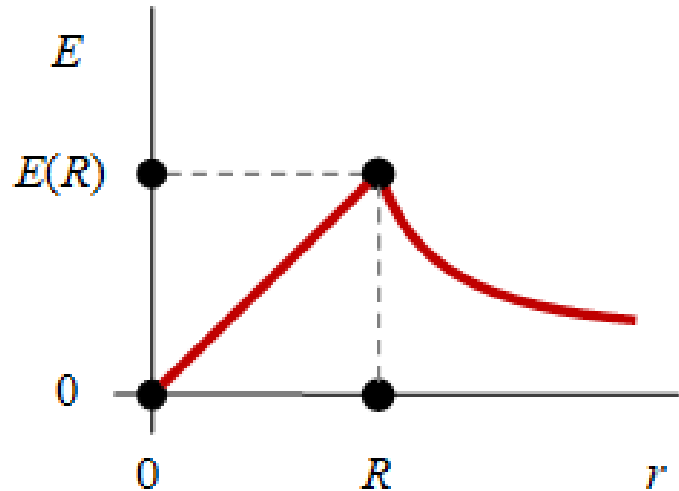
dengan radius bola adalah R



Medan listrik (lanj.)

- Nilai $E(R)$ dapat diperoleh dari persamaan sebelumnya, yang akan memberikan

$$E(R) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_j}{R^2}$$



Pontensial listrik

- Potensial listrik dengan batas-batas integral memiliki bentuk

$$V(\vec{r}) - V(\vec{r}_0) = - \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} \vec{E}(\vec{r}) \cdot d\vec{s}$$

dengan lintasan $d\vec{s}$ yang dipilih dari posisi awal \vec{r}_0 ke posisi akhir \vec{r}

- Memerlukan informasi potensial referensi $V(\vec{r}_0)$

Potensial referensi

- Potensial referensi dapat diambil pada $r = R$ atau $r = \infty$
- Bila digunakan $r = \infty$ maka $V(\infty) = 0$
- Bila digunakan $r = R$ maka dapat dipilih $V(R) = V_0$
- Walaupun tidak lazim dapat dipilih pada sembarang jarak L dari pusat koordinat, misalnya $V(L) = V_L$

Elemen panjang lintasan

- Bentuk medan listrik $\vec{E} = E\hat{r}$
- Dipilihlah elemen panjang lintasan berbentuk $d\vec{s} = \hat{r}dr$
- Operasi perkalian titik (\cdot) dalam integral untuk menghitung potensial listrik mudah dihitung

$$\vec{E}(\vec{r}) \cdot d\vec{s}$$

Rentang perhitungan

- Medan listrik $E(r)$ memiliki fungsi yang berbeda untuk rentang $0 \leq r \leq R$ dan $R \leq r$
- Potensial listrik $V(r)$ dihitung mulai dalam rentang yang memiliki syarat batas
- Bila digunakan $V(\infty) = 0$, maka perhitungan dimulai dalam rentang $R < r$

Potensial dan medan listrik

- Medan listrik E dalam 1-d, hanya fungsi r , dapat dituliskan dalam bentuk

$$E = -\frac{dV}{dr}$$

yang menghubungkannya dengan potensial listrik V

- Agar terdapat E (turunan V) maka V haruslah kontinu
- Dengan demikian $V(R)$ harus sama untuk rentang $0 \leq r \leq R$ dan $R \leq r$

Potensial listrik bola isolator pejal homogen

- Untuk $R \leq r$

$$V(r) - V(r_0) = - \int_{r_0}^r \vec{E}(r) \cdot d\vec{s}$$

$$V(r) = V(r_0) - \frac{q_j}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_0}^r \frac{dr}{r^2}$$

$$V(r) - V(r_0) = - \int_{r_0}^r E \hat{r} \cdot \hat{r} dr = - \int_{r_0}^r E dr$$

$$= V(r_0) - \frac{q_j}{4\pi\epsilon_0} \left[-\frac{1}{r} \right]_{r_0}^r$$

$$V(r) = V(r_0) - \int_{r_0}^r \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_j}{r^2} dr$$

$$= V(r_0) - \frac{q_j}{4\pi\epsilon_0} \left[-\frac{1}{r} - \left(-\frac{1}{r_0} \right) \right]$$

Pot. listr. bola isolat. pejal homogen (lanj.)

- Dengan demikian akan diperoleh

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_j}{r} + \left[V(r_0) - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_j}{r_0} \right]$$

- Gunakan syarat batas yang ditetapkan sebelumnya

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_j}{r}$$

$$\left[\underbrace{V(r_0)}_0 - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_j}{\underbrace{\infty}_0} \right]$$

Pot. listr. bola isolat. pejal homogen (lanj.)

- Untuk $r = R$ dari rentang $R \leq r$ dapat diperoleh

$$V(R) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_j}{R}$$

yang akan digunakan untuk rentang $0 \leq r \leq R$

Pot. listr. bola isolat. pejal homogen (lanj.)

- Untuk $0 \leq r \leq R$

$$V(r) - V(R) = - \int_R^r \vec{E}(r) \cdot d\vec{s}$$

$$V(r) - V(R) = - \int_R^r E \hat{r} \cdot \hat{r} dr = - \int_R^r E dr$$

$$V(r) = V(R) - \int_R^r \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_j}{R^3} r dr$$

$$V(r) = V(R) - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_j}{R^3} \int_R^r r dr$$

$$= V(R) - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_j}{R^3} \left[\frac{1}{2} r^2 \right]_R^r$$

$$= V(R) - \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{q_j}{R^3} (r^2 - R^2)$$

Pot. listr. bola isolat. pejal homogen (lanj.)

- Persaman sebelumnya dapat dituliskan kembali menjadi

$$V(r) = V(R) - \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{q_j}{R^3} r^2 + \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{q_j}{R^3} R^2$$

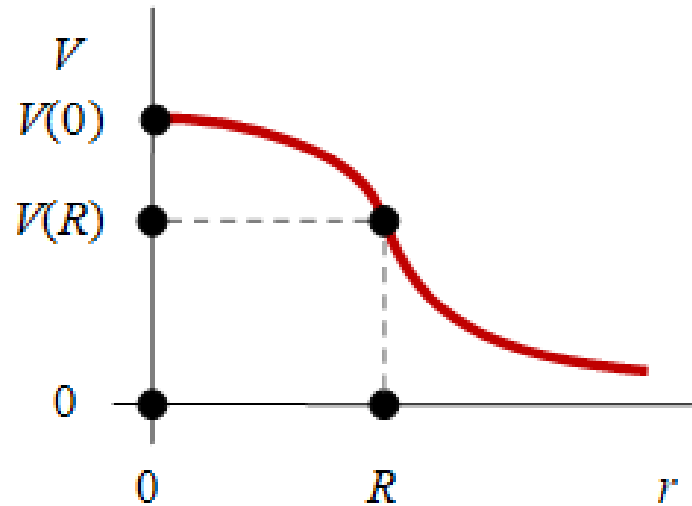
- Gunakan $V(R)$ yang telah diperoleh sehingga menghasilkan

$$\begin{aligned} V(r) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_j}{R} - \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{q_j}{R^3} r^2 + \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{q_j}{R} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_j}{R} \left(1 + \frac{1}{2} \right) - \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{q_j}{R^3} r^2 \end{aligned}$$

Pot. listr. bola isolat. pejal homogen (lanj.)

- Dengan demikian dapat dituliskan kembali

$$V(r) = \begin{cases} \frac{q_j}{8\pi\epsilon_0 R} \left(3 - \frac{r^2}{R^2} \right), & 0 \leq r \leq R, \\ \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_j}{r}, & R \leq r, \end{cases}$$



- Perhatikan bahwa $V(0)$ merupakan titik maksimum

Gerhard Müller, "Electric Potential of a Uniformly Charged Solid Sphere", Department of Physics, University of Rhode Island, url <http://www.phys.uri.edu/~gerhard/PHY204/tsl94.pdf> [20210223].

Latihan

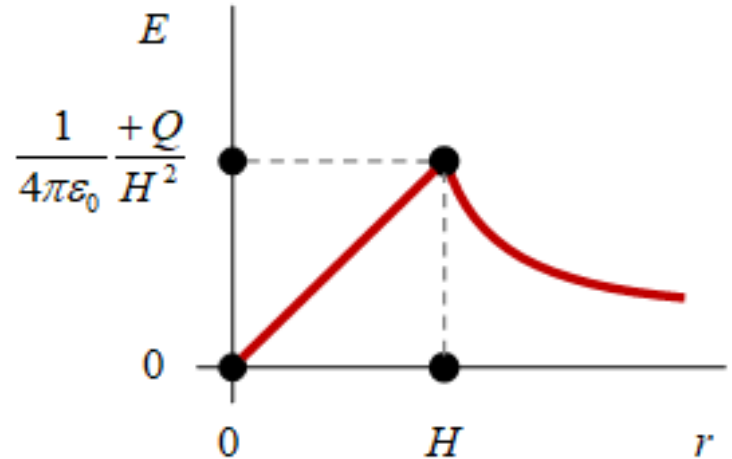
1. Terdapat suatu bola isolator pejal homogen bermuatan $+Q$ dengan radius H dengan $V(H) = V_H$ suatu konstanta bernilai positif
 - a) Tuliskan fungsi medan listrik $E(r)$ dan gambarkan kurvanya
 - b) Tuliskan fungsi potensial listrik $V(r)$ dan gambarkan kurvanya
 - c) Tentukan nilai V_H
 - d) Tentukan r saat potensial memiliki nilai maksimum V_{\max} dan tentukan pula nilai V_{\max}

Latihan (lanj.)

- Medan listrik memiliki fungsi

$$E(r) = \begin{cases} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_j}{R^3} r, & 0 \leq r \leq H, \\ \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_j}{r^2}, & H \leq r, \end{cases}$$

dan bentuk kurvanya adalah seperti di samping kanan ini

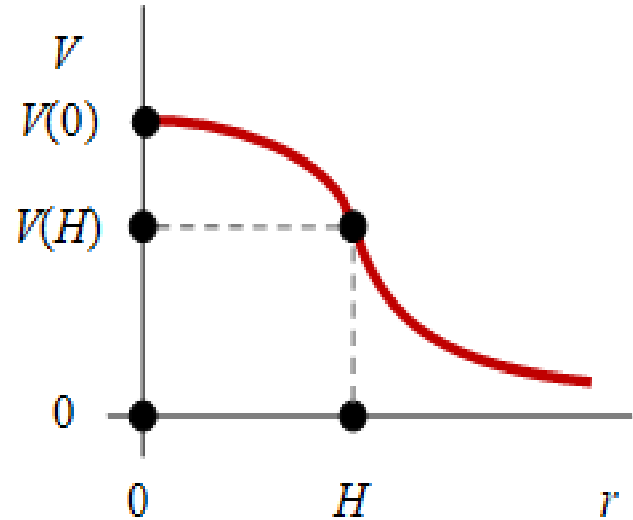


Latihan (lanj.)

- Pontensial listrik memiliki fungsi

$$V(r) = \begin{cases} \frac{q_j}{8\pi\epsilon_0 R} \left(3 - \frac{r^2}{R^2} \right), & 0 \leq r \leq R, \\ \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_j}{r}, & R \leq r, \end{cases}$$

dan bentuk kurvanya adalah seperti di samping kanan ini dengan $q_j = +Q$



Latihan (lanj.)

- Dengan menggunakan persamaan dan kurva fungsi potensial listrik pada slide sebelumnya dapat diperoleh bahwa

$$V(H) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{+Q}{H}$$

Latihan (lanj.)

- Potensial maksimum diperoleh dengan mencari $\frac{dV}{dr} = 0$ dalam rentang $0 \leq r \leq R$

- Akan diperoleh bahwa

$$\frac{d}{dr} \left[\frac{q_j}{8\pi\epsilon_0 R} \left(3 - \frac{r^2}{R^2} \right) \right] = 0$$

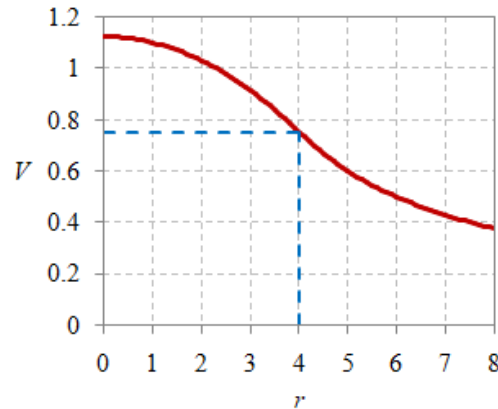
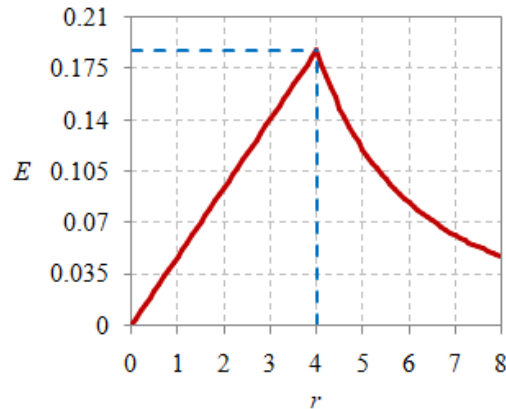
$$\frac{q_j r}{4\pi\epsilon_0 R^3} = 0$$

- Dengan demikian V_{\max} diperoleh saat $r = 0$
- Dan nilainya adalah

$$V_{\max} = \frac{3q_j}{8\pi\epsilon_0 R} = \frac{+3Q}{8\pi\epsilon_0 R}$$

Latihan (lanj.)

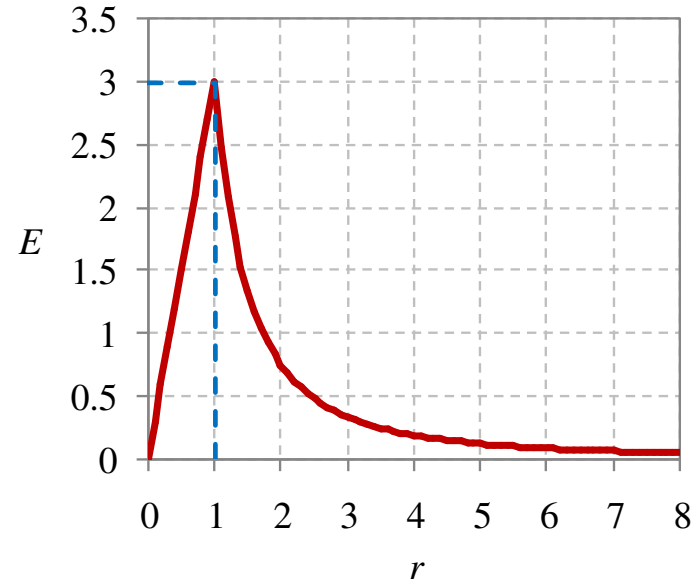
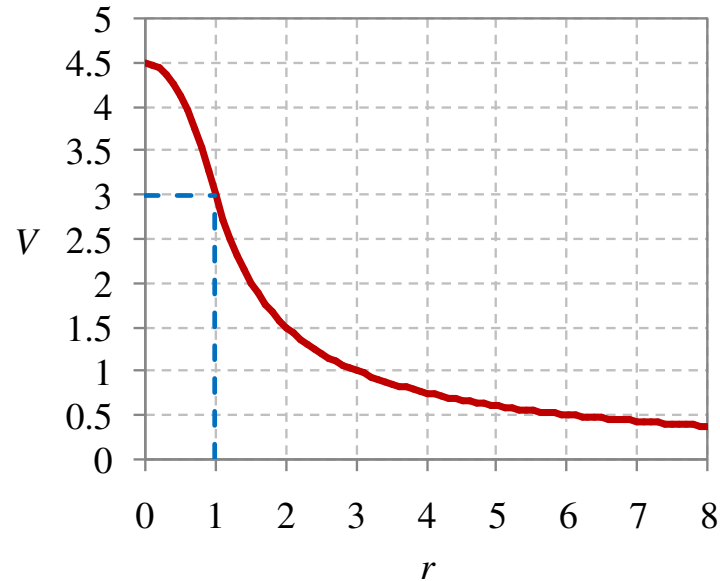
2. Dengan menggunakan nilai-nilai $k = 1$, $Q = 3$, $R = 4$ (untuk memudahkan menggambar) dapat diperoleh hasil berikut



ubahlah nilai R dan Q ($Q > 0$) untuk melihat pengaruhnya terhadap kedua kurva $E(r)$ dan $V(r)$ [[Buka berkas 0002_0.xlsx](#)]

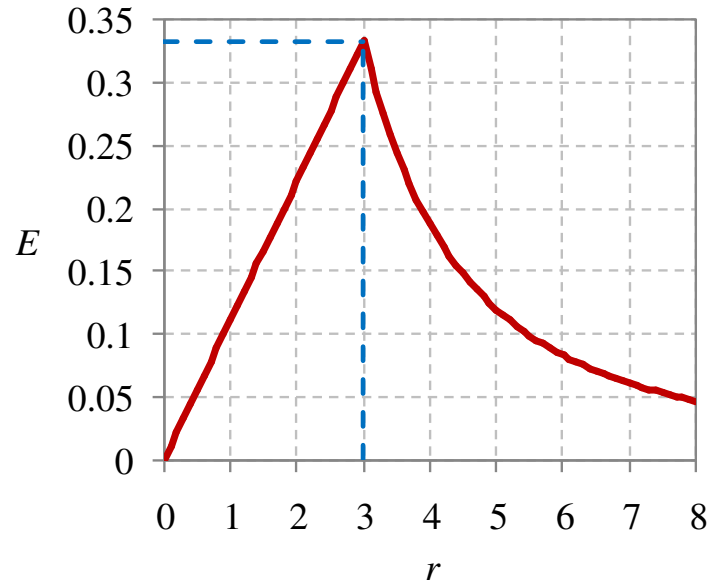
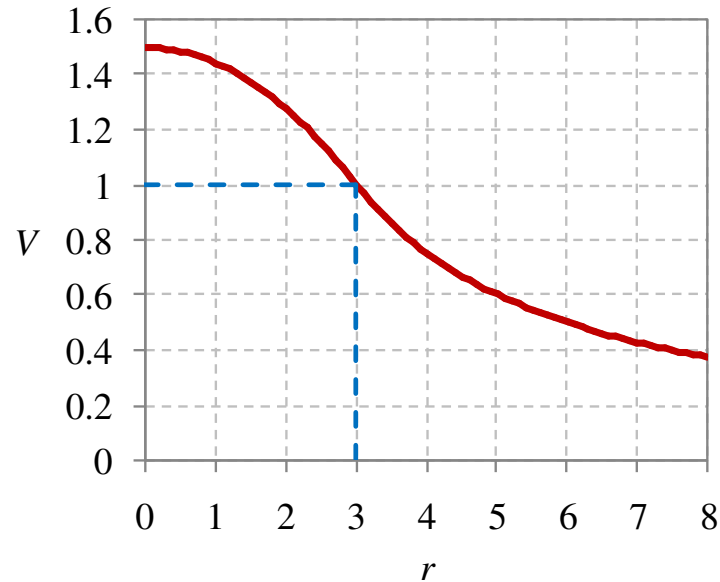
Latihan (lanj.)

- Untuk $R = 1$ dapat diperoleh



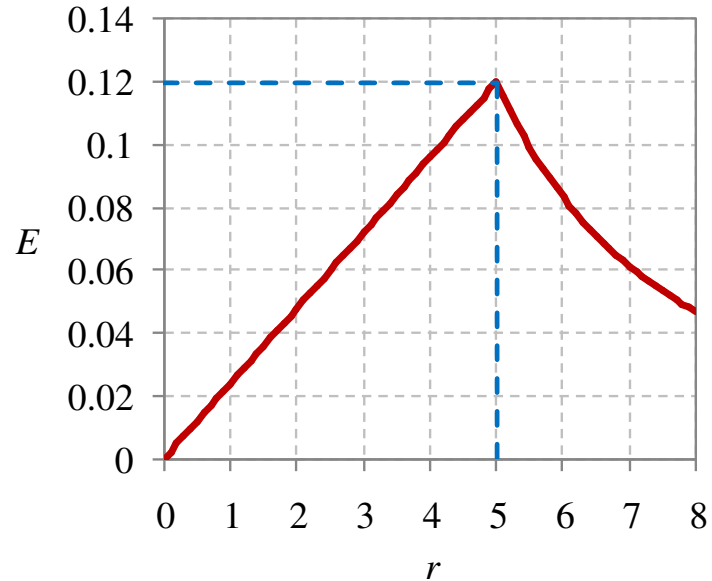
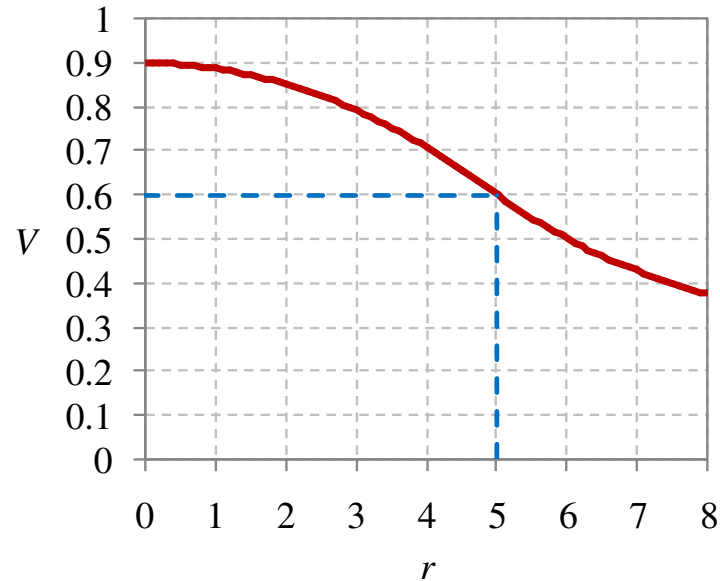
Latihan (lanj.)

- Untuk $R = 3$ dapat diperoleh



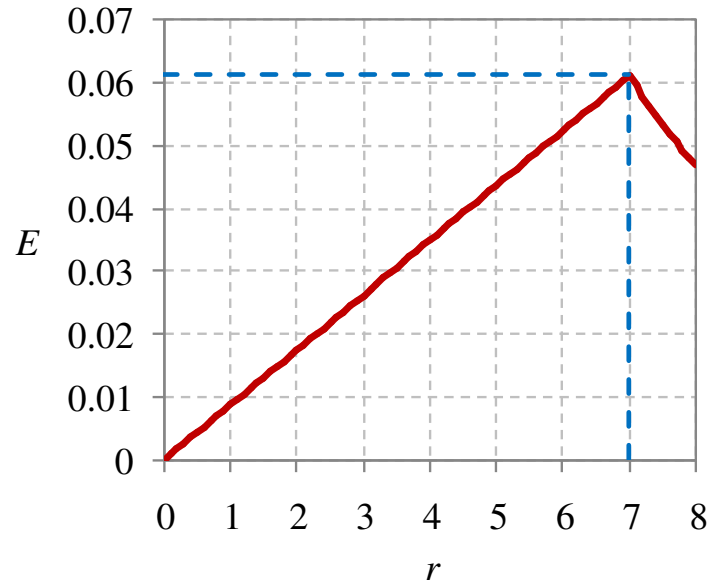
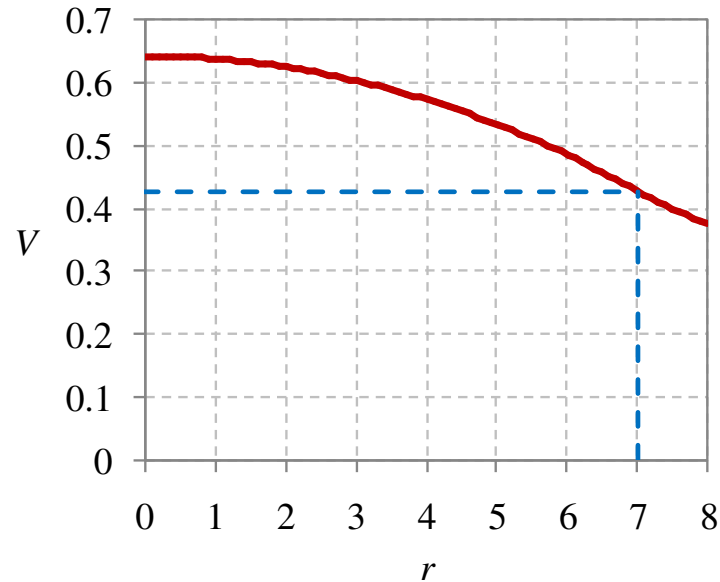
Latihan (lanj.)

- Untuk $R = 5$ dapat diperoleh



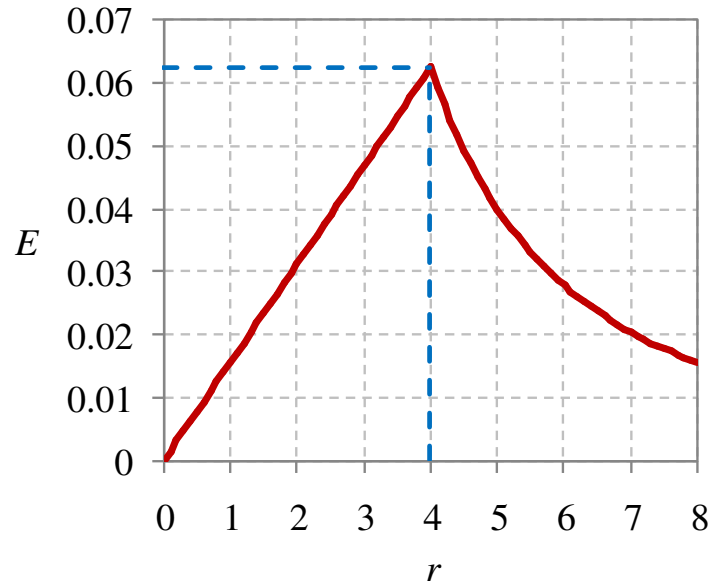
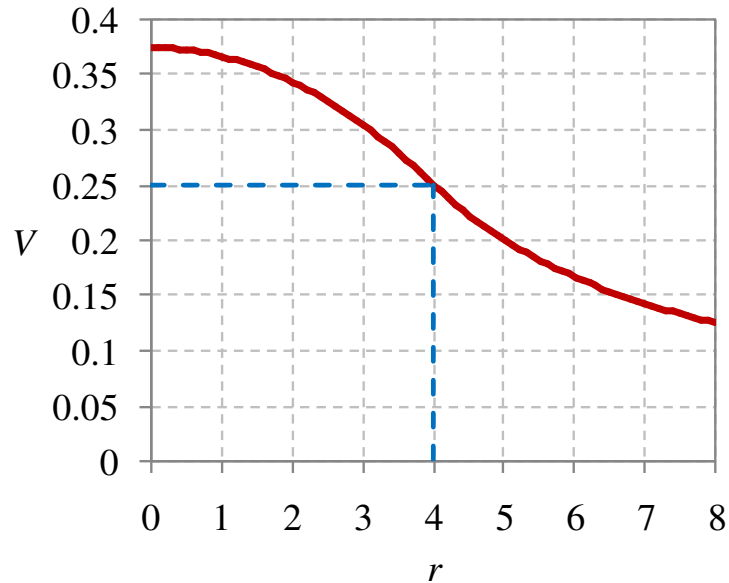
Latihan (lanj.)

- Untuk $R = 7$ dapat diperoleh



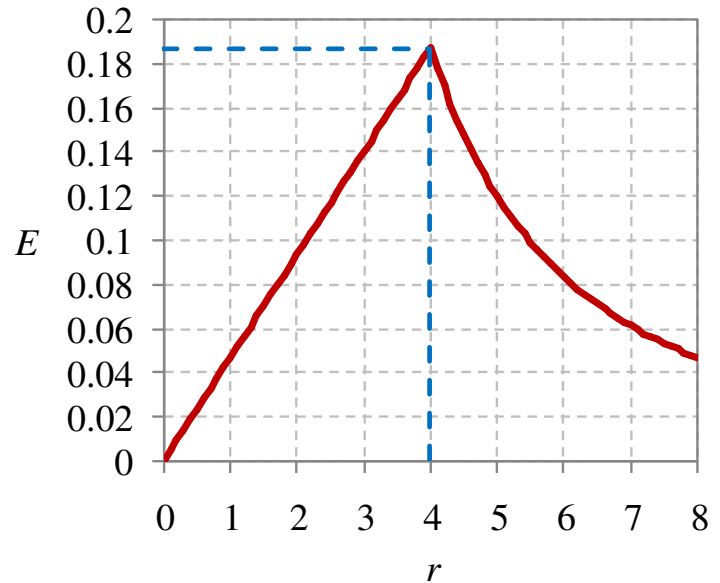
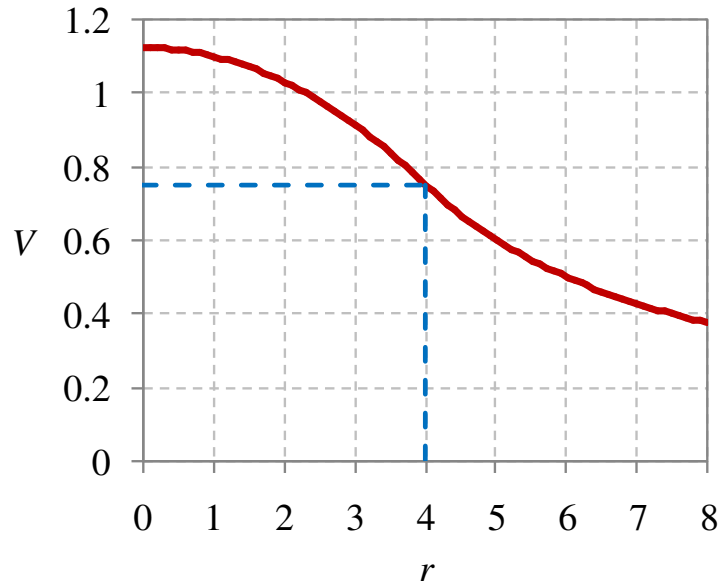
Latihan (lanj.)

- Untuk $Q = 1$ dapat diperoleh



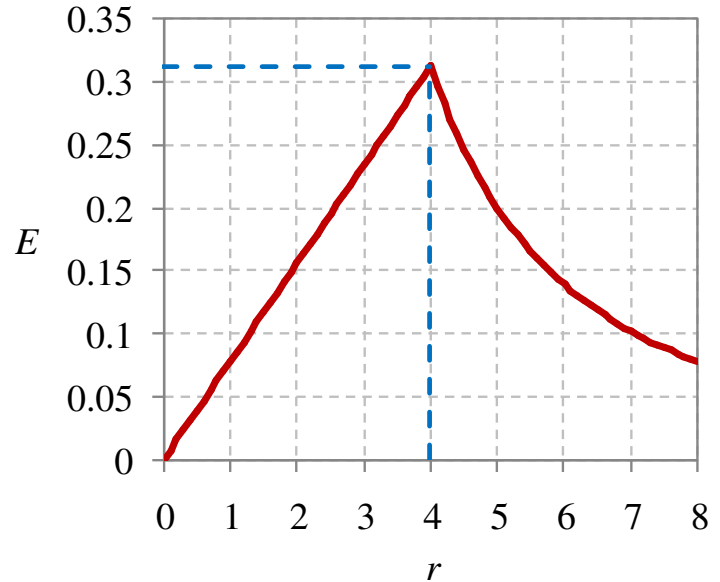
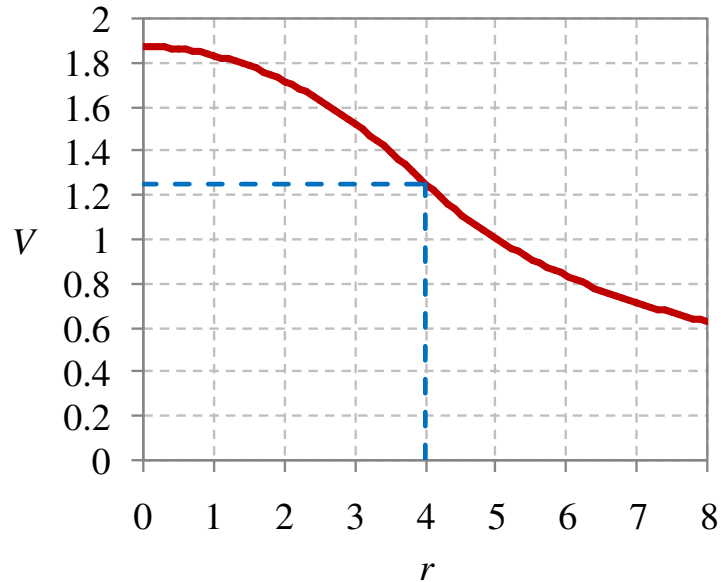
Latihan (lanj.)

- Untuk $Q = 3$ dapat diperoleh



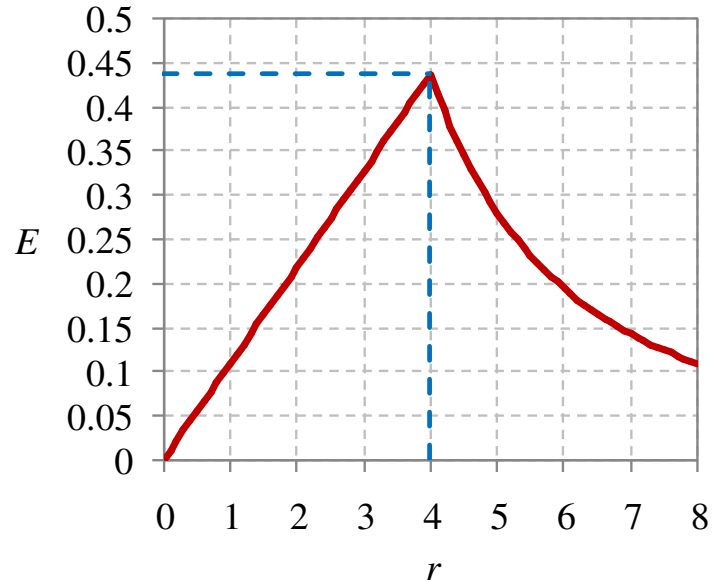
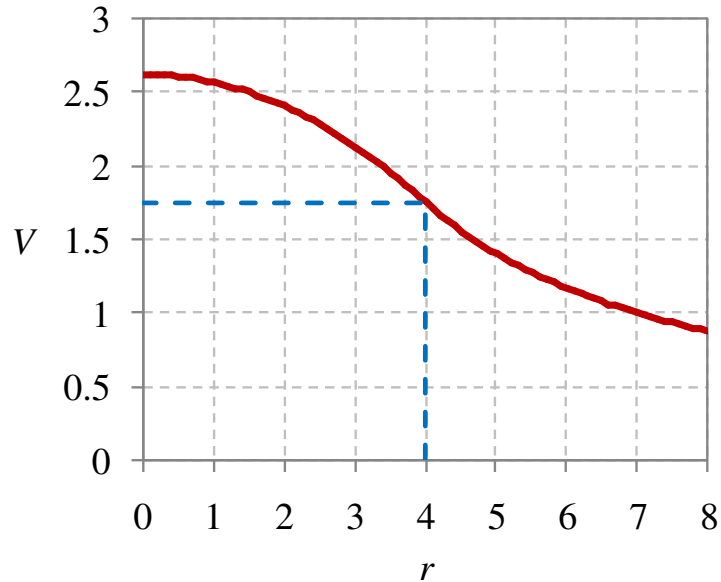
Latihan (lanj.)

- Untuk $Q = 5$ dapat diperoleh



Latihan (lanj.)

- Untuk $Q = 7$ dapat diperoleh





Terima kasih