

АСИМПТОТИКА СПЕКТРА ДВУМЕРНОГО ОПЕРАТОРА ХАРТРИ ВБЛИЗИ ЛОКАЛЬНОГО МАКСИМУМА СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ В СПЕКТРАЛЬНОМ КЛАСТЕРЕ¹

А.В. Перескоков (Москва, НИУ ВШЭ, НИУ МЭИ)
pereskocov62@mail.ru

Рассматривается задача на собственные значения для нелинейного оператора Хартри в $L^2(\mathbb{R}^2)$ [1]

$$(\mathbf{H}_0 - \varepsilon \int_{\mathbb{R}^2} \ln |q - q'| |\psi(q')|^2 dq') \psi = \lambda \psi,$$
$$\|\psi\|_{L^2(\mathbb{R}^2)} = 1,$$

где оператор

$$\mathbf{H}_0 = -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2}{\partial q_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial q_2^2} \right) + \frac{q_1^2 + q_2^2}{2}$$

является двумерным осциллятором, $\varepsilon > 0$ — малый параметр.

В работе найдена серия асимптотических собственных значений вблизи локальных максимумов собственных значений в спектральных кластерах, которые образуются около уровней энергии невозмущенного оператора:

$$\lambda_{n,m}(\varepsilon) = n+1 - \frac{\varepsilon}{2} \ln \frac{n+1}{2} - \frac{7\varepsilon\zeta(3)}{2\pi^2} - \left(m^2 - \frac{1}{2}\right) \frac{\varepsilon}{\pi^2 n^2} \ln \frac{1}{\varepsilon} + O\left(\frac{1}{n^3}\right),$$

$n \rightarrow \infty$. Здесь n имеет порядок ε^{-1} , числа $m = 0, 2, 4, \dots$, если n — четное, и $m = 1, 3, 5, \dots$, если n — нечетное. Иррациональное число $\zeta(3) \approx 1,20205$ является значением дзета-функции Римана $\zeta = \zeta(s)$. Отметим, что эта серия описывает расщепление спектра оператора Хартри и содержит члены до третьего порядка по ε .

Литература

1. Перескоков А.В. Квазиклассическая асимптотика спектра двумерного оператора Хартри вблизи локального максимума собственных значений в спектральном кластере // А.В. Перескоков // ТМФ. — 2020. — Т. 205, № 3. — С. 467–483.

¹ Результаты получены в рамках выполнения государственного задания Минобрнауки России (проект FSWF-2020-0022).

© Перескоков А.В., 2021