

Upside-Down Magic and Bimagic Squares of Orders 17 to 32 With Digits 6 and 9

Inder J. Taneja¹

The whole work is without use of any programming language.

Abstract

By *universal* we understand that the magic squares are *upside-down* and *mirror looking* independent of magic square sums. This work brings *upside-down magic* and *bimagic squares* of order 17 to 32 using only two digits {6,9}. In case of *upside-down*, the number 6 becomes 9, and 9 as 6. For the digits {1,8} and {2,5}, the magic squares are *universal*, and given in Taneja [39, 40]. The same work can easily be extended for the digits {0,1} and {0,8}. Similar kind of work for the *magic* and *bimagic squares* of orders 3-16 can be seen in author's paper [38]. In some cases, the *block-wise* constructions are also given. These are for the magic squares of orders, 18, 20, 21, 24, 25, 27, 28, 30 and 32. Moreover, in case of order 25, we have *bimagic square*, while for the case of order 24, we have *semi-bimagic square*. The whole work is without use of any programming language. It is just based on the number's combinations.

Contents

1	Introduction	3
2	Upside-down Magic Squares With Digits 6 and 9	3
2.1	Magic Square of Order 17	4
2.2	Magic Square of Order 18	6

¹Formerly, Professor of Mathematics, Federal University of Santa Catarina, Florianópolis, SC, Brazil (1978-2012). Also worked at Delhi University, India (1976-1978).

E-mail: ijthaneja@gmail.com;

Web-sites: <https://inderjtaneja.com>; <https://indertaneja.com>;

Twitter: @IJTANEJA; Instagram: @crazynumbers.

2.2.1	Blocks of Order 6	6
2.3	Magic Square of Order 19	9
2.4	Magic Square of Order 20	11
2.4.1	Blocks of Order 4	11
2.4.2	Blocks of Order 5	14
2.5	Magic Square of Order 21	17
2.5.1	Without Block	17
2.5.2	Block of Order 7	19
2.5.3	Block of Order 3	21
2.6	Magic Square of Order 22	23
2.7	Magic Square of Order 23	26
2.8	Magic Square of Order 24	28
2.8.1	Blocks of Order 6	28
2.8.2	Blocks of Order 4	31
2.8.3	Blocks of Orders 3 and 12	33
2.8.4	Semi-bimagic Square	35
2.9	Magic Square of Order 25	37
2.9.1	Magic Square	37
2.9.2	Bimagic Square	41
2.10	Magic Square of Order 26	46
2.11	Magic Square of Order 27	49
2.11.1	Without Block	49
2.11.2	Block of Order 9	53
2.12	Magic Square of Order 28	57
2.12.1	Blocks of Order 4	57
2.12.2	Blocks of Order 7	60
2.13	Magic Square of Order 29	64
2.14	Magic Square of Order 30	67
2.14.1	Blocks of Order 6	67
2.14.2	Blocks of Order 5	72
2.15	Magic Square of Order 31	75
2.16	Magic Square of Order 32	79

2.16.1	Blocks of Order 4	79
3	Appendix	84
4	Author's Contributions to Magic Squares	94

1 Introduction

In the previous paper [38], author worked with three groups together for the magic squares of orders 3 to 16. In each group there are only two digits, i.e., $\{1, 8\}$, $\{2, 5\}$ and $\{6, 9\}$. In the first and second cases, we have results as **upside-down** and **mirror looking**, while in the third case for the digits $\{6, 9\}$ the results are only **upside-down**. In the second group with the digits $\{2, 5\}$, the numbers 2 and 5 are written in digital form to have the conditions of **upside-down** and **mirror looking**. In some cases **palindromic-type magic squares** are also written. For more details refer author's work [38].

The whole work is based on combination of two digits. For example 2-digits combinations of two letters a and b give us 4 possibilities, i.e., aa, ab, ba, bb . In the similar way considering two letters 3 by 3 combinations, there are 8 possibilities, i.e., $aaa, aab, aac, abb, acc, abc, bbb, ccc$. Complete details of these types of combinations are given in Appendix 3.

This work is for the magic squares of orders 17 to 32 using two digits $\{6, 9\}$. These two numbers are always **upside-down**. In this case, 6 becomes 9 and 9 as 6. The work for the digits $\{1, 8\}$ and $\{2, 5\}$ refer Taneja [39, 40]. In some cases, the **block-wise** constructions are also given. These are for the magic squares of orders, 18, 20, 21, 24, 25, 27, 28, 30 and 32. All the magic squares are constructed in this work are **upside-down** independent of magic sums. The study of magic squares of orders 33 to 64, and then from 65 to 128 shall be given in another works.

2 Upside-down Magic Squares With Digits 6 and 9

In the previous paper [38], we worked 2 by 2 combination of numbers in different ways. For example, in case of orders 3 and 4 we worked with 2-digits combinations. In case of orders 5 to 8 we worked with 3-digits combinations. In case of orders 9 to 16 we worked with 4-digits combinations. In this work we shall work with 5-digits combinations resulting in magic squares of order 17 to 32. In case of bimagic and semi-bimagic squares, we worked with 6-digits combinations. The whole work is without use of any **programming**

language. It is just a number's combinations.

2.1 Magic Square of Order 17

Example 2.1. *The upside-down pandiagonal magic square of order 17 for the digits 6 and 9 is given below in two parts:*

17x17	pan	140303030289	140303030289	140303030289	140303030289	140303030289	140303030289	140303030289	140303030289
	6669699969	6669966666	6696699966	6699996666	6966696669	6969669999	6999669696	6999966999	9666666699
140303030289	9999966699	6666966669	6669699996	6669996699	6696696969	6699996666	6966669996	6969696999	6999666966
140303030289	9996666966	9999699969	9999966666	6666999966	6669699666	6669996669	6696669999	6699969696	6966666999
140303030289	9966666999	9969966699	9996666669	9999699996	9999996999	6666996969	6669696666	6669969996	6696696999
140303030289	9666996999	9696966966	9966699969	9969966666	9996699966	9999699666	9999996669	6666969999	6669669696
140303030289	6999969696	9666666999	9666966699	9696966669	9966699996	9969996999	9996696969	9999696666	9999969996
140303030289	6969669996	6999696999	6999966966	9666699969	9666966666	9696999966	9966699666	9969996669	9996669999
140303030289	6699969999	6966669696	6969666999	6999666699	6999966669	9666699996	9666999699	9696996969	9966696666
140303030289	6669996666	6696669996	6699996999	6966666966	6969699969	6999666666	6999999966	9666699666	9666996669
140303030289	6666996669	6669669999	6669969696	6696666999	6699966699	6966666669	6969699996	6999699699	6999996969
140303030289	9999696969	9999996666	6666969996	6669696999	6669966966	6696699969	6699966666	6966699966	6969699666
140303030289	9969999666	9996696669	9999669999	9999969696	6666966999	6669666699	6669966669	6696699996	6699999699
140303030289	9696999699	9966696969	9969996666	9996669996	9999696999	9999966966	6666999969	6669666666	6669999966
140303030289	9666699966	9666999666	9696996669	9966669999	9969969696	9996666999	9999666699	9999966669	6666999996
140303030289	6999699996	6999999699	9666696969	9666996666	9696969996	9966696999	9969966966	9996699969	9999666666
140303030289	6966666666	6969699966	6999699666	6999996669	9666669999	9666969696	9696966999	9966666699	9969966669
140303030289	6696666669	6699999996	6966699699	6969696969	6999696666	6999969996	9666696999	9666966966	9696999969
	140303030289	140303030289	140303030289	140303030289	140303030289	140303030289	140303030289	140303030289	140303030289
	1	2	3	4	5	6	7	8	9

140303030289	140303030289	140303030289	140303030289	140303030289	140303030289	140303030289	140303030289	140303030289
9666966669	9696999996	9966699699	9969996969	9996696666	9999669996	9999996999	6666966966	140303030289
6999999969	9666666666	9666999966	9696999666	9966696669	9969969999	9996669696	9999666999	140303030289
6969666699	6999666669	6999999996	9666699699	9666996969	9696996666	9966669996	9969996999	140303030289
6699966966	6966699969	6969666666	6999699966	6999996666	9666696669	9666969999	9696969696	140303030289
6669966999	6696666699	6699966669	6966699996	6969699699	6999696969	6999996666	9666669996	140303030289
6666996999	6669666966	6669999969	6696666666	6699999966	6966699666	6969696669	6999669999	140303030289
9999669696	9999966999	6666966699	6669666669	6669999996	6696699699	6699996969	6966696666	140303030289
9969969996	9996696999	9999666966	9999999969	6666966666	6669699966	6669999666	6696696669	140303030289
9696969999	9966669696	9969966999	9996666699	9999666669	9999999996	6666999699	6669696969	140303030289
9666696666	9666969996	9696996999	9966666966	9969999969	9996666666	9999699966	9999999666	140303030289
6999696669	6999969999	9666669696	9666966999	9696966699	9966666669	9969999996	9996699699	140303030289
6966696969	6969696666	6999669996	6999996999	9666666966	9666999969	9696966666	9966699966	140303030289
6696699666	6699996669	6966669999	6969669696	6999666999	6999966699	9666666669	9666999996	140303030289
6669699699	6669996969	6696696666	6699969996	6966696999	6969666966	6999699969	6999966666	140303030289
9999999966	6666999666	6669696669	6669969999	6696669696	6699966999	6966666699	6969666669	140303030289
9996699996	9999699699	9999996969	6666996666	6669669996	6669996999	6696666966	6699999969	140303030289
9966666666	9969999966	9996699666	9999696669	9999969999	6666969696	6669666999	6669966699	140303030289
140303030289	140303030289	140303030289	140303030289	140303030289	140303030289	140303030289	140303030289	140303030289
10	11	12	13	14	15	16	17	

Let's considered the two sets with 17 numbers each:

$$A := \{66669, 66696, 66699, 66966, 66999, 69666, 69696, 69996, 69999, \\ 96666, 96669, 96969, 99666, 99699, 99966, 99996, 99999\}$$

and

$$B := \{69999, 96999, 66999, 99699, 666999, 99969, 96969, 96669, 66669, \\ 99996, 69996, 69696, 99966, 66966, 99666, 69999, 66666\}$$

The number given in set B are the **upside-down** values of the one given in set A . The magic square given in Example 2.1 is constructed based 2 by 2 composition of set A with values of set B . Then the magic square sum is given by

$$S_{17 \times 17} := 140303030289 = 100000 \times 1403016 + 1430289 \quad (1)$$

where

$$\begin{aligned} \mathbf{1403016} := & 66669 + 66696 + 66699 + 66966 + 66999 + 69666 + 69696 + 69996 + 69999 + \\ & + 96666 + 96669 + 96969 + 99666 + 99699 + 99966 + 99996 + 99999 \end{aligned}$$

and

$$\begin{aligned} \mathbf{1430289} := & 69999 + 96999 + 66999 + 99699 + 66699 + 99969 + 96969 + 96669 + 66669 + \\ & + 99996 + 69996 + 69696 + 99966 + 66966 + 99666 + 96666 + 66666 \end{aligned}$$

Thus, the magic square given in Example 2.1 is an **upside-down pandiagonal magic square** of order 17 with magic sum given in equation (1).

2.2 Magic Square of Order 18

2.2.1 Blocks of Order 6

Example 2.2. *The upside-down magic square of order 18 for the digits 6 and 9 is given below in two parts:*

18x18	mgc							
6966666696	9699999966	9699999666	9699966999	6966666699	6966699969	6666666666	9999999669	9999966999
9699699969	6966966699	9699699666	6966966999	6966999966	9699666696	9966999999	6699666996	9966996699
9669699969	9669699966	6996966999	6996999666	9669666699	6996966696	9669999999	9669999669	6996669966
6996999969	6996966699	9669666999	9669699666	6996999966	9669666696	6996699999	6996666996	9669969966
6966966696	9699666699	6966999666	9699666999	9699699966	6966999969	6699666666	9966966996	6699696699
9699966696	6966699966	6966666999	6966699666	9699966699	9699999969	9999966666	6666699669	6666669966
6669666666	9996999669	9996996699	9996969966	6669666996	6669699999	6966669666	9699996996	9699966996
9996699999	6669966996	9996696699	6669969966	6669999669	9996666666	9699696999	6966969669	9699696696
9966699999	9966699669	6699969966	6699996699	9966666996	6699966666	9669696999	9669696996	6996969969
6699999999	6699966996	9966669966	9966696699	6699999669	9966666666	6996996999	6996969669	9669669969
6669966666	9996666996	6669996699	9996669966	9996699669	6669999999	6966969666	9699669669	6966996696
9996966666	6669699669	6669669966	6669696699	9996966996	9996999999	9699969666	6966696996	6966669969
6666669666	9999996996	9999996696	9999969969	6666669669	6666696999	6669666696	9996999966	9996999666
9966996999	6699669669	9966996696	6699669969	6699696996	9966969666	9996699969	6669966699	9996699666
9669996999	9669996996	6996669969	6996696696	9669969669	6996669666	9966699969	9966699966	6699966999
6996696999	6996669669	9669969969	9669996696	6996696996	9669969666	6699999969	6699966699	9966666999
6699669666	9966969669	6699696696	9966969969	9966996996	6699696999	6669966696	9996666699	6669999666
9999969666	6666696996	6666669969	6666696696	9999969669	9999996999	9996966696	6669699966	6669666999
14999999985	14999999985	14999999985	14999999985	14999999985	14999999985	14999999985	14999999985	14999999985
1	2	3	4	5	6	7	8	9

									14999999985
9999969966	6666669966	6666699999	6669669666	9996996996	9996996696	9996969969	6669669669	6669696999	14999999985
6699669966	6699699669	9966966666	9996696999	6669969669	9996696696	6669969969	6669996996	9996669666	14999999985
6996696699	9669966996	6996666666	9966696999	9966696996	6699969969	6699996696	9966669669	6699969666	14999999985
9669996699	6996699669	9669966666	6699996999	6699969669	9966669969	9966696696	6699996996	9966669666	14999999985
9966969966	9966999669	6699699999	6669969666	9996669669	6669996696	9996669969	9996696996	6669996999	14999999985
6666696699	9999966996	9999999999	9996969666	6669696996	6669669969	6669696696	9996969669	9996996999	14999999985
9699969969	6966669669	6966696999	6666666696	9999999966	9999996666	9999966999	6666666699	6666699969	14999999985
6966969969	6966996996	9699669666	9966999969	6699666699	9966999666	6699666999	6699699966	9966966696	14999999985
6996996696	9669669669	6996969666	9669999969	9669999966	6996666999	6996699666	9669966699	6996666696	14999999985
9669696696	6996996996	9669669666	6996699969	6996666699	9669966999	9669996666	6996699966	9669966696	14999999985
9699669969	9699696996	6966996999	6699666696	9966966699	6699699666	9966966999	9966999966	6699699969	14999999985
6966696696	9699969669	9699969999	9999966696	6666699966	6666666999	6666699666	9999966699	9999999969	14999999985
9996966999	6669666699	6669699969	6966666666	9699999669	9699996699	9699969966	6966666996	6966699999	14999999985
6669966999	6669999966	9996666696	9699699999	6966966996	9699696699	6966969966	6966999669	9699666666	14999999985
6699999666	9966666699	6699966696	9669699999	9669699669	6996969966	6996996699	9669666996	6996966666	14999999985
9966699666	6699999966	9966666696	6996999999	6996966996	9669669966	9669696699	6996999669	9669666666	14999999985
9996666999	9996699966	6669999969	6966966666	9699666996	6966996699	9699669966	9699699669	6966999999	14999999985
6669699666	9996966699	9996999969	9699966666	6966699669	6966669966	6966696699	9699966996	9699999999	14999999985
14999999985	14999999985	14999999985	14999999985	14999999985	14999999985	14999999985	14999999985	14999999985	14999999985
10	11	12	13	14	15	16	17	18	

It is based on the 2 by 2 combinations of 18 numbers divided in three groups of 6 each having the same sum:

$$A := 6666 + 9999 + 6969 + 9696 + 6699 + 9966 = 49995$$

$$B := 6696 + 9969 + 6669 + 9996 + 6999 + 9666 = 49995$$

$$C := 6996 + 9669 + 6669 + 9966 + 6696 + 9969 = 49995.$$

The above groups are divided in such a way that they are of same sum in 180° rotation. See below:

Upside-down:

$$A := 9999 + 6666 + 9696 + 6969 + 6699 + 9966 = 49995$$

$$B := 9969 + 6696 + 6999 + 9666 + 6669 + 9996 = 49995$$

$$C := 9669 + 6996 + 6699 + 9966 + 9699 + 6966 = 49995.$$

The three groups A, B and C give 9 magic squares of order 6 with equal magic sums. These 9 magic squares of order 6 lead us to a **block-wise upside-down magic square** of order 18 given in Example 2.2. Below are magic sums of orders 18 and 6:

$$S_{18 \times 18} := 149999999985 = 100000 \times 1499985 + 1499985 \tag{2}$$

and

$$S_{6 \times 6} := 49999999995 \tag{3}$$

2.3 Magic Square of Order 19

Example 2.3. *The upside-down pandiagonal magic square of order 19 for the digits 6 and 9 is given below in two parts:*

	pan	156696699684	156696699684	156696699684	156696699684	156696699684	156696699684	156696699684	156696699684	156696699684
	6666966669	6669699996	6669999699	6696696969	6696996669	6699969999	6966669696	6969666999	6999666966	6999969999
156696699684	9999696999	9999966666	6666999966	6669699666	6669999696	6696696666	6696969996	6699999699	6966669699	6969666699
156696699684	9969966699	9996666669	9999699996	9999999699	6666996969	6669696669	6669969999	6696669696	6696966999	6699966966
156696699684	9696966966	9966696999	9969966666	9996699966	9999699666	9999999696	6666996666	6669669996	6669999699	6696669699
156696699684	9666969699	9696666699	9696966669	9966699996	9969999699	9996696969	9999696669	9999969999	6666969696	6669666999
156696699684	6999966999	9666666966	9666996999	9696666666	9696999966	9966699666	9969999696	9996696666	9999669996	9999999699
156696699684	6969699969	6999669699	6999966699	9666666669	9666999996	9696699699	9696996969	9966696669	9969969999	9996669696
156696699684	6699969696	6966666999	6969666966	6999696999	6999966666	9666699966	9666999666	9696699696	9696996666	9966669996
156696699684	6696669996	6696999699	6699969699	6966666699	6969666669	6999699996	6999999699	9666696969	9666996669	9696669999
156696699684	6669669999	6669969696	6696666999	6696966966	6699996999	6966666666	6969699966	6999699666	6999999696	9666696666
156696699684	9999996666	6666969996	6669699969	6669969699	6696666699	6696966669	6699999996	6966699699	6969696969	6999696669
156696699684	9996696669	9999669999	9999969696	6666966999	6669666966	6669996999	6696666666	6696999966	6699999666	6966699696
156696699684	9966699696	9969996666	9996669996	9999699969	9999969699	6666966699	6669666669	6669999996	6696699699	6696996969
156696699684	9696696969	9696996669	9966669999	9969969696	9996666999	9999666966	9999996999	6666966666	6669699966	6669999666
156696699684	9666699666	9666999696	9696696666	9696969996	9966699969	9969969699	9996666699	9999666669	9999999996	6666999699
156696699684	6999699699	6999996969	9666696669	9666969999	9696669696	9696966999	9966669666	9969996999	9996666666	9999699966
156696699684	6966699966	6969699666	6999699696	6999996666	9666669996	9666999699	9696669699	9696666999	9966666669	9969999996
156696699684	6696999996	6699999699	6966696969	6969696669	6999669999	6999969696	9666666999	9666966966	9696696999	9696966666
156696699684	6669966666	6696699966	6696999666	6699999696	6966696666	6969669996	6999699969	6999969699	9666666699	9666966669
	156696699684	156696699684	156696699684	156696699684	156696699684	156696699684	156696699684	156696699684	156696699684	156696699684
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

156696699684	156696699684	156696699684	156696699684	156696699684	156696699684	156696699684	156696699684	156696699684	156696699684
9666666666	9666999966	9696699666	9696999696	9966696666	9969969996	9996699969	9999669699	9999966699	156696699684
6999666669	6999999996	9666699699	9666996969	9696696669	9696969999	9966669696	9969966999	9996666966	156696699684
6966696999	6969666666	6999699966	6999999666	9666699696	9666996666	9696669996	9696999699	9966669699	156696699684
6696966699	6699966669	6966699996	6969699699	6999696969	6999996669	9666669999	9666969696	9696666999	156696699684
6669966966	6696696999	6696966666	6699999666	6966699666	6969699696	6999696666	6999969996	9666699969	156696699684
6666969699	6669666699	6669966669	6696699996	6696999699	6699996969	6966696669	6969669999	6999669696	156696699684
9999666999	9999966966	6666996999	6669666666	6669999666	6696699666	6696999696	6699996666	6966669996	156696699684
9969999699	9996669699	9999666699	9999966669	6666999996	6669699699	6669996969	6696696669	6696969999	156696699684
9696969696	9966666999	9969966966	9996696999	9999666666	9999999666	6666999666	6669699696	6669996666	156696699684
9666969996	9696699969	9696969699	9966666699	9969966669	9996699996	9999699699	9999969699	6666996669	156696699684
6999969999	9666669696	9666966999	9696666966	9696996999	9966666666	9969999666	9996699666	9999699696	156696699684
6969696666	6999669996	6999999699	9666669699	9666966699	9696666669	9696999996	9966699699	9969996969	156696699684
6699996669	6966669999	6969669696	6999666999	6999966966	9666696999	9666966666	9696699966	9696999666	156696699684
6696699696	6696996666	6699969996	6966699969	6969669699	6999666699	6999966669	9666699996	9666999699	156696699684
6669696969	6669996669	6696669999	6696969696	6699966999	6966666966	6969696999	6999666666	6999999666	156696699684
9999999666	6666999696	6669696666	6669969996	6696699969	6696969699	6699966699	6966666669	6969699996	156696699684
9996699699	9999696969	9999966669	6666969999	6669669696	6669966999	6696666966	6696996999	6699966666	156696699684
9966699966	9969999666	9996699696	9999696666	9999969996	6666999969	6669669699	6669966699	6696666669	156696699684
9696699996	9696999699	9966696969	9969996669	9996669999	9999669696	9999966999	6666966966	6669696999	156696699684
156696699684	156696699684	156696699684	156696699684	156696699684	156696699684	156696699684	156696699684	156696699684	156696699684
11	12	13	14	15	16	17	18	19	

Let's considered the two sets with 19 numbers each:

$$A := \{66669, 66696, 66699, 66966, 66969, 66999, 69666, 69696, 69996, 69999, 96666, 96669, 96966, 96969, 99666, 99699, 99966, 99996, 99999\}$$

and

$$B := \{66669, 96999, 66999, 99699, 69699, 66999, 99969, 96969, 96669, 66669, 99996, 69996, 99696, 96969, 99966, 66966, 99666, 69999, 66666\}$$

These 19 numbers given in sets A and B are **upside-down**. Thus the magic square given in Example 2.3 is of following **magic sum**:

$$S_{19 \times 19} := 156696699684 = 100000 \times 1566951 + 1599684 \quad (4)$$

where

$$\mathbf{1566951} := 66669 + 66696 + 66699 + 66966 + 66969 + 66999 + 69666 + 69696 + 69996 + 69999 + \\ + 96666 + 96669 + 96966 + 96969 + 99666 + 99699 + 99966 + 99996 + 99999$$

$$\mathbf{1599684} := 69999 + 96999 + 66999 + 99699 + 69699 + 66699 + 99969 + 96969 + 96669 + 66669 + \\ + 99996 + 69996 + 99696 + 69696 + 99966 + 66966 + 99666 + 96666 + 66666$$

Thus, the magic square given in Example 2.3 is an **upside-down pandiagonal magic square** of order 19 with magic sum given in equation (4).

2.4 Magic Square of Order 20

2.4.1 Blocks of Order 4

Example 2.4. *The upside-down pandiagonal magic square of order 20 for the digits 6 and 9 is given below in two parts:*

20x20	pan	16666666650	16666666650	16666666650	16666666650	16666666650	16666666650	16666666650	16666666650	16666666650
	6699999666	9966699966	6669966699	9996666999	6699996666	9966699996	6669966669	9996666999	6699996999	9966699969
16666666650	6669966999	9996666699	6699999966	9966699666	6669969999	9996666669	6699999996	9966696666	6669969666	9996666696
16666666650	9996699966	6669999666	9966666999	6699966699	9996699996	6669996666	9966669999	6699966669	9996699969	6669996999
16666666650	9966666699	6699966999	9996699666	6669999966	9966666669	6699969999	9996696666	6669999996	9966666696	6699969666
16666666650	6999999666	9666699966	6666966699	9999666999	6999996666	9666699996	6666966669	9999666999	6999996999	9666699969
16666666650	6666966999	9999666699	6999999966	9666699666	6666969999	9999666669	6999999996	9666696666	6666969666	9999666696
16666666650	9999699966	6666999666	9666666999	6999966699	9999699996	6666996666	9666669999	6999966669	9999699969	6666996999
16666666650	9666666699	6999966999	9999699666	6666999966	9666666669	6999969999	9999696666	6666999996	9666666696	6999969666
16666666650	6966699666	9699999966	6669666699	9996966999	6966696666	9699999996	6669666669	9996966999	6966696999	9699999969
16666666650	6669666999	9996966699	6966699966	9699999666	6669669999	9996966669	6966699996	9699996666	6669669666	9996966696
16666666650	9996999966	6669996666	9699966999	6966666699	9996999996	6669996666	9699969999	6966666669	9996999969	6669696999
16666666650	9699966699	6966666999	9996999666	6669699966	9699966669	6966669999	9996996666	6669699996	9699966696	6966669666
16666666650	6969999666	9696699966	6669666699	9969666999	6969996666	9696699996	6669666669	9969666999	6969996999	9696699969
16666666650	6669666999	9969666699	6969999966	9696699666	6669669999	9969666669	6969999996	9696696666	6669669666	9969666696
16666666650	9969699966	6669996666	9696666999	6969966699	9969699996	6669996666	9696669999	6969666669	9969699969	6669696999
16666666650	9696666699	6969966999	9969996666	6669699966	9696666669	6969969999	9969696666	6669699996	9696666696	6969969666
16666666650	6996699666	9669999966	6699666699	9966966999	6996696666	9669999996	6699666669	9966966999	6996696999	9669999969
16666666650	6699666999	9966966699	6996699966	9669999666	6699669999	9966966669	6996699996	9669996666	6699669666	9966966696
16666666650	9966999966	6699699666	9669966999	6996666699	9966999996	6699696666	9669969999	6996666669	9966999969	6699696999
16666666650	9669966699	6996666999	9966999666	6699699966	9669966669	6996669999	9966996666	6699699996	9669966696	6996669666
	16666666650	16666666650	16666666650	16666666650	16666666650	16666666650	16666666650	16666666650	16666666650	16666666650
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

16666666650	16666666650	16666666650	16666666650	16666666650	16666666650	16666666650	16666666650	16666666650	16666666650	16666666650
6669966696	9996669666	6699996966	9966699696	6669966969	9996669699	6699996699	9966699669	6669966996	9996669966	16666666650
6699999969	9966696999	6669969699	9996669699	6699999696	9966696966	6669969966	9996669966	6699999669	9966696699	16666666650
9966669666	6699966696	9996699696	6669996966	9966669699	6699966969	9996699669	6669996699	9966669966	6699966996	16666666650
9996696999	6669999699	9966669699	6699969699	9996696966	6669999696	9966669966	6699969966	9996696699	6669999669	16666666650
6666966696	9999669666	6999996966	9666699696	6666966969	9999669699	6999996699	9666699669	6666966996	9999669966	16666666650
6999999699	9666696999	6666969699	9999666969	6999999696	9666696966	6666969966	9999666996	6999999669	9666696699	16666666650
9666669666	6999966696	9999699696	6666996966	9666669699	6999966969	9999699669	6666996699	9666669966	6999966996	16666666650
9999696999	6666999699	9666669699	6999969699	9999696966	6666999696	9666669966	6999969966	9999696699	6666999669	16666666650
6669666696	9996969666	6966696966	9699999696	6669666969	9996969699	6966696699	9699999669	6669666996	9996969966	16666666650
6966699969	9699996999	6669669699	9996966969	6966699696	9699996966	6669669966	9996966996	6966699669	9699996699	16666666650
9699969666	6966666696	9996999696	6669696966	9699969699	6966666969	9996999669	6669696699	9699969966	6966666996	16666666650
9996996999	6669699699	9699966969	6966669699	9996996966	6669699696	9699966996	6966669966	9996996699	6669699669	16666666650
6696966696	9969669666	6969996966	9696699696	6696966969	9969669699	6969996699	9696699669	6696966996	9969669966	16666666650
6969999699	9696696999	6696969699	9969666969	6969999696	9696696966	6696969966	9969666996	6969999669	9696696699	16666666650
9696669666	6969966696	9969699696	6696996966	9696669699	6969966969	9969699669	6696996699	9696669966	6969966996	16666666650
9969696999	6696999699	9696669699	6969969699	9969696966	6696999696	9696669966	6969969966	9969696699	6696999669	16666666650
6699666696	9966969666	6996696966	9669999696	6699666969	9966969699	6996696699	9669999669	6699666996	9966969966	16666666650
6996699969	9669996999	6699669699	9966966969	6996699696	9669996966	6699669966	9966966996	6996699669	9669996699	16666666650
9669969666	6996666696	9966999696	6699696966	9669969699	6996666969	9966999669	6699696699	9669969966	6996666996	16666666650
9966996999	6699699699	9669966969	6996669699	9966996966	6699699696	9669966996	6996669966	9966996699	6699699669	16666666650
16666666650	16666666650	16666666650	16666666650	16666666650	16666666650	16666666650	16666666650	16666666650	16666666650	16666666650
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	

It is based on the 2 by 2 combinations of 20 numbers:

$$\{66699, 99666, 66999, 99966, 66669, 96666, 69999, 99996, 66696, 69666, 99969, 96999, 66969, 96966, 69699, 99696, 66996, 69966, 96699, 99669\}$$

These numbers are considered in such a ways that sum of each 4 numbers is equal. See below:

$$A := 66699 + 99666 + 66999 + 99966 = 333330$$

$$B := 66669 + 96666 + 69999 + 99996 = 333330$$

$$C := 66696 + 69666 + 99969 + 96999 = 333330$$

$$D := 66969 + 96966 + 69699 + 99696 = 333330$$

$$E := 66996 + 69966 + 96699 + 99669 = 333330.$$

These groups are written in such way that each group is **upside-down** in itself with same sum. These 5 groups lead to a 25 **upside-down pandiagonal magic squares** of order 4 with equal **magic sums**. Consequently, we have a magic square order 20 given in Example 2.4 with **magic sum**:

$$S_{20 \times 20} := 16666666650 = 100000 \times 1666650 + 1666650, \quad (5)$$

where

$$1666650 := 66699 + 99666 + 66999 + 99966 + 66669 + 96666 + 69999 + 99996 + 66696 + 69666 + \\ + 99969 + 96999 + 66969 + 96966 + 69699 + 99696 + 66996 + 69966 + 96699 + 99669.$$

The **magic sum** of order 4 is given by

$$S_{4 \times 4} := \frac{16666666650}{5} = 3333333330. \quad (6)$$

2.4.2 Blocks of Order 5

Example 2.5. *The upside-down magic square of order 20 for the digits 6 and 9 is given below in two parts:*

20x20 - mgc									
6666966669	6999999996	9666669999	9999669966	6996696666	6669666699	6966699966	9699966999	9996966996	9669999666
9999669999	6996669966	6666996666	6999966669	9666699996	9996966999	9669966996	6669699666	6966666699	9699999666
6999996666	9666666669	9999699996	6996669999	6666969966	6966699666	9699966699	9996999966	9669966999	6669666996
6996699996	6666969999	6999969966	9666696666	9999666669	9669999966	6669666999	6966666996	9699999666	9996966699
9666669966	9999696666	6996666669	6666999996	6999969999	9699966996	9996999666	9669966699	6669699966	6966666999
6669966696	6699999969	9966669666	9996696699	6699696999	6696966969	6969999696	9696669699	9969699669	9966996966
9996669666	6699696699	6669996999	6699966696	9966699969	9969669699	9966999669	6696996966	6969966969	9696699696
6699996999	9966666696	9996699969	6699669666	6669996699	6969996966	9696666969	9969699696	9966969699	6696999669
6699699969	6669969666	6699996699	9966696999	9996666696	9966999696	6696969699	6969999669	9696696966	9969666969
9966696699	9996696999	6699666696	6669999969	6699969666	9696699669	9969696966	9966966969	6696999696	6969969699
6696966699	6969999966	9696666999	9969666996	9966999666	6669966669	6699999966	9966669999	9996669966	6699696666
9969666999	9966966996	6696999666	6969966699	9696699966	9996669999	6699669966	6669996666	6699966669	9966699996
6969999666	9696666699	9969699966	9966966999	6696966996	6699996666	9966666669	9996699996	6699669999	6669969966
9966999966	6696966999	6969966996	9696699666	9969666699	6699699996	6669969999	6699969966	9966696666	9996666669
9696666996	9969699666	9966966699	6696999966	6969966999	9966669966	9996696666	6699666669	6669999996	6699969999
6669666969	6966699696	9699969699	9996999669	9669996966	6666966696	6999999969	9666669666	9999696699	6996696999
9996969699	9669999669	6669696966	6966666969	9699999696	9999669666	6996696699	6666996999	6999966696	9666699969
6966696966	9699966969	9996999696	9669969699	6669699669	6999996999	9666666696	9999699969	6996669666	6666996699
9669999696	6669669699	6966699669	9699996966	9996966969	6996699969	6666969666	6999996699	9666696999	9999666696
9699996699	9996996966	9669966969	6669699696	6966669699	9666696699	9999696999	6996666966	6666999969	6999969666
16666666650	16666666650	16666666650	16666666650	16666666650	16666666650	16666666650	16666666650	16666666650	16666666650
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

										16666666650
6669966969	669999696	9966669699	9996699669	6699696966	6696966696	696999969	9696669666	9969696699	9966996999	16666666650
9996669699	6699699669	6669996966	6699966969	9966699696	9969669666	9966996699	6696996999	6969966696	9696699969	16666666650
6699996966	996666969	9996699696	6699669699	6669999669	6969996999	9696666696	9969699969	9966969666	6696996699	16666666650
6699699696	6669969699	6699999669	9966696966	9996666969	9966999699	6696969666	6969996699	9696696999	9969666696	16666666650
9966699669	9996696966	6699666969	6669999696	6699969699	9696696699	9969696999	9966966696	6696999699	6969969666	16666666650
6666966699	699999966	9666666999	9999666996	6996699666	6669666669	6966699996	9699969999	9996969966	9669996666	16666666650
9999666999	6996666996	6666999666	6999966699	9666699966	9996969999	9669969966	6669696666	6966666669	9699999996	16666666650
6999996666	9666666699	9999699966	6996666999	6666966996	6966696666	9699966669	9996999996	9669969999	6669669966	16666666650
6996699966	6666966999	6999966996	9666699666	9999666699	9669999996	6669669999	6966669966	9699996666	9996966669	16666666650
9666669996	9999699666	6996666699	6666999966	6999966999	9699969966	9996996666	9669966669	6669699996	6966669999	16666666650
6669666696	6966699969	9699969666	9996996699	9669996999	6666966969	6999999696	9666669699	9999699669	6996696966	16666666650
9996969666	9669996699	6669696999	6966666696	9699999699	9999669699	6996699669	6666996966	6999966969	9666699696	16666666650
6966696999	9699966696	9996999699	9669969666	6669696699	6999996966	9666666969	9999699696	6996669699	6666999669	16666666650
9669999699	6669669666	6966696699	9699996999	9996966696	6996699696	6666969699	6999999669	9666696966	9999666969	16666666650
9699996699	9996996999	9669966696	6669699969	6966669666	9666699669	9999696966	6996666969	6666999696	6999969699	16666666650
6696966669	6969999996	9696669999	9969669966	9966996666	6669966699	6699999666	9966666999	9996666996	6699699666	16666666650
9969669999	9966969966	6696996666	6969966669	9696699996	9996666999	6699666996	6669999666	6699966699	9966699966	16666666650
6969996666	9696666669	9969699996	9966969999	6696969966	6699999666	9966666699	9996699966	6699666999	6669966996	16666666650
9966999996	6696969999	6969969966	9696696666	9969666669	6699699966	6669966999	6699966996	9966699666	9996666699	16666666650
9696669966	9969696666	9966966669	6696999996	6969969999	9966666996	9996699666	6699666699	6669999666	6699966999	16666666650
16666666650	16666666650	16666666650	16666666650	16666666650	16666666650	16666666650	16666666650	16666666650	16666666650	16666666650
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	

It is based on the 2 by 2 combinations of 20 numbers:

$$\{66699, 99666, 66999, 99966, 66669, 96666, 69999, 99996, 66696, 69666, 99969, 96999, 66969, 96966, 69699, 99696, 66996, 69966, 96699, 99669\}$$

These 20 numbers are the same as given in Example 2.4. These numbers are already **upside-down**. These 20 numbers are divided in 4 groups of 5 each. The 4 groups give 16 **pandiagonal magic squares** of order 5, with different **magic sums**. These 16 blocks of order 5 lead us to a **upside-down magic square** of order 20 given in Example 2.5 with same magic sum as given in (5)

2.5 Magic Square of Order 21

2.5.1 Without Block

Example 2.6. *The upside-down magic square of order 21 for the digits 6 and 9 is given below in two parts:*

21x21	mgc									
6666966669	9696966699	6696696969	6669966696	9996669966	9999696699	9999969999	9996996666	9699999966	9966999999	9969999969
6669996969	6669666696	6666966966	9696966669	9999996666	9996969999	9996696699	9999669966	9969999966	9966699969	9699999999
9696966966	6696666669	6669966699	6669696969	9996996699	9999969966	9999696666	9996669999	9966699999	9969999966	9966999996
6669666699	6666996969	9696966696	6696666966	9999669999	9996696666	9996969966	9999996699	9966999969	9699999966	9966699966
6996699966	9666699999	9669999969	6999999966	6699666996	9696969666	6969696969	6966666999	6666996999	6669996999	6696699666
9669999966	6999999969	6996699999	9666699966	6966696969	6699966999	6699669696	9696969966	6696699669	6669699666	6666996999
6999999999	9669999966	9666699966	6996699969	9696969696	6969666996	6966669666	6699996969	6669699699	6696696999	6669996669
9666699969	6996699966	6999999966	9669999999	6699969666	6699696969	9696966999	6969669696	6669996666	6666996669	6669696999
9996696999	9999699699	9999996666	9996999669	9699966669	9966966966	9969966696	9966666699	6996669966	9696996666	9669996969
9999996669	9996996666	9996699699	9999696999	9969966699	9966666696	9699966966	9966966669	9666696969	6999969999	6996696699
9996999699	9999996999	9999699669	9996699666	9966666966	9969966669	9966966699	9699966696	9696996699	9669969966	9666696666
9999699666	9996699669	9996996999	9999996999	9966966696	9699966699	9966666669	9969966966	6999996666	6996696969	9696969999
6696666696	6669966966	6666966669	6666966699	6969666999	6966669696	6699966996	6699669666	9669969999	9666696699	6999969966
6699669966	6966696699	6969669999	6699996666	6666999966	6669999999	6696699969	6669699966	9996666996	9999669696	9999669999
6969696666	6699969999	6699696699	6966669966	6696699996	6669699969	6666999999	6669999966	9999969666	9996966999	9996669696
6699996699	6969669966	6966696666	6699669999	6669699999	6696699966	6669999996	6666999969	9996969696	9999966996	9999669666
6966669999	6699696666	6699969966	6969696699	6669999969	6666999996	6669699966	6696699999	9999666999	9996669666	9996966996
9699966996	9966969696	9969966999	9966669666	6996696999	9666699699	9669996666	6999996669	6699666669	6966666966	6969666966
9969969666	9966666999	9699969696	9966966996	9669999669	6999999666	6996699699	9666696999	6969666699	6699966696	6699666966
9966669696	9969966996	9966969666	9699966999	6999999699	9669996999	9666699669	6996699666	6699966966	6969666669	6966666699
9966966999	9699969666	9966666996	9969969696	9666699666	6996699669	6999996999	9669996999	6966666696	6699666699	6699966669
176666666649	176666666649	176666666649	176666666649	176666666649	176666666649	176666666649	176666666649	176666666649	176666666649	176666666649
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

										17666666649
996699996	666966696	699666696	966666969	966996699	699996966	669969699	696669969	696996666	669999669	17666666649
996699996	666966699	966996666	699996699	699666969	966666996	696969969	669999666	669969969	696669699	17666666649
969999969	666966696	699996969	966996696	966666966	699666999	669999699	696969699	696669966	669969966	17666666649
996999999	666996669	966666999	699666966	699996696	966996969	696669966	669969969	669996999	696969699	17666666649
666969966	669969696	999666669	999666966	999966696	999696669	969969966	996699669	996996999	996669666	17666666649
666999699	696966966	999966699	999696669	999666966	999966669	996996666	996669999	969996699	996696966	17666666649
666999666	669966999	999696669	999966669	999666966	999666696	996669669	996996966	996699666	969996999	17666666649
669699699	696666996	999966696	999666669	999696669	999966966	996696999	969996666	996669966	996996699	17666666649
966666999	699996699	669969966	696669999	696969969	669999996	666696696	666996969	669666999	666966966	17666666649
969699666	966996666	696969996	669999969	669969999	696669966	669666966	666966999	666696969	666996696	17666666649
699996969	699666999	669999999	696969966	696669996	669969969	666966969	669666996	666996666	666966999	17666666649
966996699	966666996	696669969	669969996	669999966	696969999	666996699	666696966	666966996	666669696	17666666649
699696666	969699696	996999666	996699699	996669699	969999669	999999969	999699999	999699966	999669996	17666666649
999696666	996669969	969996999	969699969	996996969	996699666	699666669	966666966	966996696	699966699	17666666649
999966696	996999669	996696969	996669966	969999699	969699699	966996699	699966696	699666966	966666669	17666666649
999666999	969999666	969699699	996996999	996699669	996669696	699966966	966996669	966666699	699666696	17666666649
999969696	996699699	996669966	969999696	969699666	996999699	966666966	699666699	699966669	966996696	17666666649
669996669	999699999	666696966	666996699	669666999	666969666	999669966	969699996	999996969	999699969	17666666649
696666669	999999996	669669666	666966999	666696699	666996966	999969696	999699969	999669999	969699966	17666666649
669966696	999669969	666966999	669666996	666996666	666696999	969699999	999999966	999969996	999699696	17666666649
696966696	999969966	666996999	666699666	666966996	669669669	999699996	999669696	969699969	999999999	17666666649
17666666649	17666666649	17666666649	17666666649	17666666649	17666666649	17666666649	17666666649	17666666649	17666666649	17666666649
12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	

It is based on the 2 by 2 combinations of 21 numbers:

$$\{66669, 66696, 66699, 66966, 66996, 66999, 69666, 69696, 69966, 69999, 96666, 96699, 96969, 96999, 99666, 99669, 99699, 99966, 99969, 99996, 99999\}.$$

These 21 numbers are **upside-down**. Thus the magic square given in Example 2.6 is of following **magic sum**

$$S_{21 \times 21} := 17666666649 = 100000 \times 1766649 + 1766649, \quad (7)$$

where

$$1766649 := 66669 + 66696 + 66699 + 66966 + 66996 + 66999 + 69666 + 69696 + 69966 + 69999 + 96666 + \\ + 96699 + 96969 + 96999 + 99666 + 99669 + 99699 + 99966 + 99969 + 99996 + 99999$$

We observe that even though the magic square is **upside-down**, but the magic sums may be different. Below are sum of numbers after making 180° rotation:

Upside-down:

$$1733316 := 69999 + 96999 + 66999 + 99699 + 96699 + 66699 + 99969 \\ + 96969 + 99669 + 66669 + 99996 + 66996 + 69696 + 66696 + \\ + 99966 + 69966 + 66966 + 99666 + 69666 + 96666 + 66666$$

In this case the magic sum of **upside-down magic square** is given by

$$S_{21 \times 21} := 173333333316 = 100000 \times 1733316 + 1733316. \quad (8)$$

2.5.2 Block of Order 7

Example 2.7. *The upside-down semi-magic square of order 21 for the digits 6 and 9 is given below in two parts:*

21x21	semi-mgc									
6669666669	6699666999	6969669666	9666696699	9699996969	9969999966	9999699969	6669966699	6696666966	6996669966	6999969999
9969996969	9999699966	6669699969	6699666669	6969666999	9666669666	9699996699	9969996666	9999996669	6669999999	6696666699
9666666999	9699969666	9969996699	9999696969	6669699966	6699699969	6969666669	6999966966	9966669966	9966969999	9999996666
6699699966	6969699969	9666666669	9699966999	9969969666	9999696699	6669696969	6696699669	6996699999	6999966699	9966666966
9999666966	6669696699	6699696969	6969699966	9666699969	9699966669	9969966999	9999969966	6669969999	6696699666	6996699669
9699999969	9969966669	9999666999	6669666666	6699696699	6969696969	9666699966	9966699999	9966966699	9999966966	6669969966
6969696699	9666696969	9699999966	9969999969	9999666669	6669666999	6699669666	6996669999	6999996666	9966699669	9966999999
6666966699	6699966966	6966669966	9669969999	9696999666	9996699669	9996999999	6669666696	6699666996	6969669696	9666696666
9996699666	9996999669	6666999999	6699966699	6966666966	9669969966	9696969999	9969996999	9999699699	6669699996	6699666696
9669966966	9696969966	9996669999	9996999666	6666999669	6699999999	6966666699	9666666996	9699969696	9969996666	9999696999
6699999669	6966699999	9669966699	9696966966	9996669966	9996969999	6666999666	6699699699	6969699996	9666666966	9699966996
9996969966	6666969999	6699999666	6966699669	9669999999	9696966699	9996666966	9999669696	6669696666	6699696999	6969696999
9696999999	9996666699	9996966966	6666969966	6699969999	6966699666	9669999669	9699999996	9969966696	9999666996	6669669696
6966669999	9669996666	9696999669	9996699999	9996966699	6666966966	6699969966	6969696666	9666696999	9699996999	9969999996
6669966696	6696666996	6996669696	6999996666	9966696999	9966999699	9999999996	6666966669	6699966999	6966669666	9669996699
9966969999	9999996999	6669999996	6696666696	6996666996	6999969696	9966696666	9996696969	9996999966	6666999699	6699966669
6999966996	9966669696	9966996666	9999996999	6669999699	6696699996	6996666696	9669966999	9696969666	9996696699	9996969699
6696699699	6996699996	6999966696	9966666996	9966969696	9999996666	6669996999	6699999966	6966699969	9669966669	9696966999
9999969696	6669996666	6696696999	6996699699	6999999996	9966666696	9966966996	9996969666	6666996699	6699996969	6966699966
9966699996	9966966696	9999966996	6669969696	6696696666	6996696999	6999996999	9696999969	9996666669	9996966999	6666969666
6996696666	6999996999	9966699699	9966999996	9999966696	6669966996	6696669696	6966669669	9669996969	9696999966	9996699969
176666666649	176666666649	176666666649	176666666649	176666666649	176666666649	176666666649	176666666649	176666666649	176666666649	176666666649
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

										609999943933
9966699666	9966999669	9999999999	6666966696	6699966996	6966669696	9669996666	9696996999	9996699699	9996999996	17666666649
6996666966	6999969966	9966669999	9996696999	9996999699	6666999996	6699966696	6966666996	9669969696	9696996666	17666666649
6669999669	6696699999	6996666699	9669966996	9696969696	9996696666	9996996999	6666999699	6699999996	6966666966	17666666649
9966969966	9999969999	6669999666	6699999699	6966699996	9669966696	9696966996	9996669696	9996996666	6666996999	17666666649
6999999999	9966666699	9966966966	9996969696	6666996666	6699996999	6966699699	9669999996	9696966696	9996666996	17666666649
6696669999	6996699666	6999999669	9696999996	9996666696	9996966996	6666969696	6699996666	6966696999	9669999699	17666666649
9999966699	6669966966	6696669966	6966696666	9669996999	9696999699	9996699996	9996966696	6666966996	6699969696	17666666649
9699996999	9969999699	9996999966	6669966669	6696666999	6996669666	6999996699	9966696969	9966999966	9999999699	17666666649
6969666996	9666669696	9699996666	9966996969	9999999666	6669999699	6696666669	6996666999	6999969666	9966696699	17666666649
6669699699	6699699996	6969666696	6999966999	9966669666	9966996699	9999996969	6669999666	6696699969	6996666669	17666666649
9969969696	9999696666	6669696999	6696699966	6996699969	6999966669	9966666999	9966969666	9999996699	6669996969	17666666649
9666699996	9699966696	9969966996	9999969666	6669996699	6696696969	6996699966	6999999699	9966666669	9966966999	17666666649
6699696666	6969696999	9666699699	9966699969	9966966669	9999966999	6669969666	6696696699	6996696969	6999999666	17666666649
9999666696	6669666996	6699669696	6996696699	6999996969	9966699966	9966999969	9999966669	6669966999	6696669666	17666666649
9696996969	9996699966	9996999969	6669666699	6699666966	6969669966	9666669999	9699996666	9969999669	9996999999	17666666649
6966666999	9669969666	9696996699	9969999666	9999699669	6669699999	6699666699	6969666966	9666669966	9699969999	17666666649
6666999666	6699999699	6966666669	9666666966	9699969966	9969969999	9999699666	6669699669	6699699999	6969666699	17666666649
9996669666	9996996699	6666996969	6699699669	6969699999	9666666699	9699966966	9969969966	9999669999	6669699666	17666666649
9669999699	9696966669	9996666999	9999669966	6669669999	6699699666	6969699669	9666699999	9699966699	9969969666	17666666649
6699996699	6966696969	9669999666	9699999999	9969966699	9999666966	6669669966	6699669999	6969699666	9666699669	17666666649
9996966669	6666966999	6699969666	6969669999	9666699666	9699999669	9969999999	9999666699	6669666966	6699669966	17666666649
17666666649	17666666649	17666666649	17666666649	17666666649	17666666649	17666666649	17666666649	17666666649	17666666649	664394399979
12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	

This **magic square** is constructed with the same numbers as of Example 2.6. These numbers are divided in 3 blocks of 7 each resulting in 9 **pandiagonal magic squares** of order 7 with **different magic sums**. These 9 blocks of order 7 lead us to an **upside-down semi-magic square** of order 21 with **semi-magic sums** as given in (7) and (8).

2.5.3 Block of Order 3

Example 2.8. *The upside-down semi-magic square of order 21 for the digits 6 and 9 is given below in two parts:*

21x21	semi-mgc									
969696999	6966669666	969996696	9699666669	9996699966	6666996996	6996999969	6699966999	9996969969	966666696	999699996
9699969666	9669696696	6966696999	6666999966	9699696996	9996666669	9996966999	6996969969	6699999969	6669699996	9666696666
6966696696	9699969999	9669669666	9996696996	6666966669	9699699966	6699969969	9996969969	6996966999	999696666	666966696
9696999999	9969966966	6669969696	6999966669	6966999699	9966696969	9669699666	6966669669	9699969999	9699696999	9996669666
6669966966	9696969696	9969999999	9966699699	699996969	6966966669	9699969669	9669669999	6966699666	6666969666	9699696696
9969969696	6669999999	9696966966	6966996969	9966666699	699999699	6966669999	969999666	9669669669	9996696696	6666996999
9666666669	9999699966	6669696996	6969699969	6696666999	9999969969	9696966696	996999996	6669996666	6999999999	6966966966
6669699966	9666696996	9999666669	9999966999	6969669969	6696699969	666999996	969696666	9969966696	996666966	6999969696
9999696996	6669666669	9666699966	6696669969	9999999969	6969666999	9969996666	6669966696	969699996	6966969696	9966699999
9699666669	9996699699	6666996969	6996999666	6699969669	9996969999	9666696999	9999669666	6669696696	666966669	6696699966
6666999699	9699696969	9996666699	9996966669	6996969999	669999666	6669669666	9666696696	9999696999	999999966	6969696996
9996696969	6666966699	9699699699	6699969999	9996999666	6996969669	9999696696	6669696999	966669666	6696696996	999966669
6999999969	6966966999	9966669969	9669666696	6966699996	9699996666	9699699999	9996666966	6666969696	6666966699	6699996999
9966666999	6999969969	6966999969	9699999996	9669696666	6966666696	6666966966	9699669696	9996699999	9996999699	699696969
6966969969	9966699969	6999966999	6966696666	9699966696	9669699996	9996669696	6666999999	9699666966	669996969	9996966699
6969699666	6696669669	9999969999	9696996999	9969969666	6669996696	6999966669	6966999966	9966696996	9669699969	6966666999
9999969669	6969669999	6696699666	6669969666	9696996696	9969996999	9966699966	699996996	6966966669	9699966999	9669669969
6696669999	999999666	6969669669	9969996696	6669996999	9696969666	6966996996	9966666669	6999999966	6966669969	969999969
6996966696	669999996	9996996666	9666699999	9999666966	6669669696	6969666699	6696699699	999996969	9696999666	9969969669
999699996	6996996666	6699966696	6669666966	9666669696	9999699999	9999996999	6969696969	6696666699	6669969669	9696969999
6699996666	9996966696	699699996	9999669696	6669699999	966666966	6696696969	999966699	6969699699	9969969999	666999666
17666666649	17666666649	17666666649	17666666649	17666666649	17666666649	17666666649	17666666649	17666666649	17666666649	17666666649
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

										609999945634
6669696666	6969699999	6696666966	9999969696	9696966699	9969999699	6669996969	6999999666	6966969669	9966669999	17666666649
9999666696	9999966966	6969669696	6696699999	6669999699	9696996969	9969966699	9966669669	6999969999	6966999666	17666666649
9666999996	6696669696	9999999999	6969666966	9969996969	6669966699	9696996969	6966969999	9966699666	6999969669	17666666649
6666996696	6996966669	6699999966	9996996996	9666999699	9999666999	6669669969	6969666696	6696699996	9999966666	17666666649
9996696999	9996999966	6996996996	6699966669	6669666999	9666669969	9999699969	9999999996	6969696666	6696666696	17666666649
9699669666	6699996996	9996966669	6996999966	9999669969	6669699969	9666669999	6696696666	9999966696	6969699996	17666666649
9966669696	9669666699	6966699699	9699996969	9699699666	9996669669	6666969999	6996996999	6699969666	9996996696	17666666649
6966999999	9699996999	9669696969	6966666699	6666969669	9699669999	9996699666	9996969666	6996996696	6699996999	17666666649
6999966966	6966696969	9699966699	9669699699	9996669999	6666999666	9699669669	6699996696	9996996999	6996969666	17666666649
9999996996	9696999969	9969966999	6669969969	6999966696	6966999996	9966696666	9669699999	6966669666	9699969696	17666666649
6696666669	6669966999	9696969969	9969999969	9966699996	6999966666	6966966696	9699966966	9669669696	6966699999	17666666649
6969699966	9969969969	6669999969	9696966999	6966996666	9966666696	6999999996	6966669696	9699999999	9669666966	17666666649
9996996969	9666699666	9999669669	6669669999	6969696999	6696669666	9999966966	9696966669	9969999666	6669996996	17666666649
6699966699	6669669669	9666669999	9999699666	9999969666	6969696696	6696696999	6669999666	9696996996	9969966669	17666666649
6996996999	9999669999	6669699666	9666669669	6696696696	9999969999	6969669666	9969996996	6669966669	9696999666	17666666649
9699969969	9699666696	9996699996	6666996666	6996999999	6699966966	9996969696	9666666699	9999699699	6669696969	17666666649
6966699969	6666999996	9699696666	9996666696	9996966966	6996969696	6699999999	6669699699	9666696969	9996666699	17666666649
9669666999	9996696666	6666966696	9699699996	6699969696	9996999999	6996969666	9999696969	6669666699	9666996999	17666666649
6669969999	6999996999	6966969666	9966696696	9669666669	6966699966	9699996996	9699699669	9996666999	6666969969	17666666649
9969996666	9966669666	6999996696	6966996999	9699999666	9669696996	6966666669	6666966999	9699669969	9996699969	17666666649
9696969669	6966996696	9966696999	6999969666	6966696996	9699966669	9669699966	9996669969	6666999699	9699666999	17666666649
17666666649	17666666649	17666666649	17666666649	17666666649	17666666649	17666666649	17666666649	17666666649	17666666649	664564499979
12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	

This magic square is constructed with the same numbers as of Example 2.6. These numbers are divided in 7 blocks of 3 each resulting in 21 semi-magic squares of order 3 with different semi-magic sums. These 21 blocks of order 3 lead us to an upside-down semi-magic square of order 21 with semi-magic sums as given in (7) and (8).

Remark 2.1. The aim of making magic square of order 21 given in Example 2.6 is due to the fact that the other two magic squares given in Examples 2.7 and 2.8 are semi-magic squares. It is constructed based on the self orthogonal diagonalize Latin squares. For examples of SODLS refer to H. White [3, 4].

2.6 Magic Square of Order 22

Example 2.9. The upside-down magic square of order 22 for the digits 6 and 9 is given below in two parts:

22x22	mgc									
6666666666	9966669999	9696996666	6999696969	9699666669	6969699966	9966969669	9666996666	6999999669	6666966966	9999999966
6999999666	6666966669	9699669999	9669996666	6666696699	9696966699	6996999699	9966669696	9666696996	6669966999	9996999666
9666696969	6999996996	6669966699	9696969999	9999996666	6666999999	9669966966	6999699669	9699669969	6696669669	9996699699
9696969996	9666696699	6999996969	6696666966	9669969999	9999696666	6669999996	9999669999	6666699666	6699969696	9969999669
6666996996	9669966666	9666699999	6999996699	6699966999	9999699999	9996696666	6696699966	9996696669	6966969969	9966999666
9996669696	6669996969	9999966669	9666699996	6999999999	6966969669	9999669999	9969996666	6699996999	6966699966	9966696996
6966999669	9969969969	6696696699	9999666699	9666699966	6999999966	6966696966	9996669999	9966996666	6996966666	9699696969
9966696666	6969699666	9966969996	6699999999	9996666966	9666699699	6999999666	6996969969	9969969999	6999666669	9696996699
9966969999	9699696666	6996996996	9966666666	6966999996	9969966999	9666699669	6999996999	6999669996	6666666699	9669999999
6696666669	6699966699	6966966966	6969666999	6996969669	6999669696	6666669969	6666969996	6669966666	6999969999	9669696669
9999699999	9996699996	9969999666	9966999699	9966699669	9699699666	9696996996	9669996969	9999966999	9666996696	9666696666
9999966699	9999666966	9996666999	9969969669	9966969696	9966669969	9699669996	9696966666	9669966669	9669696666	6999966966
6699966966	6966966999	6969669669	6996969696	6999669969	6666669996	6666966666	6669966669	6696666699	9666696669	9666969999
9969996696	6996996669	9999669969	9999999669	6669996996	6699966666	9666999666	9669669669	6666999966	9996699999	6966966699
6969696669	9999969696	9669999699	6666999666	6696669996	9666999669	9669666999	6666699996	9996696696	9999696699	6699966669
9669969669	9696999966	6666699669	6669969969	9666999699	9669666966	6999699999	9999696696	6966996669	9999969699	6696666666
9699699996	6999699699	6666969696	9666999966	9669666699	6996996699	9999996696	6699996669	9696966999	9669996996	6669969996
6996999966	6666669669	9666999996	9669666669	6969696969	9669996696	6696696669	9699666966	9966699999	9696999666	6666969969
6999666999	9666999999	9669666666	6966996996	9696996696	6669996669	9966666699	9966996699	6969699996	9699699669	6666669696
9666996699	9669669996	6699999666	9699696696	6666996669	9966966669	9969996969	6966999999	6996966966	9966699699	6999669669
9669669969	6696699669	9966696696	6666696669	9969966666	9996696996	6699996699	6969666699	9666996969	9966999666	6996966999
6669999699	9966996696	6999696669	9996669996	9999699666	6696669696	6966966669	9666996996	9669669696	9969999996	6969666966
186303663018	186303663018	186303663018	186303663018	186303663018	186303663018	186303663018	186303663018	186303663018	186303663018	186303663018
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

											186303663018
669999999	669666699	966969969	966696969	696699669	999969696	999666996	669996996	966999669	699699696	996996669	186303663018
669669996	669996969	966696969	696969999	999669696	996996996	696696666	999996669	699969696	996696966	966969969	186303663018
669999966	696696969	699699996	996999669	996696666	696966669	999969669	666696696	996666999	966969966	966696996	186303663018
696699969	696966969	996699999	996666669	699696669	999669669	666699696	969966969	966969969	966696666	699699966	186303663018
696969966	699696996	969966669	699666966	996999669	666999696	969696969	966969696	966696669	666699699	996699996	186303663018
699699966	699966666	666666999	996699669	669696969	966996996	966969699	966696669	666699969	969969996	969696966	186303663018
699969696	666666669	996669669	669996696	999969996	966969999	966696966	666999966	969699969	966966999	666696969	186303663018
666696969	666696669	696699696	999666666	966969996	966696999	669669696	966999669	999969669	666996966	969969669	186303663018
666699699	666996966	999666669	966969996	966696969	669999696	999999666	999969696	669666996	969699669	696969696	186303663018
966696969	966699666	999999966	966999996	969699999	969969699	996669696	996699696	996999666	999699669	999699699	186303663018
966969999	699996669	666996969	666696999	666666966	699966669	699696669	696966666	696696996	669996996	669669696	186303663018
966699669	966669999	666699696	666696996	699969966	699699669	696969969	696699966	669999996	669669999	666996699	186303663018
699996666	966969696	969699969	969969969	996669966	996699996	996999999	999669699	999969696	999996996	966999666	186303663018
969696669	996699696	966996699	699969996	966666999	669669969	699969996	996666966	969966969	696966666	666669999	186303663018
969966666	996996996	699966999	969699696	699969969	966666966	666999966	699699999	996696699	996666969	696699666	186303663018
996666996	999669966	669999666	699696999	969969996	699969696	966666699	666699996	696969699	996996669	996696699	186303663018
996696996	999969969	996996966	669669666	696966999	996669966	699969669	966666669	666699999	696696969	999666666	186303663018
996996969	999999699	999669996	999666699	666999666	696696999	996699669	699966999	966666666	699969699	669996996	186303663018
999666969	966999966	669669966	999969969	999966669	666699666	669996999	996999699	699966966	966669996	699699696	186303663018
999966699	969699996	696969696	666999669	966996969	999966666	666696666	669666999	999669996	699966699	966669969	186303663018
999966966	969969999	966669696	696699666	666699699	969696969	966996996	699969666	666996999	999969996	699966669	186303663018
966996699	996669669	699966666	966669669	669999669	666669966	969966999	969696969	699699666	666696999	999999999	186303663018
186303663018	186303663018	186303663018	186303663018	186303663018	186303663018	186303663018	186303663018	186303663018	186303663018	186303663018	186303663018
12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	

Let's consider following 22 numbers:

$$\{66666, 66669, 66699, 66966, 66999, 69669, 69696, 69969, 69996, 69999, 96666, 96669, 96696, 96699, 96969, 96996, 99666, 99669, 99699, 99966, 99996, 99999\}.$$

The above 22 numbers are considered in such a way that they are **upside-down** in pairs. See below:

$$\{66666, 99999\}, \{66669, 69999\}, \{66699, 66999\}, \{66966, 99699\}, \\ \{69669, 69969\}, \{69696, 96969\}, \{69996, 96669\}, \{96666, 99996\}, \\ \{99669, 96699\}, \{96996, 96696\}, \{99666, 99966\}.$$

Making 2 by 2 combinations of above 22 number, we get a **upside-down magic square** of order 22 with magic sum given by

$$S_{22 \times 22} := 183630336285 = 100000 \times 1836285 + 1836285 \quad (9)$$

Thus, the magic square given in Example 2.9 is an **upside-down magic square** of order 22 with **magic sum** given in (9).

2.7 Magic Square of Order 23

Example 2.10. *The upside-down magic square of order 23 for the digits 6 and 9 is given below in two parts:*

23x23	pan	193333299981	193333299981	193333299981	193333299981	193333299981	193333299981	193333299981	193333299981	193333299981	193333299981	193333299981
	6666966669	6669699996	6669999966	6696699669	6699696999	6699996699	6966696666	6969669996	6996669696	6999666999	6999966966	9666666696
193333299981	9999666696	9999966666	6666999969	6669699669	6669999666	6696696969	6699696669	6699969999	6966669966	6969666666	6996666996	6999666699
193333299981	9996666699	9996966669	9999699966	9999999666	6666999669	6669696999	6669996699	6696696666	6699669996	6699969696	6966669999	6969666966
193333299981	9966966966	9969966696	9996666666	9996999669	9999699699	9999996666	6666996969	6669696669	6669969999	6696669966	6699669666	6699966996
193333299981	9699966996	9966666699	9966966669	9969999669	9996699666	9996999669	9999696999	9999966999	6666996666	6669669996	6669969696	6696666999
193333299981	9669966999	9696966966	9699966696	9966666666	9966999669	9969996999	9996699666	9996969699	9999696669	9999969999	6666969966	6669669666
193333299981	9666669666	9666966996	9669966699	9696966669	9699999669	9966699666	9966999669	9969969999	9996696669	9996996666	9999669996	9999969696
193333299981	6999669696	6999966999	9666666966	9666966696	9669966666	9696999669	9699996999	9966699666	9966996969	9969966669	9966669999	9996969966
193333299981	6969669966	6996669666	6999666996	6999966699	9666666669	9666999669	9669999666	9696999669	9699969999	9966696699	9966996666	9969969996
193333299981	6699969996	6966669696	6969666999	6996666966	6999666696	6999966666	9666699699	9666999699	9669996666	9696969699	9699966669	9966669999
193333299981	6696669999	6699669966	6699969666	6966666996	6969666699	6996666669	6999699996	6999999666	9666699669	9666969999	9669966699	9696966666
193333299981	6669696666	6669969996	6696669696	6699666999	6699969666	6966666696	6969666666	6996699969	6999699699	6999996666	9666696969	9666966669
193333299981	9999966669	6666969999	6669669966	6669969666	6696666996	6699666699	6699966669	6966699996	6969699666	6996699669	6999696999	6999966699
193333299981	9996966969	9999696666	9999969996	6666969696	6669666999	6669966966	6696666696	6699666666	6699999699	6966699699	6969966666	6996696969
193333299981	9969996969	9996696669	9996969999	9999669966	9999969666	6666966996	6669666699	6669966669	6696699996	6696999666	6699996669	6966696999
193333299981	9966696999	9966966999	9969996666	9996669996	9996969696	9999666999	9999966966	6666966696	6669666666	6669999699	6696699699	6699699666
193333299981	9696996666	9699969699	9966696669	9966969999	9969969966	9996669666	9996966996	9999666699	9999666699	9999666699	6666999996	6669699666
193333299981	9666999669	9669969999	9696996699	9699966666	9966669996	9966969696	9969966999	9996669666	9996966696	9996666666	9999999699	6666999699
193333299981	6999996999	9666699666	9666969699	9669996669	9696969999	9699969966	9966669666	9966966996	9969966699	9996666669	9996999996	9999699966
193333299981	6996699966	6999699669	6999969999	9666696699	9666996666	9669969996	9696969696	9699966999	9966669666	9966966696	9969966666	9996699969
193333299981	6966699969	6969699699	6996699666	6999696969	6999966669	9666669999	9666969966	9669969666	9696969966	9699966699	9966666669	9966999996
193333299981	6699699996	6699999666	6966699669	6969696999	6996696699	6999696666	6999969996	9666669696	9666966999	9669966966	9696966696	9699966666
193333299981	6669966666	6696699969	6699699699	6699996666	6966696969	6969696669	6996669999	6996669996	6999696666	6999969666	9666666996	9669966669
	193333299981	193333299981	193333299981	193333299981	193333299981	193333299981	193333299981	193333299981	193333299981	193333299981	193333299981	193333299981
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

193333299981	193333299981	193333299981	193333299981	193333299981	193333299981	193333299981	193333299981	193333299981	193333299981	193333299981	193333299981	193333299981
9666966666	9669999969	9696999699	9699999666	9966696969	9966996669	9969969999	9996669966	9996969666	9999666996	9999966699	9999966699	193333299981
6999966669	9666699996	9666999966	9669999669	9696996999	9699996699	9966696666	9966969996	9969969696	9996669999	9996969696	9996969696	193333299981
6996666696	6999666666	6999999699	9666699699	9666999666	9669996969	9696996669	9699969999	9966699666	9966969666	9969969696	9969969696	193333299981
6966666699	6969666669	6996699996	6999699966	6999999669	9666696999	9666996699	9669996666	9696969996	9699969696	9966669999	9966669999	193333299981
6699666966	6699966696	6966666666	6969699969	6996699699	6999699666	6999996969	9666696669	9666969999	9669969966	9696969666	9696969666	193333299981
6669966996	6696666699	6699666669	6699999996	6966699966	6969699669	6996696999	6999696699	6999966666	9666669996	9666969696	9666969696	193333299981
6666966999	6669666966	6669966696	6696666666	6699699969	6699999699	6966699666	6969696969	6996696669	6999669999	6999969966	6999969966	193333299981
9999669666	9999966996	6666966699	6669666669	6669999996	6666999966	6699699669	6699996999	6966696699	6969696666	6996669996	6996669996	193333299981
9996669696	9996966999	9996669666	9999966696	6666966666	6669699969	6669996999	6696699666	6699969699	6699966669	6966669999	6966669999	193333299981
9966969966	9969969666	9996669996	9996966699	9996666669	9999999996	6666999966	6669699669	6669996999	6666966999	6666966999	6666966666	193333299981
9699969996	9966669696	9966669999	9969966966	9996666696	9996966666	9999699969	9999996999	6666999666	6669696969	6669966669	6669966669	193333299981
9669969999	9696969966	9699969666	9966669996	9966966699	9969966669	9996699996	9996999966	9999699669	9999969669	9999969999	6666996699	193333299981
9666696666	9666969996	9669969696	9696966999	9699966966	9966666696	9966966666	9969999969	9996699699	9996996666	9996996666	9996969699	193333299981
6999696669	6999969999	9666669966	9666969666	9669966996	9696966699	9699966669	9966699996	9966999966	9969996669	9969996669	9996696999	193333299981
6969696699	6996696666	6999669996	6999969696	9666666999	9666966966	9669966696	9696966666	9699999969	9966699699	9966996699	9966996666	193333299981
6699969699	6966696669	6969669999	6996669966	6999669666	6999966996	9666666699	9666966669	9669999996	9696999966	9699996669	9699996669	193333299981
6696696999	6699696699	6699966666	6966669996	6969669696	6996666999	6999666966	6999966696	9666666666	9666999969	9666999969	9669996999	193333299981
6669699666	6669996969	6696696669	6699669999	6699969966	6966669666	6969666996	6996666699	6999666669	6999966669	6999999996	9666699966	193333299981
9999999669	6666996999	6669696699	6669996666	6696669996	6699669696	6699966999	6966669666	6969666966	6996666666	6996666666	6999699969	193333299981
9996999699	9999699666	9999969699	6666996669	6669669999	6669969966	6696669666	6699666996	6699966699	6966666669	6966666669	6966666669	193333299981
9969999666	9996699669	9996996999	9999696699	9999966666	6666969996	6669669696	6669966999	6696669666	6699666696	6699666696	6699966666	193333299981
9966699969	9966999699	9969999666	9996696969	9996996669	9999669999	9999969966	6666969666	6669666996	6669966699	6669966699	6666666699	193333299981
9696999996	9699999666	9966699669	9966996999	9969996699	9996696666	9996969996	9999669696	9999966999	6666969666	6669666696	6669666696	193333299981
193333299981	193333299981	193333299981	193333299981	193333299981	193333299981	193333299981	193333299981	193333299981	193333299981	193333299981	193333299981	193333299981
13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23		

Let's considered the two sets with 23 numbers each:

$$A := \{66669, 66696, 66699, 66966, 66996, 66999, 69666, 69696, 69966, 69996, 69999, 96666, 96669, 96699, 96969, 96999, 99666, 99669, 99699, 99966, 99969, 99996, 99999\}.$$

and

$$B := \{69999, 96999, 66999, 99699, 96699, 66699, 99969, 96969, 99669, 96669, 66669, 99996, 69996, 66996, 69696, 66696, 99966, 69966, 66966, 99666, 69666, 96666, 66666\}.$$

The numbers given in set B are the **upside-down** values of the one given in set A . The magic square given in Example 2.10 is constructed based 2 by 2 composition of set A with values of set B . Then the magic square sum is given by

$$S_{23 \times 23} := 193333299981 = 100000 \times 1933314 + 1899981 \tag{10}$$

where

$$\begin{aligned} \mathbf{1933314} := & 66669 + 66696 + 66699 + 66966 + 66996 + 66999 + 69666 + 69696 + \\ & + 69966 + 69996 + 69999 + 96666 + 96669 + 96699 + 96969 + 96999 + \\ & + 99666 + 99669 + 99699 + 99966 + 99969 + 99996 + 99999 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{1899981} := & 69999 + 96999 + 66999 + 99699 + 96699 + 66699 + 99969 + 96969 + \\ & + 99669 + 96669 + 66669 + 99996 + 69996 + 66996 + 69696 + 66696 + \\ & + 99966 + 69966 + 66966 + 99666 + 69666 + 96666 + 66666. \end{aligned}$$

Thus, the magic square given in Example 2.10 is an **upside-down pandiagonal magic square** of order 23 with magic sum given in (10).

2.8 Magic Square of Order 24

2.8.1 Blocks of Order 6

Example 2.11. *The upside-down magic square of order 64 for the digits 6 and 9 is given below in two parts:*

24x24	mgc										
6966666666	969999669	969996699	9699969966	6966666996	6966699999	6666666669	999999669	999996666	999996999	6666666966	6666699996
9699699999	6966966996	9699696699	6966969966	6966999669	9699666666	9966999996	6699666966	9966996666	6699669999	6699699699	9966966669
9669699999	9669699669	6996969966	6996996699	9669666996	6996966666	9669999996	9669996699	6996669999	6996696666	9669966966	6996666669
6996999999	6996966996	9669669966	9669696699	6996999669	9669666666	6996699996	6996666966	9669969999	9669996666	6996699699	9669966669
6966966666	9699666996	6966996699	9699669966	9699699669	6966999999	6699666669	9966966966	6699696666	9966969999	9966996699	6699699996
9699966666	6966699669	6966669966	6966696699	9699966996	9699999999	9999966669	6666699699	6666669999	6666696666	9999966966	9999999996
6669669666	9996996996	9996996696	9996969969	6669669669	6669696999	6669666966	9999699966	9999699666	9999666999	6669666999	666999969
9996696999	6669969669	9996696696	6669969969	6669996996	9996669666	9969999969	6696666999	9969999666	6696666999	6696699966	9969966696
9966696999	9966696996	6699969969	6699996696	9966669669	6699969666	9666699969	9666699966	6999966999	6999996666	9666666999	6999966696
6699969999	6699969669	9966669969	9966696696	6699996996	9966669666	6999999969	6999966699	9666669999	9666699666	6999999666	9666666966
6669969666	9996669669	6669996696	9996669969	9996696996	6669996999	6696666966	9969966699	6696699666	9969966999	9969999666	6696699969
9996969666	6669696996	6669669969	6669696696	9996969669	9996996999	9999666966	6666999966	6669669999	6666999666	9999666999	999666699
6666966669	9999699699	9999696666	9999669999	6666966966	6666999996	6669666666	9996999669	9996996699	9996969966	6669666996	6666999999
9969999996	6696666966	9969996666	6696669999	6696699699	9969966669	9996699999	6669966996	9996696699	6669969966	6669999669	9996666666
9666699996	9666699699	6999969999	6999996666	9666666966	6999966669	9966699999	9966699669	6699969966	6699966999	9966666996	6699966666
6999999996	6999966966	9666669999	9666696666	6999996999	9666666669	6699999999	6699966996	9966669966	9966696699	6699996699	9966666666
6696666669	9969966966	6696696666	9969969999	9969996999	6696699996	6669966666	9996666996	6669996699	9996669966	9996699669	6669999999
9999666669	6666999699	6666969999	6666996666	9999666966	9999699996	9996966666	6669699669	6669669966	6669666999	9996966996	9996999999
6666666696	9999999966	9999999666	9999966999	6666666999	6666699969	6966669666	9699996996	9699966966	9699969969	6966669669	6966696999
9966999969	6699666699	9966999666	6699666999	6699699966	9966966696	9699696999	6966966699	9699696696	6966969969	6966996996	9699669666
9669999969	9669999966	6996666999	6996699666	9669966699	6996666696	9669696999	9669696996	6996969969	6996996696	9669666969	6996969666
6996699969	6996666699	9669966999	9669999666	6996699966	9669966696	6996996999	6996969669	9669669969	9669696696	6996996996	9669669666
6699666696	9966966699	6699699666	9966966999	9966999966	6699699969	6966969666	9699669669	6966996696	9699669969	9699696996	6966996999
9999966696	6666699966	6666666999	6666699666	9999966699	9999999969	9699969666	6966696996	6966669969	6966696696	9699969669	9699969999
199999999980	199999999980	199999999980	199999999980	199999999980	199999999980	199999999980	199999999980	199999999980	199999999980	199999999980	199999999980
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

												19999999980
666966696	999699966	999699966	999696699	666966699	666969969	666969666	999969696	999969696	999969969	666969669	666996999	19999999980
999699969	666996669	999699666	666996699	666999966	999666696	996999699	669669669	996999669	669669969	669669696	996996966	19999999980
996699969	996699966	669996699	669999666	996666699	669996696	966696999	966696996	699996969	699996696	966669669	699996966	19999999980
669999969	669996669	996666999	996669966	669999966	996666696	699999699	699996969	966669969	966669669	699996996	966669666	19999999980
666996696	999666699	666999666	999666699	999699966	666999969	669669666	996996969	669669669	996996996	996996996	669669699	19999999980
999696696	666969966	666966699	666969666	999696699	999699969	999969666	666996996	666996996	666996696	999969669	999969699	19999999980
696666669	969999969	969999666	969996999	696666966	696669996	666666666	999999669	999996699	999996996	666666996	666699999	19999999980
969969996	696696696	969969666	696696999	696699699	969966669	996699999	669966696	996699669	669966996	669969669	996696666	19999999980
966969996	966969699	699696999	699699666	966966966	699696669	966999999	966999669	699669966	699669669	966996996	699666666	19999999980
699699996	699696696	966966999	966969666	699699699	966966669	699669999	699666996	966996996	966996699	699669669	966996666	19999999980
696696669	969966696	696699666	969966999	969969699	696699996	669966666	996696996	669969669	996699666	996699669	669969999	19999999980
969996669	696699699	696669999	696696666	969996696	969999996	999966666	666699669	666669966	666696699	999966996	999999999	19999999980
666669666	999996996	999996696	999996999	666669669	666696999	696666696	969999966	969999666	969996699	696666699	696699969	19999999980
996699699	669966696	996699669	669966996	669969696	996696666	969969969	696696699	969969666	696696999	696699966	969966696	19999999980
966999699	966996996	699666996	699669696	966996699	699666966	966969969	966999666	699666999	699699666	966966699	699696696	19999999980
699669699	699666966	966996996	966999696	699669696	966996966	699699969	699696699	966966999	966999666	699699966	966966696	19999999980
669966966	996696966	669969696	996696996	996699696	669969699	696696696	969966699	696699966	969966699	969969966	696699969	19999999980
999996966	666696996	666669969	666696696	999996699	999996999	969996696	696699966	696669666	969996699	969996699	969999969	19999999980
666696666	999969969	999969669	999966996	666696696	666699999	666966669	999699969	999699666	999696999	666966966	666969996	19999999980
996999999	669666996	996999669	669666996	669669669	996996666	999669996	666996996	999696666	666996999	666999699	999666669	19999999980
966699999	966699669	699996996	699996699	966666996	699996666	996669996	996669969	669996999	669996666	996666966	669996669	19999999980
699999999	699996696	966666996	966696699	699999669	966666666	669999996	669996966	996666999	996669666	669999699	996666669	19999999980
669666666	996996696	669669669	996996996	996999669	669669999	666996669	999666966	666999666	999666999	999669699	666999996	19999999980
999966666	666699969	666696996	666699669	999966996	999969999	999696669	666969699	666966999	666966666	999696696	999699996	19999999980
19999999980	19999999980	19999999980	19999999980	19999999980	19999999980	19999999980	19999999980	19999999980	19999999980	19999999980	19999999980	19999999980
13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	

It is based on the 2 by 2 combinations of 24 numbers divided in four groups of 6 each having the same sum:

$$A := 66696 + 66699 + 66999 + 99666 + 99966 + 99969 = 499995$$

$$B := 69666 + 69669 + 69969 + 96696 + 96996 + 96999 = 499995$$

$$C := 66666 + 66996 + 69966 + 96699 + 99669 + 99999 = 499995$$

$$D := 66669 + 66966 + 69999 + 96666 + 99699 + 99996 = 499995$$

Let's check sum of these 4 groups in 180° rotation:

$$A := 96999 + 66999 + 66699 + 99966 + 99666 + 69666 = 499995$$

$$B := 99969 + 69969 + 69669 + 96996 + 96696 + 66696 = 499995$$

$$C := 99999 + 96699 + 99669 + 66996 + 69966 + 66666 = 499995$$

$$D := 69999 + 99699 + 66669 + 99996 + 66966 + 96666 = 499995$$

Based on above 4 groups of 6 each, we can construct 16 **upside-down magic squares** of order 6. These 16 magic square of order 6 lead us to an **upside-down magic square** of order 24 with **magic sum** given by

$$S_{24 \times 24} := 19999999980 = 100000 \times 1999980 + 1999980 \tag{11}$$

The 16 magic square of order 6 are of same sum as given in (3).

2.8.2 Blocks of Order 4

Example 2.12. *The upside-down pandiagonal magic square of order 24 for the digits 6 and 9 is given below in two parts:*

24x24	pan	19999999980	19999999980	19999999980	19999999980	19999999980	19999999980	19999999980	19999999980	19999999980	19999999980	19999999980
	6966696999	969999969	666966696	999696966	696669696	969999969	666966696	999696969	696669699	969999969	666966696	999696966
19999999980	6669669666	9996966696	6966699969	9699996999	6669669699	9996966696	6966699696	9699996966	6669669966	9996966996	6966699669	9699996699
19999999980	9996999969	6669699999	9699969666	6966666696	9996999696	6669699666	9699969699	6966666969	9996999669	6669699699	9699969966	6966666996
19999999980	9699966696	6966669666	9996996999	6669699969	9699966696	6966669699	9996996966	6669699696	9699966996	6966669966	9996996699	6669699669
19999999980	6969996999	9696699969	6696966696	9969696666	6969996966	9696699696	6696966696	9969696969	6969996699	9696699669	6696966996	9969699666
19999999980	6696969666	9969666696	6969999969	9696696999	6696969699	9969666696	6969999696	9696696966	6696969966	9969666996	6969996699	9696696699
19999999980	9969699969	6696996999	9696669666	6969966696	9969699696	6696996966	9696669699	6969966969	9969699669	6696996699	9696669966	6969966996
19999999980	9696666696	6969969666	9969696999	6696999969	9696666696	6969969699	9969696966	6696999696	9696666996	6969969966	9969696699	6696999669
19999999980	6996696999	966999969	6699666696	9966969666	6996696966	9669999696	6699666696	9966969699	6996696699	9669999669	6699666996	9966969966
19999999980	6699669666	9966966696	6996699969	9669996999	6699669699	9966966696	6996699696	9669996966	6699669966	9966966996	6996699669	9669996699
19999999980	9966999969	6699696999	9669969666	6996666696	9966999696	6699696966	9669969699	6996666969	9966999669	6699696699	9669969966	6996666996
19999999980	9669966696	6996669666	9966996999	6699699969	9669966696	6996669699	9966996966	6699699696	9669966996	6996669966	9966996699	6699699669
19999999980	6996996999	9669699969	6966966696	9699669666	6996996966	9669699696	6966966696	9699669699	6996996699	9669699669	6966966996	9699669966
19999999980	6966969666	9699666696	6996999969	9669696999	6966969699	9699666696	6996999696	9669696966	6966969966	9699666996	6996999669	9669696699
19999999980	9699699969	6966996999	9669669666	6996966696	9699699696	6966996966	9669669699	6996966969	9699699669	6966996699	9669669966	6996966996
19999999980	9666966696	6999669666	9699696999	6969999969	9666966696	6999669699	9699696966	6966999696	9666966996	6999669966	9699696699	6966999669
19999999980	6696696999	996999969	6666666696	9999696666	6696696966	9969999696	6666666969	9999696999	6696696699	9969999669	6666666996	9999699666
19999999980	6666669666	9999666696	6696699969	9969996999	6666669699	9999666696	6696699696	9969996966	6666669966	9999666996	6696699669	9969996699
19999999980	9999999969	6666696999	9969969666	6696666696	9999999696	6666696966	9969969699	6696666969	9999996699	6666696699	9969969966	6696666996
19999999980	9969966696	6696669666	9999969999	6666699969	9969966696	6696669699	9999969666	6666699696	9969966996	6696669966	9999966999	6666699669
	19999999980	19999999980	19999999980	19999999980	19999999980	19999999980	19999999980	19999999980	19999999980	19999999980	19999999980	19999999980
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

19999999980	19999999980	19999999980	19999999980	19999999980	19999999980	19999999980	19999999980	19999999980	19999999980	19999999980	19999999980	19999999980	19999999980
6966696696	9699996996	6669669669	9996969969	6966696669	9699996996	6669669669	9996969969	6966696699	9699999999	6669666666	9996966966	19999999980	19999999980
6669669969	9996969669	6966696996	9699996696	6669669996	9996969696	6966696969	9699996669	6669666966	9996966666	6966699999	9699996999	19999999980	19999999980
9996969996	6669669696	9699996999	6966696669	9996969699	6669669669	9699996996	6966696966	9996999999	6669699699	9699996966	6966666666	19999999980	19999999980
9699996669	6966699699	9996966996	6669696996	9699996996	6966699996	9996966669	6669696969	9699996666	6966669666	9996999699	6669699999	19999999980	19999999980
6969996696	9696696996	6696969669	9969669969	6969996669	9696696969	6696969696	9969669996	6969996999	9696699999	6696966666	9969669666	19999999980	19999999980
6696969969	9969669669	6969996996	9696696696	6696969996	9969669696	6969996969	9696696669	6696966966	9969666666	6969999999	9696699699	19999999980	19999999980
9969696996	6696996696	9696669969	6969969669	9969696969	6696996669	9696669996	6969969696	9969699999	6696999699	9696669666	6969966666	19999999980	19999999980
9696669669	6969969969	9969669996	6696996996	9696669696	6969969996	9969696669	6696996969	9696666666	6969966966	9969699699	6696999999	19999999980	19999999980
6996696696	9669996996	6699669669	9966969969	6996696669	9669996969	6699669696	9966969996	6996699699	9669999999	6699666666	9966966966	19999999980	19999999980
6699669969	9966969669	6996696996	9669996696	6699669996	9966969696	6996696969	9669996669	6699666966	9966966666	6996699999	9669996999	19999999980	19999999980
9966996996	6699696696	9669969969	6996669669	9966996969	6699696669	9669969996	6996669696	9966999999	6699699699	9669969666	6996666666	19999999980	19999999980
9669969669	6996669969	9966996696	6699696996	9669969696	6996669996	9966996669	6699696969	9669966666	6996669666	9966999699	6699699999	19999999980	19999999980
6996966966	9669696996	6966969669	9699669969	6996966669	9669696969	6966969696	9699669996	6996999699	9669699999	6966966666	9699666966	19999999980	19999999980
6966969969	9699669669	6996969996	9669696696	6966969996	9699669696	6996969699	9669696669	6966966966	9699666666	6996999999	9669699699	19999999980	19999999980
9699696996	6966996696	9669669969	6996969669	9699696969	6966996669	9669669996	6996969696	9699699999	6966999699	9669669666	6996966666	19999999980	19999999980
9669669669	6996969969	9699696696	6966996996	9669669696	6996969996	9699696669	6966996969	9669666666	6996966966	9699699699	6966999999	19999999980	19999999980
6999696696	9666996996	6969669669	9696969969	6999696669	9666996969	6969669696	9699699996	6999699699	9666999999	6969666666	9696966966	19999999980	19999999980
6969669969	9696969669	6999696996	9666996696	6969669996	9696969696	6999696969	9666996669	6969666966	9696966666	6999699999	9666999699	19999999980	19999999980
9696996996	6969696696	9666969969	6999669669	9696996969	6969696669	9666969996	6999669696	9696999999	6969699699	9666966966	6999666666	19999999980	19999999980
9666969669	6999669969	9696996696	6969696996	9666969696	6999669996	9696996669	6969696969	9666966666	6999666966	9696999699	6969699999	19999999980	19999999980
6696696696	9969996996	6666696669	9999699699	6696696669	9969996969	6666696966	9999699996	6696699699	9969999999	6666666666	9999669666	19999999980	19999999980
6666669969	9999969669	6696696996	9969996696	6666669996	9999969696	6696696969	9969996669	6666669666	9999966666	6696699999	9969999699	19999999980	19999999980
9999969996	6666696696	9969969969	6696669669	9999969699	6666696669	9969969996	6696669696	9999999999	6666699699	9969969666	6696666666	19999999980	19999999980
9969969669	6696669969	9999966996	6666696996	9969969696	6696669996	9999966669	6666696969	9969966666	6696666966	9999969999	6666699999	19999999980	19999999980
19999999980	19999999980	19999999980	19999999980	19999999980	19999999980	19999999980	19999999980	19999999980	19999999980	19999999980	19999999980	19999999980	19999999980
13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24		

It is based on the 2 by 2 combinations of 24 numbers considered in Example 2.11. These 24 numbers are divided in 6 groups of 4 each having the same sum.

$$A := 66696 + 69666 + 96999 + 99969 = 333330$$

$$B := 66969 + 69699 + 96966 + 99696 = 333330$$

$$C := 66996 + 69966 + 96699 + 99669 = 333330$$

$$D := 69669 + 69969 + 96696 + 96996 = 333330$$

$$E := 69696 + 69996 + 96669 + 96969 = 333330$$

$$F := 66666 + 66966 + 99699 + 99999 = 333330$$

These groups are considered in such a way that each group is with its 180° rotation numbers. These 6 groups lead us to a 36 magic squares of order 4 with equal magic sums given in (6). Consequently, these 36 blocks of order 4 gives us pandiagonal upside-down magic square of order 24 given in Example 2.12 with

magic sum given in (11).

2.8.3 Blocks of Orders 3 and 12

We observe that in the Examples 2.11 and 2.12 we worked with blocks of orders 6 and 4 respectively. Still there is an option to work with blocks of order 12 and 3. Below we shall give four blocks of order 12 with equal magic sums where each block is formed by semi-magic squares of order 3 with different magic sums.

Example 2.13. *The upside-down magic square of order 24 for the digits 6 and 9 is given below in two parts:*

24x24	mgc										
9996669666	9699669969	9996966999	6699996999	6996996696	6966699666	6669966696	6966969669	6669666699	9966699969	9669696996	9699999966
9996969969	9996666999	9699669666	6966696696	6699999666	6996996999	6669669669	6669966699	6966966696	9699996996	9966699966	9669699969
9699666999	9996969666	9996669969	6996999666	6966696999	6699996696	6966966699	6669666696	6669969669	9669699966	9699999969	9966696996
6669999969	6966996996	6669699966	9966666696	9669669669	9699966699	9996696999	9699696696	9996999666	6699969666	6996969969	6966666999
6669696996	6669999966	6966999969	9699969669	9966666699	9669666696	9996996696	9996699666	9699696999	6966669969	6699966999	6996969666
6966999966	6669699969	6669996996	9669666699	9699966696	9966669669	9699699666	9996996999	9996696696	6996969999	6966669666	6699969969
9966696999	9669696696	9699996666	6669969666	6966969969	6669666999	6699999969	6996996996	6966699966	9996666696	9699669669	9996966699
9699996696	9966699666	9669696999	6669669969	6669966999	6966969666	6966696996	6699999966	6996999969	999696669	9996666699	9699666696
9669699666	9699996999	9966696696	6966966999	6669669666	6669969969	6996999966	6966699969	6699969996	9699666699	9996966696	9996669669
6699966696	6996969669	6966666699	9996699969	9699696996	9996999966	9966669666	9669669969	9699966999	6669996999	6966996696	6669699666
6966669669	6699966699	6996966696	9996996996	9996699966	9699699969	9699969969	9966666999	9669669666	6669696696	6669996666	6966996999
6996966699	6966666696	6699969669	9699699966	9996999969	9996696996	9669666999	9699969666	9966669969	6966999666	6669696999	6669996696
9666669666	6996669969	9999966999	6999969999	9669996696	6696699666	6666966696	6699669669	6666666699	9999699969	9966996996	9969999966
9999969969	9666666999	6996669666	6696696696	6999996666	9669996999	6666669669	6666966699	6699666696	9969996996	9999699966	9966999969
6996666999	9999969666	9666669969	9669996666	6696696999	6999966696	6699666699	6666666696	6666969669	9966999966	9969999969	9999696996
6666999969	6699696996	6666699966	9999666696	9966969669	9969966699	9666696999	6996696696	9999996666	6999969666	9669969969	6696666999
6666696996	6666999966	6699699969	9969969669	9999666699	9966966696	9999966696	9666699666	6996696999	6696669969	6999966999	9669969666
6699699966	6666699969	6666996996	9966966699	9969966696	9999669669	6996699666	9999969999	9666696696	9669966999	6696669666	6999969969
9999696999	9966996696	9969996666	6666969666	6699669969	6666666999	6999999969	9669996996	6696699966	9666666696	6996669669	9999666699
9969996696	9999699666	9966996999	6666669969	6666966999	6699669666	6696696996	6999999966	9669999969	9999969669	9666666699	6996666696
9966999666	9969996999	9999696696	6699666999	6666669666	6666969969	9669999966	6696699969	6999969996	6996666699	9999666696	9666669669
6999966696	9669969669	6696666699	9666699969	6996696996	9999999966	9999669666	9966969969	9969966999	6666996999	6699696696	6666699666
6696669669	6999966699	9669966696	9999969996	9666699966	6996699969	9969969969	9999666999	9966969666	6666696696	6666996666	6699696999
9669966699	6696666696	6999969669	6996699966	9999999969	9666696996	9966966699	9969969666	9999669969	6699699666	6666696999	6666996696
19999999980	19999999980	19999999980	19999999980	19999999980	19999999980	19999999980	19999999980	19999999980	19999999980	19999999980	19999999980
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

												1999999980
999666966	969969669	999696999	669999699	699699669	696669996	666996666	696696696	666966669	996669999	966966966	969996666	1999999980
999699669	999666999	969966696	696669966	669999996	699699699	666966696	666996669	696696666	969969966	996669666	966969999	1999999980
969966999	999696666	999669669	699699996	696669969	669999669	696696669	666966666	666996696	966966666	969999999	996669966	1999999980
666999999	696696966	666966666	996666666	966966696	969966669	999669699	969969669	999699996	669966966	699699669	696669999	1999999980
666966996	666996666	696699999	969966966	996666669	966966666	999699669	999669996	969969699	696669669	669969999	699696966	1999999980
696696666	666969999	666996966	966966669	969966666	996666996	969969996	999669699	999669669	699696999	696666966	669996699	1999999980
996669969	966969669	969999996	666966966	696696699	666969999	669999999	699696966	696669666	999666666	969966966	999696669	1999999980
969999669	996669996	966969699	666966969	666996999	696696666	696669966	669996666	699699999	999696966	999666669	969966666	1999999980
966969996	969999699	996669669	696696999	666966966	666996699	699696666	696669999	669969666	969966669	999666666	999666966	1999999980
669996666	699696696	696666669	999669999	969966966	999696666	996666966	966966969	969969999	666999699	696699669	666969996	1999999980
696666996	669996669	699696666	999696966	999669666	969969999	969996699	996669999	966966966	666996669	666999996	696699699	1999999980
699696669	696666666	669996696	969969666	999699999	999666966	966966999	969966966	996669669	696699996	666969699	666999669	1999999980
966666966	699669669	999969999	699999699	966999669	666969996	666966666	669966966	666666669	999699999	996696966	996999666	1999999980
999999669	966669999	699666966	669669969	699999996	966999699	666666996	666966669	669966666	996996966	999969666	996699999	1999999980
699666999	999996696	966669669	966999996	669669969	699999669	669966669	666666666	666696696	996699666	996999999	999966966	1999999980
666699999	669966966	666669666	999966666	996696696	996996669	966669969	699669969	999999996	699966966	966999669	669666999	1999999980
666666996	666699666	669969999	996996696	999966669	996696666	999999669	966669996	699669969	669669669	699969999	966996966	1999999980
669969666	666669999	666696966	996696669	996996666	999966696	699669996	999999699	966669669	966969999	666669666	699996699	1999999980
999969669	996699669	996999996	666696696	669969669	666669999	699999999	966969966	669669666	966666666	699666966	999966669	1999999980
996999669	999969996	996699699	666669669	666696999	669966696	669666966	699996666	966999999	999966966	966666669	699666666	1999999980
996699996	996999699	999969669	669966999	666666966	666699669	966996666	669669999	699996966	699666669	999966666	966666966	1999999980
699996666	966996696	669666669	966669999	699666966	999996666	999966966	996696699	996996999	666699699	669969669	666669996	1999999980
669666996	699996669	966996666	999969966	966669666	699669999	996996699	999966999	996696696	666699669	666699996	669969669	1999999980
966996669	669666666	699966966	699669666	999999999	966669966	996696999	996996696	999966969	669969996	666669969	666699669	1999999980
1999999980	1999999980	1999999980	1999999980	1999999980	1999999980	1999999980	1999999980	1999999980	1999999980	1999999980	1999999980	1999999980
13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	

This magic square is also constructed with the same entries as of Example 2.11. As explained above these numbers lead us to a **upside-down magic square** with same magic sum given in (11).

The 24 numbers are divided in two partes of 12 each with equal sums:

$$A := 66696 + 66699 + 66999 + 69666 + 69669 + 69969 + 96696 + 96996 + 96999 + 99666 + 99966 + 99969 = 999990$$

$$B := 66666 + 66669 + 66966 + 66996 + 69966 + 69999 + 96666 + 96699 + 99669 + 99699 + 99996 + 99999 = 999990$$

Based these two groups A and B we get 4 **magic squares** of order 12 with equal **magic sums**:

$$S_{12 \times 12} := 9999999990 \tag{12}$$

These 4 magic square of order 12 with **equal magic sums** lead us to a **magic square** of order 24 as given in Example 2.13. Moreover, in each block of order 12, there are 12 blocks of order 3. These order 3 blocks are

semi-magic squares with different magic sums.

Finally, we have an **upside-down magic squares** of order 24 with 24 blocks of **semi-magic squares** of order 3 with **different magic sums**, and 4 blocks of order 12 with **equal magic sums**.

2.8.4 Semi-bimagic Square

Example 2.14. *The upside-down magic square of order 24 for the digits 6 and 9 is given below in two parts:*

24X24	mgc	semi-bi									
666969999999	999669666666	999666666699	666966999966	666999666696	999699999969	999696999996	666996666669	669669999699	996966696666	99666669699	669666996966
666999666666	999699999996	999696999969	666996666696	666969999966	999669666699	999666666666	666966999999	669699669669	996999969996	996996996969	669666696966
666966666666	999666999999	999669999966	666969666699	666996999969	999696666696	999699666669	666999999996	669666696666	996966996999	996969996966	669669669699
666996999996	999696666669	999699666696	666999999969	666966666699	999666999966	999669999999	666969666666	669696996996	996996669669	996999669696	669699969699
999666999969	666966666696	666969666669	999669999966	999696666666	666996999999	666999999966	999699666699	996966696969	669666696966	669669669699	996969996996
999696666699	666996999966	666999999969	999699666666	999666999966	666966666669	666969666696	999669999969	996996669699	669696996966	669699969699	996999669666
999669666696	666999999969	666966999966	999666666699	999699999966	666996666666	666996666699	999696999966	996969669696	669666996966	669669669699	996966696666
999699999966	666996666699	666996666666	999696999969	999669666669	666969999966	666966999999	999666666696	996999969699	669696669666	669699669699	996996669666
666699969699	999969669666	999966669699	666669969666	666699669696	999999969669	999969969996	666696669669	666699969699	999669669666	999666669699	666669996666
666699669669	999999969696	999969969669	666666669696	666669996966	999969669669	999966669666	666666996999	666699669669	999699996966	999696996669	666696669666
666666669666	999966996999	999969996966	666669669699	666696996966	999996669666	999999669669	666699969696	666666669666	999666999699	999669996666	666669669666
666696996996	999996669669	999999669696	666699969699	666666669699	999966996966	999969969996	666669669666	666696996966	999696669666	999699669666	666699969666
999966996969	666666669696	666669669669	999969969696	999966669666	666696996999	666699969666	999996669669	999666999669	666666669666	666669669666	999969969666
999996669669	666696996966	666699969699	999996669666	999966996966	666666669669	666669669666	999969969669	999696669666	666696996966	666699969666	999966669666
999969669666	666669996969	666666996996	999966669669	999999969669	666696669666	666696669669	999969969666	999666966696	666669669666	666666996996	999966669666
999999969669	666699669666	666696669666	999996969666	999969669666	666666996966	666666996966	999966669666	999666966696	666696669666	666699669666	999966669666
669669999699	996966669666	996966669699	669666999666	669696669696	996999996669	996996999696	669666669669	666669999999	999696666666	999666666699	666669999666
669699669669	996999996966	996996999669	669696669696	669669999666	996969669669	996966669666	669666999669	666699666669	999699999996	999699999669	666696666696
669666669666	996966999699	996969999666	669669669699	669696999669	996996669666	996999669669	669699999696	666666666666	999669999999	999699999666	666669666699
669696999696	996996669669	996999669696	669699996669	669666669699	996966999666	996969999699	669669669666	666696999996	999696666669	999699666666	666699999699
996966999669	669666669696	669669669669	996969999696	996996669666	669696999669	669699996666	996996669669	999666999669	666666666696	666669666669	999699999666
996996669669	669696999666	669699996999	996999669666	996966999696	669666669669	669666669669	996969996669	999666666699	666696999666	666699999999	999699666666
996969669696	669669999669	669666999696	996966669669	996999996999	669696669666	669696669699	996996999666	999696666696	666669999669	666666999996	999666666669
996999996666	669699669699	669696669666	996996999669	996969669669	669669999696	669666999669	996966669696	999699999666	666696666699	666696666666	999696999699
1999999999980	1999999999980	1999999999980	1999999999980	1999999999980	1999999999980	1999999999980	1999999999980	1999999999980	1999999999980	1999999999980	1999999999980
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

													199999999980
669699669696	996999996969	996996996996	669696669669	666699996999	999969666966	999966666999	666669996666	666699666996	999999996669	999969996966	666696666969	199999999980	
669669996966	996969669699	996966669666	669666996999	666699666969	999999996966	999969996669	666696666996	666669996666	999969666999	999966666966	666669996969	199999999980	
669696996969	996996669696	996999669669	669699996996	666666666966	999966996969	999969996666	666669666999	666696996669	999966666996	999999666966	666699996969	199999999980	
669666666969	996966996966	996969996999	669669666966	666696996966	999966666969	999996666969	666699996669	666666666999	999966996666	999969996969	666696666966	199999999980	
996996669666	669696996999	669699996966	996999669699	999966996669	666666666996	666669666969	999969996966	666696996966	666699996669	666696996666	999996669999	199999999980	
996966996966	669666666969	669669669696	996969996969	999966666999	666696996669	666699996669	999966666966	999966996966	666666666969	666669666966	999969996669	199999999980	
996999996999	669699669666	669696669696	996996996966	999966666999	666669996669	666666996669	999966666966	999999996969	666696669666	666696669666	999969996669	199999999980	
996969669669	669669996996	669666996969	996966669669	999999996669	666696669669	666696669669	999969996966	999966669669	666696669666	666696669666	999969996669	199999999980	
669996669666	996999996669	996969996966	669966669669	669699999999	996969666666	996966666669	669666999966	669696666666	996999996969	996969999966	669696666669	199999999980	
669699996666	996696669999	996666669666	669669996999	669696666669	996999999996	996969999969	669696666666	669669999966	996696669999	996666669666	669666999999	199999999980	
669969996669	996696669996	996699669669	669999996966	669666666666	996966999999	996969999966	669669666669	669696999969	996696669996	996699669669	669669999966	199999999980	
669666669999	996666999666	996699996966	669696669666	669696999966	996966666669	996996666669	669699999969	669666666669	996666999666	996699996966	669669666669	199999999980	
999696669666	669699996969	669699996666	999696669999	996966999969	669666666669	669669666669	999699999966	999696666666	669696999966	669699996666	999696669999	199999999980	
999666999666	669666669669	669696669666	999669996669	996966666669	669696999966	669699999966	999666999966	999666666669	669666666669	669666666669	999669996669	199999999980	
999699996999	669699669666	669696669666	999696999666	996969666669	669666999969	669666999966	999666666669	999699999966	669696666666	669696666666	999699996999	199999999980	
999669669669	669669996996	669666996969	999666669996	996969999966	669666666669	669669666669	999666999966	999666666669	669666666666	669666666666	999669669669	199999999980	
666699666966	999699996969	999696996966	666696669669	666699999999	996969666666	996966666669	666696669666	666699669666	999696996969	999696996966	666696669669	199999999980	
666669999966	999669666999	999666669666	666666999999	666699669669	996999999996	996969999969	666696669666	666669996666	999669669999	999666669666	666666999999	199999999980	
666696999969	999666669996	999699669669	666699996966	666696666666	996966999999	996969999966	666696669669	666696996666	999666996969	999666669666	666696669669	199999999980	
666666669999	999666999666	999699996966	666696666666	666696996966	996966666669	996996666669	666696669666	666666669999	999666996969	999666669666	666666669999	199999999980	
999696669666	669699996969	669699996666	999696669999	996966996969	669666666669	669669666669	999666996966	999666666669	669696669666	669699996666	999696669669	199999999980	
999666999666	669696669666	669696669666	999669996669	996966996969	669666666669	669669666669	999666996966	999666666669	669696669666	669696669666	999666999666	199999999980	
999699996999	669699669666	669696669666	999696996669	996969666669	669666996969	669669666669	999666996966	999666669999	669696669666	669696669666	999699996999	199999999980	
999669669669	669669996996	669666996969	999666669996	996969996969	669666666669	669669666669	999666996966	999666669999	669696669666	669696669666	999669669669	199999999980	
199999999980	199999999980	199999999980	199999999980	199999999980	199999999980	199999999980	199999999980	199999999980	199999999980	199999999980	199999999980	199999999980	
13	14	15	16	17	19	19	20	21	22	23	24		

It is based on the 2 by 2 combinations of 24 numbers of 6-digits. These are divided in 3 groups of 8 each with equal sums. See below:

$$A := 666666 + 666669 + 666696 + 666699 + 999966 + 999969 + 999996 + 999999 = 6666660$$

$$B := 666966 + 666969 + 666996 + 666999 + 999666 + 999669 + 999696 + 999699 = 6666660$$

$$C := 669666 + 669669 + 669696 + 669699 + 996966 + 996969 + 996996 + 996999 = 6666660$$

After making 180° rotations in the above three groups A, B, and C, we again get same sums in each case. See below

$$A := 999999 + 699999 + 969999 + 669999 + 996666 + 696666 + 966666 + 666666 = 6666660$$

$$B := 996999 + 696999 + 966999 + 666999 + 999666 + 699666 + 969666 + 669666 = 6666660$$

$$C := 999699 + 699699 + 969699 + 669699 + 996966 + 696966 + 966966 + 666966 = 6666660$$

Even though the numbers are different but the sum is same in both the cases. Thus it is a **upside-down magic squares** of order 24 with **magic sums**:

$$S_{24 \times 24} := 19999999999980 = 1000000 \times 19999980 + 19999980 \quad (13)$$

where

$$\begin{aligned} 19999980 := & 666666 + 666669 + 666696 + 666699 + 999966 + 999969 + 999996 + 999999 + \\ & 666966 + 666969 + 666996 + 666999 + 999666 + 999669 + 999696 + 999699 + \\ & 669666 + 669669 + 669696 + 669699 + 996966 + 996969 + 996996 + 996999 \end{aligned}$$

The 9 blocks of order 8 are also **pandiagonal magic squares** with equal **magic sums**:

$$S_{8 \times 8} := 666666666660 = 1000000 \times 6666660 + 6666660 \quad (14)$$

Moreover the magic square given in Example 2.14 is **semi-bimagic square** with **semi-bimagic sum**

$$Sb_{24 \times 24} := 1719415777078837889604 \quad \text{only rows and columns} \quad (15)$$

Also, each block of order 8 is a **bimagic square** with **different bimagic sums**

This work is with 12-digits distributions of two numbers 6 and 9. This gives **semi-bimagic square** of order 24 as given in Example 2.14. The Examples 2.11, 2.12 and 2.13 are magic squares formed by blocks of magic squares of orders 6, 4, 12 (or 3) with two numbers 6 and 9 are with 10-digits.

2.9 Magic Square of Order 25

2.9.1 Magic Square

Example 2.15. *The upside-down magic square of order 25 for the digits 6 and 9 is given below in three parts:*

25X25	pan	20999999979	20999999979	20999999979	20999999979	20999999979	20999999979	20999999979
	6666966669	6966699666	9666669666	9966699999	9999966666	9699996999	9999666999	6699699996
20999999979	9966669666	9999999999	6666996666	6966666669	9666699666	6699999996	6999969999	9699966996
20999999979	6966696666	9666666669	9966699666	9999969666	6666999999	9999666996	6699696999	6699966999
20999999979	9999996666	6666969666	6966699999	9666696666	9966666669	6999966999	9699999996	9999669999
20999999979	9666699999	9966696666	9999966669	6666999666	6966669666	6699669999	6699966996	6999969999
20999999979	9996669966	6669999969	6969669969	9669966966	9696996996	9669699966	9966996699	9969966699
20999999979	9669969969	9696966966	9996696996	6669969966	6969699969	6669666699	6966996969	9669669696
20999999979	6669996996	6969669966	9669999969	9696969969	9996666966	9966969696	9969999966	6669696699
20999999979	9696999969	9996669969	6669966966	6969696996	9669969966	6966996699	9669666699	9966996969
20999999979	6969666966	9669996996	9696969966	9996699969	6669969969	9969996969	6669669696	6966999966
20999999979	9699996696	9999666696	6699699669	6699969669	6999996999	6996666669	6996999666	9699669666
20999999979	6699996669	6999969669	9699996999	9999696696	6699666696	9996969666	6696699999	6996696666
20999999979	9999699699	6699696696	6699966696	6999996669	9699969669	6996996666	9699666669	9996999666
20999999979	6999966696	9699996669	9999669669	6699699699	6699996696	6696699666	6996669666	6996999999
20999999979	6699669669	6699996999	6999996696	9699966696	9999699669	9699699999	9996996666	6696666669
20999999979	9669696999	9966966999	9969999996	6669669999	6966966996	6666969966	6966699969	9666669969
20999999979	6669699996	6966969999	9669666996	9966996999	9969966999	9966669969	9999966966	6666996996
20999999979	9966966996	9969996999	6669666999	6966999996	9669669999	6966696996	9666669966	9966699969
20999999979	6966966999	9669699996	9966969999	9969966996	6669696999	9999999969	6666969969	6966666966
20999999979	9969969999	6669666996	6966996999	9669666999	9966999996	9666666966	9966696996	9999969966
20999999979	6996699966	6996996699	9699666699	9996996969	6696669696	9996696696	6669966696	6969699669
20999999979	9996966699	6696696969	6996669696	6996999966	9699696699	9669999669	9696969669	9996699699
20999999979	6996969696	9699699966	9996996699	6696666699	6996696969	6669999699	6969696696	9669966696
20999999979	6696696699	6996666699	6996996969	9699669696	9996999966	9696966696	9996699669	6669969669
20999999979	9699696969	9996969696	6696699966	6996696699	6996966699	6969669669	9669999699	9696996696
	20999999979	20999999979	20999999979	20999999979	20999999979	20999999979	20999999979	20999999979
	1	2	3	4	5	6	7	8

20999999979	20999999979	20999999979	20999999979	20999999979	20999999979	20999999979	20999999979	20999999979
6699969999	6999966996	6996669966	6996999969	9699669969	9996966966	6696696996	9996699966	6669996699
9999696999	6699666999	9996969969	6696666966	6996696996	6996969966	9699699969	9669966699	9696996969
6999999996	9699969999	6996996996	9699669966	9996999969	6696669969	6996666966	6669969696	6969699966
6699666996	6699996999	6696699969	6996669969	6996966966	9699696996	9996969966	9696996699	9996666699
9699966999	9999699996	9699666966	9996996996	6696669966	6996699969	6996969969	6969696969	9669969696
6669696969	6966969696	6666996696	6966666696	9666699669	9966669669	9999996999	9699966669	9999699666
9966999966	9969996699	9966699669	9999969669	6666999699	6966696696	9666666696	6699969666	6999999999
6966966699	9669696969	6966699699	9666696696	9966666696	9999996699	6666969669	9999696666	6699666669
9969969696	6669699966	9999966696	6666999669	6966669669	9666699699	9966696696	6999996666	9699969666
9669696699	9966966699	9666669669	9966699699	9999966696	6666966696	6966699669	6699699999	6699966666
9996999999	6696696666	9996696999	6669966999	6969699996	9669969999	9696966996	9669669966	9966999969
6996966669	9699699666	9669999996	9696969999	9996666996	6669996999	6969666999	6669669969	6966966966
6696669666	6996699999	6669966996	6969696999	9669966999	9696999996	9996669999	9966996996	9969969966
9699696666	9996966669	9696966999	9996699996	6669969999	6969666996	9669996999	6966999969	9669669969
6996699666	6996969666	6969669999	9669966996	9696996999	9996666999	6669999996	9969966966	6669696996
9966666966	9999996996	9699999966	9999696699	6699666699	6699996969	6999969696	6996696696	6996966696
6966669966	9666699969	6699966699	6999969699	9699969696	9999699966	6699696699	9996999669	6696669669
9999969969	6666966966	9999669696	6699699966	6699996699	6999966699	9699996969	6996999699	9699696696
9666696996	9966669966	6999966699	9699966699	9999696969	6699669696	6699999966	6696666696	6996699669
6666999969	6966669969	6699696969	6699969696	6999999966	9699996699	9999666699	9699669669	9996999699
9669969669	9696999699	9669666669	9966999666	9969969666	6669699999	6966996666	6666996999	6966666999
6669996696	6969666696	6669669666	6966999999	9669696666	9966966669	9969999666	9966699996	9999969999
9696999669	9996669669	9966996666	9969966669	6669699666	6966969666	9669699999	6966666996	9666696999
6969699699	9669996696	6966999666	9669669666	9966999999	9969996666	6669666669	9999966999	6666999996
9996666696	6669999669	9969999999	6669696666	6966966669	9669699666	9966969666	9666669999	9966666996
20999999979	20999999979	20999999979	20999999979	20999999979	20999999979	20999999979	20999999979	20999999979
9	10	11	12	13	14	15	16	17

20999999979	20999999979	20999999979	20999999979	20999999979	20999999979	20999999979	20999999979	20999999979
6969666699	9669996969	9696969696	9669696696	9966966696	9969996699	6669669669	6966999699	20999999979
9996669696	6669999666	6969696699	6669699669	6966969669	9669699699	9966996696	9969966696	20999999979
9669996699	9696966699	9996696969	9966999699	9969996696	6669666696	6966999669	9669669669	20999999979
6669996969	6969669696	9669999666	6966966696	9669699669	9966969669	9969996999	6669696696	20999999979
9696999666	9996696699	6669966699	9969969669	6669699699	6966996696	9669666696	9966999669	20999999979
6699669666	6699999999	6999996666	6996696999	6996966999	9699699996	9996969999	6696666996	20999999979
9699996666	9999666669	6699699666	9996999996	6696669999	6996666996	6996996999	9699666999	20999999979
6699996666	6999969666	9699999999	6996966996	9699696999	9996966999	6696699996	6996669999	20999999979
9999699999	6699696666	6699966669	6696666999	6996699996	6996969999	9699666996	9996996999	20999999979
6999966669	9699996666	9999669666	9699669999	9996966996	6696696999	6996666999	6996999996	20999999979
9969969969	6669666966	6966996996	6666999666	6966696699	9666666699	9966696969	9999969696	20999999979
9669696996	9966969966	9969999699	9966666699	9999996969	6666969696	6966699966	9666696699	20999999979
6669699969	6966969969	9669666966	6966669696	9666699966	9966696699	9999966699	6666996969	20999999979
9966966966	9969996996	6669669966	9999996699	6666966699	6966696969	9666669696	9966699966	20999999979
6966969966	9669699969	9966969969	9666696969	9966669696	9999999666	6666996699	6966666699	20999999979
9699699669	9996969669	6696699699	9996666669	6669999666	6969669666	9669999999	9696996666	20999999979
6996699699	6996996696	9699666696	9669969666	9696999999	9996696666	6669966669	6969699666	20999999979
9996966696	6696699669	6996669669	6669996666	6969666669	9669999666	9696969666	9996699999	20999999979
6996969669	9699699699	9996996696	9696999666	9996669666	6669999999	6969696666	9669966669	20999999979
6696696696	6996666696	6996999669	6969699999	9669996666	9696966669	9996699666	6669969666	20999999979
9666699996	9966669999	9999966996	9699969966	9999699969	6699669969	6699966966	6999969996	20999999979
6666966996	6966696999	9666666999	6699969969	6999966966	9699996996	9999669966	6699699969	20999999979
9966666999	9999999996	6666969999	9999696996	6699669966	6699999699	6999969969	9699966966	20999999979
6966669999	9666666996	9966696999	6999999699	9699969969	9999666966	6699696996	6699969966	20999999979
9999996999	6666966999	6966699996	6699666966	6699996996	6999969966	9699999699	9999669969	20999999979
20999999979	20999999979	20999999979	20999999979	20999999979	20999999979	20999999979	20999999979	20999999979
18	19	20	21	22	23	24	25	

It is based on the 2 by 2 combinations of 25 numbers:

$$\{66669, 66696, 66699, 66966, 66996, 66999, 69666, 69669, 69696, 69966, 69969, 69999, 96666, 96696, 96699, 96969, 96996, 96999, 99666, 99669, 99699, 99966, 99969, 99996, 99999\}.$$

These 25 numbers are **upside-down**. Thus the **magic square sum** is given by

$$S_{25 \times 25} := 20999999979 = 100000 \times 2099979 + 2099979, \quad (16)$$

where

$$2099979 := 66669 + 66696 + 66699 + 66966 + 66996 + 66999 + 69666 + 69669 + 69696 + \\ + 69966 + 69969 + 69999 + 96666 + 96696 + 96699 + 96969 + 96996 + \\ + 96999 + 99666 + 99669 + 99699 + 99966 + 99969 + 99996 + 99999.$$

It is **block-wise pandiagonal magic square** of order 25 where each block of order 5 is also a **pandiagonal** with different **magic sums**.

We observe that even though the magic square is **upside-down** but the **magic sums** may be different. Let's see below the number's sum in case of 180° rotation:

Upside-down:

$$69999 + 96999 + 66999 + 99699 + 96699 + 66699 + 99969 + 69969 + 96969 + \\ + 99669 + 69669 + 66669 + 99996 + 96996 + 66996 + 69696 + 96696 + \\ + 66696 + 99966 + 69966 + 66966 + 99666 + 69666 + 96666 + 66666 := 2066646$$

In this case the magic sum of **upside-down magic square** is:

$$S_{25 \times 25} := 206666666646 = 100000 \times 2066646 + 2066646. \quad (17)$$

Remark 2.2. One can also calculate single magic sum in both the cases, using column-wise procedure as seen in Examples 2.1, 2.3 and 2.10.

2.9.2 Bimagic Square

Example 2.16. The *upside-down pandiagonal bimagic square* of order 25 for the digits 6 and 9 is given below in three parts:

25x25-bi	pan	199999999980	199999999980	199999999980	199999999980	199999999980	199999999980	199999999980
	666666666666	66969969969	696696669669	969969996996	996996669666	969696969696	996966696666	666996996969
199999999980	969969669669	996996996996	666666696696	669669666666	696696969969	669666996969	696669696669	969696666996
199999999980	669669696696	696696666666	969969969969	996996669669	666666996996	996969666996	666996969696	669666696666
199999999980	996996969969	666666696669	669669996996	696696669666	969969666666	696669669666	969696996969	996969696669
199999999980	696696996996	969969696696	996996666666	666666969969	669669669669	666996696669	669666669966	696669969696
199999999980	996669669996	666696996696	669969696666	696996666969	969666969669	69699966669	969996696996	996666666966
199999999980	696996696666	969666669696	996669969669	666696669996	669969966966	666669666696	669696966666	696966699696
199999999980	666696969669	669969669996	696996996696	969666696666	996669666969	969996669969	996666996669	666669696996
199999999980	969666996696	996669696666	666696666969	669969969669	696996669996	669696696996	696969666696	969996969666
199999999980	669969666969	696996969669	969666699966	996669966966	666696696666	996666969666	666669669969	669696996669
199999999980	969696696969	996969666669	666996999666	669666696966	696669996666	669996666666	696666969969	969669669669
199999999980	669666969996	696669669696	969696996666	996969696969	666996666669	996696669669	666696996996	669996696696
199999999980	996969996666	666996696969	669666666669	696669969996	969696669696	696666696696	969669666666	996696969969
199999999980	696669666669	969696969996	996969669696	666996996666	669666696969	666996996969	669996669669	696666996996
199999999980	666996669696	669666996666	696669696969	969696666669	996969969996	969669996996	996696696696	666969666666
199999999980	696969969696	969996669666	996666996969	666696966669	669696666996	666666699966	669669996696	696696696666
199999999980	666669996969	669666966669	696969666996	969996969696	996666696666	969969696666	996996666969	666666969669
199999999980	969996666996	996666969696	666669669666	669696996969	696969696669	669669969669	696666699966	969969966966
199999999980	669696669666	696969996969	969996696669	996666666996	666669969696	996996996696	666666696666	669669666969
199999999980	996666696669	666669666996	669696969696	696969669666	969996996969	696696669696	969969969669	996996669996
199999999980	669969696669	696666696996	969669666669	996696969666	666696669969	996666969696	666696666669	669969969996
199999999980	996696666696	666969969666	669996669969	696666996669	969669696996	696996669996	969666669696	996669966666
199999999980	696666699696	969669996669	996696669996	666969666696	669996969666	666696996666	669969696969	696996666669
199999999980	666696969996	669996666696	696666969666	969669669969	996696996669	969666666669	996669969996	666696669696
199999999980	969669969666	996696669969	666969996669	669996669996	696666666696	669969669696	696996996666	969666696969
	199999999980	199999999980	199999999980	199999999980	199999999980	199999999980	199999999980	199999999980
	1	2	3	4	5	6	7	8

199999999980	199999999980	199999999980	199999999980	199999999980	199999999980	199999999980	199999999980	199999999980
66966696669	69666966696	66996669996	69666996696	96966966666	996696666969	666969969669	996669996669	666696696996
99696996969	666996669666	996696696666	666969666969	669996969669	69666669996	969669996696	696996666966	969666969666
696669996969	969696696669	696669696669	969669669996	996696996696	666969696666	669996666969	666696669969	669969996669
666996666996	669666969696	666969996696	669996696666	69666666969	969669969669	996696669996	96966696996	996669666696
969696669666	996969996969	969669666969	996696969669	666969669996	669996996696	69666696666	669969969666	696996669969
666669969666	669696669969	66666696969	669669666669	6966969996	969969669696	996996996666	969696666666	996969969969
969996996669	99666696996	969969969996	996996669696	66666996666	669669696969	696696666669	66966669669	696669996996
66969666696	696969969666	669669996666	696696696969	969969666669	9969969996	66666669696	996969696696	666996666666
99666669969	666669996669	996996666669	66666969996	669669669696	696696996666	969969696969	696669969969	969696669669
696969696996	96999666696	696696669696	969969996666	996996696969	666666666669	669669969996	666996996996	669666696696
996696996996	666969696696	996669969696	666696669666	669969996969	696996696669	96966666996	69666669996	96996996696
696666666666	969669969969	696996996969	969666966669	996669666996	666696969696	669969669666	666669696666	669696666969
666969669669	669996996996	666696666996	669969969696	696996669666	969666996969	996669696669	969996969669	99666669996
969669696696	996696666666	969666669666	996669996969	666696696669	669969666996	696996969696	669696996696	696969696666
669996969969	696666669669	669969696669	696996666996	969666969696	996669669666	666696996969	99666666969	666669969669
969969666969	996996969669	969696996669	996969696996	66699666696	669666969666	696669669969	669996696969	696666666669
669669669996	696696996696	66966666696	696669969666	969696669969	996969996669	666996696996	996696969996	666969669696
996996696666	66666666969	996969669969	666996996669	669666696996	696669666696	969696969666	696666996666	969669696969
696696969669	969969669996	696669696996	96969666696	996969969666	666996669969	669666996669	666969666669	669996969996
66666996696	669669696666	666996969666	669666669969	696669996669	969696696996	996969666696	969669669696	996696996666
696996669696	969666996666	696969666666	969996969969	996666696669	66669996996	669696696696	666666969696	669669669666
666696696969	669969666669	666669669669	669696996996	696969696696	969996666666	996666969969	969969996969	996996696669
969666969996	996669669696	969996696696	996666666666	66669969969	6696966669669	696969996996	669669666996	696696969696
669969996666	696996696969	669696969969	696969669669	969996996996	99666696696	666669666666	996996669666	666666996969
996669666669	666696969996	996666996996	666669696696	669696666666	696969969969	969996669669	696696696669	969969666996
199999999980	199999999980	199999999980	199999999980	199999999980	199999999980	199999999980	199999999980	199999999980
9	10	11	12	13	14	15	16	17

1999999999980	1999999999980	1999999999980	1999999999980	1999999999980	1999999999980	1999999999980	1999999999980	1999999999980
669969666696	696996969666	969666669969	696969696969	969996666669	996666969996	666669669696	669696996666	1999999999980
996669669969	666696996669	669969696996	66669969996	669696669696	696969996666	969996696969	996666666669	1999999999980
696996696996	969666666696	996669969666	969996996666	996666696969	666669666669	6696969996	69696669696	1999999999980
666696969666	669969669969	696996996669	669696666669	696969969996	969996669696	996666996666	666669696969	1999999999980
969666996669	996669696996	666696666696	996666669696	666669996666	669696669696	69696666669	969996969996	1999999999980
666996669669	669666996996	696669696696	669996969696	696666669666	969669996969	996696696669	66696666996	1999999999980
969696669666	996969666666	666996969969	996696996969	666969696669	669996666996	696666969696	969669669666	1999999999980
669666969969	696669669669	969696996996	69666666996	969669969696	996696669666	666969996969	669996696669	1999999999980
996969996996	666996696696	669666666666	666969669666	669996996969	696666696669	969666966996	996696969696	1999999999980
696669666666	969696969969	996969669669	969669696669	996696666996	666969969696	669996669666	696666996969	1999999999980
996666966666	666669666969	669696969669	66666996669	669669696996	69669666696	96996996666	996996669969	1999999999980
696969969669	969996669996	996666996696	969969666696	99699696666	66666669969	669669996669	696696696996	1999999999980
666669996696	669696696666	696969666969	669669669969	696696996669	969969696996	99699666696	666666969666	1999999999980
969996666969	996666969669	666669669996	996996696996	66666666696	669669969666	696696669969	969969996669	1999999999980
669696669996	696969996696	969996696666	696696969666	969969669969	996996996669	666666696996	669666669696	1999999999980
969669969996	996696669696	666969996666	996669666666	666696969969	669969669669	696996996996	969666696696	1999999999980
669996996666	696666696969	969669666669	696996669669	969666996996	996669696696	666696666666	669969969969	1999999999980
996696666669	666969969996	669996669696	666696696696	669969666666	696996969969	969666669669	996669996996	1999999999980
696666669696	969669996666	996696696969	969666969969	996669669669	666696996996	669969696696	696996666666	1999999999980
666969696969	669996666669	696666969996	669969996996	696996696696	969666666666	996669969969	666696669669	1999999999980
696696996969	969969696669	996996666996	969696669996	996969996696	666996696666	669666669696	696669969669	1999999999980
666666669996	669669969696	696696669666	669666696666	696669666969	969696969669	996969669996	666996996696	1999999999980
969969669666	996996996969	666666696669	996969969669	666996669996	669666996696	696669696666	969696666969	1999999999980
669669696669	696696669996	969996996969	696669996696	969696696666	996969666969	666996969669	669666669996	1999999999980
996996969696	666666669666	669669996969	666996666969	669666969669	696669669996	969696996696	996969696666	1999999999980
1999999999980	1999999999980	1999999999980	1999999999980	1999999999980	1999999999980	1999999999980	1999999999980	1999999999980
18	19	20	21	22	23	24	25	

It is based on the 2 by 2 combinations of 25 numbers of 6-digits:

$$\{666666, 666669, 666696, 666969, 666996, 669666, 669669, 669696, 669969, \\ 669996, 696666, 696669, 696696, 696969, 696996, 969666, 969669, \\ 969696, 969969, 969996, 996666, 996669, 996696, 996969, 996996\}.$$

These 25 numbers are **upside-down**. The magic square given in Example ?? is of following **magic sum**:

$$S_{25 \times 25} := 1999999999980 = 1000000 \times 19999980 + 19999980, \quad (18)$$

where

$$19999980 := 666666 + 666669 + 666696 + 666969 + 666996 + 669666 + 669669 + 669696 + 669969 + \\ + 669996 + 696666 + 696669 + 696696 + 696969 + 696996 + 969666 + 969669 + \\ + 969696 + 969969 + 969996 + 996666 + 996669 + 996696 + 996969 + 996996.$$

It is **block-wise pandiagonal magic square** of order 25 where each block of order 5 is also a **pandiagonal** with equal **magic sum**. Moreover, it's **bimagic square**. Its **bimagic sum** and **magic sum** of each block of order 5 are given below:

$$S_{b_{25 \times 25}} := 16564534564502564534564550, \quad (19)$$

and

$$S_{5 \times 5} := \frac{19999999999980}{5} = 3999999999996 \quad (20)$$

We observe that even though the magic square is **upside-down** but the **magic sums** may be different. Let's see below the number's sum in case of 180° rotation:

$$999999 + 699999 + 969999 + 696999 + 966999 + 999699 + 699699 + 969699 + 696699 + \\ + 966699 + 999969 + 699969 + 969969 + 696969 + 966969 + 999696 + 699696 + \\ + 969696 + 696696 + 966696 + 999966 + 699966 + 969966 + 696966 + 966966 := 21666645$$

In this case the sum is different from the original numbers. Thus, in the **upside-down** case, the **magic sum** is given by

$$S_{25 \times 25} := 21666666666645 = 1000000 \times 21666645 + 21666645, \quad (21)$$

In this case the **bimagic sum** is not calculated. This shall be done later on.

Remark 2.3. *Whole the work is 10-digits distributions of two numbers 6 and 9. This is only work where we used 12-digits distributions of two numbers 6 and 9 in order to get a **pandiagonal bimagic square** of order 25 given in Example 2.16. The Example 2.15 is with 10-digits distributions of two numbers 6 and 9.*

2.10 Magic Square of Order 26

Example 2.17. *The upside-down magic square of order 26 for the digits 6 and 9 is given below in three parts: the following three parts:*

26x26	mgc							
6999669996	6666969666	6699699969	6969996666	9669999996	9699666996	9669696966	9996699696	6699969966
6966666669	9666996669	9666669666	9969699969	9696669999	9669666996	6996999696	6966999669	6666969699
9996966996	6966696666	6669966699	6999969666	6969999969	9966999996	6966969996	6996669699	9699696699
9666669699	9996999696	6966669999	9966699666	9999669666	9696699969	9669966696	9699696669	6699696966
9999696699	6999996966	9996969699	6966699996	6699966999	6669669666	9966999969	9669669996	6996966699
6699696996	6669696696	9999699669	9996996966	6966666996	9996699966	6999669666	9669999969	6966996669
9696696696	9969669969	6999669669	6669696699	9996999669	6966669996	6666966669	9666969666	9669699969
9969699966	9966969669	6969969966	9666996996	6999696696	9996996699	6966696669	9666696666	6669969666
6996666999	6969966669	9669996996	9696666996	6669969969	9666969669	9996996696	6966666699	6999969999
6996999969	6699699966	9696696666	9669669969	9966999696	9966669966	6669996996	9996969669	6966699666
9996669666	6996699969	9969666669	9966969999	6966969966	9669969699	6699966996	9966669969	9996996996
9966696669	6699966699	9996699666	6666966999	9666699966	6999966669	9999696666	6669669999	6999699996
9669996669	9669696699	6966996696	9699669669	6996996996	6996669969	6699669966	9969666996	6969999696
9966966699	9669999666	9669666999	6966999966	9699666669	6996996666	6996669999	6699699996	9969666696
6699996666	9996666999	6666999966	9666666669	6999966666	9999669999	6669699996	6999666696	9666969996
9699696666	9999666969	6996996999	9669999696	6996666699	6999666999	9666669669	6666969966	9699999666
6999966969	9699696999	9966966996	6996996669	6669699666	6666996696	9996669969	9699966999	6696969669
6966996999	9696669966	9699669996	9999666699	9996696699	6699996996	9699996666	6696996696	6669699669
6969969969	6966966696	6999996669	6699999669	9966669669	9699966699	6696996699	9999696966	9669966999
9669699996	9666669996	9966696966	6669996696	9699996669	6696999669	6999969699	9966999666	9996666969
6666966696	6669969699	9666996699	9699969996	6696996966	9666699696	9696666699	6699966969	9966996999
9666999696	6999699669	9699966696	6696969699	6666966996	6969996669	9966666969	9696696999	6996696696
6669696966	9699999996	6696999696	9996669966	9969669996	6669966969	6969996999	6996996699	9696666669
9699969999	6696966996	6699969969	6699666696	9666966969	9969696999	9699699669	6969999666	9966696666
6696969966	9966696996	6996699996	6999666969	6699696999	6966996966	9969666999	6669966669	9999669969
6669969669	6996969999	6669666969	6996696999	9669669699	6699699666	9666999966	6999969966	9666666996
216666666645	216666666645	216666666645	216666666645	216666666645	216666666645	216666666645	216666666645	216666666645
1	2	3	4	5	6	7	8	9

9996969969	6966699966	9666999666	9966996699	6669999669	9966666999	9666696996	6696969999	9699969669
9996666996	9996969966	6669966999	9669996696	9966696699	6699999966	6696999996	9699996996	6996696966
9666696966	6666999696	9966699966	9669669669	6699996696	9996666669	9699969969	6699699669	6999696996
6996996696	6999999669	6699966669	6966996996	9996669669	6666996666	9969696699	9666969969	6669999996
9969699669	6996669669	9996696666	9699669969	6666996996	9666669999	6669969966	9966666696	9669999966
6996699666	6969996699	6666969999	6996969966	9666669969	6999999996	6699969996	9669666669	9699666999
9699666699	6699666999	9666699996	6996666996	6999969966	9999666696	6966996666	6996999966	9966696999
6966999969	6996999666	6999966696	6699699696	9999666996	6669669996	6996666669	6699996999	9669666969
9966669666	9699699969	9999669996	9969669699	6669699696	6999696669	9996696999	6966966969	9966966696
9999699996	6699969666	6669696669	6969996966	6999669699	9666966699	9699666969	9669969996	9996696696
6966666999	6669666696	6999666699	9696699669	9666996966	6669999666	9669696669	6666969669	6696996666
9666966696	6669969996	6966669666	6696996999	9996966969	9699999969	9966996696	9696696699	6969996669
9696669699	9966996966	9699966969	9996999969	6696969666	6966696999	6999699666	6669666699	9999696669
6969969996	9696696669	6696999969	6966666969	9699996999	9996969666	9666999669	6999696966	6669666969
6669996669	9966666699	9996996999	9699969666	6966699969	6696966969	9669966996	9966969966	9696669969
6696996996	9666996696	9669699669	9966669996	9966996669	6699696699	9696696966	6966666996	9996966669
6999696699	6966966669	9669996966	6669966696	9696669996	6996699669	6699669666	6969969699	6966669966
9669699966	9666666969	9966969699	9666999996	6969966696	6996996966	6666999969	6996669666	9969699696
6666966969	9669696999	9696699696	6999669999	9969699996	9699669699	6669699966	9996699969	6996969666
9669996999	9969696996	6969966996	6669696666	6699669999	6966999696	6996966696	9999666999	6699999969
6699669669	9669969999	9969669966	9999666669	6996696666	9669666996	6969966999	9699699996	6999999666
9966996666	9996699996	6699669969	6999999966	6996966669	9669969966	9999669669	9969699666	6966969999
6699969999	6999666996	6996696996	9666666999	9699699966	9966969969	9966669699	6999996696	6699666699
6669669966	9999669699	6996969669	6666999666	6966966999	9696696996	6999966699	6669999696	9666696699
6999999696	9699996666	9699696696	9996666699	9669699666	6969969669	9996969999	9666696669	9666966996
9699966669	6696969969	6966996699	6699996669	9669966699	9969696696	6966699696	9996996666	6666969996
216666666645	216666666645	216666666645	216666666645	216666666645	216666666645	216666666645	216666666645	216666666645
10	11	12	13	14	15	16	17	18

								21666666645
6996969699	9999696696	6669666669	9969696669	9696666696	6999996999	6996666969	6966966699	21666666645
6669669669	6999696666	6969966699	9966969996	9999696999	6699666969	9699699666	6999969969	21666666645
9666969999	9696699666	9669996669	6669696999	9969666969	6996966999	9999669966	6696966696	21666666645
9966966999	9669666699	6999696999	6969966969	6996699966	6669666996	6696969996	9699969966	21666666645
6966999666	9666996999	9696666969	6699666669	6999699696	6696996669	9699966996	6969996696	21666666645
6669996999	9966966969	9969696666	9666969699	6696966699	9699996966	9696669669	9966666996	21666666645
9669966969	6969969999	6669996966	6696999666	9699969699	9966996996	6699996966	9996696669	21666666645
9696699996	9966699669	6696966999	9699996966	9669969969	9996669699	6666966699	9699669999	21666666645
6699996699	6696999966	9699996669	9669669966	6666996966	9666699666	6996999996	6699696666	21666666645
6696966669	9699996699	6966966996	9666699669	6999666999	6996666696	9969669999	6666996999	21666666645
9699996696	9699699696	6999996699	9999699966	6699669996	6969999996	9666696999	6996966969	21666666645
9969696966	6699669699	6996699696	6996966996	9699669966	6966969969	9669696996	9669969669	21666666645
6999969996	9666666696	6666999996	9996669999	6699996666	9966666669	6669999966	9666966999	21666666645
9999699696	6999669966	9666669966	6666969969	9996696996	6699969669	9966696696	6669996699	21666666645
6969996996	9969669669	6699696696	6996696699	6996999669	9699696966	6966969699	9669699696	21666666645
9996666696	6669669969	6699969699	6966999996	6969999666	6669969999	6999999969	9969669666	21666666645
9996999966	6699999996	9999696996	9966699696	9669669999	9969666699	9666996666	9666699969	21666666645
6966669969	9996966999	9966669999	6999969669	6669966996	9669996666	6699696669	6999666669	21666666645
6699666996	6966696996	9996999666	6669996666	9666696696	9666969966	9966966669	6996669996	21666666645
9699669666	6996669966	6966669669	9996966699	9666966669	6666996699	6999669969	9696699966	21666666645
9966699969	6966969666	6996969969	6966696696	9996996669	6999699966	9996699669	6669696996	21666666645
9666666699	6669999969	9669669666	9699696996	6966696699	9996969996	6669666999	6699996966	21666666645
9669696666	6666996669	9666999969	9669969666	6966969669	6966699669	9996966696	9999699666	21666666645
6996696669	9669966669	9996669996	6999699969	9966969666	9669696696	6966696966	9996999996	21666666645
6666999669	6996969996	9966999966	6699966696	6669699969	9696669666	9669996699	6966669699	21666666645
6999669966	9996696966	9699666696	9696666999	9966699996	9999699969	6969969666	9966999669	21666666645
21666666645	21666666645	21666666645	21666666645	21666666645	21666666645	21666666645	21666666645	21666666645
19	20	21	22	23	24	25	26	

It is based on the 2 by 2 combinations of 26 numbers:

{66669, 66696, 66699, 66969, 66996, 66999, 69666, 69669, 69699, 69966, 69969, 69996, 69999, 96666, 96669, 96696, 96699, 96966, 96996, 96999, 99666, 99669, 99696, 99966, 99969, 99996}.

The above 26 numbers are considered in such a way that they are **upside-down** in pairs. See below:

{66669, 69999}, {66696, 96999}, {66699, 66999}, {66969, 69699}, {66996, 96699},
 {69666, 99969}, {69669, 69969}, {69966, 99669}, {69996, 96669}, {96666, 99996},

$$\{96696, 96996\}, \{96966, 99696\}, \{99666, 99966\}$$

Making 2 by 2 combinations of above 26 number, we get a **upside-down magic square** of order 26 with magic sum given by

$$S_{26 \times 26} := 216666666645 = 100000 \times 2166645 + 2166645, \quad (22)$$

where

$$\begin{aligned} 2166645 := & 66669 + 66696 + 66699 + 66969 + 66996 + 66999 + 69666 + 69669 + 69699 + \\ & + 69966 + 69969 + 69996 + 69999 + 96666 + 96669 + 96696 + 96699 + 96966 + \\ & + 96996 + 96999 + 99666 + 99669 + 99696 + 99966 + 99969 + 99996. \end{aligned}$$

Thus, the magic square given in Example 2.17 is an **upside-down magic square** of order 26 with **magic sum** given in (22).

2.11 Magic Square of Order 27

2.11.1 Without Block

Example 2.18. *The upside-down magic square of order 27 for the digits 6 and 9 is given below in three parts:*

27x27-mgc								
6999669996	9666999996	6669966996	9966699969	6699996996	9996699666	6666996699	9666666669	6999996966
9999696669	6669666696	6966669966	9996996999	9699969669	6696966999	9696699669	6969996666	9969669699
6699666699	6996669666	6996969969	9699666969	6966996696	9669699966	9669999999	9966969999	9999996966
9996999666	9699999969	6696996996	9696696966	6969996699	9969666669	9999666996	6669669996	6966699996
9699666999	6966996999	9669669669	9669969699	9966999669	9999996666	6699669966	6996696669	6996966696
9966699966	6699966969	9996696696	6666999696	9666699999	6999969999	6999669969	9666966699	6669969666
9669966669	9966996966	9999996699	6699699996	6996666996	6996969996	9699696996	6966999666	9669699969
6666996666	9666669699	6999996669	6999666696	9666969966	6669996669	9966669669	6699966999	9996696999
9696669999	6969999696	9969699999	9999669666	6669669969	6966666699	9996996696	9699999666	6696966969
6699999996	9996666996	9966669996	9666696996	6999996666	6666999969	9666966669	6669996966	6999696699
9699966696	6696969966	9996996669	6969969669	9969666999	9696696999	6669696666	6966669699	9999699669
6966969666	9669669969	9699666699	9966996696	9999999966	9669966969	6996669999	6996999696	6699699999
6969999969	9969696996	9696699666	6669696699	6966666669	9999696966	9699969996	6696999996	9996966996
9966996999	9999969669	9669966999	6996699669	6996996666	6699669699	6966996669	9669666696	9699669966
9666666969	6999996696	6666999966	9666999999	6669969999	6999699696	6699966699	9996669666	9966669969
6996696966	6996996699	6699666669	6966966996	9669669996	9699699996	9966999666	9999999969	9669996996
9666969699	6669996669	6999696666	6699969966	9996696669	9966666696	9666666999	6999996999	6666969669
6669699696	6966699999	9999669999	9699969969	6696966699	9996969666	6969999966	9969666969	9696696696
6999966996	6666969996	9666699996	6669999666	6999699969	9666996996	9996696966	9966696699	6699966669
9969669966	9696696669	6969966696	6966666999	9999696999	6669669669	6696969699	9996999669	9699996666
9999969969	9669966699	9966969666	6996999966	6699666969	6996696696	9669699696	9699699999	6966969999
6966696996	9999699666	6669699969	6696966669	9996996966	9699996699	9969699996	9696666996	6969969996
6996969669	6699666999	6996696999	9669696666	9699669699	6966999669	9999966696	9669969966	9966996669
6669996696	6999699966	9666966969	9996669999	9966699696	6699999999	6999969666	6666969969	9666666699
9669696699	9699666669	6966996966	9999969996	9669999996	9966966996	6996999969	6699696996	6996699666
9996699669	9966696666	6699969699	6999996669	6666966696	9666669966	6669996999	6999669669	9666966999
6696999999	9996969999	9699999696	9969666699	9696669666	6969969969	6966666969	9999696696	6669699966
226666666644	226666666644	226666666644	226666666644	226666666644	226666666644	226666666644	226666666644	226666666644
1	2	3	4	5	6	7	8	9

9999666999	6669696999	6966669669	9996969699	9699999669	6696996666	9696669966	6969996669	9969666696
6699699966	6996666969	6996996696	9699699696	6966999999	9669669999	9669969969	9966966699	9999696666
6999699666	9666999969	6669996996	9966696966	6699996699	9996666669	6666966996	9666669996	6999999996
9699696666	6966969699	9669699669	9669966696	9966969966	9999996669	6699669669	6996666999	6996996999
9966669999	6699999696	9996699999	6666969666	9666669969	6999966699	6999696696	9666999966	6669966969
9996966669	9699996966	6696996699	9696699996	6969966996	9969669996	9999696996	6669699666	6966699969
6666996669	9666666696	6999969966	6999696999	9666969669	6669966999	9966699669	6699996666	9996669699
9696666699	6969969666	9969669969	9999666969	6669696696	6966699966	9996999999	9699969999	6696999696
9669969996	9966999996	9999966996	6699699969	6996696996	6996999666	9699696699	6966966669	9669696966
9699996999	6696969669	9996966999	6969999669	9969696666	9696669699	6669696669	6966666696	9996669966
6966966969	9669696696	9699699966	9966999999	9999969999	9669999696	6996666699	6996969666	6699669969
6699999969	9996696996	9966699666	9666696699	6999966669	6666996966	9666969996	6669999996	6999666996
9966969699	9999999669	9669996666	6996669966	6996996669	6699666696	6966966999	9669696999	9699669669
9666699696	6999999999	6666969999	9666969969	6669966699	6999669666	6699999966	9996666969	9966696696
6969996966	9969696699	9696666669	6669666996	6966669996	9999699996	9699999666	6696999969	9996996996
9666966696	6669969966	6999696669	6699969669	9996666999	9966696999	9666696666	6999969699	6666999669
6669669666	6966669969	9999666699	9699996696	6696999966	9996966969	6969969999	9969699696	9696699999
6996699996	6996966996	6699669996	6966996996	9669699666	9699699969	9966966669	9999996966	9669996699
9969669669	9696666999	6969996999	6966696666	9999669699	6669699669	6696966696	9996969966	9699996669
9999966696	9669999966	9966966969	6996969999	6699699696	6996699999	9669669666	9699669969	6966966699
6999996996	6666999666	9666699969	6669966669	6999696966	9666996699	9996699996	9966666996	6699969996
6996999669	6699696666	6996669699	9669696669	9699666696	6966969966	9999996999	9669969669	9966966999
6669999999	6999669999	9666999696	9996666699	9966669666	6699969969	6999966969	6666996696	9666699966
6966696699	9999666669	6669696966	6696969996	9996999996	9699966996	9969699969	9696696996	6969999666
9996669966	9966696669	6699966696	6999966999	6666996999	9666669669	6669969699	6999699669	9666996666
6696969969	9996966699	9699969666	9969699966	9696666969	6969996696	6966699696	9999699999	6669669999
9669666996	9699669996	6966999996	9999999666	9669999969	9966996996	6996996966	6699696699	6996666669
226666666644	226666666644	226666666644	226666666644	226666666644	226666666644	226666666644	226666666644	226666666644
10	11	12	13	14	15	16	17	18

									226666666644
6699669999	6996699696	6996999999	9699669666	6966969969	9669666699	9669996696	9966999966	9999669696	226666666644
6999666669	9666996966	6669996699	9966699996	6699966996	9996669996	6666996996	9666699666	6999999699	226666666644
9999696666	6669669699	6966699669	9996966696	9699969966	6696996669	9696669669	6969966999	9969696999	226666666644
9966666699	6699969666	9996669969	6666966969	9666696696	6999999666	6999699999	9666969999	6669999696	226666666644
9996969996	9699999996	6696966996	9696699969	6969996996	9969699666	9999696699	6669666669	6966696966	226666666644
9699696669	6966966696	9669669966	9669996999	9966969669	9999669999	6699699669	6996696666	6996969699	226666666644
9696699966	6969966969	9969696696	9999699696	6669699999	6966669999	9996969969	9699966699	6696969666	226666666644
9669999666	9966999699	9999969996	6699696966	6996696699	6996966669	9699666996	6966969996	9669699996	226666666644
6666966999	9666696999	6999969669	6999669699	9666999669	6669996666	9966669966	6699996669	9996666696	226666666644
6966999696	9669699999	9699669999	9966969969	9999966699	9669969666	6996699966	6996966969	6699696696	226666666644
6699996966	9996696699	9966666669	9666666996	6999969996	6666999996	9666999666	6669999699	6999696996	226666666644
9699969699	6696999669	9996996666	6969969966	9969696669	9696666696	6669666999	6966696999	9999669669	226666666644
9666696666	6999969969	6666966699	9666996696	6669999669	6999666969	6699969999	9996699696	9966699999	226666666644
6969999996	9969666996	9696669996	6669696996	6966699666	9999699969	9699966669	6696996966	9996996699	226666666644
9966966696	9999969966	9669996669	6996669669	6996966999	6699696999	6966996666	9669669699	9699699669	226666666644
6669666969	6966696696	9999699966	9699999999	6696969999	9996999696	6969966699	9969669666	9696669969	226666666644
6996699969	6996996996	6699699666	6966996699	9669666669	9699696966	9966969996	9999999996	9669966996	226666666644
9666996999	6669969669	6999666999	6699999669	9996696666	9966669699	9666696669	6999966696	6666969966	226666666644
9999999999	9669969999	9966999696	6996966699	6699669666	6996669969	9669666969	9699696696	6966999666	226666666644
6999996699	6666966669	9666696966	6669969996	6999699996	9666966996	9996699969	9966696996	6699996666	226666666644
9969699669	9696696666	6969969699	6966696669	9999666696	6669669966	6696996999	9996969669	9699966999	226666666644
6669969969	6999666699	9666969666	9996699966	9966666969	6699996696	6999999696	6666999999	9666669999	226666666644
6966666996	9999669996	6669699996	6696999666	9996999969	9699996996	9969696966	9696696699	6969966669	226666666644
6996969966	6699696669	6996666696	9669666999	9699696999	6966969669	9999969699	9669996669	9966996666	226666666644
6696996696	9996999666	9699966969	9969669999	9696699696	6969999999	6966669666	9999669969	6669666699	226666666644
9669696996	9699699666	6966999969	9999966669	9669996966	9966996699	6996999996	6699666996	6996669996	226666666644
9996669669	9966666999	6699996999	6999996666	6666969699	9666699669	6669966696	6999669966	9666996669	226666666644
226666666644	226666666644	226666666644	226666666644	226666666644	226666666644	226666666644	226666666644	226666666644	226666666644
19	20	21	22	23	24	25	26	27	

It is based on the 2 by 2 combinations of 27 numbers:

$$\{66669, 66696, 66699, 66969, 66996, 66999, 69666, 69669, 69699, 69966, 69969, 69996, 69999, 96666, 96669, 96696, 96699, 96966, 96996, 96999, 99666, 99669, 99696, 99966, 99969, 99996, 99999\}.$$

These 27 numbers are **upside-down**. The **upside-down magic sum** of magic square given in Example 2.18 is given by

$$S_{27 \times 27} := 226666666644 = 100000 \times 2266644 + 2266644, \quad (23)$$

where

$$\begin{aligned} 2266644 := & 66669 + 66696 + 66699 + 66969 + 66996 + 66999 + 69666 + 69669 + 69699 + \\ & + 69966 + 69969 + 69996 + 69999 + 96666 + 96669 + 96696 + 96699 + 96966 + \\ & + 96996 + 96999 + 99666 + 99669 + 99696 + 99966 + 99969 + 99996 + 99999. \end{aligned}$$

We observe that even though the magic square is **upside-down** but the **magic sums** may be different. Below is a sum of 27 numbers after 180° rotation:

Upside-down:

$$\begin{aligned} & 69999 + 96999 + 66999 + 69699 + 96699 + 66699 + 99969 + 69969 + 66969 + \\ & + 99669 + 69669 + 66669 + 99996 + 99996 + 69996 + 96996 + 66996 + 99696 + \\ & + 96696 + 66696 + 99966 + 69966 + 69966 + 99666 + 69666 + 96666 + 66666 := 2209638 \end{aligned}$$

In this case the magic sum of **upside-down magic square** is:

$$S_{27 \times 27} := 220966009638 = 100000 \times 2209638 + 2209638 \quad (24)$$

2.11.2 Block of Order 9

Example 2.19. *The upside-down semi-magic square of order 27 for the digits 6 and 9 is given below in three parts:*

27x27-semi								
6669699966	9669669996	9699966999	9669999666	6996696666	9666966699	6996999996	9996969999	6966666669
9666966669	9669999996	6996669999	6966666999	6996999966	9996969996	9699966699	6669699666	9669696666
9996996666	6966666699	6996999666	9669669999	9699966669	6669699996	6996669996	9666966999	9669999966
6966669999	6996966669	9996999996	9699969996	6669666999	9669699966	9666996666	9669966699	6996699666
9669699666	9699996666	6669666699	6996699996	9666969999	9669966669	9996999966	6966669996	6996966999
9669966999	6996699966	9666969996	6996966699	9996999666	6966696666	6669666669	9669699996	9699969999
6996666699	9666999666	9669996666	9996966669	6966699996	6996969999	9669666999	9699999966	6669669996
6996969996	9996966999	6966699966	6669696666	9669666699	9699999666	9669969999	6996666669	9666999996
9699999996	6669669999	9669666669	9666999966	9669969996	6996666999	6966699666	6996996666	9996966699
6666999696	9666669699	9996669669	9966699669	6699996996	6999966996	6999699999	9999696966	6669966969
6999966969	9966699999	6699996966	6669969669	6999699696	9999669699	9996666996	6666999669	9666696996
9999696996	6669966996	6999699669	9666696966	9996666969	6666999999	6699969699	6999969669	9966699696
6669996966	6999666969	9999699999	9996669699	6666969669	9666699696	6999996996	9966666996	6699999669
9666699669	9996696996	6666966996	6699999999	6999996966	9966666969	9999699696	6669969699	6999669669
9966669669	6699999696	6999969699	6999666996	9999699669	6669996996	6666966969	9666699999	9996696966
6699966996	6999999669	9966696996	9999666969	6669999999	6999696966	9666669669	9996699696	6666969699
6999669699	9999669669	6669999696	6666996996	9666666996	9996699669	9966696966	6699966969	6999999999
9996699999	6666996966	9666666969	6999999696	9966669699	6699969669	6669999669	6999696996	9999666996
6696996999	9699669969	9969669966	9966996699	6966996696	9696669666	6969999969	9999966669	6699666696
9696666696	9966999969	6966996669	6699669966	6969996999	9999969969	9969669666	6696996699	9699696696
9999966696	6699669666	6969996699	9699696669	9969666696	6696999969	6966969969	9696669966	9966996999
6699696669	6969966696	9999999969	9969669969	6696969966	9699696999	9696696696	9966969666	6966996699
9699696699	9969696696	6696969666	6966999969	9696696669	9966966696	9999969999	6699669969	6969969966
9966969966	6966996999	9696669969	6969969666	9999966999	6699696696	6696966696	9699699969	9969696669
6966969666	9696696699	9966996696	9999966696	6699699969	6969996669	9699669966	9969696999	6696969969
6969969969	9999969966	6699696999	6696996696	9699669666	9969696699	9966996669	6966966696	9696699969
9969699969	6696996669	9699666696	9696696999	9966969969	6966969966	6699696699	6969996696	9999969666
226666666644	226666666644	226666666644	226666666644	226666666644	226666666644	226666666644	226666666644	226666666644
1	2	3	4	5	6	7	8	9

6696999696	9699669699	9969669669	9966999669	6966996996	9696666996	6969999999	9999996966	6699666969
9696666969	9966999999	6966996966	6699669669	6969996996	9999969699	9969666996	6696999669	9699696996
9999996996	6699666996	6969999669	9699696966	9969666969	6696999999	6966969699	9696669669	9966999696
6699696966	6969966969	9999999999	9969669699	6696969669	9699699696	9696696996	9966966996	6966999669
9699699669	9969696996	6696966996	6966999999	9696696966	9966966969	9999996996	6699669699	6969969669
9966969669	6966999696	9696669699	6969966996	9999996669	6699696996	6696966969	9699699999	9969696966
6966966996	9696699669	9966996996	9999966969	6699699999	6969996966	9699669669	9969699696	6696969699
6969969699	9999969669	6699699696	6696996996	9699666996	9969699669	9966996966	6966966969	9696699999
9969699999	6696996966	9699666969	9696699696	9966969699	6966969669	6699699669	6969996996	9999966996
6669696999	9669669969	9699969966	9669996699	6996696696	9666969666	6996999969	9996996669	6966666696
9666966696	9669999969	6996696669	6966669966	6996996999	9996969969	9699969666	6669696699	9669696696
9996996696	6966669666	6996996699	9669696669	9699966696	6669699969	6996669969	9666969966	9669996999
6966696669	6996966696	9996999969	9699969969	6669669966	9669696999	9666996696	9669969666	6996696699
9669696699	9699996696	6669669666	6996699969	9666996669	9669966696	9996996999	6966669969	6996969966
9669969966	6996696999	9666969969	6996969666	9996996699	6966696696	6669666696	9669699969	9699996669
6996669666	9666996699	9669996696	9996966696	6966699969	6996996669	9669669966	9699996999	6669669969
6996969969	9996969966	6966696999	6669696696	9669669666	9699996699	9669996669	6996666696	9666999969
9699999969	6669696669	9669666696	9666996999	9669969969	6996669966	6966696699	6996996696	9996969666
6666999966	9666669996	9996666999	9966699666	6699996666	6999966699	6999699996	9999669999	6669966669
6999966669	9966699996	6699969999	6669966999	6999699966	9999669996	9996666699	6666999666	9666696666
9999696666	6669966699	6999699666	9666669999	9996666669	6666999996	6699969996	6999966999	9966699966
6669969999	6999666669	9999699996	9996669996	6666966999	9666699966	6999996666	9966666699	6699999666
9666699666	9996696666	6666966699	6699999996	6999969999	9966666669	9999699966	6669969996	6999666999
9966666999	6699999966	6999969996	6999666699	9999699666	6669996666	6666966669	9666699996	9996669999
6699966699	6999999666	9966696666	9999666669	6669999996	6999669999	9666666999	9996699966	6666969996
6999669996	9999666999	6669999966	6666996666	9666666699	9996699666	9966669999	6699966669	6999999996
9996699996	6666969999	9666666669	6999999966	9966669996	6699966999	6669999666	6999696666	9999666699
226666666644	226666666644	226666666644	226666666644	226666666644	226666666644	226666666644	226666666644	226666666644
10	11	12	13	14	15	16	17	18

									226666689987
6666996999	966669969	9996669966	9966696699	6699996696	6999969666	6999699969	9999696669	6669966696	226666666644
6999966696	9966699969	6699996669	6669969966	6999696999	9999669969	9996669666	6666996699	9666696696	226666666644
9999696696	6669969666	6999696699	9666696669	9996666696	6666999969	6699969969	6999969966	9966696999	226666666644
6669996669	6999666696	9999699969	9996669969	6666969966	9666696999	6999966696	9966669666	6699996699	226666666644
9666696699	9996696696	6666969666	6699999969	6999996669	9966666696	9999696999	6669969969	6999669966	226666666644
9966669966	6699996999	6999969969	6999669666	9999696699	6669996696	6666966696	9666699969	9996696669	226666666644
6699969666	6999996699	9966696696	9999666696	6669999969	6999696669	9666669966	9996696999	6666969969	226666666644
6999669969	9999669966	6669996999	6666996696	9666669666	9996696699	9966696669	6699966696	6999999969	226666666644
9996699969	6666996669	9666666696	6999996999	9966669969	6699969966	6669996699	6999696696	9999669666	226666666644
6696999966	9699669996	9969666999	9966999666	6966996666	9696666699	6969999966	9999699999	6699666669	226666666644
9696666669	9966999966	6966969999	6699666999	6969999966	9999699966	9969666699	6696999666	9699696666	226666666644
9999996666	6699666699	6969999666	9699669999	9969666669	6696999966	6966969996	9696666999	9966999966	226666666644
6699669999	6969966669	9999999966	9969669996	6696966999	9699699966	9696696666	9966966699	6966999666	226666666644
9699699666	9969696666	6696966699	6966999966	9696669999	9966966669	9999999966	6699669996	6969966999	226666666644
9966966999	6966999966	9696669996	6969966699	9999999666	6699696666	6696966669	9699699966	9969669999	226666666644
6966966699	9696699666	9966996666	9999966669	6699699966	6969969999	9699666999	9969699966	6696969996	226666666644
6969969996	9999966999	6699699966	6696996666	9699666699	9969699666	9966969999	6966966669	9696699966	226666666644
9969699966	6696969999	9699666669	9696699966	9966969996	6966966999	6699699666	6969996666	9999666699	226666666644
6669699696	9669669699	9699969669	9669999669	6996696996	9666966996	6996999999	9996996966	6966666969	226666666644
9666966969	9669999999	6996696966	6966669669	6996999696	9996969699	9699966996	6669699669	9669696996	226666666644
9996996996	6966666996	6996999669	9669696966	9699966969	6669699999	6996669699	9666969669	9669999696	226666666644
6966696966	6996966969	9996999999	9699969699	6669669669	9669699696	9666996996	9669966996	6996699669	226666666644
9669699669	9699996996	6669666996	6996699999	9666996966	9669966969	9996999696	6966669699	6996969669	226666666644
9669969669	6996696966	9666969699	6996966996	9996999669	6966696996	6669666969	9669699999	9699996966	226666666644
6996666996	9666999669	9669996996	9996966969	6966699999	6996996966	9669669669	9699999696	6669669699	226666666644
6996969699	9996969669	6966699696	6669696996	9669666996	9699999669	9669996966	6996666969	9666999999	226666666644
9699999999	6669696966	9669666969	9666999696	9669969699	6996669669	6966699669	6996996996	9996966996	226666666644
226666666644	226666666644	226666666644	226666666644	226666666644	226666666644	226666666644	226666666644	226666666644	229000966644
19	20	21	22	23	24	25	26	27	

This magic square is constructed with the same numbers as of Example 2.18. These numbers are divided in 3 groups of 9 each. The 9 blocks of order 9 lead us to an **upside-down semi-magic square** of order 27 given in Example 2.19 with same **semi-magic sum** as given in (23). Moreover, the 9 blocks of order 9 are **magic squares** with different **magic sums**.

2.12 Magic Square of Order 28

2.12.1 Blocks of Order 4

Example 2.20. *The upside-down pandiagonal magic square of order 28 for the digits 6 and 9 is given is given below in three parts:*

28x28	pan	23333333310	23333333310	23333333310	23333333310	23333333310	23333333310	23333333310	23333333310
	669999666	9966699966	6669966699	9996666999	6699996666	9966699996	6669966669	9996669999	6699996999
23333333310	6669966999	9996666699	6699999966	9966699666	6669969999	9996666669	6699999996	9966696666	6669969666
23333333310	9996699966	6669999666	9966666999	6699966699	9996699996	6669996666	9966669999	6699966669	9996699969
23333333310	9966666699	6699966999	9996699666	6669999966	9966666669	6699969999	9996696666	6669999996	9966666696
23333333310	699999666	9666699966	6666966699	9999666999	6999996666	9666699996	6666966669	9999669999	6999996999
23333333310	6666966999	9999666699	6999999966	9666699666	6666969999	9999666669	6999999996	9666696666	6666969666
23333333310	9999699966	6666999666	9666666999	6999966699	9999699996	6666996666	9666669999	6999966669	9999699969
23333333310	9666666699	6999966999	9999699666	6666999966	9666666669	6999969999	9999696666	6666999996	9666666696
23333333310	6966699666	9699999966	6669666699	9996966999	6966696666	9699999996	6669666669	9996969999	6966696999
23333333310	6669666999	9996966699	6966699966	9699999666	6669669999	9996966669	6966699996	9699996666	6669669666
23333333310	9996999966	6669699666	9699966999	6966666699	9996999996	6669696666	9699969999	6966666669	9996999969
23333333310	9699966699	6966666999	9996999666	6669699966	9699966669	6966669999	9996996666	6669699996	9699966696
23333333310	6996699666	9669999966	6699666699	9966966999	6996696666	9669999996	6699666669	9966969999	6996696999
23333333310	6699666999	9966966699	6996699966	9669999666	6699669999	9966966669	6996699996	9669996666	6699669666
23333333310	9966999966	6699699666	9669966999	6996666699	9966999996	6699696666	9669969999	6996666669	9966999969
23333333310	9669966699	6996666999	9966999666	6699699966	9669966669	6996669999	9966996666	6699699996	9669966696
23333333310	6969999666	9696699966	6696966699	9969666999	6969996666	9696699996	6696966669	9969669999	6969996999
23333333310	6696966999	9969666699	6969999966	9696699666	6696969999	9969666669	6969999996	9696696666	6696969666
23333333310	9969699966	6696999666	9696666999	6969966699	9969699996	6696996666	9696669999	6969966669	9969699969
23333333310	9696666699	6969966999	9969699666	6696999966	9696666669	6969969999	9969696666	6696999996	9696666696
23333333310	6996999666	9666999966	6969666699	9696966999	6996996666	9666999996	6969666669	9696969999	6996969999
23333333310	6966966999	9699666699	6996999966	9666999666	6966969999	9699666669	6996999996	9666966666	6966969666
23333333310	9699699966	6966999666	9669666999	6996966699	9699699996	6966996666	9666969999	6996966669	9699699969
23333333310	9669666699	6996966999	9696999666	6966999966	9669666669	6996969999	9699696666	6966999996	9669666696
23333333310	6999699666	9666999966	6969666699	9696966999	6999696666	9666999996	6969666669	9696969999	6999696999
23333333310	6969666999	9696966699	6999699966	9666999666	6969669999	9696966669	6999699996	9666996666	6969669666
23333333310	9696999966	6969699666	9666966999	6999666699	9696999996	6969696666	9666969999	6999666669	9696999969
23333333310	9666966699	6999666999	9696999666	6969699966	9666966669	6999669999	9696996666	6969699996	9666966696
	23333333310	23333333310	23333333310	23333333310	23333333310	23333333310	23333333310	23333333310	23333333310
	1	2	3	4	5	6	7	8	9

23333333310	23333333310	23333333310	23333333310	23333333310	23333333310	23333333310	23333333310	23333333310	23333333310
996699969	666996696	999669666	669999669	996699669	666996696	999669966	669999696	996699696	666996696
999666696	669999969	996696999	666996996	999666696	669999969	996696699	666996999	999666696	669999969
666999699	996669666	669996696	999669969	666999669	996669966	669996696	999669969	666999696	996669699
669996966	999669699	666999969	996666996	669996996	999669669	666999969	996666969	669996969	999669666
966699969	666696696	999966966	699999669	966699669	666696696	999966966	699999696	966699696	666696696
999966696	699999969	966696999	666696996	999966696	699999969	966696699	666696999	999966696	699999969
666699699	966669666	699996696	999969969	666699669	966669966	699996696	999969969	666699696	966669699
699996966	999969699	666699969	966666996	699996996	999969669	666699969	966666969	699996969	999969666
969999969	666966696	999696966	696669669	969999969	666966696	999696966	696669666	969999969	666966696
999696696	696669969	969999699	666966996	999696696	696669966	969999669	666966969	999696696	696669969
666969699	969996966	696666696	999699969	666969669	969996966	696666696	999699969	666969696	969996969
696669666	999699699	666969969	969996696	696669966	999699669	666969966	969996696	696669666	999699696
966999969	669966696	996696966	699669669	966999969	669966696	996696966	699669666	966999969	669966696
996696696	699669969	966999699	669966996	996696696	699669966	966999669	669966969	996696696	699669969
669969699	966996966	699666696	996699969	669969669	966996966	699666696	996699969	669969696	966996969
699669666	996699699	669969969	966996696	699669966	996699669	669969966	966996696	699669666	996699696
969669969	669696696	996966966	696999669	969669969	669696696	996966966	696999666	969669969	669696696
996966696	696999969	969669699	669696996	996966696	696999969	969669669	669696969	996966696	696999969
669699699	969669666	696996696	996969969	669699669	969669966	696996696	996969969	669699696	969669699
696996966	996969699	669699969	969666996	696996996	996969669	669699969	969666969	696996969	996969666
966999969	696966696	969669666	699969669	966999969	696966696	969669966	699969666	966999969	696966696
969666696	699969969	966699699	696966996	969666996	699969966	966699669	696966969	969666696	699969969
696969699	966696966	699966696	969699969	696969669	966696996	699966696	969699969	696969696	966696969
699966966	969699699	696969969	966696696	699966996	969699669	696969966	966696696	699966969	969699666
23333333310	23333333310	23333333310	23333333310	23333333310	23333333310	23333333310	23333333310	23333333310	23333333310
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19

23333333310	23333333310	23333333310	23333333310	23333333310	23333333310	23333333310	23333333310	23333333310	23333333310
9996669699	6699996696	9966696996	6669969669	9996669969	6699996669	9966696969	6669969696	9996669996	23333333310
9966696966	6669969969	9996669669	6699996996	9966696696	6669969996	9996669696	6699996969	9966696669	23333333310
6699966969	9996669996	6669996696	9966669969	6699969669	9996669696	6669996669	9966669996	6699969696	23333333310
6669999696	9966669669	6699969969	9996669696	6669996996	9966669696	6699969996	9996696669	6669996969	23333333310
9999669699	6999996696	9666696996	6666969669	9999669969	6999996669	9666696969	6666969696	9999669996	23333333310
9666696966	6666969969	9999669669	6999996996	9666696696	6666969996	9999669696	6999996969	9666696669	23333333310
6999966969	9999669996	6666996696	9666669969	6999969669	9999669696	6666996669	9666669996	6999969696	23333333310
6666999696	9666669669	6999969969	9999669696	6666996996	9666669696	6999969996	9999696669	6666996969	23333333310
9996969699	6966696696	9699996996	6669669669	9996969969	6966696669	9699996969	6669669696	9996969996	23333333310
9699996966	6669669969	9996969669	6966696996	9699996696	6669669996	9996969696	6966696969	9699996669	23333333310
6966666969	9996996996	6669696696	9699969969	6966669669	9996996969	6669696669	9699969996	6966669696	23333333310
6669699696	9699969669	6966669969	9996996696	6669696996	9699969696	6966669996	9996996669	6669696969	23333333310
9966969699	6996696696	9669996996	6699669669	9966969969	6996696669	9669996969	6699669696	9966969996	23333333310
9669996966	6699669969	9966969669	6996696996	9669996696	6699669996	9966969696	6996696969	9669996669	23333333310
6996666969	9966996996	6699696696	9669969969	6996669669	9966996969	6699696669	9669969996	6996669696	23333333310
6699699696	9669969669	6996669969	9966996696	6699696996	9669969696	6996669996	9966996669	6699696969	23333333310
9969669699	6969996696	9696696996	6696969669	9969669969	6969996669	9696696969	6696969696	9969669996	23333333310
9696696966	6696969969	9969669669	6969996996	9696696696	6696969996	9969669696	6969996969	9696696669	23333333310
6969966969	9969696996	6696996696	9696669969	6969969669	9969696969	6696996669	9696669996	6969969696	23333333310
6696999696	9696669669	6969969969	9969696696	6696996996	9696669696	6969969996	9969696669	6696996969	23333333310
9696969699	6999696696	9666996996	6969669669	9696969969	6999696669	9666996969	6969669696	9696969996	23333333310
9666996966	6969669969	9696969669	6999696996	9666996696	6969669996	9696969696	6999696969	9666996669	23333333310
6999666969	9696996996	6969696696	9666969969	6999669669	9696996969	6969696669	9666969996	6999669696	23333333310
6969996966	9666969669	6999669969	9696996696	6969969996	9666969696	6999669996	9696996669	6969969696	23333333310
23333333310	23333333310	23333333310	23333333310	23333333310	23333333310	23333333310	23333333310	23333333310	23333333310
20	21	22	23	24	25	26	27	28	

It is based on the 2 by 2 combinations of 28 numbers:

{66669, 66696, 66699, 66969, 66996, 66999, 69666, 69669, 69696, 69699, 69966, 69969, 69996, 69999, 96666, 96669, 96696, 96699, 96966, 96969, 96996, 96999, 99666, 99669, 99696, 99966, 99969, 99996}.

Let's divide the above 28 numbers in 7 parts of 4 each with equal sums:

$$A := 66669 + 69999 + 96666 + 99996 = 333330$$

$$B := 66699 + 66999 + 99666 + 99966 = 333330$$

$$C := 66996 + 69966 + 96699 + 99669 = 333330$$

$$D := 66696 + 69666 + 96999 + 99969 = 333330$$

$$E := 69696 + 69996 + 96669 + 96969 = 333330$$

$$F := 66969 + 69699 + 96966 + 99696 = 333330$$

$$G := 69669 + 69969 + 96696 + 96996 = 333330$$

These groups are considered in such a way that each group is with its 180° rotation numbers. These 7 groups lead us to a 49 **magic squares** of order 4 with equal **magic sums** given in (6). Consequently, these 49 blocks of order 4 gives us **upside-down pandiagonal magic square** of order 28 given in Example 2.20 with **magic sum** given by

$$S_{28 \times 28} := 233333333310 = 100000 \times 2333310 + 2333310 \quad (25)$$

where

$$\begin{aligned} 2333310 := & 66669 + 66696 + 66699 + 66969 + 66996 + 66999 + 69666 + 69669 + 69696 + 69699 + \\ & + 69966 + 69969 + 69996 + 69999 + 96666 + 96669 + 96696 + 96699 + 96966 + \\ & + 96969 + 96996 + 96999 + 99666 + 99669 + 99696 + 99966 + 99969 + 99996 \end{aligned}$$

2.12.2 Blocks of Order 7

Example 2.21. *The upside-down pandiagonal magic square of order 28 for the digits 6 and 9 is given below in three parts:*

28x28-mgc									
9999699996	6699966999	6699666996	6966669666	9696996969	6696966969	9699696996	9666666669	9996699666	9669999669
6696996969	9699666969	9999696996	6699999996	6699666999	6966666996	9696969666	6969969696	6996996966	9666669669
6966666999	9696966996	6696969666	9699696969	9999666969	6699996996	6699699996	6669699666	6999699669	6969996999
6699966969	6699696996	6966699996	9696966999	6696966996	9699669666	9999696969	9996696966	9669969669	6669666669
9699666996	9999669666	6699996969	6699666969	6966696996	9696999996	6696966999	6996999669	9666696999	9996669696
9696996996	6696999996	9699666999	9999666996	6699969666	6699696969	6966666969	6999669669	6969966669	6996999666
6699669666	6966696969	9696966969	6696996996	9699699996	9999666999	6699966996	9669996999	6669669696	6999696966
6666996666	9966699966	9966996699	9699966696	6969669996	9696669699	6966969969	6999969999	6669966699	6996669966
9696669996	6966969699	6666969969	9966696666	9966999966	9699996699	6969666696	9969696669	9669699696	6999996696
9699999966	6969696699	9696666696	6966969996	6666969699	9966669969	9966996666	9996966699	9666969966	9969699969
9966669699	9966969969	9699996666	6969699966	9696696699	6966966696	6666969996	6669999696	6996696696	9996969999
6966996699	6666966696	9966669996	9966969699	9699969969	6969696666	9696699966	9669669966	6999999699	6669996669
6969669969	9696696666	6966999966	6666996699	9966666696	9966969996	9699969699	9666996696	9969669999	9669666699
9966966696	9699969996	6969669699	9696669969	6966996666	6666999966	9966696699	6996699969	9996996669	9666999696
6999966669	6669999666	6996699669	9996996999	9666969696	9969696966	9669669669	6666999996	9966666999	9966966996
9969669696	9669696966	6999969669	6669966669	6996699666	9996999669	9666996999	9696696969	6966966969	6666996996
9996999666	9666999669	9969696999	9669669696	6999996966	6669969669	6996666669	9699966999	6969666996	9696669666
6669996966	6996669669	9996966669	9666999666	9969699669	9669696999	6999969696	9966666969	9966996996	9699999996
9669699669	6999996999	6669969696	6996696966	9996969669	9666966669	9969699666	6966966996	6666969666	9966696969
9666969669	9969666669	9669699666	6999999669	6669996999	6996669696	9996996966	6969696996	9696699996	6966966999
6996696999	9996969696	9666996966	9969669669	9669666669	6999999666	6669999669	9966969666	9699996969	6969666969
9666669999	9996666699	9669969966	6669699969	6999696669	6969999696	6996996696	9999696666	6699999966	6699696699
6969996669	6996999696	9666696696	9996669999	9669966699	6669669996	6999699969	6696969996	9699669699	9999669969
6669666699	6999669966	6969999969	6996996669	9666699696	9996696696	9669969999	6966699966	9696996699	6669666696
9996699696	9669996696	6669669999	6999666699	6969969966	6996999969	9666696669	6699969699	6699669969	6966696666
6996969966	9666699969	9996696669	9669999696	6669696696	6999669999	6969966699	9699696699	9999666696	6699969996
6999696696	6969969999	6996966699	9666669966	9996699969	9669996669	6669699696	9696969969	6696996666	9699699966
9669999969	6669696669	6999699696	6969996696	6996969999	9666666699	9996669966	6699666696	6966669996	9696969699
23333333310	23333333310	23333333310	23333333310	23333333310	23333333310	23333333310	23333333310	23333333310	23333333310
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

6669696999	6999669696	6969996966	6996969669	6666969999	9966666699	9966969966	9699999969	6969696669	9696699696
9996666669	9669999666	6669699669	6999696999	9696696669	6966999696	6666996696	9966669999	9966966699	9699969966
6996969696	9666696966	9996669669	9669966669	9699966699	6969669966	9696699969	6966996669	6666999696	9966696696
6999699666	6969999669	6996996999	9666669696	9966699696	9966996696	9699969999	6969666699	9696669966	6966999969
9669996966	6669669669	6999666669	6969999666	6966969966	6666999969	9966696669	9966999696	9699966966	6966699999
9666699669	9996696999	9669969696	6669696966	6969696696	9696669999	6966966699	6666969966	9966699969	9966996669
6969969669	6996966669	9666699666	9996699669	9966999969	9699996669	6969699696	9696696696	6966969999	6666966699
9996999969	9666996669	9969699696	9669696696	9999666669	6699999666	6699699669	6966696999	9696969696	6696996966
6669969999	6996666699	9996969966	9666999969	6696969696	9699696966	9999669669	6699966669	6699699666	6966699669
9669696669	6999999696	6669996696	6996669999	6966699666	9696999669	6696996999	9699669696	9999696966	6699969669
9666966699	9969669966	9669699969	6999996669	6699996966	6699669669	6966666669	9696999666	6696999669	9699696999
6996699696	9996996696	9666969999	9969666699	9699699669	9999696999	6699969696	6699696966	6966669669	9696966669
6999969966	6669999969	6996696669	9996999696	9696969669	6696966669	9699699666	9999699669	6699969999	6699669696
9969696696	9669669999	6999966699	6669969966	6699696999	6966669696	9696999666	6696969669	9699666669	9999699666
9699969666	6969696969	9696669696	6966996996	9666696666	9996699966	9669996699	6669666696	6999669996	6969969699
9966699996	9966966999	9699966996	6969669666	6969969996	6996969699	9666669969	9996696666	9669999966	6669696699
6966996969	6666966969	9966696996	9966999996	6669699966	6999696699	6969966696	6996969996	9666669699	9996669969
6969666999	9696666996	6966969666	6666996969	9996669699	9669969969	6669696666	6999699966	6969996699	6996966696
9966966969	9699996996	6969699996	9696666999	6996996699	9666666696	9996669996	9669969699	6669669969	6999696666
6666966996	9966669666	9966996969	9699966969	6999669969	6969996666	6996999966	9666696699	9996666696	9669969996
9696696996	6966999996	6666966999	9966666996	9669966696	6669669996	6999669699	6969969969	6996996666	9666699966
6966666696	9696969996	6696969699	9699669969	6999999996	6669966999	6996666996	9996969666	9666996969	9969666969
6699996666	6699699966	6966696699	9696966696	9969696969	9669666969	6999996996	6669999996	6996666999	9996966996
9699669996	9999669699	6699969969	6699696666	9996966999	9666966996	9969669666	9669696969	6999966969	6669996996
9696999966	6696996699	9699666696	9999669996	6669966969	6996696996	9996999996	9666966999	9969666996	9669669666
6699669699	6966669969	9696996666	6696999966	9669666996	6999969666	6669996969	6996666969	9996996996	9666999996
9999696699	6699966696	6699669996	6966669699	9666996996	9969699996	9669666999	6999966996	6669969666	6996696969
6696969969	9699696666	9999699966	6699996699	6996669666	9996996969	9666966969	9969696996	9669699996	6999669999
23333333310	23333333310	23333333310	23333333310	23333333310	23333333310	23333333310	23333333310	23333333310	23333333310
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

								23333333310
6966996696	6999996666	6669999966	6996696699	9996966696	9666969996	9969669699	9669669969	23333333310
6969699969	9969669996	9669669699	6999969969	6669996666	6996699966	9996996699	9666966696	23333333310
9966969999	9996999966	9666996699	9969666696	9669669996	6999969699	6669969969	6996696666	23333333310
6666996669	6669969699	6996669969	9996996666	9666999966	9969696699	9669666696	6999969996	23333333310
9696666699	9669696699	6999966696	6669969996	6996669699	9996969969	9666996666	9969699966	23333333310
9699999696	9666969969	9969696666	9669699966	6999966699	6669966696	6996669996	9996969699	23333333310
9966669966	6996666696	9996969996	9666969699	9969669969	9669696666	6999999966	6669996699	23333333310
9699669669	9666699996	9996666999	9669966996	6669669666	6999969699	6969966969	6996996996	23333333310
9696996999	6969996969	6996966969	9666696996	9996699996	9669966999	6669666996	6999669666	23333333310
6699666669	6669666999	6999666996	6969969666	6996996969	9666666969	9996696996	9669999996	23333333310
9999669696	9996666969	9669996996	6669699996	6999666999	6969966996	6996969666	9666696969	23333333310
6696999666	6996966996	9666669666	9996696969	9669966969	6669696996	6999699996	6969966999	23333333310
6966696966	6999696996	6969999996	6996966999	9666666996	9996669666	9669996969	6669666969	23333333310
6699999669	9669969666	6669696969	6999666969	6969996996	6996999996	9666666999	9996666996	23333333310
6996969969	9999669999	6699966699	6699669966	6966699969	9696996669	6696999696	9699696696	23333333310
6999666696	6696996669	9699699696	9999696696	6699969999	6699666699	6966669966	9696999969	23333333310
9669996666	6966666699	9696969966	6696999969	9699696669	9999699696	6699996696	6699669999	23333333310
9666669996	6699999696	6699696696	6966669999	9696966699	6696969966	9699699969	9999696669	23333333310
6969999966	9699669966	9999699969	6699996669	6699699696	6966696696	9696969999	6696966699	23333333310
6669669699	9696996696	6696969999	9699666699	9999669966	6699999969	6699696669	6966699696	23333333310
9996696699	6699699969	6966696669	9696999696	6696996696	9699669999	9999666699	6699969966	23333333310
9669696996	6666966669	9966699666	9966999669	9699996999	6969669696	9696696966	6966969669	23333333310
9666969666	9696669696	6966996966	6666969669	9966666669	9966999666	9699999669	6969696999	23333333310
6996699996	9699999666	6969699669	9696696999	6966969696	6666996966	9966669669	9966966669	23333333310
6999996969	9966696966	9966969669	9699966669	6969699666	9696699669	6966996999	6666969696	23333333310
9969666999	6966999669	6666996999	9966669696	9966996966	9699969669	6969666669	9696699666	23333333310
9996966969	6969669669	9696666669	6966999666	6666999669	9966696999	9966969696	9699996966	23333333310
6669966996	9966996999	9699969696	6969696966	9696669669	6966966669	6666999666	9966699669	23333333310
23333333310	23333333310	23333333310	23333333310	23333333310	23333333310	23333333310	23333333310	23333333310
21	22	23	24	25	26	27	28	

This magic square is also constructed with the same number as of Example 2.20. These numbers are divided in 4 groups of 7 each with different sums. It lead us 16 **pandiagonal magic squares** of order 7 with **different magic sums**. Consequently, we have an **upside down magic square** of order 28 given in Example ?? with magic sum given in (25)

2.13 Magic Square of Order 29

Example 2.22. *The upside-down pandiagonal magic square of order 29 for the digits 6 and 9 is given below in three parts:*

29x29	pan	243303333009	243303333009	243303333009	243303333009	243303333009	243303333009	243303333009	243303333009
	6999669996	9969966699	6666666999	9999966669	9966969999	9669966696	9669699969	6966966969	9699669699
243303333009	6669999699	9666996669	6999699666	9969999966	6666696666	9999999996	9966969666	9669996999	9669696966
243303333009	6699966666	9966669996	6669966699	9666966999	6999666669	9969969999	6666666696	9999999969	9966966969
243303333009	6666999999	9996699699	6699996669	9966699666	6669999966	9666996666	6999699996	9969969666	6666696999
243303333009	6999999669	9666666666	6666969996	9996666699	6699966999	9966666669	6669969999	9666966696	6999699969
243303333009	6669696699	9999699999	6999999699	9666696669	6666999666	9996699966	6699996666	9966699996	6669969666
243303333009	9996996696	6966699669	6669666666	9999669996	6999966699	9666666999	6666966669	9996669999	6699966696
243303333009	6696969669	9699996699	9996999999	6966699699	6669696669	9999699666	6999999666	9666696666	6666999996
243303333009	6969996996	9696696696	6696999669	9699966666	9996969996	6966666699	6669666999	9999666669	6999969999
243303333009	6699669969	9969669669	6969996699	9696699999	6696999699	9699996669	9996999666	6966699966	6669696666
243303333009	6996969966	6996696996	6699696696	9969699669	6969966666	9696669996	6696966699	9699966999	9996966669
243303333009	6966966996	9699669969	6996969669	6996696699	6699699999	9969699699	6969996669	9696699666	6696999966
243303333009	9669999696	9669669966	6966996996	9699696696	6996999669	6996666666	6699669996	9969666699	6969966999
243303333009	9999969699	9966966996	9669969969	9669669669	6966996699	9699699999	6996999699	6996696669	6699699666
243303333009	9969996966	6666699696	9999969966	9966996996	9669996696	9669699669	6966966666	9699669996	6996966699
243303333009	9666966969	6999669699	9969966996	6666669969	9999969669	9966996699	9669999999	9669699699	6966996669
243303333009	9966696999	6669996966	9666999696	6999669966	9969996996	6666696696	9999996669	9966966666	9669969996
243303333009	9996699969	6699966969	9966669699	6669966996	9666969969	6999669669	9969996699	6666699999	9999996999
243303333009	9666669666	6666996999	9996696966	6699999696	9966669966	6669996996	9666996696	6999699669	9969966666
243303333009	9999666696	6999999969	9666666969	6666969699	9996666996	6699969969	9966669669	6669996699	9666999999
243303333009	6966699996	6669669666	9999696999	6999996966	9666699696	6666969966	9996696996	6699996696	9966699669
243303333009	9699969999	9996966696	6966699969	6669666969	9999669699	6999966996	9666669969	6666969669	9996696699
243303333009	9696696666	6696999996	9699969666	9996996999	6966696966	6669699696	9996699666	6999969966	9666696696
243303333009	9969666669	6969969999	9696666696	6696999969	9699966969	9996969699	6966669966	6669669969	9999669669
243303333009	6996699966	6699696666	9969699996	6969969666	9696696999	6696996966	9699999696	9996969966	6966696996
243303333009	9699666999	6996966669	6996669999	6699666696	9969699969	6969966969	9696669699	6696966996	9699969969
243303333009	9669699666	6966999966	9699696666	6996999996	6996669666	6699696999	9969696966	6969999696	9696669966
243303333009	9966966699	9669966999	9669666669	6966969999	9699666696	6996999969	6996666969	6699669699	9969666996
243303333009	6666696669	9999999666	9966999966	9669996666	9669699996	6966969666	9699696999	6996996966	6996699696
	243303333009	243303333009	243303333009	243303333009	243303333009	243303333009	243303333009	243303333009	243303333009
	1	2	3	4	5	6	7	8	9

243303333009	243303333009	243303333009	243303333009	243303333009	243303333009	243303333009	243303333009	243303333009	243303333009	243303333009
6996966996	6996669969	6699669669	9969696699	6969999999	9696699699	6696996669	9699999666	9996999966	6966696666	6669699996
6966999696	9699669966	6996996996	6996696696	6699699669	9969666666	6969969996	9696666699	6696669999	9699966669	9996969999
9669969699	9669669966	6966969969	9699669669	6996996699	6996699999	6699699699	9969696669	6969999666	9696699966	6696996666
9999969666	9966999696	9669969966	9669696996	6966996696	9699699669	6996966666	6996669996	6699666699	9969666999	6969966669
9969966969	6666669699	9999966996	9966969969	9669969669	9669696699	6966999999	9699699699	6996996669	6996699666	6699699966
9666996999	6999696966	9969996996	6666669966	9999969996	9966996696	9669999669	9669666666	6966969996	9699666699	6996966999
9966699969	6669966969	9666969699	6999666996	9969969969	6666669669	9999966699	9966999999	9669999699	9669696669	6966999666
9996669666	6699969999	9966696966	6669999696	9666969966	6999696996	9969996696	6666699669	9999966666	9966969996	9669966699
9666666966	6666999969	9996666969	6699969699	9966666996	6669969969	9666969669	6999696699	9969999999	6666699699	9999966669
9999699996	6999969666	9666696999	6666996966	9996699696	6699969966	9966696996	6669996696	9666996669	6999666666	9969969996
6966669999	6669666696	9999699969	6999966969	9666669699	6666969996	9996669969	6699969669	9966696699	6669999999	9666999699
9699966666	9996999996	6966669666	6669696999	9999696966	6999999696	9666669966	6666996996	9996696696	6699996669	9966666666
9696666669	6696969999	9699966696	9996999969	6966666969	6669669699	9999666996	6999969969	9666669669	6666996699	9996699999
9969699966	6969996666	9696699996	6696969666	9699969999	9996996966	6966699696	6669669966	9999696996	6999966966	9666699669
6996666999	6699666669	9969669999	6969966696	9696699969	6696669699	9699969699	9996966996	6966669969	6669669669	9999696699
9699699666	6996999966	6996696666	6699699996	9969669666	6969996999	9696696966	6696999696	9699969966	9996996996	6966696696
9669666699	6966966999	9699666669	6996969999	6996666696	6699699969	9969666969	6969969699	9696666996	6696969969	9699969669
9966996669	9669999666	9669699966	6966996666	9699699996	6996969666	6996696999	6699696966	9969699696	6969969966	9696696996
6666669996	9999966699	9966966999	9669966669	9669669999	6966966696	9699699969	6996966969	6996666969	6699666996	9969669969
6999699699	9969996669	6666699666	9999999666	9966996666	9669999996	9669669666	6966996999	9699696966	6996999696	6996669966
6669966666	9666969996	6999666699	9969966999	6666666669	9999969999	9966966696	9669999699	9669666969	6966969699	9699666996
6699999999	9966699699	6669996669	9666999666	6999699966	9969996666	6666699996	9999969666	9966996999	9669996966	9669699696
6666999669	9996666666	6699969996	9966666699	6669966999	9666966669	6999669999	9969966696	6666699969	9999966969	9966969699
6999966699	9666699999	6666999699	9996696669	6699999666	9966699966	6669996666	9666999996	6999669666	9969996999	6666696966
6669696696	9999699669	6999966666	9666669996	6666966699	9996666999	6699966669	9966669999	6669966696	9666999969	6999666969
9996969669	6966696699	6669699999	9999699699	6999996669	9666699666	6666999966	9996696666	6699999996	9966669666	6669996999
6696996996	9699996696	9996999669	6966666666	6669669996	9999666699	6999966999	9666666669	6666969999	9996666696	6699999669
6969969969	9696669669	6696996699	9699999999	9996999699	6966696669	6669699666	9999699966	6999996666	9666699996	6666969666
6699669966	9969696996	6969996696	9696699669	6696966666	9699969996	9996966699	6966666999	6669666669	9999669999	6999666966
243303333009	243303333009	243303333009	243303333009	243303333009	243303333009	243303333009	243303333009	243303333009	243303333009	243303333009
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

243303333009	243303333009	243303333009	243303333009	243303333009	243303333009	243303333009	243303333009	243303333009	243303333009
9999669666	6999996999	9666696966	6666999696	9996669966	6699996996	9966696696	6669999669	9666966666	243303333009
6966666696	6669699969	9999666969	6999969699	9666666996	6666969969	9996669669	6699996699	9966699999	243303333009
9699999996	9996969666	6966696999	6669696966	9999699696	6999969966	9666696996	6666966966	9996699669	243303333009
9696669999	6696966696	9699999969	9996966969	6966669699	6669666996	9999669969	6999969669	9666696699	243303333009
9969696666	6969999996	9696669666	6696996999	9699996966	9996999696	6966669966	6669696996	9999696696	243303333009
6996666669	6699669999	9969666696	6969999969	9696666969	6696969699	9699966996	9996969969	6966669669	243303333009
9699699966	6996996666	6996699996	6699669666	9969696999	6969996966	9696699696	6696969966	9699996996	243303333009
9669666999	6966966669	9699669999	6996966696	6996699969	6699666969	9969669699	6969966996	9696669969	243303333009
9966999666	9669999966	9669696666	6966999996	9699669666	6996996999	6996696966	6699699696	9969669966	243303333009
6666666699	9999966999	9966966669	9669969999	9669666696	6966999969	9699666969	6996969699	6996666996	243303333009
6999696669	9969999666	6666699966	9999966666	9966999996	9669969666	9669696999	6966996966	9699699696	243303333009
6669969996	9666966699	6999666999	9969966669	6666669999	9999966696	9966999969	9669966969	9669669699	243303333009
6699999699	9966696669	6669999666	9666999966	6999696666	9969999996	6666669666	9999969999	9966996966	243303333009
6666966666	9996669996	6699966699	9966666999	6669966669	9666969999	6999666696	9969999969	6666669699	243303333009
6999999999	9666699699	6666996669	9996699666	6699999966	9966696666	6669999996	9666969666	6999696999	243303333009
6669699669	9999666666	6999969996	9666666699	6666966999	9996666669	6699969999	9966666696	6669999969	243303333009
9996996699	6966699999	6669699699	9999696669	6999999666	9666699966	6666996666	9996699996	6699969666	243303333009
6696996696	9699999669	9996966666	6966669996	6669666699	9999666999	6999666669	9666669999	6666966696	243303333009
6969969669	9696696699	6696999999	9699999699	9996996669	6966699666	6669699966	9999696666	6999999996	243303333009
6699696996	9969696696	6969999669	9696666666	6696969996	9699966699	9996966999	6966666669	6669669999	243303333009
6996969969	6996669669	6699696699	9969699999	6969999699	9696696669	6696999666	9699999966	9996996666	243303333009
6966969966	9699696996	6996996696	6996699669	6699666666	9969669996	6969966699	9696666999	6696966669	243303333009
9669966996	9669669969	6966969669	9699696699	6996999999	6996699699	6699696669	9969699666	6969999966	243303333009
9999999696	9966969966	9669996996	9669696696	6966999669	9699666666	6996969996	6996666699	6699666999	243303333009
9969969699	6666666996	9999969969	9966969669	9669996699	9669699999	6966999699	9699696669	6996999666	243303333009
9666996966	6999699696	9969969966	6666696996	9999996696	9966999669	9669966666	9669669996	6966966699	243303333009
9966666969	6669969699	9666966996	6999669969	9969969669	6666696699	9999999999	9966999699	9669996669	243303333009
9996696999	6699996966	9966699696	6669969966	9666996996	6999696696	9969999669	6666666666	9999699996	243303333009
9666699969	6666966969	9996669699	6699966996	9966669969	6669969669	9666996699	6999699999	9969999699	243303333009
243303333009	243303333009	243303333009	243303333009	243303333009	243303333009	243303333009	243303333009	243303333009	243303333009
21	22	23	24	25	26	27	28	29	

It is based on the 2 by 2 combinations of 29 numbers:

{6666, 6669, 6696, 6699, 66969, 66996, 66999, 69666, 69669, 69699,
 69966, 69969, 69996, 69999, 96666, 96669, 96696, 96699, 96966, 96996,
 96999, 99666, 99669, 99696, 99699, 99966, 99969, 99996, 99999}.

These 29 numbers considered above are **upside-down**. The **upside-down magic sum of magic square** given in Example 2.22 is given by

$$S_{29 \times 29} := 243303333009 = 100000 \times 2433009 + 2433009 \quad (26)$$

where

$$\begin{aligned} 2433009 := & 66666 + 66669 + 66696 + 66699 + 66969 + 66996 + 66999 + 69666 + 69669 + 69699 + \\ & + 69966 + 69969 + 69996 + 69999 + 96666 + 96669 + 96696 + 96699 + 96966 + 96996 + \\ & + 96999 + 99666 + 99669 + 99696 + 99699 + 99966 + 99969 + 99996 + 99999. \end{aligned}$$

We observe that even though the magic square is **upside-down**, but the **magic sums** may be different. Below are both the numbers with 180° rotation:

Upside-down:

$$\begin{aligned} 2433009 := & 99999 + 69999 + 96999 + 66999 + 69699 + 96699 + 66699 + 999969 + 69969 + 66969 + \\ & + 99669 + 69669 + 96669 + 66669 + 66669 + 69996 + 96996 + 66996 + 99696 + 96696 + \\ & + 66696 + 99966 + 69966 + 96966 + 66966 + 99666 + 69666 + 96666 + 66666 \end{aligned}$$

It is the same sum as of original numbers. In this case, the magic sum of **upside-down magic square** is the same as given in (26).

2.14 Magic Square of Order 30

2.14.1 Blocks of Order 6

Example 2.23. *The upside-down magic square of order 30 for the digits 6 and 9 is given below in three parts:*

30x30-mgc									
6669666696	9996999966	9996999666	9996966999	6669666699	6669699969	6966666669	9699999699	9699966666	9699969999
9996699969	6669966699	9996699666	6669966999	6669999966	9996666696	9699699996	6966966966	9699696666	6966969999
9966699969	9966699966	6699966999	6699999666	9966666699	6699966696	9669699996	9669699699	6996969999	6996996666
6699999969	6699966699	9966666999	9966699666	6699999966	9966666696	6996999996	6996966966	9669669999	9669696666
6669966696	9996666699	6669999666	9996666999	9996699966	6669999969	6966966669	9699666966	6966996666	9699669999
9996966696	6669699966	6669666999	6669699666	9996966699	9996999969	9699966669	6966699699	6966669999	6966696666
6666969666	9999696996	9999696696	9999669969	6666969669	6666996999	6696966969	9969696969	9969696966	9969669699
9969996999	6696669669	9969996696	6696669969	6696696996	9969969666	9696999696	6969669696	9696996966	6969669699
9666696999	9666696996	6999969969	6999966966	9666669669	6999969666	9696699696	9696696969	6969969699	6969969666
6999969999	6999969669	9666669969	9666696696	6999969996	9666669666	6969999696	6969969696	9696669699	9696696966
6696669666	9969969669	6696696696	9969969969	9969969996	6696696999	6969666969	9696969696	6969696966	9696969699
9999669666	6666996996	6666969969	6666996696	9999669669	9999696999	9969666969	6696996969	6696969699	6696996966
6966666666	9699996669	9699996699	9699969966	6966666996	6966699999	6666666696	9999999666	9999996666	9999966999
9699699999	6966966996	9699696699	6966969966	6966999669	9699666666	9966999969	6699666699	9966999666	6699666999
9669699999	9669699669	6996969966	6996996699	9669666996	6996966666	9669999969	9669999666	6996666999	6996699666
6996999999	6996966996	9669669966	9669696699	6996999669	9669666666	6996699969	6996666699	9669966999	9669999666
6966966666	9699666996	6966996699	9699669966	9699699669	6966999999	6699666696	9966966699	6699699666	9966966999
9699966666	6966699669	6966669966	6966696699	9699966996	9699999999	9999966696	6666699966	6666669999	6666699666
6696966669	9969699699	9969696666	9969669999	6696966966	6696999996	6669669666	9996996996	9996996696	9996969969
9696999996	6969666966	9696996666	6969669999	6969699699	9696966669	9996696999	6669969669	9996696696	6669969969
9696699996	9696699699	6969969999	6969996666	9696666966	6969966669	9966696999	9966696996	6699969969	6699966966
6969999996	6969966966	9696669999	9696696666	6969999699	9696666669	6699999699	6699969669	9966669969	9966696696
6969666669	9696966966	6969696666	9696969999	9696999699	6969699996	6669969666	9996669669	6669996696	9996669969
9969666669	6696999699	6696969999	6696996666	9969666966	9969699996	9996969666	6669696996	6669669969	6669696696
6666666696	9999999966	9999996666	9999966999	6666666699	6666699969	6666966666	9999699669	9999696699	9999669966
9966999969	6699666699	9966999666	6699666999	6699699966	9966966696	9969999999	6696666996	9969996699	6696669966
9669999969	9669999966	6996666999	6996699666	9669966699	6996666696	9666699999	9666699669	6999969966	6999966999
6996699969	6996666699	9669966999	9669999666	6996699966	9669966696	6999999999	6999966996	9666669966	9666696699
6699666696	9966966699	6699699666	9966966999	9966999966	6699699969	6696666666	9969966996	6696696699	9969969966
9999966696	6666699966	6666666999	6666699666	9999966699	9999999969	9999666666	6666999669	6666969966	6666996699
24999999975	24999999975	24999999975	24999999975	24999999975	24999999975	24999999975	24999999975	24999999975	24999999975
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

696666966	696699996	666669666	999996996	999996696	9999969969	666669669	666696999	6666966969	9999696969
6966999699	9699666669	9966996999	6699669669	9966996696	6699669969	6699696996	9966969666	9969999696	6696669696
9669666966	6996966669	9669996999	9669996996	6996669969	6996696696	9669969669	6996669666	9666699696	9666696969
6996999699	9669666669	6996696999	6996669669	9669969969	9669996696	6996696996	9669969666	6999999696	6999969696
9699699699	6966999996	6699669666	9966969669	6699696696	9966969969	9966996996	6699696999	6696666969	9969969696
9699966966	9699999996	9999969666	6666696996	6666699699	6666696696	9999969669	9999969999	9999666969	6666996969
6696969696	6696999696	6669666666	9996999669	9996996699	9996969966	6669666996	6669699999	6966666966	9699999666
6969696969	9696966969	9996699999	6669966996	9996696699	6669969966	6669996669	9996666666	9699699969	6966966699
9696669696	6969966969	9966699999	9966699669	6699969966	6699996699	9966666996	6699966666	9669699969	9669699966
6969996969	9696666969	6699999999	6699966996	9966669966	9966696699	6699996669	9966666666	6996999699	6996966699
9696996969	6969699696	6669966666	9996666996	6669996699	9996669966	9996699669	6669999999	6966966696	9699666699
9969669696	9969699696	9996966666	6669699669	6669669966	6669696699	9996966996	9996999999	9699966696	6966699966
6666666699	6666699969	6666966669	9999699699	9999696666	9999669999	6666966966	6666999996	6696969666	9969696996
6699699966	9966966696	9969999996	6696666966	9969996666	6696669999	6696699699	9969966669	9696996999	6969669669
9669966699	6996666696	9666699996	9666699699	6999969999	6999996666	9666666966	6999966669	9696696999	9696696996
6996699966	9669966696	6999999996	6999966966	9666669999	9666696666	6999996699	9666666669	6969996999	6969969669
9966999966	6699699969	6696666669	9969966966	6696696666	9969969999	9969996699	6696699996	6969669666	9696969669
9999966699	9999999969	9999666669	6666999699	6666969999	6666996666	9999666966	9999699996	9969669666	6696996996
6669669669	6669696999	6966666969	9699996969	9699996966	9699969699	6966669696	6966699696	6666666666	9999996669
6669996996	9996669666	9699699696	6966969696	9699696966	6966969699	6966996969	9699666969	9966999999	6699666996
9966669669	6699969666	9669699696	9669696969	6996969699	6996996966	9669669696	6996966969	9669999999	9669996669
6699996996	9966669666	6996999696	6996969696	9669669699	9669696966	6996996969	9669666969	6996699999	6996666996
9996696996	6669996999	6966966969	9699669696	6966996966	9699669699	9699696969	6966999696	6699666666	9966966996
9996969669	9996996999	9699966969	6966696969	6966669699	6966696966	9699969696	9699996966	9999666666	6666996669
6666966996	6666999999	6696966696	9969699966	9969699666	9969666999	6696966699	6696999699	6669666669	9996999699
6696699669	9969966666	9696999969	6969666699	9696999666	6969666999	6969699966	9696966696	9996699996	6669966966
9666666996	6999966666	9696699969	9696699966	6969966999	6969996666	9696666699	6969966696	9966699996	9966699699
6999996669	9666666666	6969999969	6969966699	9696666999	9696699666	6969999966	9696666696	6699999996	6699966966
9969996669	6696699999	6969666696	9696966699	6969699666	9696966999	9696999966	6969699969	6669966669	9996666966
9999666996	9999699999	9969666696	6696999966	6696966999	6696999666	9969666699	9969699969	9996966669	6669699699
24999999975	24999999975	24999999975	24999999975	24999999975	24999999975	24999999975	24999999975	24999999975	24999999975
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

										24999999975
9999696966	9999669699	6666969696	6666999696	6696966666	9969699669	9969696699	9969669966	6696966996	6696999999	24999999975
9969996966	6696669699	6696669696	9969966969	9696999999	6969666996	9696996699	6969669966	6969699669	9696966666	24999999975
6999969699	6999996966	9666669696	6999966969	9696699999	9696699669	6969969966	6969996699	9696666996	6969966666	24999999975
9666669699	9666696966	6999996969	9666666969	6969999999	6969966996	9696669966	9696696699	6969996699	9696666666	24999999975
6696669696	9969969699	9969996969	6696699696	6969666666	9696966996	6969696699	9696969966	9696999669	6969699999	24999999975
6666969699	6666996966	9999669696	9999699696	9969666666	6696999669	6696969966	6696996699	9969666996	9969699999	24999999975
9699996666	9699966999	6966666699	6966699969	6666666669	9999999699	9999966666	9999969999	6666666966	6666699996	24999999975
9699699666	6966966999	6966999966	9699666696	9966999996	6699666966	9966996666	6699669999	6699699699	9966966669	24999999975
6996966999	6996999666	9669666699	6996966696	9669999996	9669999699	6996669999	6996696666	9669966966	6996666669	24999999975
9669666999	9669699666	6996999966	9669666696	6996699996	6996666966	9669969999	9669996666	6996699699	9669966669	24999999975
6966999666	9699666999	9699699966	6966999969	6699666669	9966966966	6699696666	9966969999	9966999699	6699699996	24999999975
6966666999	6966699666	9699966699	9699999969	9999966669	6666699699	6666669999	6666696666	9999966966	9999999996	24999999975
9969696696	9969669969	6696969669	6696996999	6669666969	9996996969	9996996966	9996969699	6669669696	6669699696	24999999975
9696996696	6969669969	6969696996	9696969666	9996699696	6669969696	9996696966	6669969699	6669996969	9996666969	24999999975
6969969969	6969996696	9696669669	6969969666	9966699696	9966696969	6699969699	6699996966	9966669696	6699966969	24999999975
9696669969	9696696696	6969996996	9696669666	6699999696	6699969696	9966669699	9966696966	6699996969	9966666969	24999999975
6969666966	9696969969	9696996996	6969696999	6669966969	9996669696	6669996966	9996669699	9996696969	6669999696	24999999975
6696969969	6696996696	9969669669	9969696999	9996966969	6669696969	6669669699	6669696966	9996969696	9996999696	24999999975
9999966699	9999969966	6666666996	6666699999	6666966696	9999699966	9999699666	9999666999	6666966699	6666999699	24999999975
9966996699	6699669966	6699699669	9966966666	9969999969	6696666699	9969999666	6696666999	6696699966	9969966696	24999999975
6996669966	6996696699	9669966996	6996666666	9666699969	9666699966	6999966999	6999999666	9666666999	6999966696	24999999975
9669969966	9669996699	6996699669	9669966666	6999999969	6999966699	9666666999	9666699666	6999999666	9666666696	24999999975
6699696699	9966969966	9966999669	6699699999	6696666696	9969966699	6696699666	9969966999	9969999666	6696699969	24999999975
6666669966	6666696699	9999966996	9999999999	9999666696	6666999966	6666966999	6666999666	9999666699	9999699969	24999999975
9996996666	9996969999	6669666966	6669699996	6966669666	9699996996	9699996696	9699969969	6966669669	6966696999	24999999975
9996696666	6669969999	6669999699	9996666669	9699696999	6966969669	9699696696	6966969969	6966996996	9699669666	24999999975
6699969999	6699996666	9966666966	6699966669	9669696999	9669696996	6996969969	6996996696	9669669669	6996969666	24999999975
9966669999	9966696666	6699999699	9966666669	6996996999	6996969669	9669669969	9669696696	6996996996	9669669666	24999999975
6669996666	9996669999	9996699699	6669999996	6966969666	9699669669	6966996696	9699669969	9699696996	6966996999	24999999975
6669669999	6669696666	9996966966	9996999996	9699969666	6966696996	6966669969	6966696696	9699969669	9699996999	24999999975
24999999975	24999999975	24999999975	24999999975	24999999975	24999999975	24999999975	24999999975	24999999975	24999999975	24999999975
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	

It is based on the 2 by 2 combinations of 30 numbers:

{66666, 66669, 66696, 66699, 66966, 66969, 66996, 66999, 69666, 69669,
 69696, 69699, 69966, 69969, 69999, 96666, 96696, 96699, 96966, 96969,
 96996, 96999, 99666, 99669, 99696, 99699, 99966, 99969, 99996, 99999}.

These 30 numbers are divided in 5 groups of 6 each with equal sums:

$$A := 66699 + 99966 + 66999 + 99666 + 66696 + 99969 = 499995$$

$$B := 69666 + 96999 + 69969 + 96696 + 69669 + 96996 = 499995$$

$$C := 66666 + 99999 + 66996 + 99669 + 69966 + 96699 = 499995$$

$$D := 66966 + 99699 + 66669 + 99996 + 69999 + 96666 = 499995$$

$$E := 66969 + 99696 + 96966 + 69699 + 69696 + 96969 = 499995$$

Let's check sum of these 5 groups in 180° rotation:

$$A := 66699 + 99966 + 66999 + 99666 + 66696 + 99969 = 499995$$

$$B := 69666 + 96999 + 69969 + 96696 + 69669 + 96996 = 499995$$

$$C := 66666 + 99999 + 66996 + 99669 + 69966 + 96699 = 499995$$

$$D := 66966 + 99699 + 66669 + 99996 + 69999 + 96666 = 499995$$

$$E := 66969 + 99696 + 96966 + 69699 + 69696 + 96969 = 499995$$

Based on above 5 groups of 6 each, we can construct 25 **upside-down magic squares** of order 6 with **equal sums**. These 25 magic square of order 6 lead us to an **upside-down magic square** of order 30 with **magic sum** given by

$$S_{30 \times 30} := 249999999975 = 100000 \times 2499975 + 2499975 \quad (27)$$

where

$$2499975 := 66666 + 66669 + 66696 + 66699 + 66966 + 66969 + 66996 + 66999 + 69666 + 69669 +$$

$$+ 69696 + 69699 + 69966 + 69969 + 69999 + 96666 + 96696 + 96699 + 96966 + 96969 +$$

$$+ 96996 + 96999 + 99666 + 99669 + 99696 + 99699 + 99966 + 99969 + 99996 + 99999.$$

The 25 **magic square** of order 6 are of same sum as given in (3).

2.14.2 Blocks of Order 5

Example 2.24. *The upside-down magic square of order 30 for the digits 6 and 9 is given below in three parts:*

30X30-mgc									
6999669996	6966996999	9669966969	6966696666	9669699996	6666669666	9969996669	6999996996	6666969966	9996666666
9699969669	9666996669	9699696999	9669666969	9996969999	6966966696	9999999969	6666666699	9999669969	9666666996
6696996699	9699996996	6669966699	6996996999	6966966696	6999699996	9699669666	9966969996	9999999666	6669669966
9666669666	6696996696	9699969969	9966699666	6996696999	9699666969	9666966696	6996999969	9669996669	9966966999
9999696696	6999999969	6696969669	9699969966	6699966999	6699696999	6996966969	6669969666	6996669996	9669666699
6966666666	6669669669	9999669996	6696996996	9699966996	9996699966	9969696999	6996666969	9966699969	6699696669
9666999699	9996999999	6966696996	6669696669	6696969969	9699999696	6666966669	6696696999	6699666969	6699969996
9699669999	6669966666	6999699669	9996969969	6966666699	6696969966	9699966966	9666696666	9969996999	9969666969
6996666669	6996999996	9966699999	9666996699	6999669966	9996999666	6696966996	9699999699	6999969999	6666696999
6666699966	6699696666	6996666696	6699999669	6669996696	9666966996	6999666999	6696999696	9699966666	9999699996
6999966999	9999966669	9969669999	6699669666	9996696699	9966669669	6669999696	9666999966	6696966966	9699999999
9999966969	9999699966	9966996666	6696699996	9969699969	6666996696	6699996996	9966666966	6669966669	6696999699
9669696999	9966966969	6669666669	9669969999	9969966696	6696669996	9666669669	9996669969	6699999699	9966696666
9966696669	6699966699	9996699666	6666966999	9666699966	6999966669	9999696666	6669669999	6966699996	9996966696
9969966966	6666699699	9999966666	9966999999	9669999669	9669696699	6966996696	9699669669	6996996996	6996669969
6696666699	9969999666	6666666999	9999999666	9966966669	9669996666	9669669999	6966999996	9699666966	6996969666
6699999666	9996666999	6666999966	9666666669	6999966666	9999669999	6669699996	6966666696	9996969666	6999699969
6966969699	6996696966	9669666996	9969999969	6669699666	6669969969	6966699999	6666996699	6696669669	9699699669
6996996966	9669969966	6696669666	9999666699	9666996996	6669666666	9996699669	9969696696	6966999999	9696666669
9966969969	9969666966	6999966669	6999669669	9999699699	6699999999	6699696699	9669666666	9696699966	6969999666
6699699996	9666669996	9996996696	6999966966	9966666666	6996699669	9669999699	9696666999	6969966699	6966699696
6666999969	6966696699	9666699696	6669999699	6996999999	9966966966	9696699666	6969996669	6669666996	9999969699
6669699669	6666966996	9666966966	9699666666	9999999696	9696666699	6969969996	9999669966	6666669699	9669996966
9996669966	6999699696	6966999699	6666666996	9696696669	6969999669	6999969969	9969969699	9966996966	6696696699
9996966996	9669666966	9969969966	9696669996	6969969666	9666696996	6696669699	9999969666	9969699669	6966999966
9669999696	6696669969	9696699969	6969966696	6666969669	9969669699	6666696966	6699699999	9669666999	6669969999
9969696996	9696669666	6969999996	9996696696	6699669699	9969996966	6996666666	9669999666	9666996666	6666966966
9696666696	6969969999	6699996699	6996669699	6696696966	6996999699	9966966699	6999666669	9996699696	9666996696
6969996666	9966699669	6996969699	9969696966	9699666966	9999996669	9996999966	6699966996	6999696699	6999969669
6669999999	9699669699	6699696966	6966999696	6666669996	6966666999	9966669966	9996999669	9666696696	9969996996
24999999975	24999999975	24999999975	24999999975	24999999975	24999999975	24999999975	24999999975	24999999975	24999999975
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

6699969999	6696999999	9699996696	9666999666	6696699699	6669966966	9966666999	6969969669	9696669969	6996999669
6666999999	9996699996	6696999669	6669966999	9969966666	9966699699	6699999966	9696669966	6996696699	6669699696
6999999696	9666699669	6666966696	9966699966	6666699999	6699966666	9996666669	6699696696	6966666966	9666969999
6966666996	9999666966	6999996699	6699966669	9999999669	9996699999	6666996666	9996999699	6669999966	6966969996
9669999666	9996999696	6669699699	9996696666	9966996699	6666999669	9666669999	9966666966	9699696669	9969999966
6966999666	9669666669	6999666966	6666969999	9669996696	9666696699	6999999966	6996966699	6666666966	9999666999
9969666699	9699666999	6966996666	9666699996	9669669669	6999996696	9999666696	9999969666	9966999966	9669966996
9996696669	6696699666	6996999966	6999966696	6966996996	9999669669	6669669666	9669966669	9669699696	6666966966
6696666969	6666966699	9969966999	9999669666	9699669969	6669696996	6966699969	6966966966	9999969669	9996696966
9999996999	9969966969	9666699666	6669699969	6996969966	6966669969	9996969996	9966996996	6666996966	9966669699
6669666696	9966996999	6666666969	6966669996	6996666996	9996969966	6999696669	9666696966	6699969699	6696699969
9699999669	6966669666	9669996999	9996996669	6699699696	6999666996	9666966699	9996669699	9969969996	6969996699
6696966666	9699996699	9996999969	6999666699	9969666966	9666999696	6669999666	6666696669	6969996696	9696696996
6999669666	9666999969	6669969996	9699996999	9696669699	6969966969	6696996966	6696666666	9969699699	6699666966
6699669966	9969666996	6696699696	6969996966	6696966969	9699969699	9696696999	6669999666	9666966999	6999699666
6996699969	6699669996	9969696669	6696969699	6969996999	9696696966	9699966969	9666969969	6999696996	9996969669
9666969996	6669996669	9966666999	9696666969	9699996966	6696996999	6969969699	9969999669	6696699999	9969666666
9696696666	6969999666	9666966666	6666666966	9996666699	6996996669	9966999699	9969699696	9699966669	6696969666
6969966999	6999699699	9669669699	9969999696	6699996669	9699669996	9999966966	6666996999	6699666996	9699999666
9996966966	9669969699	9699696966	6696666996	9966669996	6966999969	6666699696	6966666969	9996696999	6996669966
9966969699	6966996966	9999996996	9969669966	6669999969	9669669666	9969966996	9999696699	6669666969	6699996999
9669696966	6666669669	6996669999	6699669969	9666969666	9669966696	6696669966	6699999966	6999996669	9999666969
9969996696	6996996666	9996669666	6996696996	6999666696	9966999966	9969669969	9669699666	9966669999	9666699999
9699666669	6699966696	9999699999	6996969669	9996999966	9999969999	6699696996	6996666999	9669966699	6669996666
9966699996	6999966666	6699969969	9699696696	6966669999	6666696666	6996669669	6669699999	6996999666	9966996669
9666699699	9966696996	6966669966	6966996699	6669696666	9969966669	6996996696	6999966996	9999666666	9699666699
6669969669	6669669969	9966966996	9669699669	9999666669	6696699966	9699696699	6999669999	9666669966	6999996999
9999696996	9999969966	6699669669	9669999999	6999999666	9969666999	6966999669	9699699969	9996996666	6666969969
6666669969	6996696696	9696699996	9966966666	9666666999	6699699666	9669699999	6696969996	6966969666	6966666669
6996996699	9696669999	6969966669	9999999699	6666999666	6996666699	9669966666	9699996666	6696999969	9669666696
24999999975	24999999975	24999999975	24999999975	24999999975	24999999975	24999999975	24999999975	24999999975	24999999975
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

										24999999975
9999666996	9996966669	9966966669	6996699966	6699699969	9969696699	9699699696	6669696966	9666669699	9999966699	24999999975
6999696666	9669969666	6699666669	9969669996	6696696696	6996966966	6966696966	6999969699	9966999666	6969996996	24999999975
9669699969	9969696666	6696696669	9969969669	6996699699	9996996966	9999669699	9669966999	6969969969	9696666996	24999999975
6696669999	9969966699	6666696996	6699666666	6999696966	6669669699	9669699966	6969969966	9696699696	9969669669	24999999975
6666699666	9999699699	9969699999	9666996966	6966669699	6966966669	6969966996	9696666966	6696696996	6996666666	24999999975
9966969966	6696699669	6669996966	9996969699	9699696666	6969996966	9696699699	9969969969	9666999999	6699969666	24999999975
9969996699	9966696966	6999669699	6996969999	6969966966	9696666666	6666699666	6669996669	9996699969	6996699666	24999999975
6699996966	9666969699	6996699996	6969999699	9696699999	9999966996	9966696699	6666969996	6699666999	9966999699	24999999975
6669969699	6699666966	6969966666	9696699669	9966999696	6699966966	9666696669	9969699966	9669969996	9669696666	24999999975
9969669666	6969999999	9696696699	9669966966	9996669669	6999966699	6696666669	9669696669	6966969999	9699699699	24999999975
6969996669	9696696696	9669699699	6666996996	9999699666	9969996666	6966966699	9699699996	6996966666	9669969969	24999999975
9696669669	6966966666	9666669969	6669666999	6666669999	9699699666	6996966966	6996699999	9669669966	6999969666	24999999975
9699699999	6999969966	6966699966	9999999996	6996966999	6996669666	6699699669	6966966996	9999696966	6666969699	24999999975
6996699696	6996966996	9699669966	6966969969	9669696996	9669969669	9966996696	9999966999	6666996669	9969999999	24999999975
9996966699	6966696669	6669669996	9999699969	6999696666	9666666696	6666999996	9996669999	6699966666	9966666669	24999999975
6966696696	6669696699	9999699669	6999999999	9666666666	6666999699	9996666966	6699999696	9966666996	6669969966	24999999975
6699699699	6996666966	6996999696	9699666996	6966969966	9669669969	9669996996	9966969669	9999966966	6666966999	24999999975
9669999996	9999666999	9966696696	6699969966	9999966696	6699669999	6999969996	9996996996	6999666969	9666696999	24999999975
6696966696	9966969999	6999996666	6669996699	9966669969	6666699996	6996696666	9666699969	6966669669	9996966969	24999999975
9699966999	6696999996	9999996666	9666666699	9666999669	6669996996	9969969999	6996966669	6666969666	6669696696	24999999975
6996969969	9699996666	6696969999	6666666669	6666996669	6999699999	9666969669	6696696666	9699699966	9996666966	24999999975
9966696999	9699696996	9699966699	6696996666	9969999666	9996669996	9996966666	6999696696	9969666669	6966966999	24999999975
6999966969	6669996999	6966969669	9699966669	6696966669	6696666999	6699999699	6966699699	9996996699	6699699966	24999999975
6666966666	9666666969	9666996999	9669696696	9699699966	6696999966	9969699666	9966669666	6669666966	6966699669	24999999975
9666966669	9996699699	6666966969	6999696999	9669996699	9699999699	6696966999	6699666699	6669966696	9999699696	24999999975
9999969996	6999699966	6699966966	9996666969	9996996999	9966999669	9699969666	6696999666	6996696669	9666999996	24999999975
6966996669	6666699969	9996966999	9966699696	6699966969	6966696999	9999999999	9699966696	6696966699	6996969996	24999999975
9666666966	9669669996	9969969666	6966699666	6669966996	9966666969	6669696999	6666666666	9699999996	6696996669	24999999975
9996696996	6666999696	9669999699	6696666966	6669666699	9666969966	6669966969	9999696999	9969999699	9699969999	24999999975
6669699966	6699969669	9996666996	9966969666	9969699996	9999696669	6999669969	9666966969	6999969999	6696666966	24999999975
24999999975	24999999975	24999999975	24999999975	24999999975	24999999975	24999999975	24999999975	24999999975	24999999975	24999999975
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	

It is based on the 2 by 2 combinations of 30 numbers given in previous Example 2.23. These 30 numbers are divided in 6 groups of 5 each. These 6 groups lead us to **pandiagonal magic squares** of order 5. Consequently, we have an **upside-down magic square** given in Example 2.24 with magic sum as given in (27).

2.15 Magic Square of Order 31

Example 2.25. *The upside-down pandiagonal magic square of order 31 for the digits 6 and 9 is given below in three parts:*

31x31	pan	259696969671	259696969671	259696969671	259696969671	259696969671	259696969671	259696969671	259696969671	259696969671
	6999669996	9696966699	6696666999	9969966669	6666669999	9999966696	9966999969	9669966969	9669669699	6966966996
259696969671	6669969696	9666996669	6999699666	9696999966	6696696666	9969999996	6666669666	9999969999	9966996966	9669999696
259696969671	6699966966	9966669996	6669966699	9666966999	6999666669	9696969999	6696666966	9969999969	6666669699	9999969699
259696969671	6666999699	9996669696	6699996669	9966699666	6669999966	9666996666	6999699996	9696969666	6696696999	9969996966
259696969671	6999966666	9666669666	6666969996	9996666699	6699966999	9966666669	6669969999	9666966966	6999699969	9696966969
259696969671	6669699999	9999699699	6999969696	9666696669	6666999666	9996699966	6699996666	9966699996	6669969666	9666996999
259696969671	9996999669	6966666666	6669666966	9999669996	6999966699	9666669999	6666966669	9996669999	6699966966	9966699969
259696969671	6696996699	9699999999	9996999699	6966669696	6669696669	9999699666	6999999966	9666696666	6666999996	9996669666
259696969671	6969996696	9696699669	6696966666	9699966966	9996969996	6966666699	6669666999	9999666669	6999969999	9666666966
259696969671	6699669669	9969696699	6969999999	9696699699	6696969696	9699996669	9996999666	6966699966	6669696666	9999699996
259696969671	6996996996	6996696696	6699699669	9969666666	6969966966	9696669996	6696966699	9699966999	9996966669	6966669999
259696969671	6966969969	9699669669	6996996699	6996699999	6699699699	9969669696	6969996669	9696699666	6696999966	9699966666
259696969671	9669969966	9669696996	6966996696	9699699669	6996966666	6996666966	6699669996	9969666699	6969966999	9696666669
259696969671	9999966996	9966969969	9669966669	9669696699	6966999999	9699699699	6996969696	6996696669	6699699666	9969699966
259696969671	9969999696	6666669966	9999969996	9966996696	9669999669	9669666666	6966966966	9699669996	6996966669	6996666999
259696969671	9696969699	6696669966	9969969969	6666669669	9999966999	9966999999	9669999699	9666969696	6966996669	9699699666
259696969671	9669969966	6999699696	9696969966	6696696996	9969996696	6666996669	9999966666	9966966966	9669969996	9669666699
259696969671	9999966996	9966969969	9669966669	9669696699	6966999999	9699699699	6996969696	6996696669	6699699666	9969699966
259696969671	9969999696	6666669966	9999969996	9966996696	9669999669	9669666666	6966966966	9699669996	6996966669	6996666999
259696969671	9696969699	6696669966	9969969969	6666669669	9999966999	9966999999	9669999699	9666969696	6966996669	9699699666
259696969671	9666996966	6999699696	9696969966	6696696996	9969996696	6666996669	9999966666	9966966966	9669969996	9669666699
259696969671	9966666969	6669969699	9666966996	6999669969	9696969669	6696666999	9969999999	6666699699	9999969696	9966996669
259696969671	9996696999	6699996966	9966699696	6669969966	9666996996	6999696696	9696999669	6696666666	9969966966	6666669996
259696969671	9666699969	6666966969	9996669699	6699966996	9966669969	6669969669	9666996699	6999699999	9696999699	6696669696
259696969671	9999669666	6999996999	9666696966	6666999696	9996669966	6699996996	9966696696	6669999669	9666966666	6999666966
259696969671	6966666696	6669699969	9999666969	6999969699	9666666996	6666969969	9996669669	6699996699	9966699999	6669999699
259696969671	9699999996	9996969666	6966696999	6669696966	9999699696	6999969966	9666696996	6666996966	9996699669	6699966666
259696969671	9696669999	6696966696	9699999969	9996966969	6966669699	6669666996	9999669969	6999969669	9666696699	6666999999
259696969671	9969696666	6969999996	9696669666	6696996999	9699996966	9996999696	6966669966	6669696996	9999696696	6999999669
259696969671	6996666669	6699669999	9969666696	6969999969	9696666969	6696969699	9699966996	9996969969	6966669669	6669696699
259696969671	9699699966	6996996666	6996699996	6699669666	9969696999	6969996966	9696699696	6696969966	9699996996	9996996696
259696969671	9669666999	6966966669	9699669999	6996966696	6996699969	6699666969	9969669699	6969966996	9696669969	6696969669
259696969671	9966999666	9669999966	9669696666	6966999996	9699669666	6996996999	6996696966	6699699696	9969669966	6969996996
259696969671	6666666699	9999966999	9966966669	9669969999	9669666696	6966999969	9699666969	6996666996	6996666996	6699669969
259696969671	6696696669	9969999666	6666699966	9999966666	9966999996	9669969666	9669969699	6966996966	9699699696	6996969966
	259696969671	259696969671	259696969671	259696969671	259696969671	259696969671	259696969671	259696969671	259696969671	259696969671
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

2596969671	2596969671	2596969671	2596969671	2596969671	2596969671	2596969671	2596969671	2596969671	2596969671	2596969671
9699669969	6996969669	6996969699	6699699999	9969699699	6969969696	9696696669	6699996666	9699999966	9996996666	6966699996
9669669966	6966996996	9699696696	6996999669	6996666666	6699666966	9969669996	6969966699	9696666999	6696966669	9699969999
9966966996	9669969969	9669669669	6966996699	9699699999	6996999699	6996669696	6699696669	9969699666	6969999966	9696696666
6666699696	9999969966	9966996996	9669996696	9669699669	6966966666	9699666966	6996969996	6996666699	6699666999	9969666669
6696669699	9969966996	6666699699	9999969669	9966996699	9669999999	9669699699	6966969696	9699696669	6996999666	6996699966
6999696966	9696999696	6696669966	9969996996	6666696696	9999999669	9966966666	9669966966	9669669996	6966966699	9699666999
6669966969	9666969699	6999666996	9696969969	6696669669	9969996699	6666699999	9999999699	9966969696	9669996669	9669699666
6699996999	9966696966	6669999696	9666969966	6999696996	9696996696	6696699669	9969966666	6666666966	9999969996	9966966699
6666999969	9996666969	6699969699	9966666996	6669969969	9666969669	6999696699	9696999999	6696699699	9969969696	6666696669
6999969666	9666696999	6666996966	9996699696	6699969966	9966696996	6669996696	9666999669	6999666666	9696966966	6696669996
6669666696	9999699969	6999966969	9666669699	6666966996	9996669969	6699969669	9966696699	6669999999	9666999699	6999669696
9996999996	6966669666	6669696999	9999696966	6999999696	9666669966	6666996996	9996696696	6699999669	9966666666	6669966966
6696969999	9699966696	9996999969	6966666969	6669669699	9999666996	6999969969	9666669669	6666996699	9996699999	6699999699
6969996666	9696699996	6696969666	9699996999	9996996966	6966699696	6669669966	9999696996	6999996696	9666699669	6666696666
6699666669	9969669999	6969966696	9696699969	6696966969	9699969699	9996966996	6966669969	6669666699	9999696699	6999999999
6996999966	6996696666	6699699996	9969669666	6969996999	9696696966	6696999696	9699969966	9996996996	6966696696	6669699669
6966966999	9699666669	6996969999	6996666696	6699699969	9969666969	6969969699	9696666996	6696969969	9699969669	9996996699
9669999666	9669699966	6966996666	9699699996	6996969666	6996696999	6699696966	9969699696	6969969966	9696696996	6696996696
9999966699	9966966999	9669966669	9669669999	6966966696	9699699969	6996966969	6996669699	6699666996	9969669969	6969969669
9969996669	6666699666	9999999966	9966996666	9669999996	9669669666	6966996999	9699696966	6996999696	6996669966	6699696996
9696969996	6696666699	9969966999	6666666669	9999969999	9966666966	9669999969	9669666969	6966969699	9699666996	6996969969
9666969696	6999696669	9696999666	6696699966	9969996666	6666699996	9999969666	9966996999	9669996966	9669696966	6966969966
9966666966	6669969996	9666966699	6999666999	9696966669	6696669999	9969966696	6666699969	9999966969	9966969699	9669966996
9996699699	6699969696	9966696669	6669999666	9666999966	6999696666	9696999996	6696669666	9969996999	6666696966	9999999696
9666666666	6666966966	9996669996	6699966699	9966666999	6669966669	9666969999	6999666696	9696999969	6696666969	9969969699
9999699999	6999999699	9666669696	6666996669	9996699666	6699999966	9966696666	6669999996	9666969666	6999696999	9696996966
6966699669	6669666666	9999666966	6999969996	9666666699	6666966999	9996666669	6699969999	9966666696	6669999969	9666966969
9699996699	9996999999	6966699699	6669669696	9999696669	6999999666	9666699966	6666996666	9996699996	6699969666	9966696999
9696696696	6696999669	9699966666	9996966966	6966669996	6669666699	9999666999	6999966669	9666669999	6666966696	9996699969
9969669669	6969996699	9696699999	6696999699	9699969696	9996996669	6966699666	6669699966	9999696666	6999999996	9666669666
6996696996	6699696696	9969699669	6969966666	9696666966	6696969996	9699966699	9996966999	6966666669	6669669999	9999666696
2596969671	2596969671	2596969671	2596969671	2596969671	2596969671	2596969671	2596969671	2596969671	2596969671	2596969671
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21

2596969671	2596969671	2596969671	2596969671	2596969671	2596969671	2596969671	2596969671	2596969671	2596969671	2596969671
6669669666	9999696999	6999996966	9666699696	6666969966	9996696996	6699996696	9966699669	6669966666	9666966966	2596969671
9996966696	6966699969	6669666969	9999669699	6999966996	9666669969	6666969669	9996696699	6699999999	9966699699	2596969671
6696999996	9699969666	9996996999	6966696966	6669699696	9999669966	6999996996	9666696966	6666999669	9996666666	2596969671
6969969999	9696666696	6696999969	9699966969	9996969699	6966666996	6669669969	9999669669	6999996699	9666699999	2596969671
6699696666	9969699996	6969969666	9696696999	6696996966	9699996996	9996969966	6966696996	6669696696	9999699669	2596969671
6996966669	6996669999	6699666696	9969699969	6969966969	9696669699	6696966996	9699969969	9996966669	6966696699	2596969671
6966999966	9699969666	6996999996	6996669666	6699696999	9969696966	6969999696	9696669966	6696996996	9699996696	2596969671
9669966999	9669666669	6966969999	9699666696	6996999969	6996666969	6699669699	9969666996	6969969969	9696669669	2596969671
9999996666	9966999966	9669996666	9669699996	6966969666	9699696999	6996996966	6996696996	6699669966	9969696996	2596969671
9969966699	6666669999	9999966669	9966969999	9669966696	9669699969	6966966969	9699669699	6996966996	6996669969	2596969671
9696996669	6696999666	9969999966	6666696666	9999999996	9966969666	9669996999	9669696966	6966999696	9699669966	2596969671
9666969996	6999666699	9696966999	6696666669	9969969999	6666666696	9999999969	9966966969	9669969699	9669666996	2596969671
9966669696	6669996669	9666999666	6999699966	9696996666	6696699996	9969969666	6666696999	9999996966	9966999696	2596969671
9996669666	6699969996	9966666699	6669966999	9666966669	6999669999	9696966696	6696699969	9969966969	6666669699	2596969671
9666699969	6666969696	9996669669	6699999666	9966699966	6669996666	9666999996	6999669666	9696996999	6696969666	2596969671
9999666666	6999966966	9666669996	6666966699	9996666999	6699966669	9966669999	6669966696	9666999969	6999666969	2596969671
6966699999	6669699699	9999669696	6999996669	9666699666	6666999966	9996696666	6699999996	9966669666	6669996999	2596969671
9699999669	9996966666	6966669666	6669669996	9999666699	6999966999	9666666669	6666969999	9996666696	6699999969	2596969671
9696966699	6696999999	9699999699	9996969696	6966696669	6669699666	9999699966	6999996666	9666699996	6666969666	2596969671
9969696696	6969999669	9696666666	6696966966	9699969996	9996966699	6966666999	6669666669	9999669999	6999966696	2596969671
6996669669	6699696699	9969699999	6969999699	9696669696	6696996669	9699999666	9996999966	6966696666	6666969996	2596969671
9699696996	6996996696	6996699669	6699666666	9969666966	6969969996	9696666699	6696966999	9699966669	9996969999	2596969671
9669669969	6966969669	9699696699	6996999999	6996699699	6699669696	9969696669	6969999666	9696699966	6696996666	2596969671
9966969966	9669996996	9669696696	6966999669	9699666666	6996966966	6996669996	6699666699	9969666999	6969966669	2596969671
6666666996	9999969969	9966969669	9669996699	9669699999	6966999699	9699669696	6996996669	6996699666	6699699966	2596969671
6696699696	9969969966	6666696996	9999996696	9966999669	9669966666	9669666966	6966969996	9699666699	6996966999	2596969671
6999669699	9696966996	6696669969	9969969669	6666696699	9999999999	9966999699	9669969696	9669696669	6966999666	2596969671
6669996966	9666999696	6999669966	9696996996	6696696696	9969999669	6666666666	9999966966	9966969996	9669966699	2596969671
6699966969	9966669699	6669966996	9666969969	6999669669	9696996699	6696699999	9969999699	6666669696	9999996669	2596969671
6666969999	9996696966	6699999696	9966669966	6669996996	9666996696	6999699669	9696966666	6696666966	9969969996	2596969671
6999999969	9666666969	6666969699	9996666996	6699969969	9966669669	6669996699	9666999999	6999699699	9696969696	2596969671
2596969671	2596969671	2596969671	2596969671	2596969671	2596969671	2596969671	2596969671	2596969671	2596969671	2596969671
22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	

It is based on the 2 by 2 combinations of 31 numbers given below in two sets *A* and *B*:

$$A := \{66666, 66669, 66696, 66699, 66966, 66969, 66996, 66999, 69666, 69669, 69699, \\ 69966, 69969, 69996, 69999, 96666, 96669, 96696, 96699, 96966, 96969, \\ 96996, 96999, 99666, 99669, 99696, 99699, 99966, 99969, 99996, 99999\}.$$

and

$$B := \{66666, 66669, 66696, 66699, 66966, 66969, 66996, 66999, 69666, 69669, 69699, \\ 69966, 69969, 69996, 69999, 96666, 96669, 96696, 96699, 96966, 69696, \\ 96996, 96999, 99666, 99669, 99696, 99699, 99966, 99969, 99996, 99999\}.$$

In both the sets, the numbers are same, except one. In set A , we have the number 96969 and in the set B we have the number 96966 .

In order to construct magic square, let's consider the combinations as $T := 100000 \times A + B$, where A and B are as given above. In this case the magic square sum is given by

$$S_{31 \times 31} := 259696969671 = 100000 \times 2596944 + 2569671, \quad (28)$$

where

$$2596944 := 66666 + 66669 + 66696 + 66699 + 66966 + 66969 + 66996 + 66999 + 69666 + 69669 + 69699 + \\ + 69966 + 69969 + 69996 + 69999 + 96666 + 96669 + 96696 + 96699 + 96966 + 96969 + \\ + 96996 + 96999 + 99666 + 99669 + 99696 + 99699 + 99966 + 99969 + 99996 + 99999$$

$$2569671 := 99999 + 69999 + 96999 + 66999 + 99699 + 69699 + 96699 + 66699 + 99969 + 69969 + 66969 + \\ + 99669 + 69669 + 96669 + 66669 + 99996 + 69996 + 96996 + 66996 + 99696 + 69696 + \\ + 96696 + 66696 + 99966 + 69966 + 96966 + 66966 + 99666 + 69666 + 96666 + 66666$$

Thus we have an **upside-down pandiagonal magic square** of order 31 given in Example 2.25 with magic sum as given in (28).

2.16 Magic Square of Order 32

2.16.1 Blocks of Order 4

Example 2.26. *The upside-down pandiagonal magic square of order 32 for the digits 6 and 9 is given below in three parts:*

32x32	pan	266666666640	266666666640	266666666640	266666666640	266666666640	266666666640	266666666640	266666666640	266666666640
266666666640	6999696669	9666999999	6666666666	9999699996	6969696669	9696999999	6696666666	9969969996	6999696666	9666999996
266666666640	6666699996	9999666666	6999699999	9666996669	6696669996	9969966666	6969699999	9696996669	6666699999	9999666669
266666666640	9999999999	6666696669	9666969996	6999666666	9969999999	6696696669	9696999996	6969666666	9999999996	6666696666
266666666640	9666966666	6999669996	9999996669	6666699999	9696966666	6969669996	9969996669	6696699999	9666966669	6999669999
266666666640	6999696969	9666999699	6666669666	9999696966	6969696969	9696999699	6696669666	9969969696	6999696666	9666999666
266666666640	6666696966	9999669666	6999699699	9666996969	6696669696	9969966966	6969699699	9696996969	6666669999	9999666699
266666666640	9999999699	6666696969	9666969696	6999666966	9969999699	6696696969	9696996966	6969666966	9999999666	6666696666
266666666640	9666966966	6999669696	9999996969	6666699699	9696966966	6969669696	9969996969	6696699699	9666966699	6999666999
266666666640	6999996669	9666699999	6666696666	9999669996	6699996669	9966699999	6669966666	9996669996	6999996666	9666699996
266666666640	6666696996	9999666666	6999999999	9666696669	6669969996	9996666666	6699999999	9966696669	6666696999	9999666669
266666666640	9999699999	6666696669	9666669996	6999666666	9996699999	6669966669	9966669996	6699966666	9999699996	6666696666
266666666640	9666666666	6999669996	9999696669	6666999999	9966666666	6699969996	9996696669	6669999999	9666666669	6999669999
266666666640	6999996969	9666699699	6666696966	9999669696	6699996969	9966699699	6669966966	9996669696	6999996666	9666699666
266666666640	6666696966	9999666966	6999999699	9666696969	6669969696	9996666966	6699999699	9966696969	6666696999	9999666699
266666666640	9999699699	6666696969	9666669696	6999666966	9996699699	6669966969	9966669696	6699966966	9999699666	6666696666
266666666640	9666666966	6999669696	9999696969	6666999699	9966666966	6699969696	9996696969	6669996969	9666666699	6999666999
266666666640	6969996669	9696699999	6669666666	9996969996	6966696669	9699999999	6696966666	9969669996	6969996666	9696699996
266666666640	6669669996	9996966666	6969999999	9696696669	6696969996	9969666666	6966699999	9699996669	6669669999	9996966669
266666666640	9996999999	6669696669	9696669996	6969966666	9969699999	6696996669	9699969996	6966666666	9996999996	6669696666
266666666640	9696666666	6969969996	9996996669	6669699999	9699966666	6966669996	9969696669	6696999999	9696666669	6969969999
266666666640	6969996969	9696699699	6669666966	9996969696	6966696969	9699996969	6696966966	9969669696	6969996666	9696699666
266666666640	6669669696	9996966966	6969996969	9696696969	6696969696	9969666966	6966699699	9699996969	6669666999	9996966699
266666666640	9996999699	6669696969	9696669696	6969966966	9969699699	6696996969	9699969696	6966666966	9996999666	6669696666
266666666640	9696666966	6969969696	9996996969	6669699699	9699966966	6966669696	9969696969	6696996969	9696666699	6969966999
266666666640	6996996669	9669699999	6699666666	9966969996	6996696669	9669999999	6696966666	9699669996	6996996666	9669699996
266666666640	6699669996	9966966666	6996999999	9669696669	6966969996	9699666666	6996699999	9669996669	6699669999	9966966669
266666666640	9966999999	6699696669	9669669996	6996966666	9699699999	6696996669	9669969996	6996666666	9966999996	6699696666
266666666640	9669666666	6996969996	9966996669	6699699999	9669966666	6996669996	9699696669	6966999999	9669666669	6996969999
266666666640	6996996969	9669699699	6699666966	9966969696	6996696969	9669996969	6696966966	9699669696	6996996666	9669699666
266666666640	6699669696	9966966966	6996996969	9669696969	6966969696	9699666966	6996699699	9669996969	6699666999	9966966699
266666666640	9966999699	6699696969	9669669696	6996966966	9699699699	6696996969	9669969696	6996666966	9966999666	6699696666
	9669666966	6996969696	9966996969	6699699699	9669966966	6996669696	9699696969	6966996969	9669666699	6996966999
	266666666640	266666666640	266666666640	266666666640	266666666640	266666666640	266666666640	266666666640	266666666640	266666666640
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

26666666640	26666666640	26666666640	26666666640	26666666640	26666666640	26666666640	26666666640	26666666640	26666666640	26666666640	26666666640
666666669	999996999	696966666	969699996	669666669	996996999	699969696	966699969	666666696	999969699	696969696	969699969
699969996	966699666	669666999	996996669	696969996	969699666	666666969	999966696	699969969	966699696	669666969	996996696
966696999	699966669	996999996	669669666	969696999	696966669	999999969	666669696	966696969	699966696	996999969	669669696
999996666	666699996	969696669	696966999	996996666	669669996	966696696	699966969	999996966	666699969	969696696	696966969
666666699	999966999	696969666	969699966	669666699	996996699	699969699	966699696	666666969	999969666	696969999	969699696
699969966	966699666	669666999	996996699	696969966	969699666	666666966	999966969	699969696	966699699	669666966	996996696
966696699	699966699	996999966	669669966	969696699	696966699	999999696	666669699	966696666	699966696	996999966	669669699
999996666	666699966	969696669	696966999	996999666	669669966	966696696	699966966	999996999	666699696	969696696	696966966
666696669	999966999	669996666	996669996	666996669	999666999	699996966	966699969	666696696	999966969	669996966	996669969
699999996	966696666	666996999	999666669	669999996	996669666	666696969	999966696	699999969	966696966	666996969	999666696
966666999	699966669	999669996	666999666	996666999	669996669	999969969	666699696	966666969	699966696	999669969	666999696
999969666	666699996	996666669	669996999	999669666	666999996	966666696	699969699	999969666	666699969	996666696	669996969
666696669	999966699	669999666	996669996	666996669	999666699	699996999	966699696	666696696	999966666	669996999	996669969
699999966	966699666	666996999	999666699	669999966	996669666	666696966	999966696	699999696	966696999	666996966	999666696
966666999	699966669	999669996	666999666	996666999	669996669	999969969	666699699	966666966	699966696	999669969	666999699
999969666	666699966	996666669	669996999	999669666	666999996	966666696	699969666	999969699	666699696	996666696	669996966
666696669	999966699	669999666	996669996	666996669	999666699	699996999	966699696	666696696	999966666	669996999	996669969
696999996	969696666	669696999	996966669	696669996	969996666	666966969	999696696	696999969	969696966	669696969	996966696
969666999	696996669	996969996	669699666	969996999	696666669	999699969	666969696	969666969	696996696	996969969	669699666
999699666	666969996	969996669	696666999	996969666	669699996	969666696	696996969	999699666	666969969	969996696	696666969
666966669	999696999	696669666	969999966	669696669	996966699	696996966	969699969	666966696	999696966	696669699	969999696
696999966	969696666	669696999	996966669	696669996	969996666	666966969	999696696	696999969	969696966	669696969	996966696
969666999	696996669	996969996	669699666	969996999	696666669	999699969	666969696	969666969	696996696	996969969	669699666
999699666	666969996	969996669	696666999	996969666	669699996	969666696	696996969	999699666	666969969	969996696	696666969
666966669	999696999	696669666	969999966	669696669	996966699	696996999	969699969	666966696	999696966	696669699	969999696
696999966	969696666	669696999	996966669	696669996	969996666	666966966	999696696	696999969	969696966	669696969	996966696
969666999	696996669	996969996	669699666	969996999	696666669	999699969	666969696	969666969	696996696	996969969	669699666
999699666	666969996	969996669	696666999	996969666	669699996	969666696	696996969	999699666	666969969	969996696	696666969
666966669	999696999	696669666	969999966	669696669	996966699	696996999	969699969	666966696	999696966	696669699	969999696
696999966	969696666	669696999	996966669	696669996	969996666	666966966	999696696	696999969	969696966	669696969	996966696
969666999	696996669	996969996	669699666	969996999	696666669	999699969	666969696	969666969	696996696	996969969	669699666
999699666	666969996	969996669	696666999	996969666	669699996	969666696	696996969	999699666	666969969	969996696	696666969
666966669	999696999	696669666	969999966	669696669	996966699	696996999	969699969	666966696	999696966	696669699	969999696
696999966	969696666	669696999	996966669	696669996	969996666	666966966	999696696	696999969	969696966	669696969	996966696
969666999	696996669	996969996	669699666	969996999	696666669	999699969	666969696	969666969	696996696	996969969	669699666
999699666	666969996	969996669	696666999	996969666	669699996	969666696	696996969	999699666	666969969	969996696	696666969
26666666640	26666666640	26666666640	26666666640	26666666640	26666666640	26666666640	26666666640	26666666640	26666666640	26666666640	26666666640
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22

26666666640	26666666640	26666666640	26666666640	26666666640	26666666640	26666666640	26666666640	26666666640	26666666640	26666666640
6696666696	9969969699	6999696696	9666999669	6666666996	9999969969	6969696696	9696999669	6696666996	9969969969	26666666640
6969699969	9696996966	6666669969	9999966996	6999699669	9666996696	6696669969	9969966996	6969699669	9696996696	26666666640
9696969699	6969666696	9999999669	6666696696	9666969969	6999666996	9969999669	6696669696	9696969969	6969666996	26666666640
9969996966	6696999699	9666966996	6999669969	9999966966	6666699669	9696966996	6969669969	9969996696	6696699669	26666666640
6696666969	9969969666	6999696699	9666996996	6666669669	9999969966	6969696699	9696996996	6696669669	9969969966	26666666640
6969699696	9696996999	6666669966	9999969669	6999696996	9666996699	6696669966	9969969669	6969696996	9696996699	26666666640
9696969666	6969666696	9999996996	6666696699	9666969966	6999669669	9969996996	6696669699	9696969966	6969669669	26666666640
9969996999	6696699696	9666969669	6999669966	9999966999	6666696996	9696969669	6969669966	9969996699	6696696996	26666666640
6669966696	9996669699	6999966966	9666699669	6666966996	9999669969	6699966966	9966699669	6669966996	9996669969	26666666640
6699999699	9966696966	6666699669	9999666996	6999996669	9666696696	6669969969	9996666996	6699999669	9966696966	26666666640
9966669699	6699966696	9999699669	6666996696	9666669969	6999666996	9996699669	6669996696	9966669969	6699966996	26666666640
9996696966	6669999699	9666666996	6999669969	9999696696	6666999669	9966666996	6699969969	9996696696	6669999669	26666666640
6669966969	9996669666	6999966999	9666696996	6666969669	9999669966	6699966999	9966669696	6669969669	9996669966	26666666640
6699999696	9966696999	6666699666	9999669669	6999969966	9666696699	6669969966	9996669669	6699996996	9966696699	26666666640
9966669666	6699966696	9999696996	6666996699	9666669966	6999969669	9996696996	6669996699	9966669966	6699969669	26666666640
9996696999	6669999696	9666669669	6999669966	9999696699	6666996996	9966669669	6699969966	9996696699	6669999696	26666666640
6696966696	9969669699	6969966966	9696699669	6669666996	9996969969	6966696696	9699996669	6696966996	9969669969	26666666640
6966699969	9699996966	6669669969	9996966996	6969996669	9696696696	6696969969	9969666996	6966699669	9699996696	26666666640
9699969699	6966666696	9996999669	6669696696	9696669969	6969966996	9969699669	6696996696	9699969969	6966666996	26666666640
9969696966	6696999699	9696666996	6969969969	9996996696	6669699669	9699966996	6966669969	9969696696	6696999699	26666666640
6696966969	9969669666	6969966999	9696696996	6669669669	9996969966	6966696699	9699996996	6696969669	9969669966	26666666640
6966699696	9699996999	6669669966	9996969669	6969969966	9696696699	6696969966	9969669669	6966696996	9699996699	26666666640
9699969666	6966666696	9996996996	6669696699	9696669966	6969969669	9969696996	6696996696	9699969966	6966669669	26666666640
9969696999	6696999696	9696669669	6969969966	9996996699	6669696996	9699969669	6966669966	9969696699	6696999696	26666666640
6966966696	9699669699	6996996696	9669699669	6699666996	9966969969	6996696696	9669996669	6966966996	9699669969	26666666640
6996699969	9669996966	6699669969	9966966996	6996996669	9669696696	6966969969	9699666996	6996699669	9669996696	26666666640
9669969699	6996666696	9966999669	6699696696	9669669969	6996966996	9699699669	6966996696	9669969969	6996666996	26666666640
9699696966	6966999699	9669666996	6996969969	9966996696	6699699669	9669966996	6996669969	9699696696	6966999699	26666666640
6966966969	9699669666	6996996699	9669696996	6699669669	9966969966	6996696699	9669996996	6966969669	9699669966	26666666640
6996699696	9669996999	6699669966	9966969669	6996996996	9669696699	6966969966	9699669669	6996696996	9669996699	26666666640
9669969666	6996666696	9966996996	6699696699	9669669966	6996969669	9699696996	6966996699	9669969966	6996669669	26666666640
9699696999	6966999696	9669669669	6996969966	9966996699	6699696996	9669969669	6996669966	9699696699	6966999696	26666666640
26666666640	26666666640	26666666640	26666666640	26666666640	26666666640	26666666640	26666666640	26666666640	26666666640	26666666640
23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	

It is based on the 2 by 2 combinations of 32 numbers:

$$\{66666, 66669, 66696, 66699, 66966, 66969, 66996, 66999, \\ 69666, 69669, 69696, 69699, 69966, 69969, 69996, 69999, \\ 96666, 96669, 96696, 96699, 96966, 96969, 96996, 96999, \\ 99666, 99669, 99696, 99699, 99966, 99969, 99996, 99999\}.$$

Let's divide the above 32 numbers in 8 parts of 4 each with equal sums:

$$A := 66669 + 69999 + 96666 + 99996 = 333330$$

$$B := 66699 + 66999 + 99666 + 99966 = 333330$$

$$C := 66996 + 69966 + 96699 + 99669 = 333330$$

$$D := 66696 + 69666 + 96999 + 99969 = 333330$$

$$E := 69696 + 69996 + 96669 + 96969 = 333330$$

$$F := 66969 + 69699 + 96966 + 99696 = 333330$$

$$G := 69669 + 69969 + 96696 + 96996 = 333330$$

$$H := 66666 + 66966 + 99699 + 99999 = 333330$$

These groups are considered in such a way that each group is with its 180° rotation numbers. These 8 groups lead us to a 64 **magic squares** of order 4 with equal **magic sums** given in (6). Consequently, these 64 blocks of order 4 gives us an **upside-down pandiagonal magic square** of order 32 given in Example 2.26 with **magic sum** given by

$$S_{32times32} := 266666666640 = 100000 \times 2666640 + 2666640 \quad (29)$$

where

$$2666640 := 66666 + 66669 + 66696 + 66699 + 66966 + 66969 + 66996 + 66999 + \\ + 69666 + 69669 + 69696 + 69699 + 69966 + 69969 + 69996 + 69999 + \\ + 96666 + 96669 + 96696 + 96699 + 96966 + 96969 + 96996 + 96999 + \\ + 99666 + 99669 + 99696 + 99699 + 99966 + 99969 + 99996 + 99999.$$

Remark 2.4. For the digits $\{1, 8\}$ and $\{2, 5\}$ we got *bimgic squares* of order 32 based on the *bimagic squares* of order 8. Only in this case still we are unable to bring *bimagic square* of order 32. This is a work for further study.

3 Appendix

Let's consider two letters a and b . Below are the combinations of these two letters:

2 – digits : $2^2 := 4$

aa, ab, ba, bb

3 – digits : $2^3 := 8$

$aaa, aab, aba, abb, baa, bab, bba, bbb$

4 – digits : $2^4 := 16$

$aaaa, aaab, aaba, aabb, abaa, abab, abba, abbb, baaa, baab, baba, babb, bbaa, bbab, bbba, bbbb$

5 – digits : $2^5 := 32$

$aaaaa, aaaab, aaaba, aaabb, aabaa, aabab, aabba, aabbb, abaaa, abaab, ababa, ababb, abbaa, abbab, abbba, abbbb, baaaa, baaab, baaba, baabb, babaa, babab, babba, babbb, bbaaa, bbaab, bbaba, bbabb, bbbaa, bbbab, bbbba, bbbbb$

6 – digits : $2^6 := 64$

$aaaaaa, aaaaab, aaaaba, aaaabb, aaabaa, aaabab, aaabba, aaabbb, aabaaa, aababa, aababb, aabbaa, aabbab, aabbba, aabbbb, abaaaa, abaaab, abaaba, abaabb, ababaa, ababab, ababba, ababbb, abbaaa, abbaab, abbaba, abbabb, abbbaa, abbbab, abbbba, abbbbb, baaaaa, baaaab, baaaba, baaabb, baabaa, baabab, baabba, baabbb, babaaa, babaab, bababa, bababb, babbaa, babbab, babbba, babbbb, bbaaaa, bbaaab, bbaaba, bbaabb, bbabaa, bbabab, bbabba, bbabbb, bbbaaa, bbbaab, bbbaba, bbbabb, bbbbba, bbbbba, bbbbbb$

7 – digits : $2^7 := 128$

$aaaaaaa, aaaaaab, aaaaaaba, aaaaaabb, aaaaabaa, aaaaabab, aaaaabba, aaaaabbb, aabaaaa,$

aaabaab, aaababa, aaababb, aaabbaa, aaabbab, aaabbba, aaabbbb, aabaaaa, aabaaab, aabaaba, aabaabb, aababaa, aababab, aababba, aababbb, aabbaaa, aabbaab, aabbaba, aabbabb, aabbbaa, aabbbab, aabbbba, aabbbbb, abaaaaa, abaaaab, abaaaba, abaaabb, abaabaa, abaabab, abaabba, abaabbb, ababaaa, ababaab, abababa, abababb, ababbaa, ababbab, ababbba, ababbbb, abbaaaa, abbaaab, abbaaba, abbaabb, abbabaa, abbabab, abbabba, abbabbb, abbbaaa, abbbaab, abbbaba, abbbabb, abbbbba, abbbbbb, baaaaaa, baaaaab, baaaaba, baaaabb, baaabaa, baaabab, baaabba, baaabbb, baabaaa, baabaab, baababa, baababb, baabbaa, baabbab, baabbba, baabbbb, babaaaa, babaaab, babaaba, babaabb, bababaa, bababab, bababba, bababbb, babbaaa, babbaab, babbaba, babbabb, babbbaa, babbbab, babbbba, babbbbb, bbaaaaa, bbaaab, bbaaba, bbaabb, bbabaaa, bbabab, bbababb, bbabbaa, bbabbab, bbabbba, bbabbbb, bbbaaaa, bbbbaab, bbbbaba, bbbbabb, bbbbbaa, bbbbbb, bbbbbba, bbbbbbb

8 – digits : $2^8 := 256$

aaaaaaaa, aaaaaaab, aaaaaaba, aaaaaabb, aaaaabaa, aaaaabab, aaaaabba, aaaaabbb, aaaabaaa, aaaabaab, aaaababa, aaaababb, aaaabbaa, aaaabbab, aaaabbba, aaaabbbb, aaabaaaa, aaabaaab, aaabaaba, aaabaabb, aaababaa, aaababab, aaababba, aaababbb, aaabbaaa, aaabbaab, aaabbaba, aaabbabb, aaabbbaa, aaabbbab, aaabbbba, aaabbbbb, aabaaaaa, aabaaaab, aabaaaba, aabaaabb, aabaabaa, aabaabab, aabaabba, aabaabbb, aababaaa, aababaab, aabababa, aabababb, aababbaa, aababbab, aababbba, aababbbb, aabbaaaa, aabbaaab, aabbaba, aabbabb, aabbabaa, aabbabab, aabbabba, aabbabbb, aabbbaaa, aabbbaab, aabbbaba, aabbbabb, aabbbbaa, aabbbbab, aabbbbbba, aabbbbbbb, abaaaaaa, abaaaaab, abaaaaba, abaaaabb, abaaabaa, abaaabab, abaaabba, abaaabbb, abaabaaa, abaabaab, abaababa, abaababb, abaabbaa, abaabbab, abaabbba, abaabbbb, ababaaaa, ababaaab, ababaaba, ababaabb, abababaa, abababab, abababba, abababbb, ababbaaa, ababbaab, ababbaba, ababbabb, ababbbaa, ababbbab, ababbbba, ababbbbb, abbaaaaa, abbaaaab, abbaaaba, abbaaabb, abbaabaa, abbaabab, abbaabba, abbaabbb,

abbabaaa, abbabaab, abbababa, abbababb, abbabbaa, abbabbab, abbabbba, abbabbbb,
abbbaaaa, abbbaaab, abbbaaba, abbbaabb, abbabaaa, abbababab, abbababba, abbababb,
abbbbbaaa, abbbbbaab, abbbbbaaba, abbbbbaabb, abbbbbaa, abbbbbaab, abbbbbaaba, abbbbbaabb,
baaaaaaa, baaaaaab, baaaaaba, baaaaabb, baaaabaa, baaaabab, baaaabba, baaaabbb,
baaabaaa, baabaab, baabababa, baabababb, baababbaa, baababab, baababba, baababbb,
baabbaaa, baabbaab, baabbaba, baabbabb, baabbbaa, baabbbaab, baabbbaaba, baabbbaabb,
babaaaaa, babaaaab, babaaaba, babaaabb, babaabaa, babaabab, babaabba, babaabbb,
bababaaa, bababaab, babababa, babababb, bababbaa, bababbab, bababbba, bababbbb,
babbaaaa, babbbaab, babbaaba, babbaabb, babbabaa, babbabab, babbabba, babbabbb,
babbbaaa, babbbaab, babbbaaba, babbbaabb, babbbaa, babbbaab, babbbaaba, babbbaabb,
bbaaaaaa, bbaaaaab, bbaaaaba, bbaaaabb, bbaaabaa, bbaaabab, bbaaabba, bbaaabbb,
bbaabaaa, bbaabaab, bbaababa, bbaababb, bbaabbaa, bbaabbab, bbaabbaa, bbaabbbb,
bbabaaba, bbabaabb, bbababaa, bbababab, bbababba, bbababbb, bbabaaaa, bbabaaab,
bbabbaaa, bbabbaab, bbabbaba, bbabbabb, bbabbbaa, bbabbbaab, bbabbbaaba, bbabbbaabb,
bbbbaaaa, bbbbaaab, bbbbaaba, bbbbaabb, bbbabaaa, bbbbabab, bbbbabba, bbbbabbb,
bbbbaaaa, bbbbaaab, bbbbaaba, bbbbaabb, bbbbabaa, bbbbabab, bbbbabba, bbbbabbb,
bbbbbaaa, bbbbbaab, bbbbbaaba, bbbbbaabb, bbbbbaa, bbbbbaab, bbbbbaaba, bbbbbaabb,

8 – digits : $2^9 := 512$

aaaaaaaa, aaaaaaab, aaaaaaba, aaaaaabb, aaaaaabaa, aaaaaabab, aaaaaabba,
aaaaaabbb, aaaaaabaa, aaaaaaab, aaaaaababa, aaaaaababb, aaaaaabbaa, aaaaaabbab,
aaaaabba, aaaaaabbb, aaaaabaaa, aaaaabaaab, aaaaabaaba, aaaaabaabb, aaaaababaa,
aaaababab, aaaababba, aaaababbb, aaaabbaaa, aaaabbaab, aaaabbaba, aaaabbabb,
aaaabbba, aaaabbbaab, aaaabbbaa, aaaabbbba, aabaaaaa, aabaaaab, aabaaaaba,
aaabaaabb, aaabaabaa, aaabaabab, aaabaabba, aaabaabbb, aaababaaa, aaababaab,
aaabababa, aaabababb, aaababbaa, aaababbab, aaababbba, aaababbbb, aaabbaaaa,
aaabbaaab, aaabbaaba, aaabbaabb, aaabbabaa, aaabbabab, aaabbabba, aaabbabbb,

*aaabbbaaa, aaabbbaab, aaabbbaba, aaabbbabb, aaabbbbaa, aaabbbbab, aaabbbbba,
aaabbbbb, aabaaaaaa, aabaaaaab, aabaaaaba, aabaaaabb, aabaaabaa, aabaaabab,
aabaaabba, aabaaabbb, aabaabaaa, aabaabaab, aabaababa, aabaababb, aabaabbaa,
aabaabbab, aabaabbba, aabaabbbb, aababaaaa, aababaaab, aababaaba, aababaabb,
aabababaa, aabababab, aabababba, aabababbb, aababbaaa, aababbaab, aababbaba,
aababbabb, aababbbaa, aababbbab, aababbbba, aababbbb, aabbaaaaa, aabbaaab,
aabbaaaba, aabbaaab, aabbaabaa, aabbaabab, aabbaabba, aabbaabbb, aabbabaaa,
aabbabaab, aabbababa, aabbababb, aabbabbaa, aabbabbab, aabbabbba, aabbabbbb,
aabbbaaaa, aabbbaaab, aabbbaaba, aabbbaabb, aabbbabaa, aabbbabab, aabbbabba,
aabbbabbb, aabbbbaaa, aabbbbbaab, aabbbbaba, aabbbbabb, aabbbbbba, aabbbbbab,
aabbbbbba, aabbbbbb, abaaaaaa, abaaaaab, abaaaaaba, abaaaaabb, abaaaabaa,
abaaaabab, abaaaabba, abaaaabbb, abaaabaaa, abaaabaab, abaaababa, abaaababb,
abaaabbaa, abaaabbab, abaaabbba, abaaabbbb, abaabaaaa, abaabaab, abaabaaba,
abaabaabb, abaababaa, abaababab, abaababba, abaababbb, abaabbaaa, abaabbaab,
abaabbaba, abaabbabb, abaabbbaa, abaabbbab, abaabbbba, abaabbbb, ababaaaaa,
ababaaaab, ababaaaba, ababaaabb, ababaabaa, ababaabab, ababaabba, ababaabbb,
abababaaa, abababaab, ababababa, ababababb, abababbaa, abababbab, abababbba,
abababbbb, ababbaaaa, ababbbaab, ababbbaaba, ababbbaabb, ababbabaa, ababbabab,
ababbabba, ababbabbb, ababbbaaa, ababbbaab, ababbbaba, ababbbab, ababbbbbba,
ababbbbbab, ababbbbbba, ababbbbb, abbaaaaaa, abbaaaaab, abbaaaaba, abbaaaaabb,
abbaaabaa, abbaaabab, abbaaabba, abbaaabbb, abbaabaaa, abbaabaab, abbaababa,
abbaababb, abbaabbaa, abbaabbab, abbaabbba, abbaabbbb, abbabaaaa, abbabaaab,
abbabaaba, abbabaabb, abbababaa, abbababab, abbababba, abbababbb, abbabbaaa,
abbabbaab, abbabbaba, abbabbabb, abbabbbaa, abbabbbab, abbabbbba, abbabbbb,
abbbaaaaa, abbbaaaab, abbbbaaba, abbbbaabb, abbbbaabaa, abbbbaabab, abbbbaabba,
abbbbaabbb, abbbabaaa, abbbabaab, abbbababa, abbbababb, abbbabbaa, abbbabbab,
abbbabbba, abbbabbbb, abbbbbaaaa, abbbbbaab, abbbbbaaba, abbbbbaabb, abbbbbaaa,
abbbbbabab, abbbbabba, abbbbabbb, abbbbbaaa, abbbbbaab, abbbbbaaba, abbbbabb,
abbbbbaa, abbbbabbab, abbbbbbba, abbbbbbb, baaaaaaaa, baaaaaab, baaaaaaba,*

*baaaaaabb, baaaaabaa, baaaaabab, baaaaabba, baaaaabbb, baaaabaaa, baaaabaab,
baaababa, baaaababb, baaaabbaa, baaaabbab, baaaabbba, baaaabbbb, baaabaaaa,
baaabaab, baaabaaba, baaabaabb, baaababaa, baaababab, baaababba, baaababbb,
baaabbaaa, baaabbaab, baaabbaba, baaabbabb, baaabbbaa, baaabbbab, baaabbbaa,
baaabbbbb, baabaaaaa, baabaaaab, baabaaaba, baabaaabb, baabaabaa, baabaabab,
baabaabba, baabaabbb, baababaaa, baababaab, baabababa, baabababb, baababbaa,
baababbab, baababbba, baababbbb, baabbaaaa, baabbaaab, baabbaba, baabbabb,
baabbabaa, baabbabab, baabbabba, baabbabbb, baabbbaaa, baabbbaab, baabbbaba,
baabbbbabb, baabbbbba, baabbbbbab, baabbbbbba, baabbbbbb, bbaaaaaaa, bbaaaaaab,
bbaaaaaaba, bbaaaaaabb, bbaaaaaba, bbaaaaabab, bbaaaaabba, bbaaaaabbb,
bbaaabaaa, bbaaabaab, bbaaababa, bbaaababb, bbaaabbaa, bbaaabbab, bbaaabbaa,
bbaaabbbb, bbaabaaaa, bbaabaaab, bbaabaaba, bbaabaabb, bbaababaa, bbaababab,
bbaababba, bbaababbb, bbaabbaaa, bbaabbaab, bbaabbaba, bbaabbabb, bbaabbbaa,
bbaabbbab, bbaabbbbba, bbaabbbbb, bbabaaaaa, bbabaaaab, bbabaaaba, bbabaaabb,
bbabaabaa, bbabaabab, bbabaabba, bbabaabbb, bbababaaa, bbababaab, bbabababa,
bbabababb, bbababbaa, bbababbab, bbababbba, bbababbbb, bbabbaaaa, bbabbaaab,
bbabbaba, bbabbabb, bbabbbaa, bbabbbab, bbabbabba, bbabbabbb, bbabbbaaa,
bbabbbaab, bbabbbaba, bbabbbbabb, bbabbbbba, bbabbbbbba, bbabbbbbbb,
bbbaaaaaa, bbbaaaaaab, bbbaaaaaba, bbbaaaaabb, bbbaaaba, bbbaaabab, bbbaaabba,
bbbaaabbb, bbbaabaaa, bbbaabaab, bbbaababa, bbbaababb, bbbaabbaa, bbbaabbab,*

*bbbaabbba, bbbaabbbb, bbbabaaaa, bbbabaaab, bbbabaaba, bbbabaabb, bbbababaa,
bbbababab, bbbababba, bbbababbb, bbbabbaaa, bbbabbaab, bbbabbaba, bbbabbabb,
bbbabbbba, bbbabbbab, bbbabbbbba, bbbabbbbb, bbbbaaaaa, bbbbaaaab, bbbbaaaba,
bbbbaaabb, bbbbaabaa, bbbbaabab, bbbbaabba, bbbbaabbb, bbbbabaaa, bbbbabaab,
bbbbaababa, bbbbababb, bbbbabbaa, bbbbabbab, bbbbabbbba, bbbbabbbb, bbbbaaaaa,
bbbbaaaab, bbbbaaaba, bbbbaaabb, bbbbabaaa, bbbbababab, bbbbababba, bbbbababb,
bbbbaaaa, bbbbaaab, bbbbbbaba, bbbbbbabb, bbbbbbbaa, bbbbbbab, bbbbbbba,
bbbbbbbb*

8 – digits : $2^{10} := 1024$

*aaaaaaaaa, aaaaaaaab, aaaaaaaba, aaaaaaabb, aaaaaabaa, aaaaaabab, aaaaaabba,
aaaaaaabb, aaaaaabaa, aaaaaabaab, aaaaaababa, aaaaaababb, aaaaaabbaa, aaaaaabbab,
aaaaaabbba, aaaaaabbbb, aaaaabaaaa, aaaaabaaab, aaaaabaaba, aaaaabaabb, aaaaababaa,
aaaababab, aaaababba, aaaababbb, aaaabbaaa, aaaabbbaab, aaaabbaba, aaaabbabb,
aaaabbbaa, aaaabbbab, aaaabbbbba, aaaabbbbb, aaaabaaaa, aaaabaaaab, aaaabaaaba,
aaaabaabb, aaaabaaba, aaaabaabab, aaaabaabba, aaaabaabb, aaaababaaa, aaaababaab,
aaaabababa, aaaabababb, aaaababbaa, aaaababbab, aaaababbba, aaaababbbb, aaaabbaaaa,
aaaabbbaab, aaaabbbaaba, aaaabbbaabb, aaaabbabaa, aaaabbabab, aaaabbabba, aaaabbabb,
aaaabbbaa, aaaabbbaab, aaaabbbaba, aaaabbbab, aaaabbbaa, aaaabbbbab, aaaabbbbbba,
aaaabbbbb, aaabaaaaa, aaabaaaaab, aaabaaaaba, aaabaaaabb, aaabaaaba, aaabaaabab,
aaabaaabba, aaabaaabb, aaabaabaaa, aaabaabaab, aaabaababa, aaabaababb, aaabaabbaa,
aaabaabbab, aaabaabbba, aaabaabbbb, aaababaaaa, aaababaaab, aaababaaba, aaababaabb,
aaabababaa, aaabababab, aaabababba, aaabababbb, aaababbaaa, aaababbaab, aaababbaba,
aaababbabb, aaababbbaa, aaababbbab, aaababbba, aaababbbb, aaabbaaaaa, aaabbaaaab,
aaabbaaaba, aaabbaaabb, aaabbaabaa, aaabbaabab, aaabbaabba, aaabbaabbb, aaabbabaaa,
aaabbabaab, aaabbababa, aaabbababb, aaabbabbaa, aaabbabbab, aaabbabbba, aaabbabbbb,
aaabbbaaaa, aaabbbaaab, aaabbbaaba, aaabbbaabb, aaabbbabaa, aaabbbabab, aaabbbabba,
aaabbbabbb, aaabbbaaaa, aaabbbaaab, aaabbbbaba, aaabbbbabb, aaabbbbbba, aaabbbbbab,
aaabbbbbba, aaabbbbbb, aabaaaaaaa, aabaaaaaab, aabaaaaaba, aabaaaaabb, aabaaaaba,*

*abababaaaa, abababaaab, abababaaba, abababaabb, ababababaa, ababababab, ababababba,
ababababbb, abababbaaa, abababbaab, abababbaba, abababbabb, abababbbaa, abababbbab,
abababbbaa, abababbbb, ababbaaaaa, ababbaaaab, ababbaaaba, ababbaaabb, ababbaabaa,
ababbaabab, ababbaabba, ababbaabbb, ababbabaaa, ababbabaab, ababbababa, ababbababb,
ababbabbaa, ababbabbab, ababbabbba, ababbabbbb, ababbbaaaa, ababbbaaab, ababbbaaba,
ababbbaabb, ababbbaba, ababbbabab, ababbbabba, ababbbabbb, ababbbaaa, ababbbaab,
ababbbbaba, ababbbbabb, ababbbbbba, ababbbbbab, ababbbbbba, ababbbbbba, abbaaaaaaa,
abbaaaaaab, abbaaaaaaba, abbaaaaaabb, abbaaaaaba, abbaaaaabab, abbaaaaabba, abbaaaaabb,
abbaaabaaa, abbaaabaab, abbaaababa, abbaaababb, abbaaabbaa, abbaaabbab, abbaaabbba,
abbaaabbbb, abbaabaaaa, abbaabaaab, abbaabaaba, abbaabaabb, abbaababaa, abbaababab,
abbaababba, abbaababbb, abbaabbaaa, abbaabbaab, abbaabbaba, abbaabbabb, abbaabbbaa,
abbaabbbab, abbaabbbaa, abbaabbbb, abbabaaaaa, abbabaaaab, abbabaaaba, abbabaaabb,
abbabaabaa, abbabaabab, abbabaabba, abbabaabbb, abbababaaa, abbababaab, abbabababa,
abbabababb, abbababbaa, abbababbab, abbababbba, abbababbbb, abbabbaaaa, abbabbaaab,
abbabbaaba, abbabbaabb, abbabbabaa, abbabbabab, abbabbabba, abbabbabbb, abbabbbaaa,
abbabbbaab, abbabbbaba, abbabbbab, abbabbbaa, abbabbbab, abbabbbaa, abbabbbbb,
abbbaaaaaa, abbbaaaaab, abbbaaaaaba, abbbaaaaabb, abbbaaaba, abbbaaabab, abbbaaabba,
abbbaaabbb, abbbaabaaa, abbbaabaab, abbbaababa, abbbaaababb, abbbaaabba, abbbaabbab,
abbbaabbba, abbbaabbbb, abbbaaaaaa, abbbaaaaab, abbbaabaaba, abbbaabaabb, abbbaababa,
abbbaababab, abbbaababba, abbbaababbb, abbbaabbaa, abbbaabbaab, abbbaabbaba, abbbaabbabb,
abbbaabbba, abbbaabbab, abbbaabbba, abbbaabbbb, abbbaaaaaa, abbbaaaaab, abbbaaaba,
abbbaaabbb, abbbaabaaa, abbbaaabab, abbbaaabba, abbbaaabbb, abbbaabaaa, abbbaabaab,
abbbbababa, abbbbababb, abbbbabbaa, abbbbabbab, abbbbabbba, abbbbabbbb, abbbbbaaaa,
abbbbbaaab, abbbbbaaba, abbbbbaabb, abbbbbaaba, abbbbbaabb, abbbbbaaba, abbbbbaabb,
abbbbbaaaa, abbbbbaaab, abbbbbaaba, abbbbbaabb, abbbbbaaaa, abbbbbaaab, abbbbbaaba,
abbbbbaabb, abbbbbaaba, abbbbbaabb, abbbbbaaba, abbbbbaabb, abbbbbaaba, abbbbbaabb,
baaaaaaaaa, baaaaaaaaab, baaaaaaaaaba, baaaaaaaaabb, baaaaaaaaaba, baaaaaaaaabab,
baaaaaabba, baaaaaabbb, baaaaabaaa, baaaaabaab, baaaaababa, baaaaababb, baaaaabbaa,
baaaaaabbab, baaaaabbba, baaaaabbbb, baaaabaaaa, baaaabaaab, baaaabaaba, baaaabaabb,
baaaababaa, baaaababab, baaaababba, baaaababbb, baaaabbaaa, baaaabbaab, baaaabbaba,*

*baaaabbabb, baaaabbbaa, baaaabbbab, baaaabbbaa, baaaabbbbb, baaabaaaa, baaabaaaab,
baaabaaba, baaabaaabb, baaabaabaa, baaabaabab, baaabaabba, baaabaabbb, baaababaaa,
baaababaab, baaabababa, baaabababb, baaababbaa, baaababbab, baaababbba, baaababbbb,
baaabbaaaa, baaabbaaab, baaabbaaba, baaabbaabb, baaabbabaa, baaabbabab, baaabbabba,
baaabbbbbb, baaabbbbaa, baaabbbaab, baaabbbaba, baaabbbabb, baaabbbbba, baaabbbbab,
baaabbbbba, baaabbbbbbb, baabaaaaaa, baabaaaaab, baabaaaaaba, baabaaaaabb, baabaaaaba,
baabaaabab, baabaaabba, baabaaabbb, baabaabaaa, baabaabaab, baabaababa, baabaababb,
baabaabbaa, baabaabbab, baabaabbba, baabaabbbb, baababaaaa, baababaaab, baababaaba,
baababaabb, baabababaa, baabababab, baabababba, baabababbb, baababbaaa, baababbaab,
baababbaba, baababbabb, baababbbaa, baababbbab, baababbbaa, baababbbb, baabbaaaaa,
baabbaaaaab, baabbaaaba, baabbaaabb, baabbaabaa, baabbaabab, baabbaabba, baabbaabbb,
baabbabaaa, baabbabaab, baabbababa, baabbababb, baabbabbaa, baabbabbab, baabbabbba,
baabbabbbb, baabbbaaaa, baabbbaaab, baabbbaaba, baabbbaabb, baabbbabaa, baabbbabab,
baabbbabba, baabbbabbb, baabbbaaaa, baabbbaaab, baabbbbaba, baabbbbabb, baabbbbbba,
baabbbbbab, baabbbbbba, baabbbbbbbb, babaaaaaaa, babaaaaaab, babaaaaaba, babaaaaabb,
babaaaaba, babaaaabab, babaaaabba, babaaaabbb, babaaabaaa, babaaabaab, babaaababa,
babaaababb, babaaabbaa, babaaabbab, babaaabbba, babaaabbbb, babaaabaaa, babaaabaab,
babaabaaba, babaabaabb, babaababaa, babaababab, babaababba, babaababbb, babaabbaaa,
babaabbaab, babaabbaba, babaabbabb, babaabbbaa, babaabbbab, babaabbbaa, babaabbbb,
bababaaaaa, bababaaaab, bababaaaba, bababaaabb, bababaabaa, bababaabab, bababaabba,
bababaabbb, babababaaa, babababaab, bababababa, bababababb, babababbba, babababbab,
babababbba, babababbbb, bababbaaaa, bababbaaab, bababbaaba, bababbaabb, bababbabaa,
bababbabab, bababbabba, bababbabbb, bababbbaaa, bababbbaab, bababbbaba, bababbbbab,
bababbbbba, bababbbbab, bababbbbba, bababbbbbbb, babbaaaaaa, babbaaaaab, babbaaaba,
babbaaaaabb, babbaaaba, babbaaabab, babbaaabba, babbaaabbb, babbaabaaa, babbaabaab,
babbaababa, babbaababb, babbaabbaa, babbaabbab, babbaabbba, babbaabbbb, babbabaaaa,
babbabaaaab, babbabaaba, babbabaabb, babbababaa, babbababab, babbababba, babbababbb,
babbabbaaa, babbabbaab, babbabbaba, babbabbabb, babbabbbaa, babbabbbab, babbabbbaa,
babbabbbb, babbbaaaaa, babbbaaaaab, babbbaaaba, babbbaaabb, babbbaabaa, babbbaabab,*

*bbbabbaaab, bbbabbaaba, bbbabbaabb, bbbabbabaa, bbbabbabab, bbbabbabba, bbbabbabbb,
bbbabbbaaa, bbbabbbaab, bbbabbbaba, bbbabbbbabb, bbbabbbaaa, bbbabbbbab, bbbabbbbba,
bbbabbbbbbb, bbbbaaaaaa, bbbbaaaaab, bbbbaaaaaba, bbbbaaaaabb, bbbbaaabaab, bbbbaaabab,
bbbbaaabba, bbbbaaabbb, bbbbaabaaa, bbbbaabaab, bbbbaababa, bbbbaababb, bbbbaabbaa,
bbbbaabbab, bbbbaabbba, bbbbaabbbb, bbbbabaaaa, bbbbabaaaab, bbbbababaaba, bbbbabaaabb,
bbbbaababaa, bbbbaababab, bbbbaababba, bbbbaababb, bbbbaabbaa, bbbbaabbaab, bbbbaabbaa,
bbbbaabbabb, bbbbaabbba, bbbbaabbab, bbbbaabbba, bbbbaabbbb, bbbbaaaaaa, bbbbaaaaab,
bbbbaaaba, bbbbaaaaabb, bbbbaaaba, bbbbaaabab, bbbbaaabba, bbbbaaabbb, bbbbaabaaa,
bbbbaabaab, bbbbaababa, bbbbaababb, bbbbaabbaa, bbbbaabbab, bbbbaabbba, bbbbaabbbb,
bbbbaaaaaa, bbbbaaaaab, bbbbaaaba, bbbbaaabab, bbbbaabbaa, bbbbaababab, bbbbaabbaa,
bbbbaabbabb, bbbbaabbba, bbbbaabbba, bbbbaabbba, bbbbaabbba, bbbbaabbba, bbbbaabbba,
bbbbaabbba, bbbbaabbba*

4 Author's Contributions to Magic Squares

The **item-wise** author's work on magic squares is as follows:

- i. Digital Numbers Magic Squares - [5, 6, 7, 8, 9, 10, 37];*
- ii. Block-Wise Construction of Bimagic Squares - [11];*
- iii. Connections with Genetic Tables and Shannon's entropy - [12];*
- iv. Selfie and Palindromic-type Magic Squares - [13, 28, 37];*
- v. Intervally Distributed and Block-Wise Magic Squares - [14, 15, 16, 28];*
- vi. Multi-digits and Number Patterns Magic Squares - [17, 27];*
- vii. Perfect Square Sum Magic Squares with Uniformity, Minimum Sum and Pythagorean Triples - [18, 19];*
- viii. Block-Wise Constructions of Magic and Bimagic Squares - [20, 21, 22, 23, 26, 29, 31];*
- ix. Magic Crosses: Repeated and Non Repeated Entries - [24];*
- x. Representations of Letters and Numbers With Equal Sums Magic Squares of Orders 4 and 6 - [25].*
- xi. Bordered Magic Squares - [32, 33, 34, 35, 36].*

xii. 2-Digits Magic and Bimagic Squares - [38, 39, 40].

References

- [1] **ALEX BELLOS**, Can you solve it? Toot toot for world palindrome day!,
<https://www.theguardian.com/science/2020/jan/27/can-you-solve-it-toot-toot-for-world-palindrome-day>, Jan. 27, 2020.
- [2] **AALE DE WINKEL**, The Magic Encyclopedia, <http://magichypercubes.com/Encyclopedia/>
- [3] **H. WHITE**, Magic Squares - <http://budshaw.ca/SODLS.html>
- [4] **H. WHITE**, Magic Squares - <http://budshaw.ca/BlockSquares.html>
- [5] **I.J. TANEJA**, Digital Era: Magic Squares and 8th May 2010 (08.05.2010), May, 2010, pp. 1-4,
<https://arxiv.org/abs/1005.1384>.
- [6] **I.J. TANEJA**, Universal Bimagic Squares and the day 10th October 2010 (10.10.10), Oct, 2010, pp. 1-5,
<https://arxiv.org/abs/1010.2083>.
- [7] **I.J. TANEJA**, DIGITAL ERA: Universal Bimagic Squares, Oct, 2010, pp. 1-8, <https://arxiv.org/abs/1010.2541>.
- [8] **I.J. TANEJA**, Upside Down Numerical Equation, Bimagic Squares, and the day September 11, Oct. 2010, pp. 1-7, <https://arxiv.org/abs/1010.4186>.
- [9] **I.J. TANEJA**, Equivalent Versions of "Khajuraho" and "Lo-Shu" Magic Squares and the day 1st October 2010 (01.10.2010), Nov. 2010, pp. 1-7, <https://arxiv.org/abs/1011.0451>.
- [10] **I.J. TANEJA**, Upside Down Magic, Bimagic, Palindromic Squares and Pythagoras Theorem on a Palindromic Day - 11.02.2011, Feb. 2011, pp.1-9, <https://arxiv.org/abs/1102.2394>.
- [11] **I.J. TANEJA**, Bimagic Squares of Bimagic Squares and an Open Problem, Feb. 2011, pp. 1-14,
<https://arxiv.org/abs/1102.3052>.
- [12] **I.J. TANEJA**, Representations of Genetic Tables, Bimagic Squares, Hamming Distances and Shannon Entropy, Jun. 2012, pp. 1-19, <https://arxiv.org/abs/1206.2220>.

- [13] I.J. TANEJA, Selfie Palindromic Magic Squares, RGMIA Research Report Collection, **18**(2015), Art. 98, pp. 1-15. <http://rgmia.org/papers/v18/v18a98.pdf>.
- [14] I.J. TANEJA, Intervally Distributed, Palindromic, Selfie Magic Squares, and Double Colored Patterns, RGMIA Research Report Collection, **18**(2015), Art. 127, pp. 1-45. <http://rgmia.org/papers/v18/v18a127.pdf>.
- [15] I.J. TANEJA, Intervally Distributed, Palindromic and Selfie Magic Squares: Genetic Table and Colored Pattern – Orders 11 to 20, RGMIA Research Report Collection, **18**(2015), Art. 140, pp. 1-43. <http://rgmia.org/papers/v18/v18a140.pdf>.
- [16] I.J. TANEJA, Intervally Distributed, Palindromic and Selfie Magic Squares – Orders 21 to 25 , **18**(2015), Art. 151, pp. 1-33. <http://rgmia.org/papers/v18/v18a151.pdf>.
- [17] I.J. TANEJA, Multi-Digits Magic Squares, RGMIA Research Report Collection, **18**(2015), Art. 159, pp. 1-22. <http://rgmia.org/papers/v18/v18a159.pdf>.
- [18] I.J. TANEJA, Magic Squares with Perfect Square Number Sums, Research Report Collection, **20**(2017), Article 11, pp. 1-24, <http://rgmia.org/papers/v20/v20a11.pdf>.
- [19] I.J. TANEJA, Pythagorean Triples and Perfect Square Sum Magic Squares, RGMIA Research Report Collection, **20**(2017), Art. 128, pp. 1-22, <http://rgmia.org/papers/v20/v20a128.pdf>.
- [20] I.J. TANEJA, Block-Wise Equal Sums Pandiagonal Magic Squares of Order $4k$, **Zenodo**, January 31, 2019, pp. 1-17, <http://doi.org/10.5281/zenodo.2554288>.
- [21] I.J. TANEJA, Block-Wise Equal Sums Magic Squares of Orders $3k$ and $6k$, , **Zenodo**, Febuary 01, 2019, pp. 1-55 <http://doi.org/10.5281/zenodo.2554895>.
- [22] I.J. TANEJA, Block-Wise Unequal Sums Magic Squares, **Zenodo**, Febuary 01, 2019, pp. 1-55 <http://doi.org/10.5281/zenodo.2555260>.
- [23] I.J. TANEJA, Magic Rectangles in Construction of Block-Wise Pandiagonal Magic Squares, **Zenodo**, January 31, 2019, pp. 1-49 , <http://doi.org/10.5281/zenodo.2554520>.
- [24] I.J. TANEJA, Magic Crosses: Repeated and Non Repeated Entries, **Zenodo**, Febuary 01, 2019, pp. 1-37, <http://doi.org/10.5281/zenodo.2554623>.

- [25] I.J. TANEJA, Representations of Letters and Numbers With Equal Sums Magic Squares of Orders 4 and 6, **Zenodo**, February 01, 2019, pp. 1-82, <http://doi.org/10.5281/zenodo.2555287>.
- [26] I.J. TANEJA, Block-Wise Magic and Bimagic Squares of Orders 12 to 36, **Zenodo**, February 01, 2019, pp. 1-53, <http://doi.org/10.5281/zenodo.2555343>. Also in <https://inderjtaneja.com/2018/01/10/block-wise-magic-and-bimagic-squares-part-i/> and <https://inderjtaneja.com/2018/01/10/block-wise-magic-and-bimagic-squares-part-ii/>.
- [27] I.J. TANEJA, Different Digits Magic Squares and Number Patterns, **Zenodo**, February 01, 2019, pp. 1-34, <http://doi.org/10.5281/zenodo.2555327>.
- [28] I.J. TANEJA, Palindromic, Patterned Magic Sums, Composite, and Colored Patterns in Magic Squares, **Zenodo**, February 02, 2019, pp. 1-99, <http://doi.org/10.5281/zenodo.2555741>.
- [29] I.J. TANEJA, Block-Wise Magic and Bimagic Squares of Orders 39 to 45, **Zenodo**, February 01, 2019, pp. 1-73, <http://doi.org/10.5281/zenodo.2555889>. Also in <https://inderjtaneja.com/2018/03/02/block-wise-construction-of-magic-and-bimagic-squares-of-orders-39-to-45/>.
- [30] I.J. TANEJA, Perfect Square Sum Magic Squares, **Zenodo**, April 29, 2019, pp. 1-65, <http://doi.org/10.5281/zenodo.2653927>.
- [31] I.J. TANEJA, Block-Wise Constructions of Magic and Bimagic Squares of Orders 8 to 108, May 15, 2019, pp. 1-43, **Zenodo**, <http://doi.org/10.5281/zenodo.2843326>.
- [32] I.J. TANEJA, Nested Magic Squares With Perfect Square Sums, Pythagorean Triples, and Borders Differences, **Zenodo**, June 14, 2019, pp. 1-59, <http://doi.org/10.5281/zenodo.3246586>.
- [33] I.J. TANEJA, Symmetric Properties of Nested Magic Squares, **Zenodo**, June 29, 2019, pp. 1-55, <http://doi.org/10.5281/zenodo.3262170>.
- [34] I.J. TANEJA, General Sum Symmetric and Positive Entries Nested Magic Squares, **Zenodo**, July 04, 2019, pp. 1-55, <http://doi.org/10.5281/zenodo.3268877>.
- [35] I.J. TANEJA, Fractional and Decimal Type Bordered Magic Squares With Magic Sum 2020. **Zenodo**, January 20, 2020, pp.1-25, <http://doi.org/10.5281/zenodo.3613698>.
- [36] I.J. TANEJA, Bordered Magic Squares With Order Square Magic Sums, **Zenodo**, January 20, 2020, pp. 1-26, <http://doi.org/10.5281/zenodo.3613690>.

- [37] **I.J. TANEJA**, Universal Palindromic Day and Two Digits Magic Squares, **Zenodo**, February 2, pp. 1-22, <http://doi.org/10.5281/zenodo.3633852>.
- [38] **I.J. TANEJA**, 2-Digits Universal and Upside-Down Palindromic Magic and Bimagic Squares: Orders 3 to 16, **Zenodo**, April 07, 2020, pp. 1-103, <http://doi.org/10.5281/zenodo.3743362>.
- [39] **I.J. TANEJA**, Universal Magic and Bimagic Squares of Orders 17 to 32 With Digits 1 and 8, **Zenodo**, May 30, 2020, pp. 1-103, <http://doi.org/10.5281/zenodo.3866366>.
- [40] **I.J. TANEJA**, Universal Magic and Bimagic Squares of Orders 17 to 32 With Digits 2 and 5, **Zenodo**, May 30, 2020, pp. 1-113, <http://doi.org/10.5281/zenodo.3866386>.
-