Potensial listrik satu titik muatan

Sparisoma Viridi

Prodi Fisika, Institut Teknologi Bandung
Jalan Ganesha 10, Bandung 40132, Indonesia

v20210222_7| https://doi.org/10.5281/zenodo.4554630

Outline

- Medan listrik
- Integral (ulas balik)
- Potensial listrik
- Potensial referensi
- Integral garis (ulas balik)
- Lintasan integrasi
- Satu titik muatan
- Latihan

Medan listrik

- Suatu muatan q_j terletak pada pada posisi $\vec{r}_j = x_j\hat{x} + y_j\hat{y} + z_j\hat{z}$
- Medan listrik pada sembarang posisi $\vec{r}$ akibat muatan q_j tersebut diberikan oleh

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_j}{\left|\vec{r}-\vec{r}_j\right|^2}\frac{\left(\vec{r}-\vec{r}_j\right)}{\left|\vec{r}-\vec{r}_j\right|}$$

- Kadang digunakan pula konstanta Coulomb $k = \left(4\pi\varepsilon_0\right)^{-1}$

Medan listrik (lanj.)

- Bila q_j terletak di pusat koordinat $(0, 0, 0)$
- Medan listrik pada sembarang posisi $\vec{r}$ akibat muatan q_j tersebut diberikan oleh

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_j}{r^2} \hat{r}$$

dengan vektor satuan $\hat{r} = \vec{r} / r$

- Persamaan di atas dapat diperoleh dari persamaan dalam slide sebelumnya dengan memilih $\vec{r}_j = (0,0,0)$

Integral (ulas balik)

- Integral suatu fungsi $f(x)$, disebut integrand, dengan dx diferensial variabel x, x variabel integrasi, akan memberikan
  $$F(x) = \int f(x) dx$$
  dengan $F(x)$ disebut antiturunan
- Penerapan batas-batas integrasi a dan b akan menghasilkan
  $$F(b) - F(a) = \int_a^b f(x) dx$$

Wikipedia contributors, "Integral", Wikipedia, The Free Encyclopedia, 19 Feb 2021, 14:20 UTC, url https://en.wikipedia.org/w/index.php?oldid=1007705223 [20210222].

Pontensial listrik

- Diperoleh dengan menggunakan

$$V(\vec{r}) = -\int \vec{E}(\vec{r}) \cdot d\vec{s}$$

mengikuti lintasan $d\vec{s}$ yang dipilih

Pontensial listrik (lanj.)

- Dengan menerapkan batas integral dapat diperoleh

$$V(\vec{r})-V(\vec{r}_0)=-\int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}}\vec{E}(\vec{r})\cdot d\vec{s}$$

mengikuti lintasan $d\vec{s}$ yang dipilih dari posisi awal $\vec{r}_0$ ke posisi akhir $\vec{r}$

- Memerlukan informasi potensial referensi $V(\vec{r}_0)$

Pontensial referensi

- Untuk kasus satu titik muatan dengan medan listrik $E \propto r^{-2}$ akan diperoleh pontensial listrik $V \propto r^{-1}$
- Syarat batas $r \to \infty$ umumnya dipilih $V \to 0$
- Atau pada suatu posisi tertentu $r = r_0$ (dapat berupa vektor) $V(r_0) = V_0$
- Nilai V_0 ini dapat dipilih berupa konstanta positif, negatif, ataupun nol

Integral garis (ulas balik)

- Integral dilakukan sepanjang suatu lintasan
- Digunakan dalam fisika untuk menghitung usaha

$$W(\vec{r}) = \int \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{s}$$

dan saat ini untuk potensial listrik

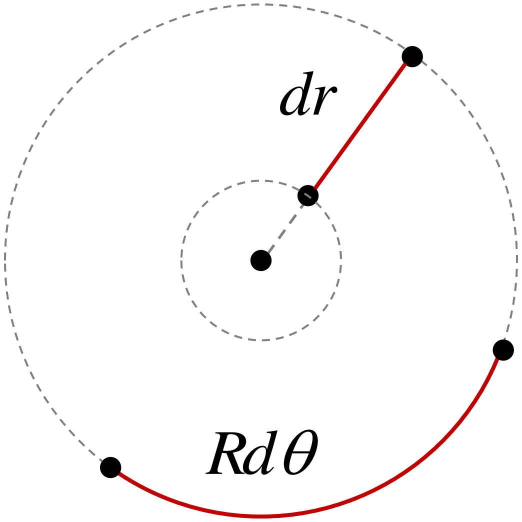
$$V(\vec{r}) = -\int \vec{E}(\vec{r}) \cdot d\vec{s}$$

dengan memperhatikan bahwa untuk potensial listrik terdapat tanda negatif

Wikipedia contributors, "Line integral", Wikipedia, The Free Encyclopedia, 12 Feb 2021, 12:25 UTC, url https://en.wikipedia.org/w/index.php?oldid=1006352375 [20210222].

Lintasan integrasi

- Dengan bentuk medan listrik $\vec{E} = E\hat{r}$ akan digunakan sistem koordinat polar (kasus 2-D) atau bola (kasus 3-D)
- Elemen panjang lintasan dapat sepanjang arah radial
  $$d\vec{s} = \hat{r}dr$$
- Elemen lintasan merupakan elemen panjang busur lingkaran berjejari R
  $$d\vec{s} = \hat{\theta}\, R d\theta$$



Satu titik muatan

- Bentuk medan listrik $\vec{E} = E\hat{r}$
- Elemen panjang lintasan $d\vec{s} = \hat{r}dr$
- Diintegralkan dari titik amat jauh $r_0 = \infty$ sampai suatu r
- Potensial referensi dipilih $V(r_0) = 0$
- Perhitungan potensial listrik menggunakan

$$V(\vec{r}) - V(\vec{r}_0) = -\int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} \vec{E}(\vec{r}) \cdot d\vec{s}$$

Satu titik muatan (lanj.)

- Variabel fungsi disederhanakan menjadi skalar

$$V(r)-V(r_0)=-\int_{r_0}^{r}\vec{E}(r)\cdot d\vec{s}$$

$$V(r)-V(r_0)=-\int_{r_0}^{r}E\hat{r}\cdot\hat{r}dr=-\int_{r_0}^{r}Edr$$

$$V(r)=V(r_0)-\int_{r_0}^{r}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_j}{r^2}dr$$

$$V(r)=V(r_0)-\frac{q_j}{4\pi\varepsilon_0}\int_{r_0}^{r}\frac{dr}{r^2}$$

$$=V(r_0)-\frac{q_j}{4\pi\varepsilon_0}\left[-\frac{1}{r}\right]_{r_0}^{r}$$

$$=V(r_0)-\frac{q_j}{4\pi\varepsilon_0}\left[-\frac{1}{r}-\left(-\frac{1}{r_0}\right)\right]$$

Satu titik muatan (lanj.)

- Dengan demikian akan diperoleh

$$V(r)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_j}{r}+\left[V(r_0)-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_j}{r_0}\right]$$

- Gunakan syarat batas yang ditetapkan sebelumnya

$$\left[\underbrace{V(r_0)}_{0}-\underbrace{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_j}{\infty}}_{0}\right]$$

$$V(r)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_j}{r}$$

Latihan

1. Suatu muatan $+Q$ berada pada pusat koordinat
   a) Tentukan potensial listriknya pada setiap posisi r bila potensial listrik pada pada $r = 3R$ adalah V_3
   b) Gambarkan kurva besar medan listriknya $E(r)$
   c) Gambarkan kurva potensial listriknya $V(r)$ sehingga dapat menunjukkan nilai potensial referensi tersebut
   d) Tentukan potensial listrik pada $r = R$

Latihan (lanj.)

- Gunakan formulasi sebelumnya

$$V(r) = V(3R) - \frac{q_j}{4\pi\varepsilon_0}\int_{3R}^{r}\frac{dr}{r^2}$$

$$= V(3R) - \frac{q_j}{4\pi\varepsilon_0}\left[-\frac{1}{r}\right]_{3R}^{r}$$

$$= V(3R) - \frac{q_j}{4\pi\varepsilon_0}\left[-\frac{1}{r} - \left(-\frac{1}{3R}\right)\right]$$

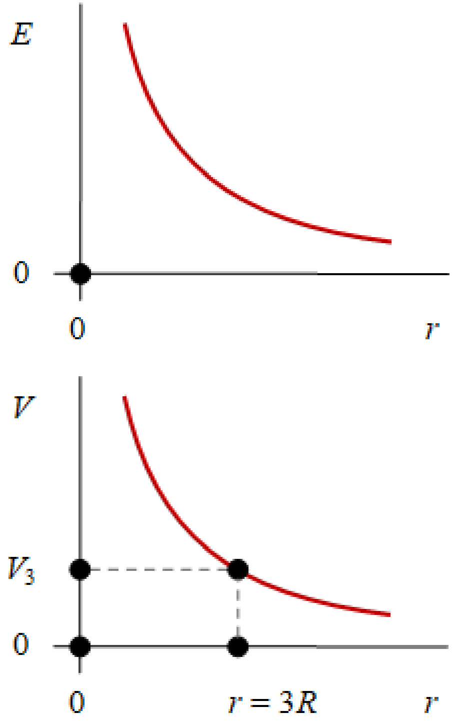
$$V(r) = V_3 + \frac{q_j}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{r} + \left(-\frac{1}{3R}\right)\right]$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_j}{r} + \left[V_3 - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_j}{3R}\right]$$

Latihan (lanj.)

- Kurva medan listrik dengan $q_j = +Q > 0$

- Selanjutnya dengan $V(3R) = V_3$



Latihan (lanj.)

- Gunakan kembali

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{+Q}{r} + \left[V_3 - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{+Q}{3R}\right]$$

untuk $r = R$ sehingga diperoleh

$$V(R) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{+Q}{R} + \left[V_3 - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{+Q}{3R}\right]$$

$$= V_3 + \frac{}{4\pi\varepsilon_0}\frac{+Q}{R}\left[\frac{1}{1} - \frac{1}{3}\right] = V_3 + \frac{}{4\pi\varepsilon_0}\frac{+2Q}{3R}$$

Latihan (lanj.)

2. Suatu muatan $-Q$ berada pada pusat koordinat
   a) Tentukan potensial listriknya pada setiap posisi r bila potensial listrik pada pada $r = 2R$ adalah V_2
   b) Gambarkan kurva besar medan listriknya $E(r)$
   c) Gambarkan kurva potensial listriknya $V(r)$ sehingga dapat menunjukkan nilai potensial referensi tersebut
   d) Tentukan potensial listrik pada $r = R$

Latihan (lanj.)

- Gunakan formulasi sebelumnya

$$V(r) = V(2R) - \frac{q_j}{4\pi\varepsilon_0} \int_{2R}^{r} \frac{dr}{r^2}$$

$$= V(2R) - \frac{q_j}{4\pi\varepsilon_0} \left[-\frac{1}{r} \right]_{2R}^{r}$$

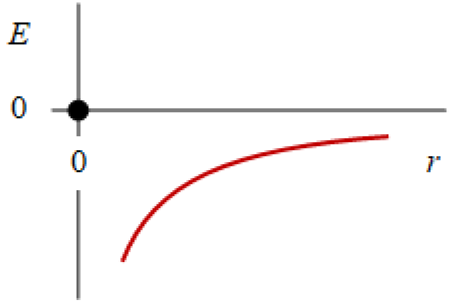
$$= V(2R) - \frac{q_j}{4\pi\varepsilon_0} \left[-\frac{1}{r} - \left(-\frac{1}{2R} \right) \right]$$

$$V(r) = V_2 + \frac{q_j}{4\pi\varepsilon_0} \left[\frac{1}{r} + \left(-\frac{1}{2R} \right) \right]$$

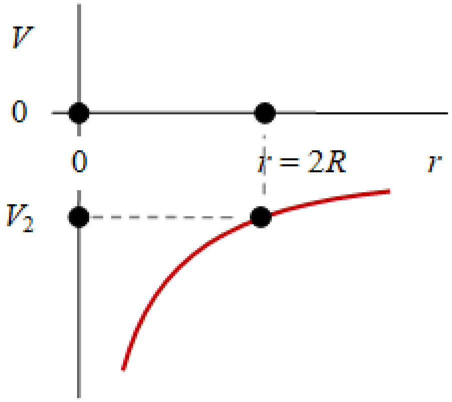
$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{-Q}{r} + \left[V_2 - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{-Q}{2R} \right]$$

Latihan (lanj.)

- Kurva medan listriknya dengan $q_j = -Q < 0$



- $V(2R) = V_2$



Latihan (lanj.)

- Gunakan kembali

$$V(r)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{-Q}{r}+\left[V_2-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{-Q}{2R}\right]$$

untuk $r = R$

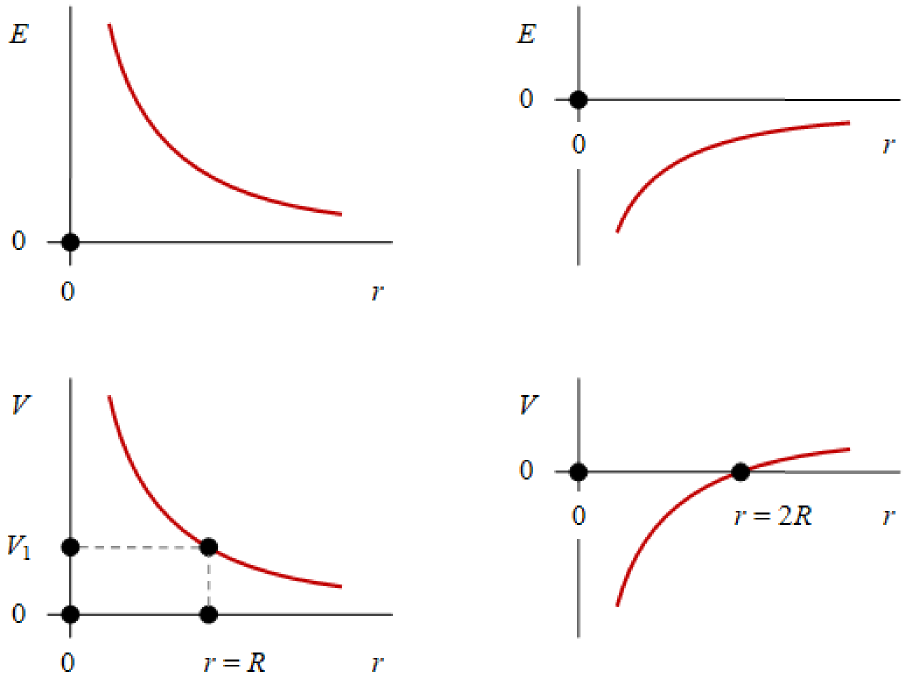
$$V(R)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{-Q}{R}+\left[V_2-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{-Q}{2R}\right]$$

$$=V_2+\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{-Q}{R}\left[1-\frac{1}{2}\right]=V_2+\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{-Q}{2R}$$

Latihan (lanj.)

3. Jelaskan fungsi fungsi medan listrik dan potensial listrik dari kedua grafik di samping ini
   a) Untuk kolom kiri
   b) Untuk kolom kanan

   Kedua kolom untuk satu titik muatan



Latihan (lanj.)

- Kolom kiri

  $q_j > 0$

  $V(R) = V_1$

- Kolom kanan

  $q_j < 0$

  $V(2R) = 0$

Terima kasih