Breve acercamiento a la filosofía de las matemáticas: de Platón a Bourbaki parte III.

Rodrigo Andrés Torres[1]

1 Universidad Javeriana de Colombia

Introducción

En las dos entregas anteriores (1, 2) abordamos el inicio de la evolución del pensamiento matemático, desde el uso de herramientas matemáticas para problemas de cálculo concreto en la antigua Babilonia (Boyer, 1991), pasando por el inicio de las matemáticas abstractas, las demostraciones y el nacimiento de la "geometría por la geometría" desde la visión religioso-filosófica de Platón y los pitagóricos (Van der Waerden, 1983), hasta la síntesis de ambas visiones en las matemáticas de la India, China y el mundo árabe, que fue la puerta de entrada de las matemáticas a Europa, alrededor del siglo XV. (Van der Waerden, 1983)

La última escena que habíamos relatado en nuestro viaje por las distintas perspectivas filosóficas de las matemáticas fue el nacimiento del cálculo infinitesimal de manos de Leibniz y Newton (quien, por cierto, se encontraba en cuarentena, como el autor de estas líneas al momento de escribirlas, cuando concibió parte de sus grandes ideas durante una de las pestes que asoló Inglaterra en el siglo XVII). Este desarrollo representó un salto cualitativo gigante respecto a los trabajos en álgebra y geometría que habían adelantado en años anteriores Vieta, Descartes y Fermat (Boyer, 1991). Fueron éstos dos últimos quienes, gracias a la introducción de un sistema de coordenadas (plano cartesiano) allanaron el camino para la nueva visión de las matemáticas que empezaron Newton y Leibniz, y consolidaron el matrimonio que habían concebido los griegos entre los objetos geométricos (*polinomios*) y objetos geométricos (curvas en el plano y en el espacio) al permitir una representación gráfica "natural" para ellas, con sus puntos de intersección, sus raíces y sus singularidades (Van der Waerden, 1983).

Un "nuevo paradigma"

Era una de estas curvas el objeto de estudio de Newton en el momento en que notó que los métodos y herramientas matemáticas que existían hasta el momento eran de naturaleza finita, es decir, solo permitían cálculos con una cantidad limitada de elementos. Profundicemos un poco en esto: la pregunta que conducía las investigaciones de Newton por esos días era la trayectoria de los objetos celestes, en particular, los planetas, que se desplazan en órbitas elípticas. Para poder calcular sus trayectorias y velocidades era necesario, entonces, conocer una forma de medir el área dentro de una elipse. Parece sencillo, en principio, ya que las áreas de otros objetos geométricos como el cuadrado solo requieren una multiplicación para ser halladas. Sin embargo, es un problema bastante complicado, ya que al no tener lados rectos, no es posible hacer una cuenta del tipo "base por altura" en una elipse, y hay que encontrar una mejor manera de "llenarla". Hilando todo esto es posible usar uno de los pilares del pensamiento matemático: podemos usar algo que ya conocemos para aproximar o conocer algo que desconocemos. Si sabemos cómo hallar el área de un cuadrado, podemos llenar de pequeños cuadrados el área de la elipse y luego sumar todas sus áreas, y esto nos permitiría conocer las medidas internas de nuestra curva. ¿Cuál es el problema con éste método? Que es un método de naturaleza infinita, ya que en el borde de la elipse, por más pequeños que hagamos los cuadrados, nunca podremos ajustarlos perfectamente a la curvatura. Es de esta forma que nace el concepto de integración, que no es otra cosa que una suma infinita dentro de un intervalo determinado, que permite conocer información continua sobre los objetos geométricos. Tal significativo cambio de perspectiva, el paso de lo discreto a lo continuo, es lo que marca el nacimiento de una nueva forma de interpretar las matemáticas: el cálculo infinitesimal.

El concepto de integral, junto con el de derivada, (una recta tangente a un punto de una función) son ambos los pilares de toda una revolución que permitió acercar a la humanidad al conocimiento del infinito, al estudio de cantidades que parecían inabarcables sólo abstrayéndolas al uso de conceptos geométricos o aritméticos basados en la idea fundamental de límite, es decir, acercarse a algo de forma constante y ver qué sucede al ir hacia ese punto. Fue tan poderosa esa nueva perspectiva que durante los próximos dos siglos las más grandes mentes de las matemáticas en Europa (Euler, Cauchy, Weierstrass, Legendre, Lebesgue, Cayley, Fourier…) se concentraron en el estudio del infinito, de la continuidad, de esos objetos que parecían estar más allá del alcance del raciocinio humano, y lograron consolidar esta nueva visión (Bourbaki, 1998), que en adelante sería un nuevo paradigma de la forma de entender las matemáticas: ya no solo podemos trabajar en el mundo discreto, ahora podemos aproximarnos al infinito de manera continua. Naturalmente, esta visión impulsó procesos científicos de gran escala, ya que al comprender mejor las curvas, las áreas de sólidos curvos y procesos continuos, fue posible desarrollar nuevas máquinas, nuevos acueductos, nuevos edificios mejor establecidos (¡el nacimiento de la ingeniería como la conocemos hoy día!) y, en general, comprender un poco mejor la naturaleza cambiante de nuestro universo y el mundo que podemos ver, y adaptarnos mejor a ella. Pero estos dos siglos de avance incesante condujeron a que, en el siglo XIX, el infinito planteara otro tipo de preguntas a los grandes sabios de la época, derivados de algunos “monstruos” que fueron apareciendo, como las funciones continuas que no son diferenciables, es decir, que no tienen derivadas (Weierstrass), o las definiciones explícitas de palabras difusas como límite (Bourbaki, 1998). ¿Existe sólo un tipo de infinito? Si es así, ¿cómo podemos clasificarlo? Si no lo es, ¿cuántos hay, y cómo podemos abarcarlos? ¿Qué es realmente una función? ¿Qué es un límite? ¿Podemos definir todos éstos conceptos?

Ésta carrera por definir los conceptos, por hacer claridad con los objetos que estaban manipulando, condujo a una “crisis de fundamentos” (mencionada también en la parte 2) que mostró que era necesario reformar los paradigmas sobre los cuales estaban construidas las matemáticas, que respondían a la naturaleza discreta pre-Newton y Pre-Leibniz, y había que hacer unos nuevos que fueran más libres, completamente continuos y permitieran manipular el infinito. Fue el nacimiento de lo que hoy llamamos “teoría de conjuntos”, pero Cantor, sus colegas y su obra deberán esperar a nuestra próxima entrega.

Referencias

Van der Waerden, B. L. (1983), *Geometry and Algebra in Ancient Civilizations,* Berlin and New York: Springer

Bourbaki, N. (1998), *Elements of the History of Mathematics,* Berlin, Heidelberg, and New York: Springer-Verlag

Boyer, C. (1991), A *history of mathematics*