

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI ROMA TRE



Corso di laurea in Ingegneria Informatica

**Tesi di laurea:**

**ALGORITMI DI OTTIMIZZAZIONE PER  
LA STIMA DEL MOVIMENTO  
DELL'APPARATO LOCOMOTORE  
UMANO USANDO LA MISURA DELLE  
SOLE REAZIONI VINCOLARI**

Relatore

Prof. Alberto Paoluzzi

Correlatore

Prof. Aurelio Cappozzo

Controrelatore

Prof. Stefano Panzieri

Laureando: **Daniele Bailo**

**Anno Accademico 2003/2004**

*a mamma e a papà*  
*a Marco e Anastasia*

Un discepolo non è da più del maestro,  
né un servo da più del suo padrone.

Mt10,24

# Indice

<b>1</b>	<b>INTRODUZIONE</b>	<b>1</b>
1.1	Stato funzionale, disabilità e salute . . . . .	1
1.1.1	Definizioni . . . . .	1
1.1.2	Relazioni . . . . .	3
1.1.3	Mobilità . . . . .	4
1.1.4	Stato funzionale motorio . . . . .	5
1.1.5	Strategia motoria . . . . .	5
1.1.6	Riserva fisica funzionale . . . . .	5
1.2	La valutazione dello stato funzionale motorio . . . . .	6
1.2.1	Contesto . . . . .	6
1.2.2	Problemi clinici . . . . .	7
1.2.3	La valutazione dello stato funzionale motorio in presenza di co-morbilità . . . . .	8
1.2.4	Scelta del compito motorio . . . . .	8
1.3	Stato dell'arte . . . . .	10
1.3.1	I test di performance . . . . .	10
1.3.2	L'analisi biomeccanica . . . . .	11
1.4	La necessità di un approccio di compromesso . . . . .	15
1.5	Modelli Mimm (Modelli ad Ingresso Misurato Minimo) . . . . .	17
1.6	TIP . . . . .	20
1.7	JAGO . . . . .	21
1.8	Obiettivo della tesi . . . . .	23
<b>2</b>	<b>RICHIAMI DI MECCANICA DEL CORPO RIGIDO</b>	<b>24</b>
2.1	Sistemi di riferimento e coordinate . . . . .	24
2.2	Sistemi di coordinate mobili . . . . .	28
2.3	Formulazione di Newton-Eulero . . . . .	29

2.3.1	Premessa . . . . .	29
2.3.2	Equazioni della cinematica . . . . .	30
2.3.3	Equazioni della dinamica . . . . .	32
2.3.4	Equazioni ricorsive di moto di un link intorno al suo sistema di coordinate . . . . .	34
2.3.5	Algoritmi di calcolo . . . . .	36
2.4	Dinamica diretta e inversa . . . . .	38
2.5	Definizione di un modello per la rappresentazione del corpo umano . . . . .	39
<b>3</b>	<b>RICHIAMI DI PROGRAMMAZIONE MATEMATICA NON LINEARE</b>	<b>42</b>
3.1	La programmazione Matematica non lineare . . . . .	42
3.1.1	Programmazione non lineare non vincolata (PNLNV) . . . . .	45
3.1.2	Programmazione non lineare vincolata . . . . .	49
3.2	Affidabilità ed efficienza degli algoritmi di ottimizzazione . . . . .	53
3.2.1	Affidabilità . . . . .	53
3.2.2	Efficienza . . . . .	54
<b>4</b>	<b>INTERPOLAZIONE E APPROSSIMAZIONE DI CURVE</b>	<b>56</b>
4.1	Curve di interpolazione . . . . .	57
4.1.1	Le spline cubiche interpolanti . . . . .	57
4.2	Curve di approssimazione . . . . .	58
4.2.1	Curve di Bezier . . . . .	58
4.2.2	B-spline . . . . .	60
4.2.3	Il vettore dei nodi . . . . .	61
<b>5</b>	<b>LO SQUAT</b>	<b>64</b>
5.1	Che cos'è lo squat . . . . .	64
5.2	Modalità di esecuzione . . . . .	66
5.3	Squat e riabilitazione . . . . .	67
5.4	Lo squat in biomeccanica . . . . .	68
5.5	La scelta dello squat . . . . .	70
<b>6</b>	<b>STEREOFOTOGRAMMETRIA</b>	<b>72</b>
6.1	Ricostruzione delle coordinate di un punto . . . . .	73
6.2	Calibrazione delle telecamere . . . . .	74

6.3	Accuratezza e precisione . . . . .	77
<b>7</b>	<b>IL MODELLO JAGO</b>	<b>78</b>
7.1	Che cos'è JAGO? . . . . .	78
7.2	Il modello Fisico . . . . .	79
7.2.1	Considerazioni generali nella scelta del modello . . . . .	79
7.2.2	Il modello usato . . . . .	80
7.3	Il modello Matematico . . . . .	84
7.3.1	Ingressi e uscite . . . . .	84
7.3.2	Equazioni di moto . . . . .	84
7.4	Gli algoritmi di ottimizzazione . . . . .	85
7.4.1	Algoritmo di ottimizzazione <i>Ozaki</i> . . . . .	86
7.4.2	Algoritmo di ottimizzazione <i>Line Search</i> . . . . .	94
7.5	Errore intrinseco del modello JAGO . . . . .	97
<b>8</b>	<b>MATERIALI E METODI</b>	<b>100</b>
8.1	L'analisi in simulazione . . . . .	100
8.1.1	Parte I: influenza di alcuni parametri sulle prestazioni dell'algoritmo <i>Ozaki</i> . . . . .	101
8.1.2	Parte II: influenza di alcuni parametri sulle prestazioni dell'algoritmo <i>Line Search</i> . . . . .	103
8.2	L'analisi sperimentale . . . . .	107
8.2.1	Dati stereofotogrammetrici . . . . .	107
8.2.2	Dati dinamici . . . . .	109
8.2.3	Posizionamento dei marker secondo il protocollo Plu- ginGait . . . . .	112
8.2.4	Protocollo sperimentale . . . . .	115
8.2.5	Implementazione degli algoritmi . . . . .	118
8.2.6	Algoritmo per l'individuazione dell'inizio e la fine del compito motorio . . . . .	119
8.2.7	Algoritmo per il calcolo della ripetibilità . . . . .	122
8.2.8	Valutazione dell'errore nella stima degli angoli al gi- nocchio, all'anca e alla caviglia . . . . .	124
8.2.9	Scelta della reazione vincolare di riferimento per l'in- individuazione dell'inizio e della fine del gesto . . . . .	127

<b>9</b>	<b>RISULTATI E DISCUSSIONE</b>	<b>135</b>
9.1	Risultati dell'analisi in simulazione con l'algoritmo <i>Ozaki</i> . . .	135
9.1.1	Scelta dei parametri $d_1$ , $d_2$ e $d_3$ della funzione obiettivo	135
9.1.2	Scelta dell'indice $i$ nella funzione obiettivo . . . . .	136
9.2	Risultati dell'analisi in simulazione con l'algoritmo <i>Line Search</i>	137
9.2.1	Scelta dei parametri TolX, TolFun, MaxFunEvals, MaxIter . . . . .	137
9.2.2	Scelta del vettore di scostamento . . . . .	143
9.3	Risultati dell'analisi sperimentale . . . . .	154
9.4	Confronto tra i due algoritmi <i>Ozaki</i> e <i>Line Search</i> . . . . .	160
9.4.1	Affidabilità . . . . .	161
9.4.2	Efficienza . . . . .	161
9.4.3	Tempo di computazione . . . . .	163
9.4.4	Ripetibilità . . . . .	164
9.5	Discussione . . . . .	165
9.5.1	Analisi dei risultati dell'analisi in simulazione . . . . .	165
9.5.2	Analisi delle prestazioni dei due algoritmi . . . . .	166
9.5.3	Analisi dei risultati in funzione dell'accuratezza del modello . . . . .	167
9.6	Conclusioni . . . . .	172
<b>10</b>	<b>Ringraziamenti</b>	<b>174</b>
<b>A</b>	<b>CODICE RELATIVO AGLI ALGORITMI UTILIZZATI</b>	<b>176</b>
A.1	Algoritmo per l'individuazione dell'inizio e la fine del compito motorio . . . . .	176
A.2	Algoritmo per l'analisi della ripetibilità . . . . .	177
	<b>Bibliografia</b>	<b>182</b>

# Elenco delle figure

1.1	Diagramma delle interazioni tra le componenti descritte in [Who2001] . . . . .	3
1.2	Un esempio di set up e acquisizione con un sistema stereofotogrammetrico. In figura sono mostrati anche la piattaforma dinamometrica il gesto compiuto dal soggetto (salita del gradino)	13
1.3	Cinematica del ginocchio durante il cammino con cadenza naturale in un paziente con una artroprotesi con 1 grado di libertà. La stima dei sistemi di riferimento dalla traiettoria ricostruita dei marker è stata effettuata con uno stimatore non-ottimo (linea spessa), uno stimatore che utilizza il sistema dei minimi quadrati (linea tratteggiata) e un compensatore di artefatto (linea fina). L'immagine è tratta da [Cap2001] . . . . .	15
1.4	Struttura del MIMM: schema a blocchi . . . . .	19
1.5	Modello TIP . . . . .	20
1.6	Schema a blocchi di JAGO: in blu sono evidenziati gli elementi caratteristici di questo MIMM . . . . .	22
2.1	Sistema di coordinate rotazionale . . . . .	25
2.2	Derivata rispetto al tempo di un sistema di coordinate rotazionali . . . . .	26
2.3	Sistemi di coordinate mobili . . . . .	28
2.4	Relazione tra i sistemi $O, O^\perp, O'$ . . . . .	31
2.5	Forze e momenti sul link $i$ . . . . .	33
2.6	Algoritmo di calcolo per la dinamica inversa . . . . .	37
2.7	Approccio di dinamica diretta . . . . .	38
2.8	Approccio di dinamica inversa . . . . .	39

2.9	Rappresentazione schematica di una catena cinematica aperta a tre segmenti 2D . . . . .	40
3.1	Esempio di ottimo locale e ottimo globale . . . . .	43
3.2	Esempio di funzione convessa . . . . .	44
3.3	Esempio di funzione quasi convessa . . . . .	45
3.4	La funzione $f(x_1, x_2)$ . . . . .	47
3.5	. . . . .	48
4.1	Esempio di spline cubica. I punti evidenziati rappresentano i punti di controllo della spline. . . . .	58
4.2	Problema dell'oscillazione nel caso di punti di controllo allineati	58
4.3	Curva di Bezier cubica. Punti di controllo e spezzata di controllo di Bezier . . . . .	59
5.1	Esempio di squat naturale: (a)posizione di partenza, (b)posizione di massima flessione. Immagini dal sito <a href="http://www.bodybuilding.com/">http://www.bodybuilding.com/</a>	65
5.2	Esempio di squat con bilanciere: (a)posizione di partenza, (b)posizione di massima flessione. Immagini dal sito <a href="http://www.bodybuilding.com/">http://www.bodybuilding.com/</a>	66
5.3	Esempio di squat con la Lying Machine Squat. Immagini dal sito <a href="http://www.bodybuilding.com/">http://www.bodybuilding.com/</a> . . . . .	66
5.4	Esempio di squat con la Smith Machine Squat. Immagini dal sito <a href="http://www.bodybuilding.com/">http://www.bodybuilding.com/</a> . . . . .	67
5.5	Traiettorie dell'angolo (a) alla caviglia, (b) al ginocchio, (c) all'anca. In rosso sono riportate le rette che indicano il picco dell'angolo. In blu sono riportate le rette che individuano l'intervallo temporale in cui è possibile che si verifichi il picco.	69
5.6	Picchi relativi alle traiettorie angolari di caviglia ginocchio e anca . . . . .	69
6.1	Esempio di calibrazione dinamica in un laboratorio stereofotogrammetrico. Nella foto si vede la bacchetta di calibrazione con i marker illuminati. . . . .	76
6.2	Distanza misurata fra due marker sferici posizionati alla distanza di 500mm . . . . .	77
7.1	Rappresentazione schematica delle articolazioni di caviglia (a), ginocchio (b), anca (c). . . . .	81



7.2	Modello fisico a tre segmenti utilizzato per la rappresentazione del corpo umano . . . . .	83
7.3	Rappresentazione schematica del funzionamento del modello JAGO con l'algoritmo <i>Ozaki</i> . . . . .	87
7.4	Rappresentazione dettagliata del funzionamento dell'algoritmo di ottimizzazione . . . . .	93
7.5	Il limite superiore ed inferiore (in nero) imposti dal vettore di scostamento, modellati intorno alla FPA (in rosso) . . . . .	95
8.1	L'intervallo di ricerca delimitato dalle coppie di curve in rosso contiene le FPA (verde) e le traiettorie attese (blu). In figura questo è rappresentato per le traiettorie di caviglia(a), ginocchio(b) e anca(c). . . . .	105
8.2	Vista del laboratorio di analisi del movimento e delle telecamere vicon . . . . .	108
8.3	Caratteristiche del soggetto sano analizzato per la validazione sperimentale del modello JAGO . . . . .	108
8.4	Rappresentazione schematica dell'apparato sperimentale . . .	109
8.5	Rappresentazione schematica delle forze e delle coppie che agiscono sul piede appoggiato sulla pedana dinamometrica. $F_x$ e $F_{x'}$ sono le forze antero-posteriori dei due sistemi di riferimento, $F_y$ e $F_{y'}$ sono le forze verticali dei due sistemi di riferimento, $F_g$ è la forza gravitazionale che agisce sul centro di massa del piede, $C$ e $C'$ sono le coppie dei due sistemi di riferimento . .	111
8.6	Posizionamento dei marcatori del modello PluginGait: vista frontale e posteriore. Immagine dal sito <a href="http://www.etc.cmu.edu/projects/mastermotion/">http://www.etc.cmu.edu/projects/mastermotion/</a> . . . . .	113
8.8	Posizione iniziale e finale dello squat . . . . .	116
8.9	Curva Fap prima dell'applicazione dell'algoritmo . . . . .	120
8.10	Curve Fap prima(a) e dopo(b) l'applicazione dell'algoritmo . .	121
8.11	Nel grafico è rappresentato l'errore nella valutazione della posizione del marker. Il marker è fermo ma il sistema rileva delle oscillazioni nella sua distanza dall'origine . . . . .	124
8.12	Nella figura sono rappresentati tre marker ( $A, B$ e $C$ ) e l'angolo $\beta$ da essi individuato . . . . .	125
8.13	Nella figura $A, B$ e $C$ rappresentano i tre marker . . . . .	126

8.14	Campioni di inizio/fine gesto effettivi individuati a partire dalle curve acquisite con il sistema stereofotogrammetrico. Per ogni prova i campioni selezionati come campioni di inizio (o fine) gesto effettivo sono marcati in rosso . . . . .	128
8.15	Campioni di inizio fine gesto trovati dall'algorithm con i due diversi input e campioni di inizio e fine gesto effettivi . . . . .	129
8.16	Numero di prove in cui i campioni utili a determinare l'inizio della fine del gesto sono quelli di fap o fv. . . . .	130
8.17	Numero di prove in cui i campioni di inizio o fine gesto sono interni all'intervallo di inizio/fine gesto effettivo. . . . .	131
8.18	Numero delle prove in cui l'intervallo di inizio/fine gesto è individuato da una unica reazione vincolare. . . . .	132
8.19	Indice di ripetibilità $R_a^2$ per le prove a velocità normale ed elevata . . . . .	133
8.7	Posizionamento dei marcatori del modello PluginGait: viste laterali Immagine dal sito <a href="http://www.etc.cmu.edu/projects/mastermotion/">http://www.etc.cmu.edu/projects/mastermotion/</a>	134
9.1	Nella tabella sono riportati, per insiemi di cinque esecuzioni dell'algorithm in simulazione, ogni insieme con una configurazione differente dei tre parametri $d_1$ , $d_2$ e $d_3$ , i valori medi relativi all'RMSD (% picco-picco) delle traiettorie stimate/attese, delle reazioni vincolari stimate/attese e della correlazione tra traiettorie stimate/attese. . . . .	136
9.2	Nella tabella sono riportati, per insiemi di cinque esecuzioni dell'algorithm in simulazione, ogni insieme con un indice $i$ differente ( $i=3$ , $i=7$ , $i=15$ ), i valori medi e le deviazioni standard relativi all'RMSD (% picco-picco) delle traiettorie stimate/attese e delle reazioni vincolari stimate/attese. . . . .	137
9.3	Nella tabella sono riportati al variare del parametro $TolX$ nell'intervallo $[10^{-2}, 10^{-8}]$ , i valori relativi all'RMSD (% picco-picco) delle traiettorie stimate/attese e delle reazioni vincolari stimate/attese, e il tempo impiegato dall'algorithm <i>Line Search</i> per le computazioni. . . . .	138

9.4	Nella tabella sono riportati al variare del parametro <i>TolFun</i> nell'intervallo $[10^{-2}, 10^{-8}]$ , i valori relativi all'RMSD (% picco-picco) e alla correlazione delle traiettorie stimate/attese e all'RMSD (% picco-picco) delle reazioni vincolari stimate/attese, il tempo impiegato dall'algoritmo <i>Line Search</i> per le computazioni e il valore del parametro <i>TolX</i> . . . . .	139
9.5	Nella tabella sono riportati al variare del parametro <i>TolFun</i> nell'intervallo $[10^{-2}, 10^{-8}]$ , i valori relativi all'RMSD (% picco-picco) e alla correlazione delle traiettorie stimate/attese e all'RMSD (% picco-picco) delle reazioni vincolari stimate/attese, il tempo impiegato dall'algoritmo <i>Line Search</i> per le computazioni e il valore del parametro <i>TolX</i> . . . . .	140
9.6	Nella tabella sono riportati al variare del parametro <i>TolFun</i> nell'intervallo $[10^{-2}, 10^{-8}]$ , i valori relativi all'RMSD (% picco-picco) e alla correlazione delle traiettorie stimate/attese e all'RMSD (% picco-picco) delle reazioni vincolari stimate/attese, il tempo impiegato dall'algoritmo <i>Line Search</i> per le computazioni e il valore del parametro <i>TolX</i> . . . . .	141
9.7	Nella tabella sono riportati al variare del parametro <i>MaxFunEvals</i> nell'intervallo $[10^{-2}, 10^{-8}]$ , i valori relativi all'RMSD (% picco-picco) e alla correlazione delle traiettorie stimate/attese e all'RMSD (% picco-picco) delle reazioni vincolari stimate/attese, il tempo impiegato dall'algoritmo <i>Line Search</i> per le computazioni e i valori dei parametri <i>TolX</i> e <i>TolFun</i> . . . . .	142
9.8	Nella tabella sono riportati al variare del parametro <i>MaxIter</i> nell'intervallo $[200, 1000]$ , i valori relativi all'RMSD (% picco-picco) e alla correlazione delle traiettorie stimate/attese e all'RMSD (% picco-picco) delle reazioni vincolari stimate/attese, il tempo impiegato dall'algoritmo <i>Line Search</i> per le computazioni e i valori dei parametri <i>TolX</i> e <i>TolFun</i> . . . . .	143
9.9	In figura sono riportate le traiettorie angolari di (a)caviglia , (b)ginocchio e (c)anca, e le reazioni vincolari, (d) fap , (e)fv e (f)mml per l'esecuzione dell'algoritmo in simulazione. Il range definito dal vettore di scostamento è rappresentato sui grafici delle traiettorie angolari ed è delimitato dalle curve in rosso. In magenta sono rappresentate le curve attese, in blu quelle stimate, in verde le FPA. Questa figura fa riferimento al <i>range esteso</i> . . . . .	145

- 9.10 In figura sono riportate le traiettorie angolari di a)caviglia , (b)ginocchio e (c)anca, e le reazioni vincolari, (d) *fap* , (e)*fv* e (f)*mml* per l'esecuzione dell'algoritmo in simulazione. Il range definito dal vettore di scostamento è rappresentato sui grafici delle traiettorie angolari ed è delimitato dalle curve in rosso. In magenta sono rappresentate le curve attese, in blu quelle stimate, in verde le FPA. Questa figura fa riferimento al *range esteso con vincoli* . . . . . 146
- 9.11 Nella tabella sono riportati i risultati relativi all'esecuzione dell'algoritmo in simulazione con i due range differenti: *range esteso*(cf. fig. 9.9) e *range esteso con vincoli* (cf. fig. 9.10)) . . 147
- 9.12 Nella tabella sono riportati i risultati relativi all'esecuzione dell'algoritmo in simulazione con un range che varia nell'intervallo [72%,98%]. I valori sono quelli relativi all'RMSD (% picco-picco) e alla correlazione delle traiettorie stimate/attese e all'RMSD (% picco-picco) delle reazioni vincolari stimate/attese, il tempo impiegato dall'algoritmo *Line Search* per le computazioni e i valori dei parametri *TolX* e *TolFun* e *MaxIter*. . . . . 148
- 9.13 Nella tabella sono riportati i risultati relativi all'esecuzione dell'algoritmo in simulazione con un range che varia nell'intervallo [100%,126%]. I valori sono quelli relativi all'RMSD (% picco-picco) e alla correlazione delle traiettorie stimate/attese e all'RMSD (% picco-picco) delle reazioni vincolari stimate/attese, il tempo impiegato dall'algoritmo *Line Search* per le computazioni e i valori dei parametri *TolX* e *TolFun* e *MaxIter*. . . . . 149
- 9.14 Nella tabella sono riportati i risultati relativi all'esecuzione dell'algoritmo in simulazione con un range che varia nell'intervallo [128%,154%]. I valori sono quelli relativi all'RMSD (% picco-picco) e alla correlazione delle traiettorie stimate/attese e all'RMSD (% picco-picco) delle reazioni vincolari stimate/attese, il tempo impiegato dall'algoritmo *Line Search* per le computazioni e i valori dei parametri *TolX* e *TolFun* e *MaxIter*. . . . . 150

- 9.15 Nella tabella sono riportati i risultati relativi all'esecuzione dell'algoritmo in simulazione con un range che varia nell'intervallo [156%,168%]. I valori sono quelli relativi all'RMSD (% picco-picco) e alla correlazione delle traiettorie stimate/attese e all'RMSD (% picco-picco) delle reazioni vincolari stimate/attese, il tempo impiegato dall'algoritmo *Line Search* per le computazioni e i valori dei parametri *TolX* e *TolFun* e *MaxIter*. . . . . 151
- 9.16 Nel grafico sono riportati i risultati relativi all'esecuzione dell'algoritmo in simulazione con un range che varia nell'intervallo [72%,168%]. I valori sono quelli relativi all'RMSD (% picco-picco) delle traiettorie stimate/attese. . . . . 152
- 9.17 Nel grafico sono riportati i risultati relativi all'esecuzione dell'algoritmo in simulazione con un range che varia nell'intervallo [72%,168%]. I valori sono quelli relativi all'RMSD (% picco-picco) delle Reazioni Vincolari stimate/attese. . . . . 153
- 9.18 Nella tabella sono riportati i confronti tra i risultati migliori delle quattro prove di squat. I valori sono quelli relativi all'RMSD (% picco-picco) e alla correlazione delle traiettorie stimate/attese e all'RMSD (% picco-picco) delle reazioni vincolari stimate/attese, il tempo impiegato dall'algoritmo *Ozaki* per le computazioni. . . . . 154
- 9.19 Nella tabella sono riportati i risultati relativi all'esecuzione dell'algoritmo sulla prova sperimentale di squat normale con un range che varia nell'intervallo  $[98\%, 104\%] \cap [134\%, 144\%] \cap [150\%, 168\%]$ . I valori sono quelli relativi all'RMSD (% picco-picco) e alla correlazione delle traiettorie stimate/attese e all'RMSD (% picco-picco) delle reazioni vincolari stimate/attese, il tempo impiegato dall'algoritmo *Line Search* per le computazioni . . . . . 156
- 9.20 Nella tabella sono riportati i risultati relativi all'esecuzione dell'algoritmo sulla prova sperimentale di squat veloce con un range che varia nell'intervallo  $[98\%, 104\%] \cap [134\%, 144\%] \cap [150\%, 168\%]$ . I valori sono quelli relativi all'RMSD (% picco-picco) e alla correlazione delle traiettorie stimate/attese e all'RMSD (% picco-picco) delle reazioni vincolari stimate/attese, il tempo impiegato dall'algoritmo *Line Search* per le computazioni . . . . . 157

- 9.21 Nella tabella sono riportati i risultati relativi all'esecuzione dell'algoritmo sulla prova sperimentale di squat accovacciato con un range che varia nell'intervallo  $[98\%, 104\%] \cap [134\%, 144\%] \cap [150\%, 168\%]$ . I valori sono quelli relativi all'RMSD (% picco-picco) e alla correlazione delle traiettorie stimate/attese e all'RMSD (% picco-picco) delle reazioni vincolari stimate/attese, il tempo impiegato dall'algoritmo *Line Search* per le computazioni . . . . . 158
- 9.22 Nella tabella sono riportati i risultati relativi all'esecuzione dell'algoritmo sulla prova sperimentale di squat forzato con un range che varia nell'intervallo  $[98\%, 104\%] \cap [134\%, 144\%] \cap [150\%, 168\%]$ . I valori sono quelli relativi all'RMSD (% picco-picco) e alla correlazione delle traiettorie stimate/attese e all'RMSD (% picco-picco) delle reazioni vincolari stimate/attese, il tempo impiegato dall'algoritmo *Line Search* per le computazioni . . . . . 159
- 9.23 Nella tabella sono riportati i confronti tra i risultati migliori delle quattro prove di squat. I valori sono quelli relativi all'RMSD (% picco-picco) e alla correlazione delle traiettorie stimate/attese e all'RMSD (% picco-picco) delle reazioni vincolari stimate/attese, il tempo impiegato dall'algoritmo *Line Search* per le computazioni, e l'ampiezza del range di ricerca. 160
- 9.24 valore  $RMSD_{tr}$  in funzione della correlazione iniziale tra FPA e traiettorie attese utilizzando l'algoritmo *Line Search*. . . . . 161
- 9.25 Valore di  $e_k$  all'aumentare delle iterazioni nell'algoritmo *Line Search*. Il grafico piccolo indicato dalla freccia rappresenta l'andamento di  $e_k$  a partire dall'iterazione 836. . . . . 162
- 9.26 Valore di  $e_k$  all'aumentare delle iterazioni nell'algoritmo Ozaki. Il grafico piccolo indicato dalla freccia rappresenta l'andamento di  $e_k$  a partire dall'iterazione 17700. . . . . 163
- 9.27 Tempo medio di computazione nei due algoritmi Ozaki e *Line Search* su un campione di 10 prove. Le deviazioni standard sono 1.2 per *Line Search* e 35.5 per Ozaki . . . . . 164

- 9.28 Nella tabella sono mostrati i risultati riassuntivi relativi all'esecuzione degli algoritmi *Ozaki* e *Line Search* su una prova delle quattro differenti tipologie di squat. A causa della non ripetibilità dell'algoritmo *Ozaki* i risultati sono relativi alla media su 5 prove e quindi riportati con le relative deviazioni standard. I valori sono quelli relativi all'RMSD (% picco-picco) e alla correlazione delle traiettorie stimate/attese e all'RMSD (% picco-picco) delle reazioni vincolari stimate/attese. . . . . 168
- 9.29 In figura sono riportate le traiettorie angolari di (a)caviglia , (b)ginocchio e (c)anca, relative ad un'esecuzione dell'algoritmo *Ozaki* su una prova di squat con massimo piegamento. In blu sono rappresentate le traiettorie attese (misurate col sistema stereofotogrammetrico), in verde quelle stimate da Jago. Per questa esecuzione dell'algoritmo si ha  $CORR_{tr}=0.7$  . . . . 169
- 9.30 In figura sono riportate le traiettorie angolari di (a)caviglia , (b)ginocchio e (c)anca, relative ad un'esecuzione dell'algoritmo *Line Search* su una prova di squat con massimo piegamento. In blu sono rappresentate le traiettorie attese (misurate col sistema stereofotogrammetrico), in verde quelle stimate da Jago. Per questa esecuzione dell'algoritmo si ha  $CORR_{tr}=0.9$  170
- 9.31 Nella tabella sono mostrati i risultati riassuntivi relativi all'esecuzione degli algoritmi *Ozaki* e *Line Search* sulle quattro differenti tipologie di squat. A causa della non ripetibilità dell'algoritmo *Ozaki* i risultati sono relativi alla media su 5 prove e quindi riportati con le relative deviazioni standard. I valori sono quelli relativi all'RMSD (% picco-picco) e alla correlazione delle traiettorie stimate/attese e all'RMSD (% picco-picco) delle reazioni vincolari stimate/attese. . . . . 171

# Capitolo 1

## INTRODUZIONE

### 1.1 Stato funzionale, disabilità e salute

Secondo la definizione fornita dall'Organizzazione Mondiale della Sanità (2001) il termine stato funzionale fa riferimento a tutte le funzioni e le attività del corpo umano, mentre il termine disabilità è un termine che raggruppa i concetti di disabilità, limitazione nelle attività e nella partecipazione. Al fine di valutare lo stato di salute di un individuo, non in contrapposizione al suo stato di disabilità ma in relazione al suo stato funzionale e alla sua integrazione nella società, l'Organizzazione Mondiale della Sanità ha creato una classificazione che può essere descritta con le definizioni seguenti.

#### 1.1.1 Definizioni

Secondo l'Organizzazione Mondiale della Sanità l'informazione riguardo allo stato di salute di un individuo può essere organizzata in due gruppi:

1. Stato funzionale e disabilità
2. Fattori contestuali

Ai fini del presente lavoro è di interesse analizzare l'informazione relativa allo stato funzionale e alla disabilità, che comprende due componenti:



- la componente *corpo* che a sua volta comprende tre classificazioni, una per le funzioni del corpo, una per le strutture del corpo e l'altra per le menomazioni
- la componente *Attività e Partecipazione* che comprende tutti i domini che descrivono aspetti di funzionalità sia da una prospettiva individuale che sociale

Le *funzioni del corpo* possono essere definite come le funzioni fisiologiche del sistema corporale (incluse anche funzioni psicologiche).

Le *strutture corporali* sono le parti anatomiche del corpo come organi, arti e loro componenti.

Le *menomazioni* sono disfunzioni (perdita completa o parziale) nelle funzioni corporali o nella struttura corporale. Le menomazioni possono comportare anomalie, difetti, mancanza o qualsiasi altro discostamento da alcuni standard della popolazione generalmente accettati, nella condizione biomedica del corpo e delle sue funzioni.

Si definisce *attività* l'esecuzione di un compito o di un'azione da parte di un individuo.

Per *partecipazione* si intende invece il suo coinvolgimento in una certa situazione.

Le *limitazioni nell'attività* sono le difficoltà che un individuo può incontrare nello svolgere delle attività.

Le *restrizioni nella partecipazione* sono problemi che un individuo può riscontrare nel coinvolgimento in una situazione della vita.

E' importante rilevare che al momento presente l'Organizzazione Mondiale della Sanità, al fine di valutare e definire lo stato di salute di un individuo, ha abbandonato le definizioni precedenti (1980) di menomazione, disabilità ed handicap. Definendo infatti lo stato di salute secondo questi tre criteri si concentra l'attenzione sulle menomazioni dell'individuo piuttosto che sul suo livello di salute, creando una scissione netta tra individui sani e malati (o menomati) che nella realtà è più complessa e sfumata.

Con il lavoro presentato nel 2001 dall'Organizzazione Mondiale della Sanità [Who2001] le nozioni di salute e disabilità sono poste in una nuova luce. Si prende atto del fatto che ogni essere umano può fare esperienza di una diminuzione della salute e quindi di qualche disabilità.

Spostando infatti l'attenzione dalle cause del problema all'impatto sulla vita sociale (funzioni psicologiche, fisiologiche, sociali ecc.) è possibile utilizzare un metro comune per tutte le condizioni di salute.

### 1.1.2 Relazioni

I concetti precedentemente definiti possono essere legati l'uno con l'altro come schematizzato in figura 1.1.

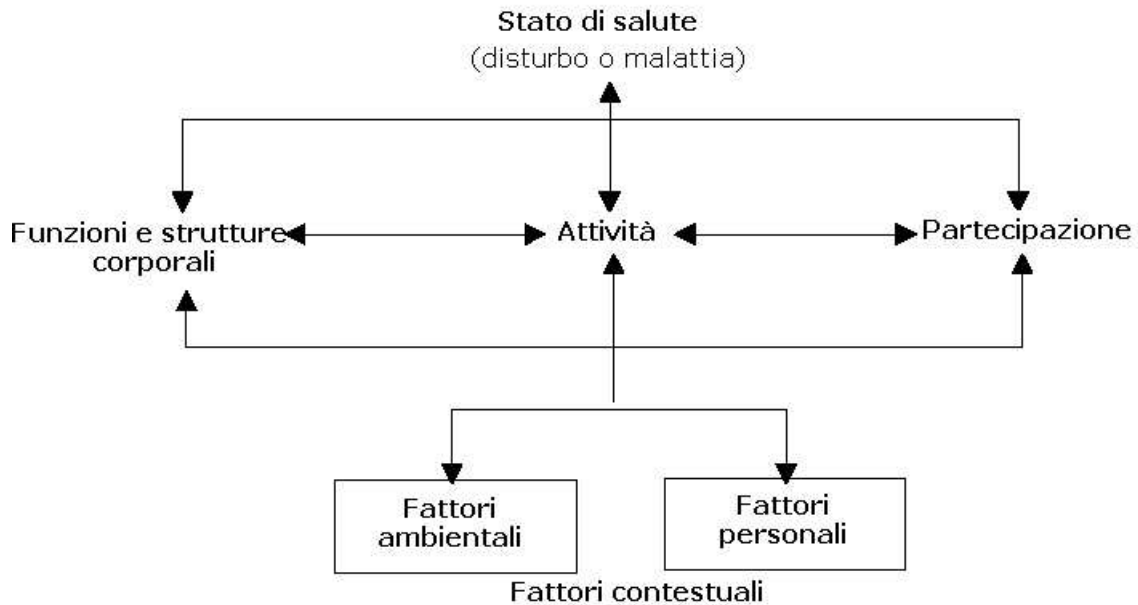


Figura 1.1: Diagramma delle interazioni tra le componenti descritte in [Who2001]

Secondo tale diagramma lo stato funzionale di un individuo in un dominio specifico è una relazione complessa tra le condizioni di salute e dei fattori contestuali (fattori ambientali e personali). C'è un'interazione dinamica tra queste entità: modifiche o interventi su un'entità possono modificare potenzialmente altre entità. Le interazioni vanno nelle due direzioni. Ad esempio la presenza di una disabilità può modificare la stessa condizione di salute.

Per descrivere in maniera corretta lo stato di salute di un individuo è bene procedere raccogliendo i dati relativi ad ognuno dei costrutti del diagramma separatamente, e poi esplorare le associazioni e i rapporti causa-effetto. Infatti se l'obiettivo è descrivere in maniera completa lo stato di salute, tutte le componenti sono necessarie. Ad esempio si possono verificare casi in

cui si ha menomazione senza avere limitazioni nelle attività (si pensi al caso di sfigurazioni del volto causate da lebbra che tuttavia non hanno influenza sulle capacità della persona), oppure casi in cui senza assistenza si hanno limitazioni nelle funzioni e strutture corporali, ma non si hanno problemi di attività nell'ambiente e nelle condizioni specifiche in cui il soggetto vive (caso di individui con limitazioni di mobilità provvisti di tecnologie di assistenza che gli permettono di muoversi).

Con questa nuova classificazione si evince quindi che lo stato di salute definito come handicap dall'Organizzazione Mondiale della Sanità nel 1980, non dipende direttamente dalla condizione fisica (fisiologica o patologica) del soggetto, ma anche da fattori sociali che sono esterni alla sua volontà.

### 1.1.3 Mobilità

Nella classificazione dell'Organizzazione Mondiale della Sanità (2001) la mobilità è definita come *l'attività di muoversi cambiando posizione o spostandosi da un posto ad un'altro, portando, muovendo o manipolando oggetti, camminando, correndo o arrampicandosi utilizzando varie forme di trasporto.*

Come qualsiasi altra attività la mobilità ha dei qualificatori appropriati: performance e capacità. Mentre la performance descrive cosa il soggetto è in grado di fare nell'ambiente in cui si trova, la capacità individua il più alto livello di mobilità che un individuo può raggiungere in un ambiente standard.

La mobilità può essere influenzata da menomazioni psicologiche o biologiche (ad esempio riduzione della mobilità di alcuni arti), da fattori personali (ed esempio l'umore), e da fattori ambientali (barrriere architettoniche).

La mobilità è strettamente correlata allo stato di salute medica, emozionale e cognitiva proprio dell'individuo. La presenza di malattie può ostacolare la capacità della persona di compiere azioni quotidiane (Activities of Day-Living - ADL), e questo può a sua volta portare ad uno stress emozionale. Cambiamenti nelle capacità e nelle performance, in particolare quelli che si manifestano in una limitazione nella locomozione e nell'equilibrio (postura), possono influenzare in maniera cruciale la qualità di vita di un individuo. Analizzeremo in maniera più approfondita questi due aspetti nei seguenti paragrafi.

### 1.1.4 Stato funzionale motorio

La locomozione e la postura dipendono dall'azione integrata di molti sistemi del corpo umano, ognuno dei quali può essere oggetto di condizioni patologiche.

Questi sistemi sono:

- sistemi visivo, vestibolare e somatosensoriale, che forniscono informazioni legate alla posizione, alla velocità e all'accelerazione, e all'orientamento, dei segmenti corporei umani nello spazio 3-D
- sistema nervoso centrale che decodifica ed integra le suddette informazioni afferenti e genera l'adeguato schema di attivazione muscolare
- sistema muscolo-scheletrico che permette l'esecuzione dei comandi del sistema nervoso centrale

La postura e la locomozione richiedono, inoltre, un'adeguata produzione e distribuzione d'energia che dipende dalle funzioni respiratorie, cardiovascolari e metaboliche. Il modo in cui i sistemi citati operano e si integrano fra loro determina lo stato funzionale motorio del soggetto. In particolare, un malfunzionamento in uno di questi sistemi può portare ad alterazioni in tale stato a livello sia locale sia globale.

### 1.1.5 Strategia motoria

Un atto motorio si attua mediante l'attività funzionale del sistema muscolo-scheletrico sotto il controllo del sistema nervoso centrale. Il modo in cui le funzioni del sistema neuro-muscolo-scheletrico si susseguono combinandosi tra loro, allo scopo di svolgere un compito motorio, costituisce la *strategia motoria*.

Per ogni movimento ci sono diverse possibilità di esecuzione e quindi diverse strategie motorie. Il criterio di scelta consiste nel massimizzare l'efficacia dell'atto motorio in termini di mantenimento dell'equilibrio e consumo d'energia, compatibilmente con lo stato funzionale del soggetto [Cap1983].

### 1.1.6 Riserva fisica funzionale

Come detto nel paragrafo precedente, per l'esecuzione di un certo compito motorio un individuo può generalmente scegliere tra differenti strategie

motorie. Questo significa che, potenzialmente, egli può eseguire lo stesso compito motorio con modalità differenti secondo le circostanze. Tuttavia, è stato anche affermato che la strategia motoria è scelta compatibilmente con i vincoli imposti dal sistema neuro-muscolo-scheletrico. Questi dipendono, in termini generali, dalla forza muscolare disponibile, dal range di moto articolare e dalla capacità di mantenere l'equilibrio. Se interviene una menomazione e/o un qualche decadimento strutturale e/o funzionale nel sistema neuro-muscolo-scheletrico, allora tali vincoli si fanno più stringenti, cioè la varietà di strategie motorie a disposizione del soggetto diminuisce; al limite si può giungere alla condizione in cui non è disponibile nessuna strategia motoria. La disponibilità o meno di differenti strategie motorie per il soggetto costituisce la cosiddetta riserva fisica funzionale.

## 1.2 La valutazione dello stato funzionale motorio

### 1.2.1 Contesto

La qualità della vita di un individuo e la sua integrazione sociale sono molto influenzate dalle alterazioni dello stato funzionale motorio, e in particolare da quei disturbi che si riflettono sulla locomozione e sul controllo dell'equilibrio. In aggiunta a ciò, tali disturbi possono essere messi in relazione con la mortalità [Ext77]. Perciò, interventi che mirano alla valutazione o al miglioramento di tali disturbi sono considerati molto importanti nella nostra società e costituiscono un campo estremamente interessante e stimolante per la bioingegneria in generale e per la biomeccanica in particolare [Schu92].

L'impatto sociale e medico dei disturbi motori ha portato, infatti, ad un notevole sviluppo delle ricerche biomeccaniche in questo campo. Tuttavia lo stato dell'arte della conoscenza è, al momento, scoraggiante [Bro96, Tid97, Mas97]. Infatti, non sono ancora stati studiati, in maniera completa, le relazioni tra i domini della menomazione, disabilità e handicap, e oltretutto non è ancora stato quantificato il deficit funzionale in termini biomeccanici [Schu92, Win95]. In particolare, un Position Statement all'OMS [Buc97] ha denunciato tali insufficienze ed auspicato una più stretta collaborazione tra medici e ingegneri.

### 1.2.2 Problemi clinici

Nel contesto illustrato nel paragrafo precedente, i problemi clinici fondamentali possono essere inquadrati in due categorie.

Una prima categoria include i problemi che attengono all'identificazione e alla valutazione delle alterazioni del movimento. Questi richiedono di stabilire le limitazioni funzionali e il livello di disabilità. Sulla base di queste informazioni, si possono valutare la prognosi, il diritto all'accesso a vari servizi sanitari, come pure il beneficio di una terapia. Le metodologie che mirano a risolvere questi problemi sono generalmente chiamate di *valutazione funzionale*.

La seconda categoria comprende i problemi pertinenti alla determinazione delle cause responsabili delle suddette alterazioni. Questi problemi richiedono di stabilire, in termini specifici e quantitativi, la relazione causa-effetto tra menomazione e problemi motori. Questa valutazione può essere anche spinta oltre, fino a comprendere quanto un certo deficit funzionale si ripercuota sulla vita sociale. Per stabilire questa relazione, si deve identificare e descrivere la strategia motoria del soggetto in esame durante l'esecuzione di uno o più compiti motori. Infatti, in presenza di una menomazione, la strategia motoria è vincolata e specifica per quel tipo di menomazione. Un problema più complesso in quest'ambito consiste nell'identificazione di una menomazione esistente quando siano state messe in atto delle strategie compensatorie, che permettono al soggetto di mantenere un comportamento motorio apparentemente normale. Un'ulteriore difficoltà dipende dal fatto che spesso la compensazione dà luogo ad una lesione secondaria. In questi casi distinguere la lesione originale da quella secondaria non è una questione banale.

Una volta che siano state identificate le cause delle alterazioni del movimento, si potrà mettere in atto un programma di trattamento più efficace, preciso, conformato strettamente alla persona. Inoltre, la conoscenza del meccanismo che porta ad una alterazione del movimento è di fondamentale importanza per prevenire la perdita dell'abilità motoria [Ett94].

Entrambe le categorie di problemi clinici possono essere risolte attraverso un approccio basato sulla valutazione funzionale. Questa può essere complemento, oppure sostituto, dall'approccio clinico classico, che caratterizza i soggetti a partire dalle patologie di cui essi soffrono [Gur94]. Nell'ultima decade, una quantità sempre crescente di lavori di ricerca sono stati indirizzati verso la misura della disabilità [Bui2003], dei fattori correlati al suo

insorgere e dei possibili interventi preventivi [Gur94]. Come dato di fatto, il progresso che hanno fatto registrare, negli ultimi anni, la riabilitazione dei disabili motori e l'assistenza agli anziani, è in parte dovuto al fatto che il modello classico di danno è stato associato a quello di funzione.

### **1.2.3 La valutazione dello stato funzionale motorio in presenza di co-morbilità**

Merita un cenno a parte il ruolo della valutazione dello stato funzionale in popolazioni che presentano condizioni patologiche concorrenti (co-morbilità). In questi soggetti, la disabilità può manifestarsi come il risultato del declino funzionale di differenti apparati, ognuno affetto da una differente patologia [Bene1999]. Inoltre, altri fattori, come la depressione e lo scarso supporto del tessuto sociale, possono aggravare la disabilità o, anche, portare ad una nuova condizione patologica [Gur94]. La gravità dello stato patologico globale può essere valutata non, o non solo, come la somma delle patologie concorrenti, ma anche sulla base della valutazione funzionale. E' chiaro quindi che in presenza di co-morbilità la valutazione funzionale, qualora non tutte le patologie concorrenti siano diagnosticabili attraverso un approccio clinico classico, gioca un ruolo predominante. Di conseguenza la prognosi può basarsi su considerazioni riguardanti i deficit funzionali, possibilmente in maniera indipendente dalle patologie che li producono.

### **1.2.4 Scelta del compito motorio**

Come messo in evidenza nel paragrafo 1.2.2, la relazione tra menomazione e disabilità, per uno specifico soggetto, si può identificare determinando la strategia motoria da egli adottata nell'esecuzione di uno o più compiti motori scelti appositamente. Questi devono essere in grado di rivelare i deficit funzionali del sistema neuro-muscolo-scheletrico e, perciò, essere particolarmente sensibili allo stato funzionale dell'individuo; ciò implica che debbano essere impegnativi da un punto di vista biomeccanico, rispondenti, cioè, ad una o più delle seguenti condizioni:

- forza muscolare agli arti rilevante
- ampi range articolari

- una considerevole difficoltà nel mantenimento dell'equilibrio

Inoltre i compiti motori scelti devono soddisfare altri requisiti concernenti la ripetibilità dell'analisi. In particolare, i dati non devono essere influenzati dal livello di motivazione e d'apprendimento della persona. Inoltre i compiti motori scelti devono essere sicuri dal momento che i soggetti coinvolti sono frequentemente a rischio di frattura.

Tra i compiti motori che soddisfano tutti questi requisiti è possibile individuare quelli legati alle attività della vita quotidiana oppure semplici esercizi ginnici molto simili ad alcune ADL.

Come affermato in precedenza, i disturbi che riguardano il mantenimento dell'equilibrio sono particolarmente critici per il mantenimento o il raggiungimento di una vita indipendente. Per mettere in evidenza questo tipo di problemi sono utili compiti motori che implicano una perturbazione temporanea dell'equilibrio. Inoltre, perché il gesto non presenti rischi per il soggetto, è preferibile che queste perturbazioni siano auto-indotte. I cosiddetti compiti motori transitori (cioè chinarsi per raccogliere un oggetto, alzarsi da una sedia, iniziare a camminare, voltarsi e salire o scendere gradini) soddisfano tutti i suddetti requisiti. Questi gesti transitori ancora non sono stati pienamente studiati, né in generale, né riguardo la capacità di fornire informazioni utili sui sistemi responsabili del mantenimento dell'equilibrio. Per alcuni, come ad esempio il gesto dell'alzarsi da una sedia, ancora non è stata dimostrata l'esistenza o meno di una modalità stereotipata della loro esecuzione [Pai90, Pai94, Hes94]. Per altri invece, se eseguiti con piccole modifiche che li rendono veri e propri esercizi ginnici (passare ad esempio dal gesto di raccogliere un oggetto ad uno squat) la letteratura fornisce una ampia documentazione [Esc1998, Esc2001, EscEtAl2001]

Si è detto come si possano analizzare gesti legati alle ADL per studiare disturbi funzionali sia a livello di sottosistema sia di persona. Può sorgere la questione se, nell'analisi a livello locale, non sia più opportuno analizzare atti motori semplici, coinvolgenti solo il sottosistema d'interesse, rispetto a gesti integrati. In realtà dallo studio di compiti motori semplici si potrebbe individuare solo una menomazione locale non riuscendo a valutare, direttamente o indirettamente, un problema a livello globale. Infatti non è possibile prevedere come un deficit a livello di sottosistema, ovvero limitato ad una parte del corpo, si possa ripercuotere su un gesto integrato che richiede l'utilizzo di più elementi del corpo. Sembra quindi più opportuna, almeno per



un primo esame della popolazione campione, la scelta di un compito motorio integrato.

## 1.3 Stato dell'arte

### 1.3.1 I test di performance

Nella pratica clinica sono ampiamente utilizzati, per la valutazione dello stato funzionale di un individuo, i cosiddetti 'test di performance'. Questi test sono basati su interviste strutturate, questionari, raccolta di dati anamnestici e/o osservazione (qualitativa e/o quantitativa) del soggetto durante l'esecuzione di un certo compito motorio. A seconda di quale di questi metodi viene usato, i test di performance si possono suddividere in tre categorie: qualitativi, semi-quantitativi, quantitativi.

Essi sono parte del percorso diagnostico nel suo insieme che, generalmente, è articolato come segue: prima si considera lo stato fisiopatologico del paziente, attraverso la cartella clinica e la sua storia; poi, con una visita medica, si valuta la menomazione dovuta a tale stato; infine si stima, tramite l'osservazione e/o i test di performance, la limitazione funzionale associata ad esso. Sulla base di quest'esame globale, si sceglie e mette in atto una terapia per eliminare, del tutto o in parte, la menomazione e le sue eventuali conseguenze a livello personale e/o sociale.

Un altro obiettivo di molti test di performance è di aiutare i medici a formulare una previsione sulle potenzialità di recupero funzionale del paziente e sul grado di handicap che dovrà subire.

Inoltre, i test di performance mirano a fornire una misura degli effetti di una terapia di riabilitazione, per meglio pianificare trattamenti e servizi. Generalmente, questi test sono facili da effettuare (anche in ambienti diversi), abbastanza brevi, economici e ben accettati dai pazienti. Di conseguenza sono adatti per lo studio di popolazioni obiettivo numerose. In particolare, i test di performance che fanno uso d'interviste o dell'osservazione diretta del paziente hanno esibito una buona validità operativa. Inoltre essi possiedono una grande specificità, essendo in grado di discriminare persone *con* da persone *senza* un certo disturbo.

Tuttavia, i test di performance presentano inconvenienti importanti quando si desidera una valutazione della funzionalità motoria attendibile ed esauritiva. Infatti essi sono poco sensibili [Kan1981, Kan1993], non sono cioè

in grado di discriminare soggetti posti agli estremi dello spettro funzionale. Inoltre, anche quando si analizzano compiti motori piuttosto complessi, una gran parte delle popolazioni obiettivo rimane esclusa perché non presenta un grado di disabilità tale da poter essere rilevato. In aggiunta i test di performance non sono capaci di individuare casi in cui siano state messe in atto strategie compensatorie in grado di mantenere un buon livello funzionale. L'aspetto più importante, infine, è che questi test non sono in grado di individuare la strategia motoria a causa della mancanza d'informazioni quantitative rilevanti.

### 1.3.2 L'analisi biomeccanica

La valutazione quantitativa dello stato funzionale di un individuo è un affascinante obiettivo della biomeccanica clinica. Naturalmente, affinché quest'obiettivo sia raggiungibile, è necessario che la disabilità fisica si esprima in alterazioni della biomeccanica del movimento così da avere informazioni quantitative correlate soprattutto con la forza muscolare ed il controllo dell'equilibrio. Esse possono essere ottenute attraverso l'analisi di compiti motori adatti, come il cammino in piano ed il mantenimento della postura eretta [Ben1999, Wint1990].

Al momento, per la valutazione dello stato funzionale, la biomeccanica ha a disposizione gli strumenti tipicamente presenti in un laboratorio d'analisi del movimento, il cui uso permette di superare le limitazioni dei test di performance di cui si è parlato precedentemente. Questi strumenti sono dinamometri, il sistema stereofotogrammetrico, apparecchiature per l'elettromiografia e il sistema di calorimetria indiretta.

Il *dinamometro* viene utilizzato per la misura delle forze che agiscono sull'individuo durante l'esecuzione di un gesto motorio. In genere le principali sollecitazioni cui è sottoposto un soggetto durante l'esecuzione di un compito motorio sono le reazioni vincolari a terra (RV). Lo strumento adatto a misurare queste sollecitazioni è la piattaforma di forza. Alcuni di compiti per lo studio dei quali è stato proposto di utilizzare esclusivamente una piattaforma di forza sono: il mantenimento della postura eretta, il cammino, lo squat, l'alzarsi da una sedia [Cap2001, Pap99], la salita del gradino, il functional reach. Il dinamometro può anche consentire con opportune tecniche, la determinazione di informazioni di tipo integrato, come per esempio

la cinematica del baricentro, coerenti con l'obiettivo di valutazione del grado di abilità nell'esecuzione di un atto locomotorio nel suo insieme.

Il *sistema stereofotogrammetrico* permette la ricostruzione del movimento dei segmenti del corpo umano, misurando con l'ausilio di camere, la posizione istantanea di marker collocati sulla pelle del soggetto.

I dati sperimentali, acquisiti tramite questa strumentazione, possono essere elaborati tramite modelli analitici del sistema neuro-muscolo-scheletrico che presentano, a seconda dell'obiettivo, vari gradi di complessità. Perciò, utilizzando i metodi sperimentali ed analitici, illustrati sopra, si possono ottenere informazioni quantitative rilevanti che permettono anche l'identificazione della strategia d'esecuzione di un compito motorio [Cap1976]. Questa, come messo in evidenza nel paragrafo 1.2.4 consente, a sua volta, la determinazione delle relazioni di causa-effetto tra menomazioni locali e globali e la quantificazione di questi concetti. In particolare, in biomeccanica, la menomazione locale è quantificata in termini di limitato range articolare, di attività muscolare inappropriata o debolezza di un'articolazione, mentre la disabilità è generalmente espressa in termini di cinematica del sistema [Sta1997].

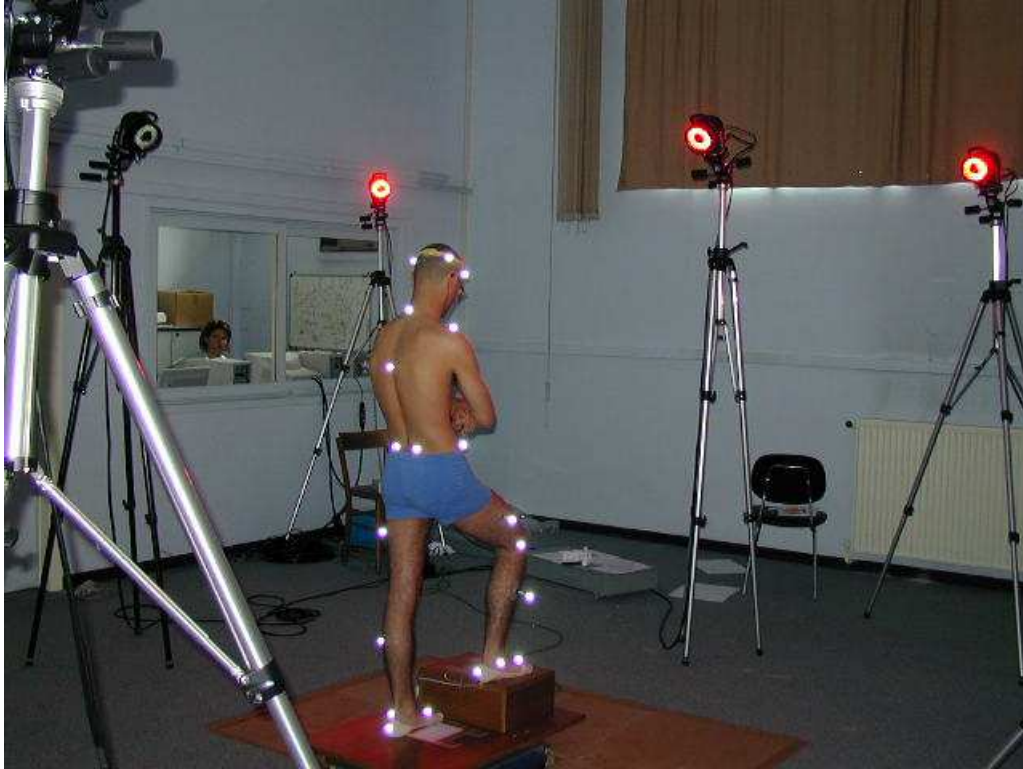


Figura 1.2: Un esempio di set up e acquisizione con un sistema stereofotogrammetrico. In figura sono mostrati anche la piattaforma dinamometrica il gesto compiuto dal soggetto (salita del gradino)

Tuttavia l'analisi biomeccanica, con le soluzioni proposte, presenta dei limiti nell'applicabilità. Essa infatti risulta inadatta all'applicazione nella pratica clinica, a causa della necessità di complessi set-up e protocolli sperimentali, di acquisizione; inoltre i risultati ottenuti generalmente non sono trasferibili, almeno nella forma presentata, alla diagnosi ed alla prognosi clinica. Essi necessitano di un'interpretazione che richiede conoscenze specifiche non normalmente presenti nell'ambiente clinico. Tutto ciò comporta la necessità di avere un personale specializzato e la completa disponibilità da parte del soggetto in esame. A ciò va aggiunto l'elevato costo delle apparecchiature necessarie (il sistema stereofotogrammetrico in particolare).

E' interessante infine osservare che l'analisi del movimento umano attraverso la ricostruzione stereofotogrammetrica è affetta da errori di diversa natura:

- errore dovuto al modello fisico utilizzato per rappresentare il sistema muscolo-scheletrico
- errore dovuto al posizionamento relativo delle camere
- errore dovuto al numero delle camere impiegato
- errore dovuto alla calibrazione dello spazio di lavoro
- errore dovuto alla digitalizzazione
- errore dovuto all'identificazione di marker naturali o artificiali sui segmenti del corpo
- errore dovuto alla scelta di modelli alternativi per la ricostruzione del movimento quando un marker viene oscurato
- errore dovuto ad un errata locazione dei marker
- errore dovuto al movimento relativo tra i marker

Per valutare l'entità di questi errori sono stati effettuati degli esperimenti su un paziente con una artroprotesi con un grado di libertà (flesso/estensione) [Cap2001]. Sono stati applicati dei set di 4 marker alle pelvi, alla coscia e alla gamba e sono state ricostruite le traiettorie angolari del ginocchio, utilizzando diversi metodi di compensazione per definire il sistema di riferimento solidale all'osso a partire dalla posizione dei marker. I risultati mostrano che con i metodi di compensazione utilizzati ordinariamente si ottengono errori non trascurabili nella stima delle cinematiche: ad esempio il movimento di ab-adduzione dovrebbe essere nullo (la protesi del paziente ha solo 1 grado di libertà) mentre con i metodi tradizionali (non-ottimi) si scosta in maniera consistente dal valore reale, come mostrato nella figura 1.3.

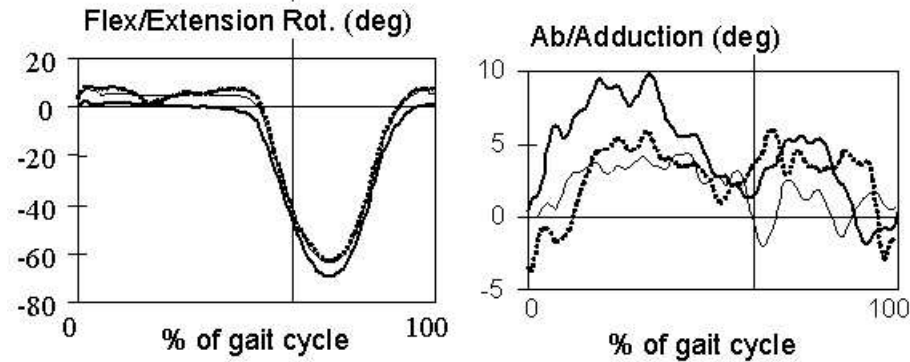


Figura 1.3: Cinematica del ginocchio durante il cammino con cadenza naturale in un paziente con una artroprotesi con 1 grado di libertà. La stima dei sistemi di riferimento dalla traiettoria ricostruita dei marker è stata effettuata con uno stimatore non-ottimo (linea spessa), uno stimatore che utilizza il sistema dei minimi quadrati (linea tratteggiata) e un compensatore di artefatto (linea fina). L'immagine è tratta da [Cap2001]

Quest'ultima osservazione ci permette di affermare che la stima della cinematica articolare, attraverso le tecniche stereofotogrammetriche, è caratterizzata da un errore intrinseco non trascurabile.

Come dato di fatto, l'analisi biomeccanica del movimento umano non ha ancora raggiunto il risultato di essere correntemente utilizzata come strumento di diagnosi e prognosi al contrario di altre tecniche della bioingegneria, come quelle basate sulle immagini.

Inoltre, nel contesto della ricerca, tutte le circostanze di cui sopra limitano lo studio a piccoli campioni di soggetti.

## 1.4 La necessità di un approccio di compromesso

Nei paragrafi precedenti si è discusso dell'impatto clinico della valutazione dello stato funzionale motorio e si sono introdotti i relativi problemi. In particolare, si è messo in evidenza come tale valutazione debba essere orientata

sia all'identificazione delle alterazioni del movimento sia alla determinazione delle loro cause.

*In definitiva se da una parte l'utilizzo dei test di performance permette l'identificazione delle alterazioni del movimento, dall'altra non è d'aiuto nella determinazione della suddetta relazione causale. A queste mancanze la biomeccanica sopperisce con informazioni quantitative e, per questo, affidabili e oggettive. Esse, come già detto, permettono l'identificazione della strategia motoria. Per di più l'analisi biomeccanica, proprio per la sua completezza e oggettività, è molto più sensibile dei test di performance e, perciò, in grado di distinguere situazioni di confine.*

*Tuttavia l'analisi biomeccanica, con le soluzioni proposte, presenta dei limiti nell'applicabilità clinica.*

Poiché metodi di tipo invasivo non sono applicabili né per ottenere risultati di ricerca né per l'analisi del movimento nel campo clinico, sembra essere giustificata la ricerca di altri metodi che forniscano dati quantitativi. Tali metodi, anche se affetti da un errore residuo paragonabile a quello mostrato dalla tecnica stereofotogrammetrica, avrebbero quantomeno il vantaggio di consentire una buona applicabilità in campo clinico.

Nell'ambito di tale ricerca sono stati sviluppati dei Modelli (che verranno presentati nel paragrafo 1.5) denominati ad Ingresso Misurato Minimo (MIMM) che tentano di conciliare l'oggettività, propria di un approccio quantitativo, con l'applicabilità sul campo, tipica dei test di performance. Il presente lavoro si pone come obiettivo di sviluppare le potenzialità mostrate da un MIMM proposto, denominato JAGO (acronimo di Joint Angles Generation using Optimization), già presentato all'interno del progetto VAMA (Valutazione dell'Abilità a Motoria nell'Anziano), finanziato dall'Istituto Superiore di Sanità e dal MURST (Ministero dell'Università e della Ricerca Scientifica) e coordinato dal Prof. A. Cappozzo. Tale MIMM consente di stimare la cinematica articolare a partire dalle sole reazioni vincolari misurate, mediante piattaforma dinamometrica, durante l'esecuzione di un gesto motorio.

## 1.5 Modelli Mimm (Modelli ad Ingresso Misurato Minimo)

Tra i temi di ricerca della biomeccanica riveste un ruolo importante quello volto a trovare nuove metodologie che conservino la prerogativa di oggettività tipica delle tecniche stereofotogrammetriche, ma che siano applicabili in ambito clinico, cioè a basso costo e di trascurabile impatto psicologico e fisico sul soggetto in esame. La necessità di poter fare il più alto numero di acquisizioni in tempi brevi e in modo agevole, arrecando nel contempo il minimo disagio al soggetto durante l'esecuzione del compito motorio, è servito d'impulso per analizzare ed applicare metodi che riescano a supplire alla misura dei dati di posizione, stimando, con opportune tecniche di ottimizzazione, la cinematica articolare compiuta dal soggetto.

Per giungere a tale scopo si rende necessario un notevole sforzo di modellazione dei fenomeni di interesse, volto a stimare le variabili che non possono essere direttamente misurate, il cui significato funzionale possa essere immediatamente interpretabile. Questo implica che la complessità dell'apparato sperimentale biomeccanico viene trasferita, il più possibile, al modello usato per elaborare i dati. Pertanto il numero delle misure biomeccaniche dovrà essere minimo, l'apparato sperimentale semplice e a basso costo. I modelli dovrebbero permettere di minimizzare il numero delle grandezze biomeccaniche da misurare per la valutazione dello stato funzionale dell'individuo, cioè il numero delle variabili che essi prendono in ingresso. Pertanto la struttura del modello, deve essere tale da potere rappresentare in modo opportuno il corpo umano e contenere tutte le informazioni che caratterizzano il gesto in quanto tale: le grandezze fornite in ingresso devono essere quelle strettamente necessarie a caratterizzare le peculiari modalità di esecuzione del gesto da parte del soggetto. Modelli di questo tipo sono denominati MIMM (Modello ad Ingresso Misurato Minimo). Come illustrato in figura 1.4, un MIMM:

- prende in ingresso poche grandezze, misurate tramite un apparato sperimentale a basso costo e non invasivo
- incorpora gli aspetti invarianti del sistema modellato, in particolare i vincoli funzionali e strutturali della porzione del sistema neuro-muscolo-scheletrico coinvolto nel movimento



- incorpora gli aspetti invarianti del compito motorio, in particolare i vincoli cinematici e dinamici che riguardano la sua esecuzione
- organizza l'informazione misurata, anche alla luce delle suddette informazioni note a priori sulla porzione sistema neuro-muscolo-scheletrico coinvolta e sul compito motorio
- eventualmente stima, sulla base dell'organizzazione di cui sopra, i parametri del modello
- elabora tutte le informazioni succitate attraverso una certa rappresentazione della porzione di sistema neuro-muscolo-scheletrico modellata, ottenendo una descrizione della cinematica e della dinamica del movimento
- fornisce in uscita, sulla base della descrizione cinematica e dinamica fatta, grandezze legate alla fisiologia, e quindi di facile interpretazione in termini funzionali

La piattaforma di forza risulta essere lo strumento che più di ogni altro si presta a soddisfare i requisiti di strumentazione a basso costo, di semplice utilizzo e caratterizzata dalla possibilità di integrarsi perfettamente nell'ambiente, non comportando alcuna interferenza né fisica né psicologica con l'esecuzione naturale dell'atto motorio. Pertanto, a partire dall'ipotesi che la ricostruzione e l'analisi cinematica e dinamica dell'atto motorio possano essere stimate dalla sola misura delle reazioni vincolari, sono stati sviluppati dei modelli MIMM che fanno a meno dell'informazione ricavata dai sistemi di acquisizione stereofotogrammetrica per la ricostruzione del movimento. Insieme con la piattaforma, si possono utilizzare altri semplici strumenti, come celle di carico monoassiali e sensori on/off utili per individuare istanti particolari di un gesto motorio.

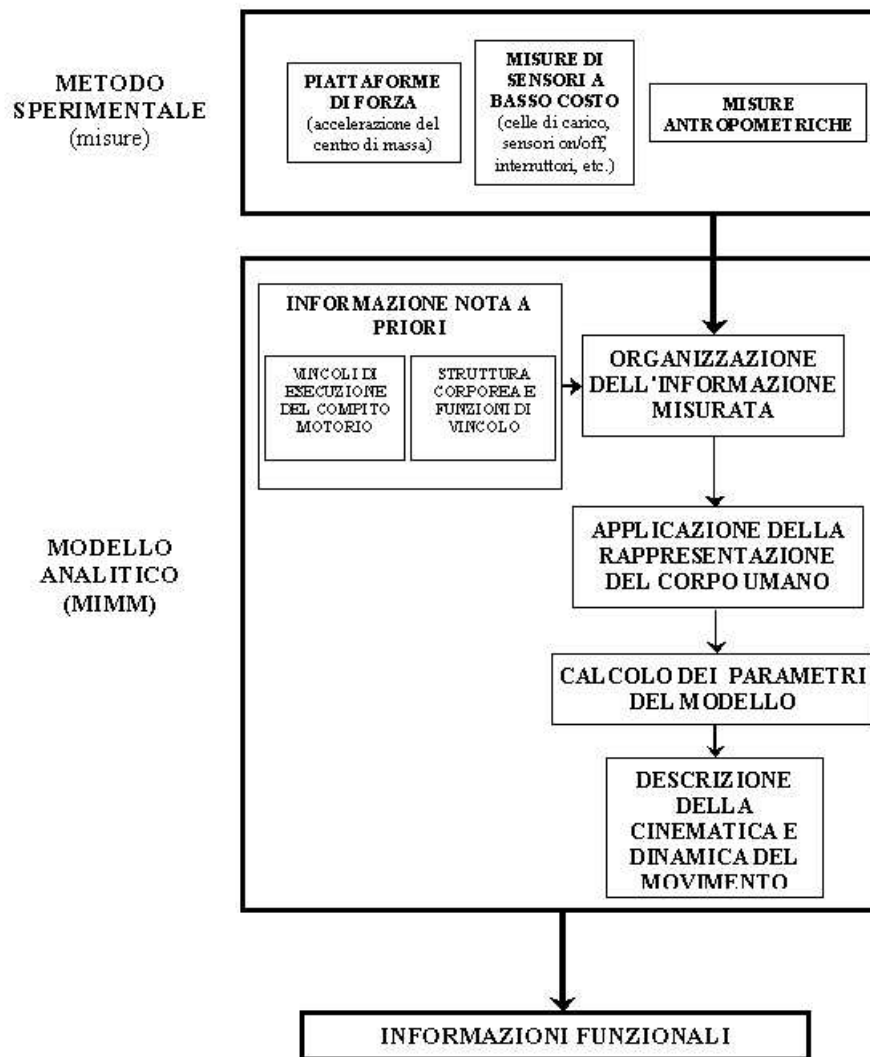


Figura 1.4: Struttura del MIMM: schema a blocchi

I principali modelli MIMM attualmente allo studio sono il modello TIP e il modello JAGO, la cui definizione sarà argomento dei prossimi paragrafi.

## 1.6 TIP

Traendo ispirazione da un modo molto essenziale di descrivere gli atti motori umani, si è sviluppato un MIMM basato su di una rappresentazione a Pendolo Telescopico Invertito (TIP) della porzione di sistema muscolo-scheletrico coinvolta nel movimento durante l'esecuzione di un certo compito motorio. Questo MIMM modella la suddetta porzione corporea come un'asta telescopica priva di massa, vincolata in un punto che approssima la base di supporto e unente tale punto con il centro di massa della porzione corporea stessa.

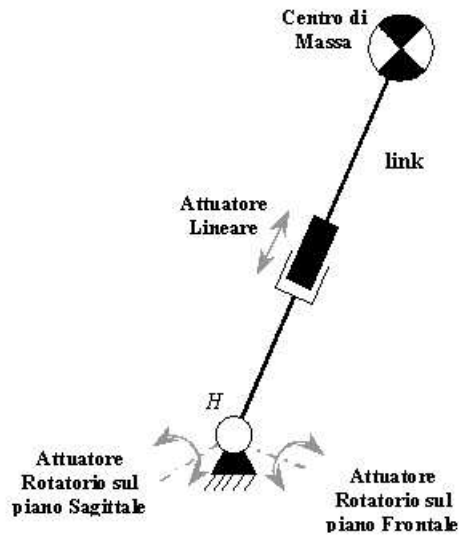


Figura 1.5: Modello TIP

L'asta può variare la propria lunghezza per effetto di un attuatore di forza (lineare), responsabile dell'elevazione del centro di massa, ed il proprio orientamento nello spazio per effetto di due attuatori di coppia (rotatori), che tengono conto del controllo dell'equilibrio in direzione rispettivamente antero-posteriore e medio-laterale. Il modello TIP riceve in ingresso la traiettoria del centro di massa della porzione corporea in movimento, la relativa massa e la collocazione del vincolo, e restituisce in uscita la cinematica e la dinamica dei tre attuatori suddetti, che vanno intesi come effettori muscolari equivalenti. Questo modello, prendendo in considerazione soltanto la cinematica delle azioni dinamiche sul centro di massa della porzione corporea

modellata, consente una valutazione dello stato funzionale motorio in termini globali [Pap99, Pap2000].

## 1.7 JAGO

Allo scopo di rispondere alla domanda se sia possibile stimare, a partire dalla sola misura delle reazioni vincolari a terra, le traiettorie dei segmenti articolari e le coppie intersegmentali di un individuo che compie un gesto motorio, è stato sviluppato un secondo MIMM, JAGO. L'analisi dettagliata delle caratteristiche del modello sarà effettuata nel capitolo 7. Ci limitiamo quindi a fornire in questo paragrafo una descrizione sommaria.

Il modello utilizza, per la generazione delle traiettorie dei segmenti articolari un algoritmo basato su un procedimento di ottimizzazione di una data funzione obiettivo. Un possibile approccio per risolvere tale problema di ottimizzazione è presentato nel capitolo 3.

Dopo che sono state fornite al modello alcune specifiche sul gesto motorio che si analizza e alcuni parametri antropometrici del soggetto in esame, JAGO riceve in ingresso le reazioni vincolari misurate dalla piattaforma di forza (la forza antero posteriore, la forza verticale e il momento medio laterale) e restituisce l'andamento degli angoli articolari nel tempo, dai quali è possibile ricavare l'intera cinematica del gesto motorio compiuto.

Il modello fisico utilizzato da JAGO consiste in una rappresentazione segmentale del corpo umano. Il modello matematico associato è un sistema di equazioni differenziali che descrivono la cinematica e la dinamica del modello fisico.

Un simile approccio si rende particolarmente adatto per applicazioni in campo ambulatoriale grazie ad una riduzione dei costi della strumentazione (limitata alle piattaforme di forza), e alla sua non invasività.

Si è già discusso dei vantaggi, in termini di costo e funzionalità, delle piattaforme di forza rispetto alla più costosa e complessa strumentazione stereofotogrammetrica. Per comprendere la scelta del modello umano e il funzionamento dell'algoritmo di ottimizzazione si vedrà, nei capitoli successivi, una descrizione di tale modello.

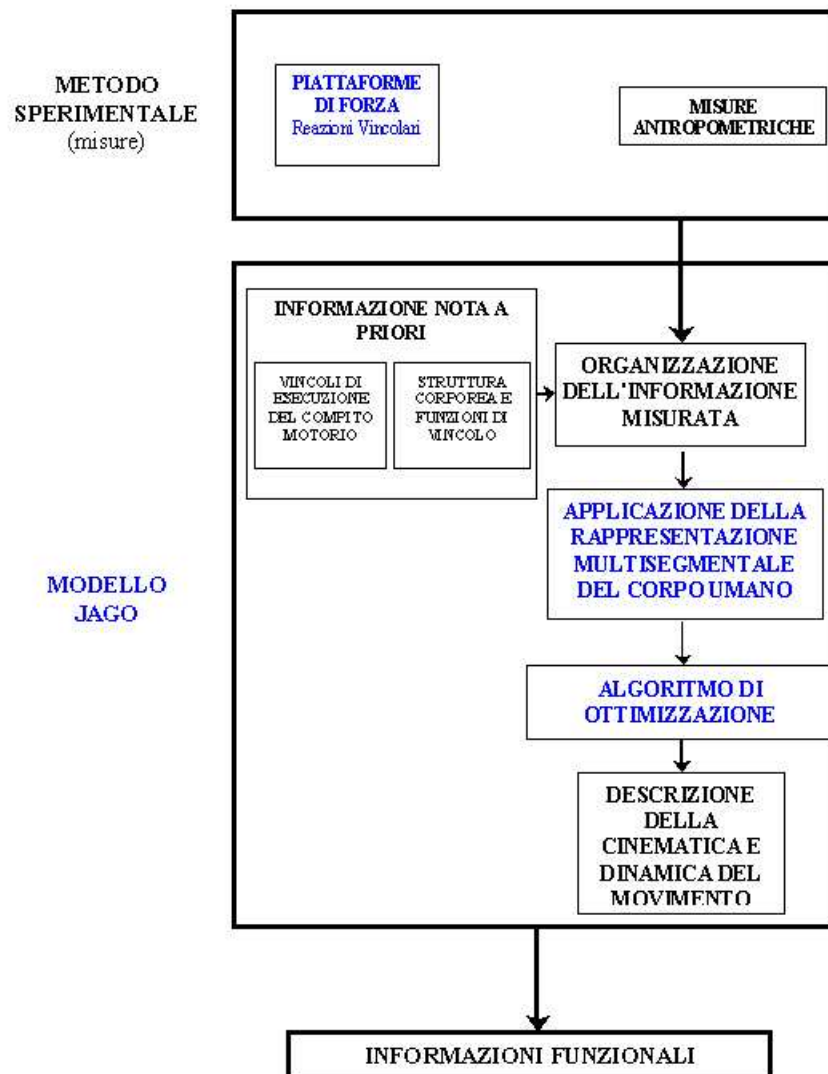


Figura 1.6: Schema a blocchi di JAGO: in blu sono evidenziati gli elementi caratteristici di questo MIMM

## 1.8 Obiettivo della tesi

A partire dal contesto descritto nelle sezioni precedenti, in cui si è mostrato come un approccio di compromesso tra l'approccio biomeccanico e l'applicabilità in clinica sia preferibile ad uno esclusivamente biomeccanico, questo lavoro è volto a validare il modello MIMM JAGO in modo da valutarne l'utilizzo in ambito clinico, e verificarne l'affidabilità per la risoluzione del problema della valutazione funzionale.

Ci si focalizzerà in particolare sul processo di ottimizzazione per la generazione delle traiettorie dei segmenti articolari, a partire dalle sole reazioni vincolari.

Vengono presentati due algoritmi di ottimizzazione: uno mutuato dall'ambito della robotica [Oza1996], l'altro dall'ambito della ricerca operativa ed in particolare della programmazione matematica non lineare vincolata.

La validazione verrà quindi effettuata in prima istanza analizzando l'effetto della variazione dei parametri interni degli algoritmi sulle variabili stimate, al fine di trovare i valori più opportuni di tali parametri.

Una volta fissati i criteri di scelta per i parametri interni agli algoritmi, si procederà ad un confronto tra le due tecniche di ottimizzazione, per individuare quale delle due sia la più efficiente.

Al fine di validare JAGO sui dati sperimentali, verranno dapprima fissati dei criteri per le misure da effettuare sul soggetto, in seguito per entrambe le tecniche di ottimizzazione utilizzate sarà confrontata la cinematica delle articolazioni di un soggetto che compie il gesto motorio dello squat stimata dal modello, con quella misurata tramite un apparato di misura stereofotogrammetrico.

I risultati ottenuti in tal modo verranno confrontati al fine di stabilire quale sia l'algoritmo più efficace. A partire da quest'ultimo si potrà dare una valutazione circa l'utilizzabilità del modello JAGO per la valutazione dello stato funzionale.

# Capitolo 2

## RICHIAMI DI MECCANICA DEL CORPO RIGIDO

### 2.1 Sistemi di riferimento e coordinate

In questo paragrafo si ricaveranno le relazioni matematiche esistenti tra un sistema di coordinate rotazionali e un sistema inerziale fisso di coordinate, e in seguito si estenderà il concetto fino a includere una trattazione sulle relazioni tra un sistema di coordinate mobile (rotazionale o traslazionale) e un sistema inerziale.

In figura 2.1, sono mostrati due sistemi di coordinate destrorsi: un sistema di coordinate  $OXYZ$  non asteriscato (sistema inerziale), e un sistema asteriscato  $OX^*Y^*Z^*$  (sistema rotante) le cui origini coincidono nel punto  $O$  e i cui assi  $OX^*$ ,  $OY^*$ ,  $OZ^*$  ruotano rispetto ai corrispondenti assi  $OX$ ,  $OY$ ,  $OZ$ .

Siano  $(\hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$  e  $(\hat{i}^*, \hat{j}^*, \hat{k}^*)$  i rispettivi versori lungo gli assi principali. Un punto  $\bar{r}$  in quiete nel sistema asteriscato può essere espresso in relazione alle sue componenti in entrambi i sistemi di riferimento:

$$\bar{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k} \quad (2.1)$$

oppure

$$\bar{r} = x^*\hat{i}^* + y^*\hat{j}^* + z^*\hat{k}^* \quad (2.2)$$

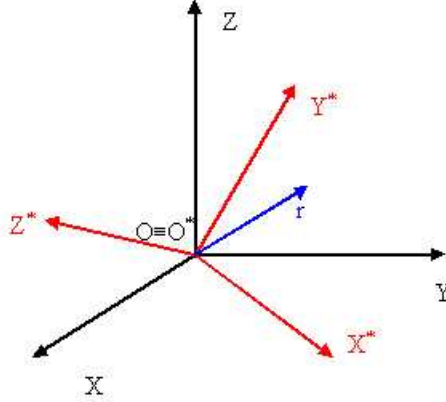


Figura 2.1: Sistema di coordinate rotazionale

Si vuole ora valutare la derivata rispetto al tempo del punto  $\bar{r}$ . Poiché i sistemi di coordinate ruotano l'uno rispetto all'altro, la derivata rispetto al tempo di  $\bar{r}(t)$  può essere calcolata in relazione ai due differenti sistemi di coordinate.

Distinguiamo queste due derivate con le seguenti notazioni:

- $\frac{d()}{dt}$  = derivata rispetto al tempo nel sistema di coordinate non asteriscato che è fisso = derivata rispetto al tempo di  $\bar{r}(t)$
- $\frac{d^*()}{dt}$  = derivata rispetto al tempo nel sistema di coordinate asteriscato che è rotante = derivata asteriscata di  $\bar{r}(t)$

Quindi, usando la 2.1 la derivata rispetto al tempo di  $\bar{r}(t)$  può essere espressa come

$$\frac{d\bar{r}}{dt} = \dot{x}\hat{i} + \dot{y}\hat{j} + \dot{z}\hat{k} + x\frac{d\hat{i}}{dt} + y\frac{d\hat{j}}{dt} + z\frac{d\hat{k}}{dt} = \dot{x}\hat{i} + \dot{y}\hat{j} + \dot{z}\hat{k} \quad (2.3)$$

e usando la 2.2 la derivata asteriscata di  $\bar{r}(t)$  è

$$\frac{d^*\bar{r}}{dt} = \dot{x}^*\hat{i}^* + \dot{y}^*\hat{j}^* + \dot{z}^*\hat{k}^* + x^*\frac{d^*\hat{i}^*}{dt} + y^*\frac{d^*\hat{j}^*}{dt} + z^*\frac{d^*\hat{k}^*}{dt} = \dot{x}^*\hat{i}^* + \dot{y}^*\hat{j}^* + \dot{z}^*\hat{k}^* \quad (2.4)$$

Facendo uso delle equazioni 2.2 e 2.4 la derivata rispetto al tempo  $\bar{r}(t)$  si



può esprimere come:

$$\frac{d\bar{r}}{dt} = \dot{x}^* \hat{i}^* + \dot{y}^* \hat{j}^* + \dot{z}^* \hat{k}^* + x^* \frac{d\hat{i}^*}{dt} + y^* \frac{d\hat{j}^*}{dt} + z^* \frac{d\hat{k}^*}{dt} = \frac{d^* \bar{r}}{dt} + x^* \frac{d\hat{i}^*}{dt} + y^* \frac{d\hat{j}^*}{dt} + z^* \frac{d\hat{k}^*}{dt} \quad (2.5)$$

Volendo calcolare questa derivata, si incontrano delle difficoltà nel trovare  $\frac{d\hat{i}^*}{dt}$ ,  $\frac{d\hat{j}^*}{dt}$ ,  $\frac{d\hat{k}^*}{dt}$  perché i versori  $\hat{i}^*$ ,  $\hat{j}^*$ ,  $\hat{k}^*$  ruotano rispetto ai versori  $\hat{i}$ ,  $\hat{j}$ ,  $\hat{k}$ . Per trovare una relazione tra le derivate asteriscate e non asteriscate supponiamo che il sistema di coordinate asteriscato ruoti intorno a un asse  $OQ$  passante per l'origine  $O$ , con velocità angolare  $\bar{\omega}$  (fig. 2.2); allora la velocità angolare  $\bar{\omega}$  sarà definita come un vettore con modulo  $\omega$ , diretto lungo l'asse  $OQ$  nella direzione di una rotazione destrorsa con il sistema di coordinate asteriscato.

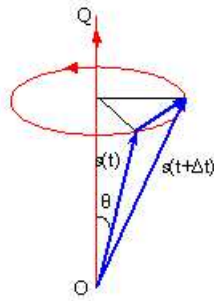


Figura 2.2: Derivata rispetto al tempo di un sistema di coordinate rotazionali

Consideriamo un vettore  $\bar{s}$  in quiete nel sistema di coordinate asteriscato. La sua derivata asteriscata è zero, e vogliamo dimostrare che la sua derivata non asteriscata è:

$$\frac{d\bar{s}}{dt} = \bar{\omega} \times \bar{s} \quad (2.6)$$

Dato che la derivata rispetto al tempo di un vettore può essere espressa come:

$$\frac{d\bar{s}}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\bar{s}(t + \Delta t) - \bar{s}(t)}{\Delta t} \quad (2.7)$$

Possiamo verificare la correttezza della 2.6 dimostrando che

$$\frac{d\bar{s}}{dt} = \bar{\omega} \times \bar{s} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\bar{s}(t + \Delta t) - \bar{s}(t)}{\Delta t} \quad (2.8)$$

Riferendoci alla figura 2.2, e ricordando che un vettore ha modulo e direzione, dobbiamo verificare l'esattezza della 2.8) sia per il modulo che per la direzione.

Il modulo di  $\frac{d\bar{s}}{dt}$  è:

$$\left| \frac{d\bar{s}}{dt} \right| = |\bar{\omega} \times \bar{s}| = \omega s \sin \theta \quad (2.9)$$

Questa equazione è corretta poiché se  $\Delta t$  è piccolo, allora:

$$|\Delta \bar{s}| = (s \sin \theta)(\omega \Delta t) \quad (2.10)$$

che è evidente osservando la figura 2.2. La direzione di  $\bar{\omega} \times \bar{s}$ , dalla definizione di prodotto vettoriale, è perpendicolare a  $\bar{s}$  e giace sul piano del cerchio evidenziato in figura 2.2.

Se la 2.6 è applicata ai versori  $(\hat{i}^*, \hat{j}^*, \hat{k}^*)$ , allora la 2.5 diventa

$$\frac{d\bar{r}}{dt} = \frac{d^*\bar{r}}{dt} + x^*(\omega \times \hat{i}^*) + y^*(\omega \times \hat{j}^*) + z^*(\omega \times \hat{k}^*) = \frac{d^*\bar{r}}{dt} + \omega \times \bar{r} \quad (2.11)$$

Questa è l'equazione fondamentale che stabilisce la relazione tra le derivate rispetto al tempo per sistemi di coordinate rotanti. Prendendo la derivata dei membri sinistro e destro della 2.11 e applicando la 2.6 ancora a  $\bar{r}$  e a  $\frac{d^*\bar{r}}{dt}$ , otteniamo la derivata seconda rispettiva al tempo del vettore  $\bar{r}(t)$ :

$$\frac{d^2\bar{r}}{dt^2} = \frac{d}{dt} \left( \frac{d^*\bar{r}}{dt} \right) + \bar{\omega} \times \frac{d\bar{r}}{dt} + \frac{d\bar{\omega}}{dt} \times \bar{r} = \frac{d^{*2}\bar{r}}{dt^2} + \bar{\omega} \times \frac{d^*\bar{r}}{dt} + \bar{\omega} \times \left( \frac{d^*\bar{r}}{dt} + \bar{\omega} \times \bar{r} \right) + \frac{d\bar{\omega}}{dt} \times \bar{r} \quad (2.12)$$

$$\frac{d^2\bar{r}}{dt^2} = \frac{d^{*2}\bar{r}}{dt^2} + 2\bar{\omega} \times \frac{d^*\bar{r}}{dt} + \bar{\omega} \times (\bar{\omega} \times \bar{r}) + \frac{d\bar{\omega}}{dt} \times \bar{r} \quad (2.13)$$

La 2.13 è detta teorema di Coriolis. Il primo termine della parte destra dell'equazione è l'accelerazione relativa al sistema di coordinate asteriscato. Il secondo termine è chiamato accelerazione di Coriolis. Il terzo termine è detto accelerazione centripeta (diretta verso il centro) di un punto rotante intorno ad un asse. Si può verificare che  $\bar{\omega} \times (\bar{\omega} \times \bar{r})$  punta direttamente verso l'asse di rotazione ed è perpendicolare a esso. L'ultimo termine diventa zero per una velocità di rotazione angolare costante intorno ad un asse fisso.

## 2.2 Sistemi di coordinate mobili

Estendiamo ulteriormente il concetto dei precedenti sistemi di coordinate rotanti per comprendere il movimento di traslazione del sistema di coordinate asteriscato rispetto a quello non asteriscato. Dalla figura 2.3, il sistema di coordinate asteriscato  $O^*X^*Y^*Z^*$  ruota e trasla rispetto al sistema di coordinate non asteriscato  $OXYZ$  che è un sistema inerziale.

Una particella  $\mathbf{p}$  di massa  $m$  è individuata dai vettori  $\bar{\mathbf{r}}$  e  $\bar{\mathbf{r}}^*$  rispetto alle origini dei sistemi di coordinate  $O^*X^*Y^*Z^*$  e  $OXYZ$ , rispettivamente. L'origine  $O^*$  è individuata dal vettore  $\bar{\mathbf{h}}$  rispetto all'origine  $O$ . La relazione tra i vettori posizione  $\bar{\mathbf{r}}$  e  $\bar{\mathbf{r}}^*$  è data da (fig. 2.3):

$$\bar{\mathbf{r}} = \bar{\mathbf{r}}^* + \bar{\mathbf{h}} \quad (2.14)$$

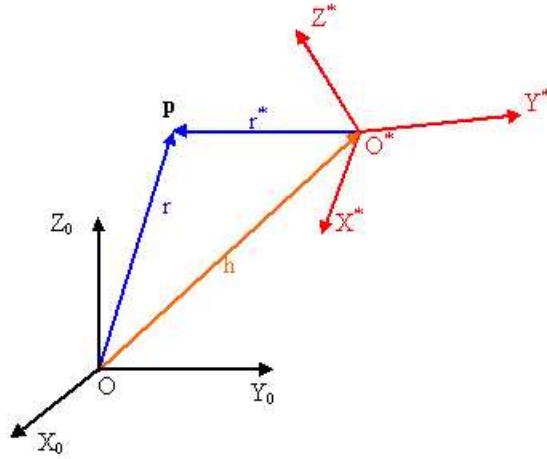


Figura 2.3: Sistemi di coordinate mobili

Se il sistema di coordinate asteriscato  $O^*X^*Y^*Z^*$  è mobile (rotante e traslante) rispetto al sistema di coordinate non asteriscato  $OXYZ$ , allora

$$\bar{\mathbf{v}}(t) = \frac{d\bar{\mathbf{r}}}{dt} = \frac{d\bar{\mathbf{r}}^*}{dt} + \frac{d\bar{\mathbf{h}}}{dt} = \bar{\mathbf{v}}^* + \bar{\mathbf{v}}_h \quad (2.15)$$

Dove  $\bar{\mathbf{v}}$  e  $\bar{\mathbf{v}}^*$  rappresentano le velocità della particella mobile  $\mathbf{p}$  rispettivamente in relazione al sistema di coordinate  $O^*X^*Y^*Z^*$  e  $OXYZ$ , e  $\bar{\mathbf{v}}_h$  è la velocità del sistema di coordinate asteriscato  $O^*X^*Y^*Z^*$  in relazione al

sistema di coordinate non asteriscato  $OXYZ$ . Usando la 2.11, la 2.14 si può esprimere come:

$$\bar{v}(t) = \frac{d\bar{r}^*}{dt} + \frac{d\bar{h}}{dt} = \frac{d^*\bar{r}^*}{dt} + \bar{\omega} \times \bar{r}^* + \frac{d\bar{h}}{dt} \quad (2.16)$$

In modo simile, l'accelerazione della particella  $p$  rispetto al sistema di coordinate non asteriscato è:

$$\bar{a}(t) = \frac{d\bar{v}}{dt} = \frac{d^2\bar{r}^*}{dt^2} + \frac{d^2\bar{h}}{dt^2} = \bar{a}^* + \bar{a}_h \quad (2.17)$$

Dove  $\bar{a}^*$  e  $\bar{a}$  rappresentano le accelerazioni della particella mobile  $\mathbf{p}$  relative rispettivamente ai sistemi di coordinate  $O^*X^*Y^*Z^*$  e  $OXYZ$ , e è l'accelerazione del sistema di coordinate asteriscato  $O^*X^*Y^*Z^*$  relativa al sistema di coordinate non asteriscato  $OXYZ$ . Utilizzando la 2.13, la 2.17 può essere espressa come

$$\bar{a}(t) = \frac{d^{*2}\bar{r}^*}{dt^2} + 2\bar{\omega} \times \frac{d^*\bar{r}^*}{dt} + \bar{\omega} \times (\bar{\omega} \times \bar{r}^*) + \frac{d\bar{\omega}}{dt} \times \bar{r}^* + \frac{d^2\bar{h}}{dt^2} \quad (2.18)$$

Avvalendosi di questa introduzione ai sistemi di coordinate mobili, si vuole applicare tale concetto ai sistemi di coordinate dei link individuati per la catena cinematica aperta, allo scopo di ricavare le informazioni cinematiche sul movimento dei link, e in seguito applicare il principio di d'Alembert a questi sistemi di coordinate traslanti e/o rotanti per ricavare le equazioni di moto della catena.

## 2.3 Formulazione di Newton-Eulero

### 2.3.1 Premessa

Come è stato detto il modello dinamico di una catena cinematica aperta si ottiene da note leggi fisiche, quali le leggi della meccanica di Newton e quelle di Lagrange. Questo conduce allo sviluppo delle equazioni dinamiche del movimento per i vari giunti articolari della catena in relazione ai parametri geometrici e inerziali specifici dei link. Per sviluppare le effettive equazioni del movimento del catena potrebbero essere allora applicati sistematicamente

approcci convenzionali come le formulazioni di Lagrange-Eulero e di Newton-Eulero (N-E). Da queste due formulazioni si ottengono vari tipi di equazioni che descrivono la dinamica dei corpi rigidi della catena, come le equazioni di Lagrange-Eulero di Uicker, le equazioni ricorsive di Lagrange di Hollerbach, le equazioni di Newton-Eulero di Luh e le equazioni generalizzate di d'Alembert di Lee. Queste equazioni di moto sono equivalenti tra loro nel senso che descrivono il comportamento dinamico della stessa catena cinematica. La struttura di queste equazioni può differire a seconda dei vari impieghi: alcune infatti servono per rendere più veloce il calcolo della coppia nominale dei giunti nell'utilizzo della catena, altre sono ottenute per migliorare la simulazione al calcolatore del movimento della catena. Il metodo di Lagrange si riferisce a grandezze integrali quali l'energia cinetica e potenziale e consente una scrittura agevole delle equazioni della dinamica.

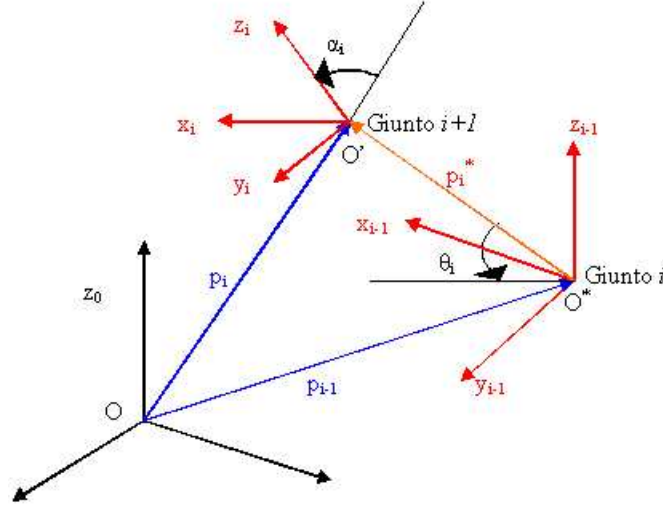
Nella ricerca di equazioni del moto, che permettano lo sviluppo di algoritmi efficienti per calcolare i momenti e le forze, l'attenzione è stata rivolta al metodo di Newton-Eulero. Tale metodo è caratterizzato dal fatto che ogni segmento corporeo viene considerato libero nello spazio e soggetto alla gravità e alle forze esterne: le forze e le coppie intersegmentali che esplicitano l'interazione esistente fra segmenti corporei contigui sostituiscono i vincoli. L'interazione fra l'intero corpo e l'ambiente esterno viene tenuta in conto attraverso le reazioni vincolari.

Le equazioni dinamiche risultanti costituiscono un sistema di equazioni ricorsive dirette e inverse. Questo sistema può essere applicato sequenzialmente ai link della catena.

### 2.3.2 Equazioni della cinematica

L'obiettivo di questo paragrafo è di derivare un sistema di equazioni matematiche che, basandosi sui sistemi di coordinate mobili descritti nel paragrafo 2.2, descriva la relazione cinematica dei link traslanti e rotanti del braccio rispetto al sistema di coordinate fondamentale.

Facendo riferimento alla figura 2.4, ricordiamo che sul giunto  $i$  è stabilito un sistema di coordinate ortonormale  $(x_{i-1}, y_{i-1}, z_{i-1})$ . Il sistema di coordinate  $(x_0, y_0, z_0)$  è allora il sistema di coordinate fondamentale (applicato al basamento), mentre i sistemi di coordinate  $(x_{i-1}, y_{i-1}, z_{i-1})$  e  $(x_i, y_i, z_i)$  sono applicati rispettivamente ai link  $i-1$  con origine  $O^*$ , e al link  $i$  con origine  $O'$ . L'origine  $O'$  è individuata da un vettore posizione  $\bar{p}_i$  rispetto all'origine  $O$  e


 Figura 2.4: Relazione tra i sistemi  $O$ ,  $O^\perp, O'$ 

da un vettore posizione  $\bar{p}_i^*$  dall'origine  $O^*$  rispetto al sistema di coordinate fondamentale.

Siano:

- $\bar{v}_{i-1}$  e  $\bar{\omega}_{i-1}$  le velocità lineari ed angolari del sistema di coordinate  $(x_{i-1}, y_{i-1}, z_{i-1})$  rispetto al sistema di coordinate fondamentale  $(x_0, y_0, z_0)$ ;
- $\bar{\omega}_i$  e  $\bar{\omega}_i^*$  le velocità angolari di  $O'$  rispetto a  $(x_0, y_0, z_0)$  e a  $(x_{i-1}, y_{i-1}, z_{i-1})$  rispettivamente
- $\bar{p}_i^* =$  origine del sistema di coordinate  $i$ -esimo rispetto al sistema di coordinate  $(i-1)$ -esimo

Si possono ricavare attraverso le 2.14, 2.16, 2.17, 2.18 le seguenti equazioni:  $i=1, 2, \dots, n$

$$\begin{aligned}
 \bar{\omega}_i &= \bar{\omega}_{i-1} + \bar{z}_{i-1} \dot{q}_i \\
 \dot{\bar{\omega}}_i &= \dot{\bar{\omega}}_{i-1} + \dot{\bar{z}}_{i-1} \dot{q}_i + \bar{\omega}_{i-1} \times (\bar{z}_{i-1} \dot{q}_i) \\
 \bar{v}_i &= \bar{\omega}_i \times \bar{p}_i^* + \bar{v}_{i-1} \\
 \dot{\bar{v}}_i &= \dot{\bar{\omega}}_i \times \bar{p}_i^* + \bar{\omega}_i \times (\bar{\omega}_i \times \bar{p}_i^*) + \dot{\bar{v}}_{i-1}
 \end{aligned} \tag{2.19}$$

che descrivono l'informazione cinematica del link  $i$  che è utile per ricavare le equazioni di moto della catena.

### 2.3.3 Equazioni della dinamica

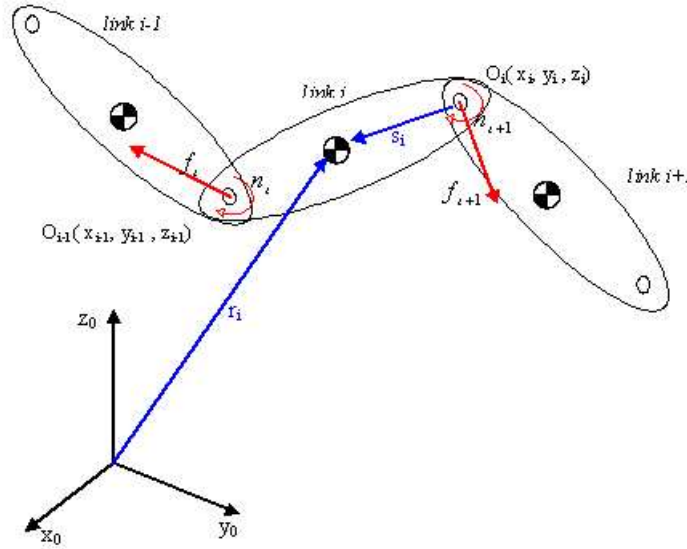
Partendo dalla conoscenza della cinematica di ciascun giunto, vogliamo descrivere il moto dei link del braccio applicando il principio di d'Alembert a ogni giunto. Tale principio applica le condizioni di equilibrio statico ai problemi della dinamica considerando sia le forze di attuazione applicate esternamente, sia le forze di reazione degli elementi meccanici che si oppongono al movimento. Il principio di d'Alembert è valido in tutti gli istanti di tempo. E' effettivamente una forma leggermente modificata dalla seconda legge del moto di Newton, e può essere così enunciato:

*per ogni corpo, la somma algebrica delle forze applicate esternamente e di quelle che oppongono resistenza al moto in qualunque direzione è zero.*

Consideriamo un link  $i$ , come mostrato in figura 2.5, Allora, mettendo in relazione le variabili definite della figura 2.4 con le variabili definite della figura 2.5, le restanti variabili indefinite, espresse rispetto al sistema fondamentale di riferimento  $(x_0, y_0, z_0)$  sono:

- $\bar{s}_i$  = posizione del baricentro del link  $i$  dall'origine del sistema di coordinate  $(x_i, y_i, z_i)$ ;
- $m_i$  = massa complessiva del link  $i$
- $\bar{r}_i$  = posizione del baricentro del link  $i$  dall'origine del sistema di riferimento applicato alla base
- $v_i = \frac{dr_i}{dt}$  = velocità lineare del baricentro del link  $i$
- $a_i = \frac{dv_i}{dt}$  = accelerazione lineare del baricentro del link  $i$ ;
- $F_i$  = risultante delle forze esterne applicata al link  $i$  nel baricentro
- $N_i$  = momento esterno risultante applicato al link  $i$  nel baricentro
- $I_i$  = matrice di inerzia del link  $i$  intorno al suo baricentro relativamente al sistema di coordinate  $(x_0, y_0, z_0)$
- $f_i$  = forza esercitata sul link  $i$  dal link  $i-1$  nel sistema di coordinate  $(x_{i-1}, y_{i-1}, z_{i-1})$  per reggere il link  $i$  e i link successivi

- $n_i$  = momento esercitato sul link  $i$  dal link  $i-1$  sul sistema di coordinate  $(x_{i-1}, y_{i-1}, z_{i-1})$


 Figura 2.5: Forze e momenti sul link  $i$ 

Tralasciando gli effetti di smorzamento viscoso di tutti i giunti, e applicando il principio di d'Alembert a ogni link, si possono allora scrivere le seguenti equazioni:

$$\bar{F}_i = \frac{d(m_i \bar{v}_i)}{dt} = m_i \bar{a}_i \quad (2.20)$$

e

$$\bar{N}_i = \frac{d(I_i \bar{\omega}_i)}{dt} = I_i \dot{\bar{\omega}}_i \times (I_i \bar{\omega}_i) \quad (2.21)$$

dove, utilizzando le equazioni 2.19, la velocità lineare e l'accelerazione del baricentro del link  $i$  sono, rispettivamente,

$$\bar{v}_i = \omega_i \times \bar{s}_i + \bar{v}_i \quad (2.22)$$

$$\bar{a}_i = \dot{\bar{\omega}}_i \times \bar{s}_i + \bar{\omega}_i \times (\bar{\omega}_i \times \bar{s}_i) + \dot{\bar{v}}_i \quad (2.23)$$

Come si vede quindi dalla figura 2.5, e osservando tutte le forze e i momenti agenti sul link  $i$ , la risultante delle forze esterne  $F$  e il momento  $N$  sono quelli esercitati sul link  $i$  dalla gravità e dai link contigui,  $i-1$  e  $i+1$ . Cioè



$$\bar{F}_i = \bar{f}_i - \bar{f}_{i+1} \quad (2.24)$$

e

$$\begin{aligned} \bar{N}_i &= \bar{n}_i - \bar{n}_{i+1} + (p_{i-1} - \bar{r}_i) \times \bar{f}_i - (\bar{p}_i - \bar{r}_i) \times \bar{f}_{i+1} = \\ &= \bar{n}_i - \bar{n}_{i+1} + (p_{i-1} - \bar{r}_i) \times \bar{F}_i - \bar{p}_i^* \times \bar{f}_{i+1} \end{aligned} \quad (2.25)$$

Dunque, le equazioni precedenti possono essere riscritte in forma di equazioni ricorsive sapendo che  $\bar{r}_i - \bar{p}_{i-1} = \bar{p}_i^* + \bar{s}_i$ :

$$\bar{f}_i = \bar{F}_i + \bar{f}_{i+1} = m_i \bar{a}_i + \bar{f}_{i+1} \quad (2.26)$$

e

$$\bar{n}_i = \bar{n}_{i+1} + \bar{p}_i^* \times \bar{f}_{i+1} + (\bar{p}_i^* + \bar{s}_i) \times \bar{F}_i + \bar{N}_i \quad (2.27)$$

Riassumendo, le equazioni di moto di N-E, consistono in un sistema di equazioni ricorsive dirette e inverse. Si tratta delle *equazioni* 2.19, 2.23 e delle 2.26 2.27. Per le equazioni ricorsive dirette, le velocità e l'accelerazione lineare e angolare di ogni singolo link si propagano dal sistema di riferimento fondamentale (coincidente con la base d'appoggio) all'estremità prossimale della catena. Per l'equazioni ricorsive inverse, i momenti e le forze esercitate su ogni link sono calcolati in modo ricorsivo dall'estremità prossimale della catena al sistema fondamentale. Dunque, le equazioni dirette propagano l'informazione di ciascun link dal sistema fondamentale all'estremità prossimale, mentre le equazioni inverse calcolano i momenti /forze necessari per ogni giunto dall'estremità prossimale al sistema di riferimento fondamentale.

### 2.3.4 Equazioni ricorsive di moto di un link intorno al suo sistema di coordinate

Un ovvio inconveniente, delle equazioni di moto ricorsive sopra descritte, risiede nel fatto che tutte le matrici inerziali  $I_i$  e i parametri geometrici fisici ( $\bar{r}_i, \bar{s}_i, \bar{p}_{i-1}, \bar{p}_i^*$  sono riferiti al sistema di coordinate) fondamentale. Ne consegue che essi variano conseguentemente al movimento della catena cinematica. Luh et al. (1980a) hanno perfezionato le precedenti equazioni di moto N-E riferendo tutte le velocità, accelerazioni, matrici inerziali, posizione del baricentro di ogni link, e i momenti/forze ai sistemi di coordinate di ogni link. In

virtù della natura della formulazione e del metodo per calcolare i momenti dei giunti, i calcoli si semplificano notevolmente. La conseguenza più importante di questa modificazione è che il tempo di calcolo dei momenti applicati è linearmente proporzionale al numero dei giunti del braccio ed è indipendente dalla sua configurazione.

Sia  ${}^{i-1}R_i$  una matrice di rotazione 3 3 che trasforma ogni vettore riferito al sistema di coordinate  $(x_i, y_i, z_i)$  nel sistema di coordinate  $(x_{i-1}, y_{i-1}, z_{i-1})$ . Si dimostra che:

$$({}^{i-1}R_i)^{-1} = {}^iR_{i-1} = ({}^{i-1}R_i)^T \quad (2.28)$$

dove

$${}^{i-1}R_i = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\cos \alpha_i \sin \theta_i & \sin \alpha_i \sin \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \alpha_i \cos \theta_i & -\sin \alpha_i \cos \theta_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

e

$$[{}^{i-1}R_i]^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & \sin \theta_i & 0 \\ -\cos \alpha_i \sin \theta_i & \cos \alpha_i \cos \theta_i & \sin \alpha_i \\ \sin \alpha_i \sin \theta_i & -\sin \alpha_i \cos \theta_i & \cos \alpha_i \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

Invece di calcolare  $\bar{\omega}_i, \dot{\bar{\omega}}_i, \bar{v}_i, \dot{\bar{v}}_i, \bar{a}_i, \dot{\bar{p}}_i^*, \bar{s}_i, \bar{F}_i, \bar{N}_i, \bar{f}_i, \bar{n}_i$  che si riferiscono al sistema di coordinate fondamentale, calcoliamo  ${}^iR_0\bar{\omega}_i, {}^iR_0\dot{\bar{\omega}}_i, {}^iR_0\bar{v}_i, {}^iR_0\dot{\bar{v}}_i, {}^iR_0\bar{a}_i, {}^iR_0\dot{\bar{p}}_i^*, {}^iR_0\bar{s}_i, {}^iR_0\bar{F}_i, {}^iR_0\bar{N}_i, {}^iR_0\bar{f}_i, {}^iR_0\bar{n}_i$  che si riferiscono al sistema di coordinate del rispettivo link  $(x_i, y_i, z_i)$ .

Dunque le equazioni 2.19, 2.23 e delle 2.26 2.27 diventano, rispettivamente

$$\begin{aligned} {}^iR_0\omega_i &= {}^iR_{i-1}({}^{i-1}R\omega_{i-1} + z_{i-1}\dot{q}_i) \\ {}^iR_0\dot{\omega}_i &= {}^iR_{i-1}[{}^{i-1}R_0\dot{\omega}_{i-1} + z_0\ddot{q}_i + {}^{i-1}R_0\omega_{i-1} \times (z_0\dot{q}_i)] \\ {}^iR_0\dot{v}_i &= ({}^iR_0\dot{\omega}_i) \times ({}^iR_0p_i^*) + ({}^iR_0\omega_i) \times [({}^iR_0\omega_i) \times ({}^iR_0p_i^*)] + {}^iR_{i-1}({}^{i-1}R_0\dot{v}_{i-1}) \\ {}^iR_0\dot{a}_i &= ({}^iR_0\dot{\omega}_i) \times ({}^iR_0\bar{s}_i) + ({}^iR_0\omega_i) \times [({}^iR_0\omega_i) \times ({}^iR_0\bar{s}_i)] + {}^iR_0\dot{v}_i \end{aligned} \quad (2.31)$$

$$\begin{aligned}
{}^i R_0 F_i &= m_i {}^i R_0 a_i \\
{}^i R_0 N_i &= ({}^i R_0 I_i^0 R_i) ({}^i R_0 \dot{\omega}_i) + ({}^i R_0 \omega_i) \times [({}^i R_0 I_i^0 R_i) ({}^i R_0 \omega_i)] \\
{}^i R_0 f_i &= {}^i R_{i+1} ({}^{i+1} R_0 f_{i+1}) + {}^i R_0 F_i \\
{}^i R_0 n_i &= {}^i R_{i+1} [{}^{i+1} R_0 n_{i+1} + ({}^{i+1} R_0 p_i^*) \times ({}^{i+1} R_0 f_{i+1})] + ({}^i R_0 p_i^* + {}^i R_0 \bar{s}_i) \times ({}^i R_0 F_i) + {}^i R_0 N_i
\end{aligned}
\tag{2.32}$$

### 2.3.5 Algoritmi di calcolo

Le equazioni di moto di N-E rappresentano oggi il sistema di equazioni più efficiente che possa essere calcolato da un singolo processore. Le operazioni matematiche complessive (moltiplicazioni e addizioni) sono proporzionali a  $n$ , che rappresenta il numero dei gradi di libertà del braccio. Data la natura ricorsiva delle equazioni di moto ottenute, per il calcolo dei momenti/forze applicati ai giunti è consigliabile [Asa1986] l'uso di un algoritmo del tipo indicato in figura 2.6.

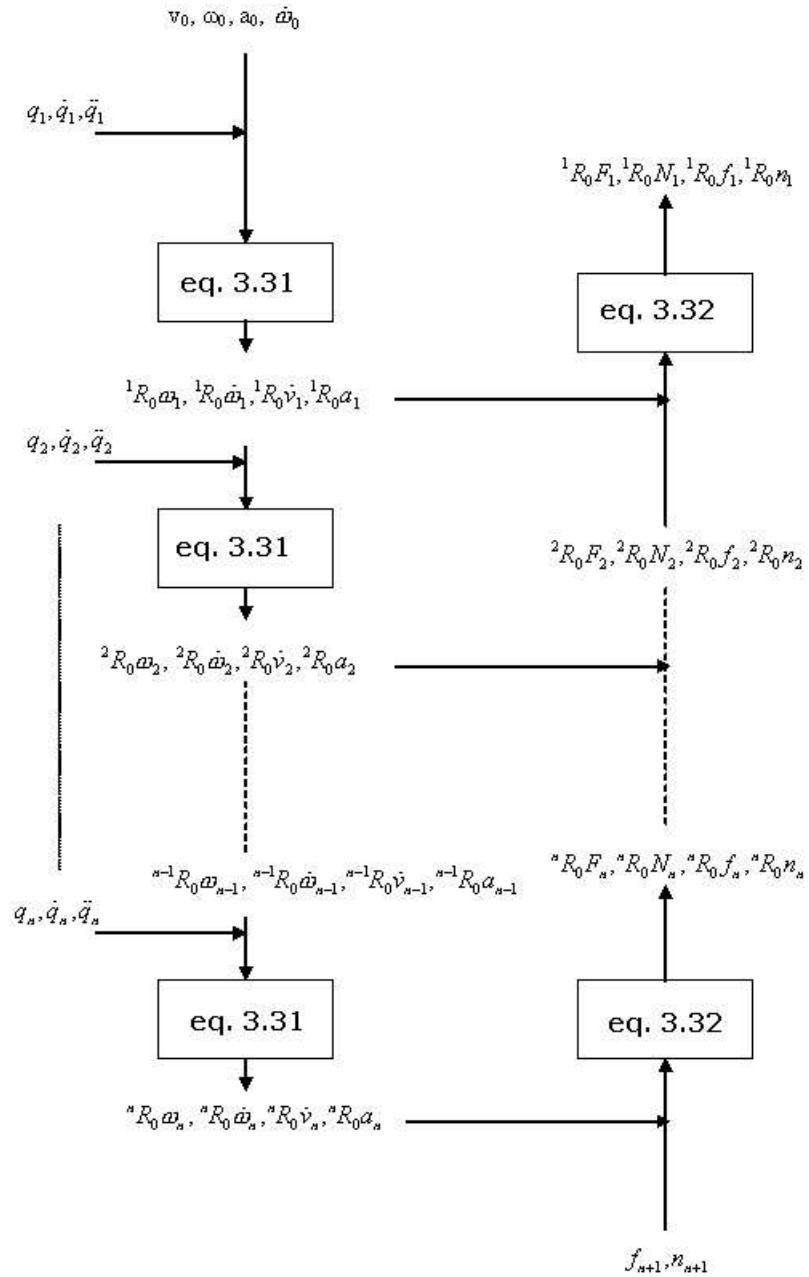


Figura 2.6: Algoritmo di calcolo per la dinamica inversa

## 2.4 Dinamica diretta e inversa

Per lo studio della dinamica della locomozione umana possiamo indistintamente utilizzare la formulazione di Newton-Eulero, la tecnica di Lagrange o il metodo di Kane. Qualunque sia il metodo che viene usato, il risultato è un set di equazioni differenziali che include le forze e i momenti, i dati cinematici (accelerazioni e velocità) e le proprietà inerziali (massa, centro di massa e momento d'inerzia) dei segmenti del corpo. Queste equazioni possono essere risolte per calcolare la cinematica (approccio di dinamica diretta, figura 2.7) o per valutare le forze e i momenti (approccio di dinamica inversa, figura 2.8). Nello studio del movimento umano si affrontano entrambi i tipi di problemi.



Figura 2.7: Approccio di dinamica diretta

La dinamica diretta viene usata per comprendere ed approfondire le strategie usate dal sistema nervoso centrale nel controllo del movimento [Hat1976]. Altre applicazioni dell'approccio diretto della dinamica si riferiscono alla individuazione di modelli semplificati del corpo umano al fine di simulare il movimento: le forze di reazione vincolare misurate e quelle relative alla simulazione vengono confrontate fra loro al fine di validare il modello [Pan1989]. La complessità e le inaccuranze che caratterizzano il processo di sintesi non permettono che tale metodo abbia vasta applicazione. Inoltre si deve considerare che non è possibile poter misurare le forze e i momenti alle articolazioni se non in modo invasivo e ciò, per motivi etici oltre che pratici, non contribuisce alla diffusione di tale procedura.

L'approccio della dinamica inversa è quello che viene maggiormente utilizzato nell'analisi del movimento, sia fisiologico che patologico. In tale approccio le variabili cinematiche, misurate con tecniche non invasive, e le for-

ze di reazione vincolare, determinano un sistema di equazioni che ammette un'unica soluzione, rappresentata dall'insieme delle forze e dei momenti che agiscono alle singole articolazioni del corpo umano [Vau1982]. Il modello presentato in questa sede si allinea a tale modo di procedere ponendosi come tecnica non invasiva che, note le reazioni vincolari a terra, fornisce i dati cinematici relativi alle articolazioni.

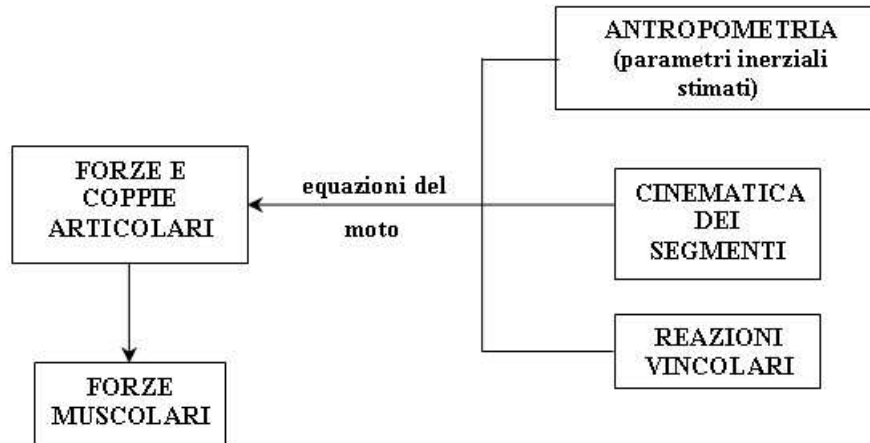


Figura 2.8: Approccio di dinamica inversa

## 2.5 Definizione di un modello per la rappresentazione del corpo umano

Lo studio e la simulazione di un compito motorio avvengono attraverso l'impiego di un modello che sia rappresentativo del sistema fisico sottoposto all'analisi e che contenga tutte le informazioni significative del fenomeno [Bar98]. Passo fondamentale nella costruzione di un modello, è il raggiungimento del giusto compromesso fra l'assunzione di ipotesi semplificative, necessarie alla trattazione matematica, e il grado di generalità che deve essere conservato al fine di ottenere un vasto campo di applicabilità del modello stesso.

Nel modello presentato nella presente tesi, il corpo umano è descritto come una catena cinematica aperta costituita da un determinato numero di corpi rigidi (link) collegati l'uno all'altro tramite giunti rotoidali. Un'estremità

della catena è fissata a una base di supporto mentre l'estremità opposta è libera (fig. 2.9). Il movimento relativo dei giunti ha come risultato lo spostamento dei link. Il moto del modello si suppone essere di tipo piano. In conseguenza di tale ipotesi nel presente lavoro si sono rappresentate tutte le articolazioni presenti nel modello con delle semplici cerniere, dotate di un solo grado di libertà rotazionale. Si suppone che in prossimità di ogni cerniera si trovi un motore, il cui asse coincide con l'asse della cerniera stessa, che genera le coppie intersegmentali. La scelta di tale modello verrà più approfonditamente giustificata e validata nel capitolo 7.

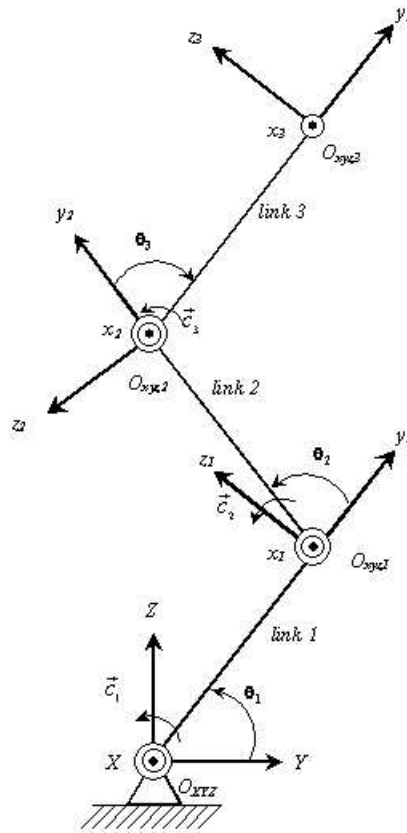


Figura 2.9: Rappresentazione schematica di una catena cinematica aperta a tre segmenti 2D

Al fine di descrivere la cinematica e la dinamica della catena, si può associare una coordinata generalizzata ad ogni grado di libertà. In particolare,

si può scegliere come coordinata generalizzata l'escursione angolare tra gli assi dei sistemi di riferimento solidali con segmenti adiacenti [Del97]. Una possibile convenzione per la scelta di questi sistemi di riferimento è riportata nella figura 2.9. Secondo questa convenzione, si definiscono  $n$  sistemi di riferimento locali  $x_i y_i z_i (i = 1, \dots, n)$ , ognuno dei quali è solidale con un segmento  $i$  della catena, in modo che l'origine  $O_{xyz}$  del sistema  $i$ -esimo sia localizzata all'estremità prossimale del segmento  $i$  e un asse del riferimento sia allineato con la direzione del segmento  $i$ . Il sistema di riferimento locale distale rispetto all' $i$ -esimo riferimento  $x_i y_i z_i$  è chiamato  $x_{i-1} y_{i-1} z_{i-1}$ .

Una volta scelta la convenzione dei sistemi di riferimento, si può adottare una rappresentazione minimale dell'orientamento al fine di descrivere la rotazione d'ogni sistema di riferimento locale  $x_i y_i z_i$  rispetto ad un altro sistema di riferimento locale, tipicamente uno adiacente, o rispetto ad un sistema di riferimento inerziale. Gli angoli di rotazione utilizzati dalla rappresentazione minimale scelta avranno il ruolo di coordinate generalizzate della catena cinematica aperta. L'orientamento del segmento più distale della catena sarà generalmente definito rispetto ad un sistema di riferimento inerziale  $XYZ$ . Questo sistema di riferimento inerziale  $XYZ$  sarà scelto in maniera tale che la sua origine  $O_{xyz}$  coincida con il punto fisso della catena (figura 2.9).

Nello specifico caso della catena cinematica aperta riportato in figura 2.9 gli angoli  $\theta_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ), descrittivi la rotazione di ogni sistema di riferimento locale  $x_i y_i z_i$  rispetto a quello distale, sono scelti come coordinate generalizzate della catena.



## Capitolo 3

# **RICHIAMI DI PROGRAMMAZIONE MATEMATICA NON LINEARE**

Il problema della programmazione matematica è quello di ottimizzare una funzione obiettivo eventualmente sottoposta a un sistema di vincoli. In questo capitolo si esporranno alcuni richiami di programmazione matematica non lineare, al fine di porre le basi teoriche per comprendere uno degli algoritmi di ottimizzazione utilizzati nel modello JAGO, descritto più in dettaglio nel capitolo 7.

### **3.1 La programmazione Matematica non lineare**

Per la risoluzione dei problemi di ottimizzazione è possibile utilizzare l'approccio della ricerca dell'ottimo nella programmazione matematica, come risulta evidente dalla seguente definizione.

Data una funzione obiettivo  $f(\mathbf{x})$  un problema di programmazione matematica è definito come segue:

$$\begin{aligned} \min f(\mathbf{x}) \\ \mathbf{x} \in S \subseteq R^n \end{aligned} \quad (3.1)$$

è *non lineare* se la funzione obiettivo e/o i vincoli che definiscono  $S$  sono non lineari in  $\mathbf{x}$ .

Risolvere il problema corrisponde a determinare:

1. Un ottimo locale,  $\mathbf{x}^*$  tale che  $f(\mathbf{x}^*) \leq f(\mathbf{x}) \forall \mathbf{x} \in Q \subseteq S$ ,  $Q$  convesso
2. Un ottimo globale,  $\mathbf{x}^*$  tale che  $f(\mathbf{x}^*) \leq f(\mathbf{x}) \forall \mathbf{x} \in Q \subseteq S$

In figura 3.1 è riportato un esempio di ottimo locale e globale in una variabile.

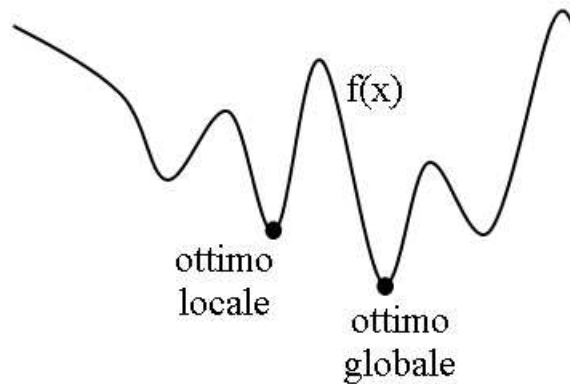


Figura 3.1: Esempio di ottimo locale e ottimo globale

A meno di buone proprietà della  $f(\mathbf{x})$  (e.g., convessa, quasi convessa, come definiremo in seguito) determinare un ottimo globale è in genere un problema più difficile che determinare un ottimo locale.

**Definizione:**

Una funzione  $f : S \rightarrow R$ , con  $S$  sottinsieme convesso di  $R^n$ , è convessa se

- $f(\alpha \mathbf{x}_1 + (1 - \alpha)\mathbf{x}_2) \leq \alpha f(\mathbf{x}_1) + (1 - \alpha)f(\mathbf{x}_2)$   
dove  $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2 \in S$  per ogni  $0 \leq \alpha \leq 1$ , oppure
- $f(\mathbf{x}_1) \leq \nabla f(\mathbf{x}_2)(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2)$  oppure
- $H(\mathbf{x}) \succeq 0 \forall \mathbf{x} \in S$

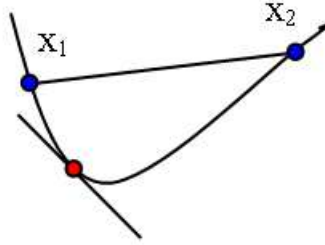


Figura 3.2: Esempio di funzione convessa

Il gradiente di  $f(\mathbf{x})$  è definito come:

$$\nabla f(\mathbf{x})^T = \left[ \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_n} \right] \quad (3.2)$$

La matrice hessiana di  $f(\mathbf{x})$  è definita come:

$$H(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f(\mathbf{x})}{\partial^2 x_1} & \dots & \frac{\partial^2 f(\mathbf{x})}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial^2 f(\mathbf{x})}{\partial x_n \partial x_1} & \dots & \frac{\partial^2 f(\mathbf{x})}{\partial^2 x_n} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

**Definizione:**

Una funzione  $f : S \rightarrow R$ , con  $S$  sottinsieme convesso di  $R^n$ , è quasi convessa se

$$f(\alpha \mathbf{x}_1 + (1 - \alpha)\mathbf{x}_2) \leq \max[f(\mathbf{x}_1), f(\mathbf{x}_2)]$$

dove  $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2 \in S$   
per ogni  $0 \leq \alpha \leq 1$

Consideriamo problemi di ottimizzazione locale, supponendo  $f(\mathbf{x})$  continua e differenziabile in  $R^n$ .

Abbiamo allora due casi

1.  $S = R^n$  Programmazione Non Lineare Non Vincolata (PNLNV)
2.  $S \neq R^n$  Programmazione Non Lineare Vincolata (PNLV)

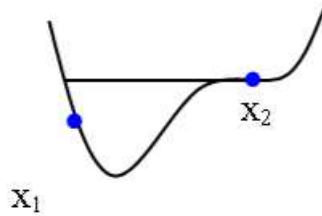


Figura 3.3: Esempio di funzione quasi convessa

### 3.1.1 Programmazione non lineare non vincolata (PNLNV)

Data una funzione  $f(\mathbf{x})$ , nella ricerca dell'ottimo tramite la programmazione lineare non vincolata si è interessati a trovare un insieme di parametri  $\mathbf{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  che possono essere definiti ottimi.

Consideriamo le condizioni per la verifica di un ottimo locale:

- *Condizioni necessarie (primo ordine)* Data  $f(\mathbf{x})$  continua con derivate parziali continue in  $R^n$ ,  $\mathbf{x}^*$  è minimo locale se è un punto stazionario, ossia  $\nabla f(\mathbf{x}^*) = 0$
- *Condizioni sufficienti (secondo ordine)* Data  $f(\mathbf{x})$  continua con derivate parziali continue in  $R^n$ ,  $\mathbf{x}^*$  è minimo locale se e solo se è un punto stazionario, ossia  $\nabla f(\mathbf{x}^*) = 0$  e  $H(\mathbf{x}^*)$  è definita

Tuttavia queste condizioni non sono il più delle volte applicabili direttamente. Spesso il gradiente e la matrice hessiana non sono noti o sono onerosi da calcolare.

Per la soluzione dei problemi di PNLNV si utilizzano algoritmi:

- *iterativi* generano una sequenza di punti, ciascuno dei quali calcolato in base al precedente
- *discendenti* il nuovo punto trovato presenta un valore minore della funzione obiettivo (ad ogni passo la funzione decresce).

In genere gli algoritmi si basano sui seguenti principi:

1. partendo da un punto vicino ad un minimo locale, individuano tale minimo (**localmente convergenti**);

2. partendo da un punto lontano da un minimo locale riescono a spostarsi in prossimità di un minimo locale (**globalmente convergenti**)

Dopo aver adottato uno di questi principi gli algoritmi costruiscono una sequenza  $\{\mathbf{x}_k\}$  che converge a  $\mathbf{x}^*$  minimo locale qualunque sia  $\mathbf{x}_0$  punto iniziale. Tali algoritmi hanno la caratteristica di convergere rapidamente verso la soluzione.

Si dice *Ordine di Convergenza*  $p$  il più grande numero non negativo tale che

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{|\mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}^*|}{|\mathbf{x}_k - \mathbf{x}^*|^p} < \infty \quad (3.4)$$

data la sequenza di punti  $\{\mathbf{x}_k\}$  che converge a  $\mathbf{x}^*$ .

Più grande è  $p$  più veloce è la convergenza.

Se  $p=1$  e vale

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{|\mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}^*|}{|\mathbf{x}_k - \mathbf{x}^*|} = \beta < 1 \quad (3.5)$$

si parla di convergenza lineare con  $\beta$  *rapporto di convergenza*.

Minore è il valore di  $\beta$  migliore è la convergenza.

Se  $\beta=0$  la convergenza si dice *superlineare*.

Due sono gli approcci generali utilizzati negli algoritmi di **PNLNV**:

- **L'approccio trust-region:**

non si utilizza la funzione originaria  $f(x)$  ma una sua approssimazione (in genere un'approssimazione quadratica). Tuttavia nella ricerca dei punti che convergono verso l'ottimo si vincola il punto successivo a rimanere in un intorno locale del punto corrente. Per determinare il passo si minimizza l'approssimazione quadratica della  $f(x)$  nell'intorno considerato (che in genere ha forma ellissodale).

- **L'approccio line-search:**

a partire dal punto corrente si modifica la direzione di ricerca per ottenerne un'altra, discendente per  $f(x)$ . Lungo tale direzione si cerca di individuare (calcolandolo o per tentativi) un passo di discesa tale da individuare un minimo locale della  $f(x)$  lungo la direzione scelta.

**Algoritmi di PNLNV (metodi di line-search)**

La sequenza di punti è costruita ricorsivamente secondo la seguente formula generale:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + t_k \mathbf{d}_k \quad (3.6)$$

dove  $t_k$  è il *passo dell'iterazione* (scalare positivo), mentre  $d_k$  è la *direzione dell'iterazione*, con il vincolo  $\|d_k\| = 1$ .

I diversi metodi si differenziano per il modo con cui determinano la direzione  $d_k$ .

Il passo può essere fissato a priori (*passo fisso*) oppure determinato minimizzando la  $f(\mathbf{x})$  nella direzione  $\mathbf{d}_k$  (*ricerca monodimensionale*).

Per comprendere come determinare la direzione di discesa consideriamo una funzione a due variabili  $f(x_1, x_2)$  e le curve di livello nel piano  $(x_1, x_2)$  nella figura 3.4.

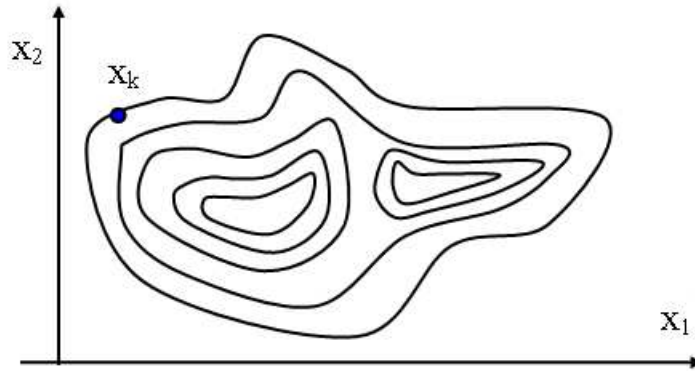


Figura 3.4: La funzione  $f(x_1, x_2)$

Approssimando la funzione in  $\mathbf{x}_k$  (approssimazione del primo ordine) si ottiene:

$$f(\mathbf{x}) \approx f(\mathbf{x}_k) + \nabla f(\mathbf{x}_k)^T (\mathbf{x} - \mathbf{x}_k) + \omega^2 \quad (3.7)$$

Il punto successivo è approssimabile con

$$\begin{aligned} f(\mathbf{x}_{k+1}) &\approx f(\mathbf{x}_k) + \nabla f(\mathbf{x}_k)^T (\mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}_k) + \omega^2 \\ &= f(\mathbf{x}_k) + t_k \nabla f(\mathbf{x}_k)^T \mathbf{d}_k = f(\mathbf{x}_k - t_k \mathbf{d}_k) \end{aligned} \quad (3.8)$$

Poiché si vuole che  $f(\mathbf{x}_{k+1}) < f(\mathbf{x}_k)$ , si ha che

$$\nabla f(\mathbf{x}_k)^T \mathbf{d}_k < 0 \quad (3.9)$$

Poniamo  $\nabla f(\mathbf{x}_k)^T = \mathbf{a}$  e  $\mathbf{d}_k = \mathbf{b}$ .

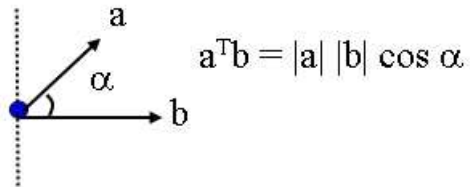
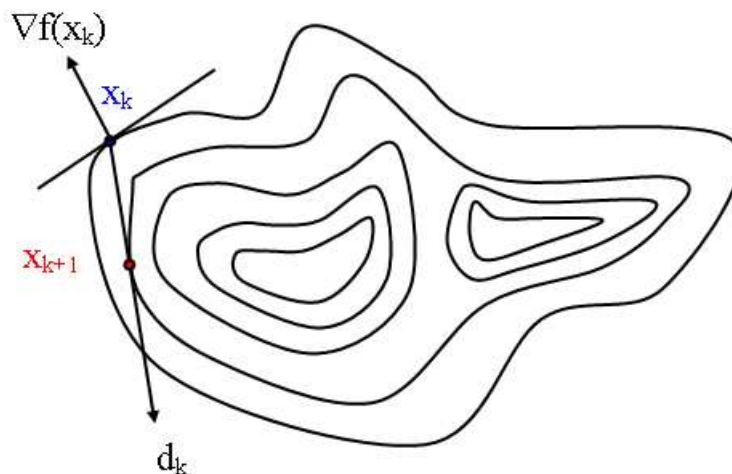


Figura 3.5:

Risulta allora chiaro, osservando l'esempio in figura 3.5, che per rispettare la condizione 3.9 la direzione di discesa deve formare un angolo superiore a  $\Pi/2$  rispetto al gradiente.



Per determinare la direzione  $d_k$  i vari metodi di line search utilizzano, in generale, informazioni quali il valore della funzione in  $x_k$ , il suo gradiente o l'hessiana. Queste tre classi di metodi sono rispettivamente:

1. **Metodi diretti** (usano solo la  $f(x)$ )

2. Metodi che usano derivate parziali prime ( $\nabla f(x)$ )
3. Metodi che usano derivate parziali seconde ( $H(x)$ )

Nel paragrafi successivi vedremo come vengono utilizzati i metodi che sfruttano le derivate parziali seconde riconducendo un problema di programmazione lineare vincolata ad uno di programmazione lineare non vincolata.

### 3.1.2 Programmazione non lineare vincolata

Data una funzione  $f(\mathbf{x})$ , nella ricerca dell'ottimo tramite la programmazione lineare vincolata si è interessati a trovare un insieme di parametri  $\mathbf{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  che possono essere in qualche modo definiti ottimi.

La  $f(\mathbf{x})$ , detta funzione obiettivo, che deve essere minimizzata o massimizzata a seconda dei casi, può essere soggetta a dei vincoli. Ridefinendo il problema di programmazione non lineare vincolata si ha:

$$\begin{aligned} \min f(\mathbf{x}) \\ \mathbf{x} \in S \subseteq R^n \end{aligned} \quad (3.10)$$

soggetta a:

- *vincoli di uguaglianza*  $G_i(\mathbf{x}) = 0$ , con  $i = 1, \dots, m_e$
- *vincoli di disuguaglianza*  $G_i(\mathbf{x}) \leq 0$ , con  $i = 1, \dots, m_e$
- *vincoli sulle variabili*, le sue variabili possono essere vincolate, ovvero limitate entro un certo range  $x_l \leq x \leq x_u$

Nell'ottimizzazione vincolata, lo scopo generale è trasformare il problema in un sottoproblema più facile che possa essere risolto e poi usato come passo iniziale di un processo iterativo.

Una caratteristica di una ampia classe dei metodi più recenti è la trasformazione del problema di programmazione non lineare vincolata in un problema di programmazione non lineare non vincolata elementare, usando una funzione di merito (*merit function*) per i vincoli che sono prossimi al loro limite. In questo modo il problema vincolato viene risolto utilizzando una sequenza di ottimizzazioni non vincolate parametrizzate, che nel limite della sequenza convergono al problema vincolato.



Questi metodi sono attualmente considerati relativamente inefficienti e sono stati sostituiti da metodi che si basano sulla soluzione delle equazioni di Kuhn-Tucker (KT).

Le equazioni KT sono condizioni necessarie per l'ottimalità di un problema di ottimizzazione vincolato.

Se il problema è di programmazione convessa (la funzione da ottimizzare è convessa, cf. 3.2), ovvero  $f(\mathbf{x})$  e  $G_i(\mathbf{x})$  sono funzioni convesse, allora le equazioni KT sono sia necessarie che sufficienti per una soluzione ottima globale.

Facendo riferimento alla definizione generale di un problema di programmazione matematica non lineare (cf. 3.1) e ai vincoli ad essa applicati nel caso specifico di programmazione matematica non lineare *vincolata* (cf. 3.1.2), possiamo esprimere le equazioni:

$$\begin{aligned} \nabla f(\mathbf{x}^*) + \sum_{i=1}^m \lambda_i^* \cdot \nabla G_i(\mathbf{x}^*) &= 0 \\ \lambda_i^* \cdot \nabla G_i(\mathbf{x}^*) &= 0 \quad \text{con} \quad i = 1, \dots, m \\ \lambda_i^* &= 0 \quad \text{con} \quad i = m_e + 1, \dots, m \end{aligned} \quad (3.11)$$

Tali equazioni esprimono le condizioni di *Kuhn-Tucker*, anche dette *condizioni di Karush-Kuhn-Tucker (KKT)*.

La prima equazione descrive la cancellazione dei gradienti tra la funzione obiettivo e i vincoli attivi nel punto di ottimo. Al fine di cancellare il gradiente, i moltiplicatori di Lagrange ( $\lambda_i^*$ ) sono necessari per bilanciare le deviazioni in ampiezza della funzione obiettivo e dei gradienti dei vincoli. Poiché solo i vincoli attivi sono inclusi in questa operazione di cancellazione, i vincoli non attivi non devono essere inclusi, ed è per questo che sono dati i moltiplicatori di Lagrange uguali a zero (come affermato implicitamente nelle ultime due righe dell'equazione 3.11).

La soluzione delle equazioni KT è la base di molti algoritmi di programmazione non lineare. Tali algoritmi cercano di calcolare i moltiplicatori di Lagrange in maniera diretta. I metodi di programmazione non lineare vincolata detti quasi-Newton garantiscono una convergenza più che lineare accumulando informazioni di secondo ordine circa le equazioni KT, utilizzando una procedura di aggiornamento quasi-Newton.

Ci si riferisce a questi metodi come metodi di Programmazione Quadratica Sequenziale (PQS), poiché ad ogni iterazione viene risolto un sottoproblema di Programmazione Quadratica.

### Programmazione Quadratica Sequenziale (PQS)

I metodi PQS sono lo stato dell'arte tra i metodi di programmazione matematica non lineare. Il metodo più comune per minimizzare una certa funzione è quello di Newton. Esso si basa sul concetto di minimizzare un'approssimazione quadratica di una data funzione  $f$ . Se  $f$  è una funzione con Hessiana continua, utilizzando la formula di Taylor arrestata ai termini del secondo ordine, per valori sufficientemente piccoli della norma dell'incremento  $\mathbf{h}$  è possibile scrivere:

$$f(x_k + h) \approx f(x_k) + \nabla f(x_k)^T h + \frac{1}{2} h^T \nabla^2 f(x_k) h \quad (3.12)$$

Indichiamo con  $q(h)$  il termine a destra della 3.12. annullando il gradiente di  $q(h)$  si ha

$$\nabla q(h) = \nabla f(x_k)^T + \nabla^2 f(x_k) h = 0 \quad (3.13)$$

da cui, se  $\nabla^2 f(x_k)$  è non singolare, possiamo ottenere

$$h^* = -(\nabla^2 f(x_k))^{-1} \nabla f(x_k) \quad (3.14)$$

Il metodo di Newton consiste nell'utilizzare, come vettore incrementato, proprio  $h^*$  dato dalla 3.15, ossia si ha

$$x_{k+1} = x_k - (\nabla^2 f(x_k))^{-1} \nabla f(x_k) \quad (3.15)$$

Schittkowski ha implementato e testato una versione che è migliore di qualsiasi altro metodo testato sino ad ora in termini di efficienza, accuratezza e percentuale di soluzioni corrette, su un grosso insieme di problemi già testati e conosciuti [Schi1985].

Basandosi sul lavoro di Biggs [Bigg1975], Han [Han1977] e altri, il metodo permette di imitare il metodo di Newton applicandolo all'ottimizzazione vincolata. Ad ogni iterazione viene fatta una approssimazione della Hessiana 3.3 e del Lagrangiano utilizzando un metodo di aggiornamento simile a quello di Newton. Questo è poi utilizzato per generare un problema di Programmazione Quadratica (PQ) la cui soluzione è utilizzata per determinare una direzione di ricerca di una procedura Line-Search.

Data la descrizione del problema 3.10 l'idea principale è formulare in problema di Programmazione Quadratica basato sull'approssimazione della funzione Lagrangiana.

$$L(x, \lambda) = f(x) + \sum_{i=1}^m \lambda_i \cdot g_i(x) \quad (3.16)$$

In questo modo è possibile semplificare l'equazione 3.10 assumendo che i vincoli sulle variabili siano espressi come vincoli di disuguaglianza. E' quindi possibile ottenere un sottoproblema PQ linearizzando i vincoli non lineari.

L'implementazione PQS utilizzata nel presente lavoro è costituita da tre principali passi:

1. Aggiornamento della matrice Hessiana (3.3) della funzione Lagrangiana (3.16).
2. Soluzione di un problema di programmazione quadratica (PQ), descritto nel paragrafo 3.1.2
3. Line search e calcolo della funzione di merito

### Sottoproblema di Programmazione Quadratica (PQ)

Un problema di programmazione quadratica può essere espresso come:

$$\min_{d \in \mathbb{R}^n} \frac{1}{2} d^T H_k d + \nabla f(x_k)^T d \quad (3.17)$$

con:

$$\begin{aligned} \nabla g_i(x_k)^T d + g_i(x_k) &= 0 & i = 1, \dots, m_e \\ \nabla g_i(x_k)^T d + g_i(x_k) &0 & i = m_e + 1, \dots, m \end{aligned} \quad (3.18)$$

Questo sottoproblema può essere risolto utilizzando un qualsiasi algoritmo PQ, come ad esempio quelli presentati in [Gill1984, Gill1991]. La soluzione è utilizzata per generare una nuova iterazione

$$x_{k+1} = x_k + \alpha_k d_k \quad (3.19)$$

La lunghezza del passo del parametro  $\alpha_k$  è determinata da una procedura di line search (cf. 3.1.1) appropriata in maniera tale da ottenere un decremento ragionevole nella funzione di merito (*merit function*). La funzione di merito può essere di vario tipo, come ad esempio quella descritta nel lavoro di [Han1977], della forma

$$\psi(x) = f(x) + \sum_{i=1}^{m_e} r_i \cdot g_i(x) + \sum_{i=m_e+1}^m r_i \cdot \max\{0, g_i(x)\} \quad (3.20)$$

in cui  $r_i$ , detto parametro di penalità, è della forma

$$r_i = (r_{k+1})_i = \max_i \left\{ \lambda_i, \frac{1}{2}((r_k)_i + \lambda_i) \right\}, \quad i = 1, \dots, m \quad (3.21)$$

La matrice  $H_k$  è una approssimazione definita positiva della funzione Lagrangiana 3.16. Essa può essere aggiornata con qualsiasi metodo quasi-Newton.

Un problema di programmazione non lineare vincolata può spesso essere risolto in meno iterazioni di un problema non vincolato utilizzando PQS. Una delle ragioni è che poichè ci sono dei limiti nell'area di ricerca, l'ottimizzatore può prendere decisione 'informate' circa la direzione di ricerca e la lunghezza del passo.

Nel presente lavoro verrà implementata la versione appena presentata della Programmazione Quadratica Sequenziale.

## 3.2 Affidabilità ed efficienza degli algoritmi di ottimizzazione

Un buon metro per la valutazione delle prestazioni di un algoritmo di ottimizzazione può essere quello presentato da [Luc1992] in cui i parametri caratteristici con cui vengono di valutazione sono *l'affidabilità* e *l'efficienza*.

L'affidabilità dell'algoritmo viene in genere associata al concetto di convergenza globale dell'algoritmo, mentre la sua efficienza viene caratterizzata attraverso la definizione di vari tipi di rapidità di convergenza della sequenza di punti prodotta dall'algoritmo.

### 3.2.1 Affidabilità

Secondo la definizione data in [Luc1992] *un' algoritmo o un metodo di ottimizzazione si dice globalmente convergente se, qualunque sia il punto di partenza  $x_0$ , la sequenza di punti  $\{x_k\}$  soddisfa una delle seguenti proprietà:*

1. esiste un punto  $x_\nu$  tale che  $x_\nu \in \Omega$
2. la successione  $\{x_k\}$  converge ad un punto di  $\Omega$
3. ogni sottosuccessione di  $\{x_k\}$  ammette un punto di accumulazione ed ogni punto di accumulazione di  $\{x_k\}$  appartiene ad  $\Omega$
4. esiste un punto di accumulazione di  $\{x_k\}$  che appartiene ad  $\Omega$

Nel caso della programmazione non lineare vincolata  $\Omega$  è definito come

$$\Omega = \{x \in R^n : \text{soddisfa le condizioni di KKT}\} \quad (3.22)$$

Le condizioni di KKT sono già state definite in 3.11.

In genere i metodi proposti hanno al più proprietà di tipo asintotico del tipo 2-3-4. Ovviamente la proprietà 4 è quella che corrisponde alla nozione più debole di convergenza tra quelle considerate ma può essere già sufficiente dal punto di vista pratico ad assicurare un comportamento soddisfacente dell'algoritmo. Infatti essa assicura che dopo aver effettuato un numero sufficientemente grande di iterazioni si è in grado di ottenere una buona stima di un punto di  $\Omega$ .

Se un algoritmo di ottimizzazione produce una sequenza di punti  $\{x_k\}$  che soddisfa una delle proprietà di convergenza 1-4 *solamente* se il punto iniziale appartiene ad un intorno opportuno di  $\Omega$ , l'algoritmo si dice *localmente convergente*.

### 3.2.2 Efficienza

Per quanto riguarda lo studio della caratterizzazione della rapidità di convergenza di un algoritmo di ottimizzazione, esso viene effettuato per semplicità supponendo che la sequenza  $\{x_k\}$  sia convergente ad un punto  $x^* \in \Omega$ . Una seconda semplificazione può essere fatta constatando che generalmente si può escludere il caso di convergenza finita, a meno di problemi di ottimizzazione molto particolari, e che quindi la valutazione dell'efficienza dell'algoritmo implica lo studio del comportamento asintotico prodotto dalle sequenze  $\{x_k\}$  che convergono a  $x^*$  al tendere di  $k$  all'infinito.

In letteratura la rapidità di convergenza di un algoritmo è stata valutata utilizzando diversi tipi di misure. Il criterio più diffuso è quello di considerare

la norma della differenza tra il punto  $x_k$ , ottenuto all'iterazione k-esima. ed il punto  $x^*$ , cioè l'errore commesso  $e_k$  dato da:

$$e_k = \|x_k - x^*\| \quad (3.23)$$

La rapidità di convergenza di un algoritmo può quindi essere definita caratterizzando la velocità con cui  $e_k$  tende a zero e questo, generalmente, è stato fatto seguendo due approcci distinti:

- il primo si basa su confronto tra le norme dei vettori  $e_{k+1}$  e  $e_k$ , questo approccio porta alla definizione di quella che viene detta in letteratura *q-rapidità* di convergenza
- il secondo invece confronta l'andamento della sequenza delle norme dei vettori  $e_k$  con gli andamenti di particolari sequenze scalari tendenti a zero, in questo caso si ottiene quella che viene detta *r-rapidità* di convergenza.

Per la definizione di ordine di convergenza e *q-rapidità* di convergenza rimandiamo al paragrafo 3.1.1.

Nel presente lavoro utilizzeremo il primo approccio in quanto la *q-rapidità* è una definizione più forte rispetto alla *r-rapidità* [Luc1992].

## Capitolo 4

# INTERPOLAZIONE E APPROSSIMAZIONE DI CURVE

In questo capitolo vengono presentate e discusse alcune tecniche di interpolazione, analizzando pregi e difetti di ciascun algoritmo in riferimento alla nostra particolare applicazione.

I punti impiegati per rappresentare l'andamento degli angoli articolari nel tempo sono nell'ordine delle decine. Questo implica la ricerca di un algoritmo di interpolazione polinomiale a tratti, escludendo in partenza i metodi di Lagrange o di Hermite (metodo del polinomio interpolante). Infatti, non è conveniente utilizzare il polinomio interpolante in quanto:

- è di grado troppo elevato
- può presentare numerose oscillazioni (grafico non "smooth") che potrebbero essere estranee all'andamento della funzione da approssimare

Le funzioni atte a realizzare una forma di interpolazione senza dar luogo ad oscillazioni indesiderate sono le funzioni spline [Gori1996].

Il termine è usato come acronimo dell'espressione 'smooth *polyline*'. Una curva spline è una curva controllata analiticamente con grande accuratezza, governata da una serie di punti isolati, oppure dai vertici e dai lati di una linea spezzata. Tali punti sono detti *poli* o *punti di controllo*.

Siano:

- $k$  l'ordine della curva
- $n$  il grado del polinomio che la descrive
- $m$  il numero dei punti di controllo

Il grado  $n$  di una spline è uguale all'ordine  $k$  diminuito dell'unità  $n = k - 1$ .

Una spline può appartenere ai punti di controllo o semplicemente avvicinarsi ad essi, nel primo caso si parla di curva di *interpolazione*, nel secondo di curva di *approssimazione*.

Gli algoritmi di ottimizzazione utilizzati nella presente tesi manipolano le funzioni angoli articolari in forma spline. Questa caratteristica rende particolarmente semplice la modifica e la generazione delle curve poiché la continuità e derivabilità delle stesse risulta assicurata.

Vengono analizzate nei dettagli le spline cubiche, le curve di Bezier e le curve B-spline.

## 4.1 Curve di interpolazione

### 4.1.1 Le spline cubiche interpolanti

Le spline cubiche interpolanti sono usate molto spesso poiché i polinomi di grado inferiore consentono poca flessibilità nel controllare la forma della curva, mentre quelli di grado superiore richiedono tempi computazionali più lunghi. Sinteticamente potremmo dire che, dati  $m$  punti da interpolare  $P_i = (x_i, y_i)$  ( $i = 0, 1, \dots, m$ ), le spline cubiche sono funzioni che hanno le seguenti caratteristiche:

- $y(x_i) = y_i$  ( $i = 0, 1, \dots, m$ )
- $\dot{y}(x)$  e  $\ddot{y}(x)$  sono continue nei nodi  $x_i$  ( $i = 0, 1, \dots, m$ );
- $y(x)$  è un polinomio di grado 3 in ciascun intervallo  $[x_{i-1}, x_i]$  ( $i = 0, 1, \dots, m$ );

Un esempio di spline cubica è rappresentato in figura 4.1.



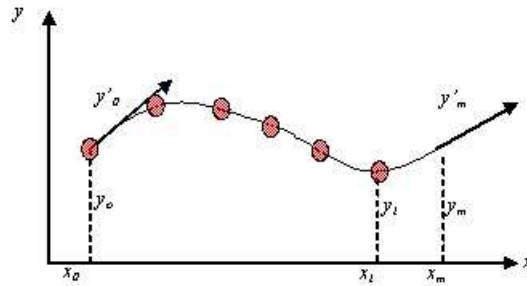


Figura 4.1: Esempio di spline cubica. I punti evidenziati rappresentano i punti di controllo della spline.

Quando sono richieste condizioni sulla continuità delle derivate di ordine più elevato, occorre utilizzare spline di grado più alto di quelle cubiche. Vi possono essere, nell'uso delle spline cubiche, problemi di oscillazione soprattutto laddove più di due punti da interpolare formano un segmento rettilineo (fig. 4.2).

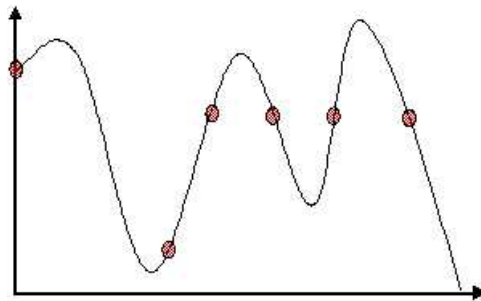


Figura 4.2: Problema dell'oscillazione nel caso di punti di controllo allineati

## 4.2 Curve di approssimazione

### 4.2.1 Curve di Bezier

I coefficienti polinomiali delle spline naturali dipendono da tutti gli  $m$  punti di controllo; quindi per determinarli si rende necessario invertire una matrice  $m+1 \times m+1$  che definisce i parametri caratteristici della spline. Ciò introduce

lo svantaggio che il movimento di un solo punto di controllo influenza tutta la curva.

Una delle più famose tecniche di interpolazione risalente agli inizi degli anni '60 è quella scoperta da P. Bezier. La curva ottenuta con questa tecnica non deve necessariamente passare da tutti i punti ma cerca di avvicinarsi ad essi.

La teoria che sta alla base della tecnica di Bezier si basa sui polinomi di Bernstein. Le curve di Bezier sono oggi i fondamenti dei sistemi CAD/CAM e sono impiegate per la realizzazione di nuovi metodi che descrivano le curve e le superfici. La tecnica di Bezier può controllare la forma delle curve in maniera predicibile cambiando solamente alcuni punti di controllo.

Una curva di Bezier può essere definita da alcuni punti di controllo chiamati punti di Bezier o semplicemente vertici. In questo modo si traccia una curva che approssima i punti dati.

Per esempio, la curva di Bezier cubica (approssimante quattro punti), è determinata da due punti di controllo alle estremità  $x_0$  e  $x_3$ , e da due punti di controllo  $x_1$  e  $x_2$  che non stanno sulla curva (4.3).

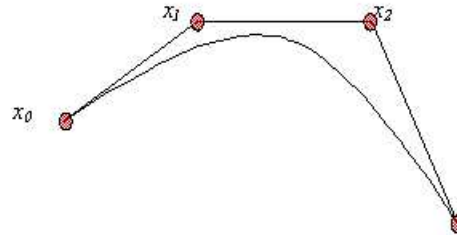


Figura 4.3: Curva di Bezier cubica. Punti di controllo e spezzata di controllo di Bezier

Definita l'ascissa curvilinea  $u$ , una curva di Bezier di grado  $n$  è determinata pertanto da un set di punti  $x_i$  ( $i = 0, 1, \dots, m$ ); questi danno forma alla spezzata di controllo di Bezier. Dalla combinazione lineare tra i polinomi di Bernstein e i vertici della spezzata di controllo si ottiene la curva di Bezier di grado  $n$ :

$$f(u) = \sum_{i=0}^n x_i \cdot B_{n,i}(u) \quad (0 \leq u \leq 1) \quad (4.1)$$

dove  $B_{n,i}(u)$  è la funzione di Bernstein:

$$B_{n,i}(u) = C(n, i)u^i(1 - u)^{n-1} \quad (4.2)$$

con

$$C(n, i) = \frac{n!}{i!(n - i)!} \quad (4.3)$$

È chiaro che  $B_{n,i}(u)$  è un polinomio di grado  $n$ .

### 4.2.2 B-spline

Nell'implementare la curva di Bezier si nota che quando un solo vertice viene spostato, bisogna calcolare di nuovo l'intera curva. L'uso delle curve B-spline permette di superare tale inconveniente. Le B-spline sono state proposte da I.J. Schoenberg nel '46.

Grazie ad approfonditi studi fatti da molti matematici, le B-spline godono di importanti proprietà geometriche, ed oggi sono uno strumento fondamentale per Computer-Aided Geometric Design (CAGD).

Le B-spline sono una famiglia di curve più ampia di quella delle curve di Bezier. In una B-spline infatti ogni punto di controllo è associato ad una *funzione base*

$$\mathbf{P}(t) = \sum_{i=1}^{n+1} N_{i,k}(t)\mathbf{P}_i \quad t_{\min} \leq t < t_{\max} \quad (4.4)$$

Ci sono  $n + 1$  punti di controllo  $\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2, \dots, \mathbf{P}_{n+1}$ .

Le  $N_{i,k}$  funzioni base sono di ordine  $k$  (grado  $k - 1$ ).  $k$  deve essere almeno di ordine 2 (lineare) e non può essere maggiore di  $n + 1$  (numero dei punti di controllo). È importante notare che nel caso delle B-spline l'ordine della curva (lineare, quadratica, cubica,...) non è dipendente dal numero dei punti di controllo, come accade invece per le curve di Bezier.

L'equazione 4.4 definisce una funzione continua a tratti. È necessario specificare un *vettore di nodi*  $(t_1, t_2, \dots, t_{k+(n+1)})$ . Questo determina i valori di  $t$  in cui i segmenti di curva si congiungono, come nodi che legano pezzi di stringhe. Per i valori nodali è necessario imporre la condizione:

$$t_i \leq t_{i+1}, \forall i \quad (4.5)$$

$N_{i,k}$  dipende solo dal valore di  $k$  e dai valori nel vettore dei nodi.  $N$  è definito ricorsivamente come segue:

$$\begin{aligned}
 N_{i,1}(t) &= \begin{cases} 1, & t_i \leq t < t_{i+1} \\ 0, & \text{altrimenti} \end{cases} \\
 N_{i,k}(t) &= \frac{t - t_i}{t_{i+k-1} - t_i} N_{i,k-1}(t) + \frac{t_{i+k} - t}{t_{i+k} - t_{i+1}} N_{i+1,k-1}(t) \quad (4.6)
 \end{aligned}$$

Questa non è che una variazione dell'idea di prendere interpolazioni lineari di interpolazioni lineari... ecc.

Si osservi che ogni  $N_{i,k}(t)$  dipende solamente dal  $k+1$ esimo valore nodale nell'intervallo  $[t_i, t_{i+k}]$ .  $N_{i,k}(t)$  è nullo esternamente a tale intervallo, ovvero

$$N_{i,k}(t) = 0 \text{ per } t < t_i \text{ o } t \geq t_{i+k} \quad (4.7)$$

Il punto di controllo  $\mathbf{P}_i$  quindi influenza la curva solo nell'intervallo  $t_i \leq t < t_{i+1}$ .

Formalmente  $\mathbf{P}(t)$  è un polinomio di ordine  $k$  (grado  $k-1$ ) su ogni intervallo  $t_i \leq t < t_{i+1}$ .

Sui punti nodali  $\mathbf{P}(t)$  è  $C^{k-2}$  continuo.  $\mathbf{P}(t)$  è ovviamente continuo con tutte le sue derivate tra un nodo ed il suo successivo. La validità di  $\mathbf{P}(t)$  è definita per  $t_{\min} \leq t < t_{\max}$  dove  $t_{\min} = t_k$  e  $t_{\max} = t_{n+2}$ . E' possibile trovare maggiori informazioni circa le proprietà delle B-splines in [Rog1990].

### 4.2.3 Il vettore dei nodi

La spiegazione appena data mostra l'importanza del vettore dei nodi. Esso può essere per definizione una qualsiasi sequenza in cui ogni punto ha un valore maggiore o uguale del precedente. alcuni vettori dei nodi sono più utili di altri. I vettori dei nodi sono generalmente suddivisi in tre categorie:

- uniformi
- uniformi aperti
- non uniformi

#### Vettore dei nodi uniforme

Nel vettore dei nodi uniforme vale la seguente:

$$t_{i+1} - t_i = \text{costante}, \forall i \quad (4.8)$$

Immaginiamo ad esempio di avere un vettore dei nodi in cui vale che  $t_i = i$  (cosa permessa perchè lo scalamento o la traslazione del vettore dei nodi non ha nessun effetto sulla forma delle  $N_{i,k}$  funzioni base).

Il vettore dei nodi in questo caso diventa  $[1, 2, 3, \dots, k + (n + 1)]$  e l'equazione 4.6 si semplifica come segue:

$$\begin{aligned} N_{i,1}(t) &= \begin{cases} 1, & i \leq t < i + 1 \\ 0, & \text{altrimenti} \end{cases} \\ N_{i,k}(t) &= \frac{t - i}{k - 1} N_{i,k-1}(t) + \frac{i + k - t}{k - 1} N_{i+1,k-1}(t) \end{aligned} \quad (4.9)$$

Se si prova a graficare le prime funzioni si nota come per un ordine  $k$  dato le funzioni base non sono altro che versioni traslate una dell'altra.

Con un vettore dei nodi uniforme è possibile alterare la forma della curva modificando vari elementi:

- *punti di controllo* muovere i punti di controllo cambia ovviamente la forma della curva
- *punti di controllo multipli* attaccando due punti di controllo adiacenti posizionandoli 'uno sull'altro' ha l'effetto di far passare la curva più vicina a quel dato punto. Se si attacca un numero sufficiente di punti di controllo è possibile far passare la curva per quel punto
- *ordine* aumentando l'ordine  $k$  della curva aumenta la continuità della curva in corrispondenza dei nodi e aumenta la 'smoothness' della curva.
- *unione degli estremi* è possibile unire gli estremi della curva per fare una curva chiusa.

### Vettore dei nodi uniforme aperto

Nel vettore dei nodi uniforme aperto ci sono  $k$  nodi dello stesso valore ad ogni estremo della sequenza, ovvero:

$$\begin{aligned} t_i &= t_1, & i &\leq k \\ t_{i+1} - t_i &= \text{costante}, & k &\leq i < n + 2 \\ t_i &= t_{k+(n+1)}, & i &\geq n + 2 \end{aligned} \quad (4.10)$$

Tale vettore dei nodi è utile quando si desidera che la curva passi per il primo e l'ultimo dei punti di controllo. Per ottenere questo risultato è

sufficiente avere  $k$  valori nodali uguali all'inizio e  $k$  valori nodali uguali alla fine del vettore dei nodi.

Ad esempio supponendo di avere una B-spline di ordine  $k$  con  $n+1=k$  punti di controllo, per  $k=3$  il vettore dei nodi può essere  $[0,0,0,1,1,1]$ .

### Vettore dei nodi non uniforme

Il vettore dei nodi non uniforme è il caso più generale di vettore dei nodi, in cui vale la relazione  $t_i \leq t_{i+1}, \forall i$ .

Le forme delle  $N_{i,k}$  funzioni base sono determinate interamente dalla distanza relativa tra i nodi. Operazioni di scalamento ( $t'_i = \alpha t_i, \forall i$ ) o traslazione ( $t'_i = t_i + \Delta t, \forall i$ ) del vettore dei nodi non sortiscono alcun effetto sulla forma delle  $N_{i,k}$  funzioni base.

I casi in cui può essere interessante utilizzare sono i seguenti:

1. nodi multipli (ovvero nodi adiacenti uguali)
2. nodi adiacenti più vicini del nodo successivo nel vettore dei nodi
3. nodi adiacenti più lontani del nodo successivo nel vettore dei nodi

Un nodo multiplo riduce il gradi di continuità a quel valore nodale. tra un nodo e l'altro la curva è continua con ordine  $C^{k-2}$ . Ogni nodo aggiuntivo con lo stesso valore riduce il grado di continuità di uno. Con  $k-1$  nodi uguali si ha una discontinuità.

Se due valori nodali si avvicinano la curva si avvicina al punto di controllo relativo a quei valori nodali.

Nel caso del modello JAGO, descritto nel capitolo 7 le B-spline sono utilizzate all'interno dell'algoritmo di ottimizzazione come codifica dell'andamento degli angoli articolari. Il vettore dei nodi è uniforme aperto e fissato, e tutte le manipolazioni riguardano solo i valori dei punti di controllo.

# Capitolo 5

## LO SQUAT

### 5.1 Che cos'è lo squat

Secondo la definizione data in [Fla2003] *lo squat consiste nell'abbassare il centro di massa flettendo le giunture dell'anca e delle ginocchia e dorsiflettendo le giunture alle caviglie*. Secondo [Esc2001] *lo squat comincia con il soggetto in posizione eretta e con le giunture di ginocchia ed anca completamente estese. L'individuo poi si accovaccia verso il basso con un movimento continuo sino alla profondità desiderata, dopodichè risale con un movimento continuo sino a tornare alla posizione eretta*.

Tale movimento può essere effettuato con metodi e per fini differenti. Possiamo distinguere:

**squat naturale** con le braccia di fronte al corpo (fig 5.1), gambe pari e piedi paralleli, il primo movimento del soggetto è una piccola flessione della giuntura all'anca, in seguito si eseguono simultaneamente un piegamento delle ginocchia e una leggera inclinazione del tronco in avanti, per permettere il mantenimento dell'equilibrio. Si scende sino alla profondità desiderata, poi si torna nella posizione eretta facendo particolare attenzione a mantenere il busto eretto.

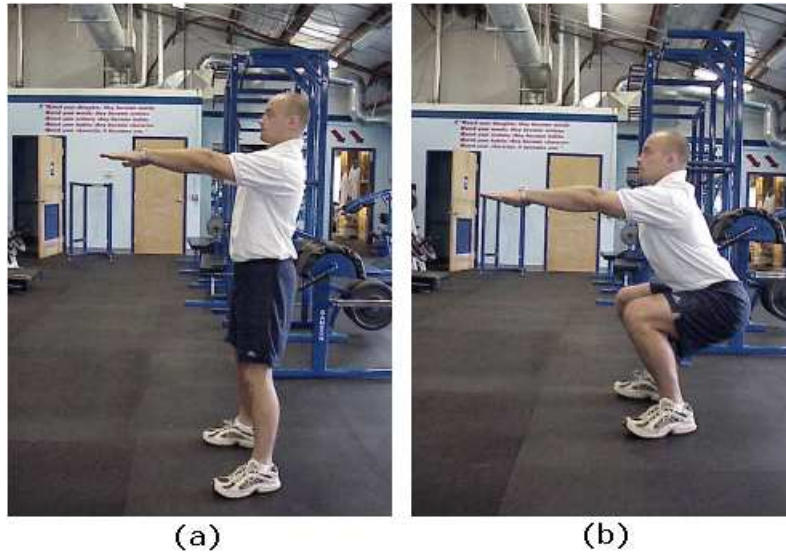


Figura 5.1: Esempio di squat naturale: (a)posizione di partenza, (b)posizione di massima flessione. Immagini dal sito <http://www.bodybuilding.com/>

**squat con il bilanciere** Si parte dalla posizione eretta con le gambe pari, i piedi paralleli. Il bilanciere è posto sulle spalle, impugnato con le mani, i gomiti verso il basso (fig. 5.2). Il dorso è eretto. Si effettua un piegamento al ginocchio sino all'angolo dato lasciando piegare l'anca per permettere al tronco di rimanere eretto durante il movimento, poi si torna alla posizione eretta.



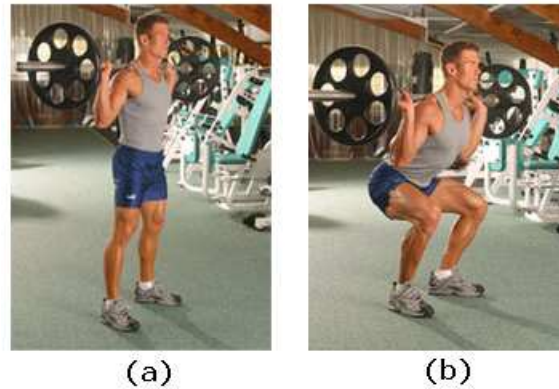


Figura 5.2: Esempio di squat con bilanciere: (a)posizione di partenza, (b)posizione di massima flessione. Immagini dal sito <http://www.bodybuilding.com/>

**machine squat** è una flessione delle ginocchia analoga a quella dello squat naturale eseguita con l'ausilio di macchine create ad hoc per lo sviluppo di alcune fasce muscolari specifiche oppure per la riabilitazione [Esc2001]. In figura sono riportati alcuni esempi di macchine per lo squat (fig 5.3 e 5.4).



Figura 5.3: Esempio di squat con la Lying Machine Squat. Immagini dal sito <http://www.bodybuilding.com/>

## 5.2 Modalità di esecuzione

Lo squat può essere eseguito in diverse modalità [Esc2001], a seconda dell'angolo di flessione del ginocchio. Si distinguono:



Figura 5.4: Esempio di squat con la Smith Machine Squat. Immagini dal sito <http://www.bodybuilding.com/>

- **Mezzo squat**, il gesto viene eseguito sino a che le cosce sono parallele al terreno, con un angolo al ginocchio di circa 100 gradi (calcolato sui tessuti esterni).
- **Mezzo squat profondo**, come il mezzo squat, ma l'angolo al ginocchio è di 90 gradi, calcolato sulla flessione effettiva del femore rispetto alla fibula.
- **Squat profondo**, il gesto viene eseguito flettendo il ginocchio sino a che le cosce e i polpacci entrano in contatto.

### 5.3 Squat e riabilitazione

Secondo quanto esposto dalla National Strength and Conditioning Association [NSCA1991] lo squat, se eseguito in maniera corretta e con una supervisione adeguata, non solo non è dannoso, ma può essere un buona maniera per prevenire danni al ginocchio. Nel lavoro di [Man94] si dimostra come l'utilizzo dei muscoli ischiocrurali nello squat profondo giochi un ruolo importante nella protezione del legamento crociato. Tale esercizio infatti sviluppa la muscolatura dell'anca, del ginocchio e della caviglia, in particolare dei quadricipiti, dei muscoli ischiocrurali e del gastrocnemio.

In genere i danni provocati a seguito di una esecuzione continuata dello squat possono essere attribuiti non all'esercizio di per sè, ma ad una tecnica di esecuzione errata, anomalità strutturali preesistenti, fatica o allenamento eccessivo.

Nel lavoro di [Esc2001] viene mostrato come il mezzo squat, con un range articolare tra 0 e 90 gradi di flessione del ginocchio, possa essere considerato appropriato per molti pazienti con il ginocchio in riabilitazione. Per gli atleti in buona salute, il mezzo squat profondo è raccomandato rispetto allo squat profondo, poichè i potenziali danni al menisco e al legamento crociato possono aumentare con lo squat profondo. Tale tesi è supportata anche da [Cha1991] secondo il quale il mezzo squat è da preferirsi rispetto allo squat profondo per l'allenamento degli atleti o nel caso di riabilitazione dei pazienti.

Lo squat quindi può essere considerato una componente importante in un programma di allenamento per migliorare l'abilità di estendere ginocchia e anca in maniera forzata, può migliorare le performance atletiche in molti sport e può essere d'aiuto in molti casi di riabilitazione del ginocchio [Hen1985, Ohk1991, Shel90, Yac93].

## 5.4 Lo squat in biomeccanica

Lo squat è un esercizio le cui caratteristiche biomeccaniche sono state analizzate da alcuni autori come [Esc1998, Esc2001, Fla2003].

In particolare è stato possibile ricavare alcuni dati di interesse in [Fla2003]. In questo lavoro vengono fornite le traiettorie angolari medie di caviglia, ginocchio ed anca di 20 soggetti anziani (70-85 anni) relative all'esecuzione di un esercizio di squat naturale.

Nella figura seguente 5.5 sono mostrate le traiettorie angolari medie (più marcate) con di caviglia, ginocchio ed anca, rilevate da [Fla2003]. Relativamente ad ogni traiettoria è stato inoltre messo in evidenza il picco (linea rossa) e l'intervallo in cui si può verificare questo picco (delimitato dalle linee blu).

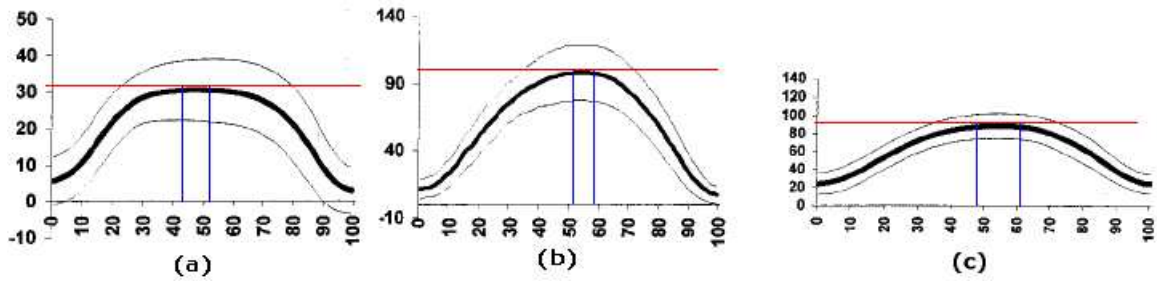


Figura 5.5: Traiettorie dell'angolo (a) alla caviglia, (b) al ginocchio, (c) all'anca. In rosso sono riportate le rette che indicano il picco dell'angolo. In blu sono riportate le rette che individuano l'intervallo temporale in cui è possibile che si verifichi il picco.

Da un'analisi statistica delle traiettorie angolari (fig. 5.5, durata del gesto normalizzata al 100% del ciclo del movimento) risulta che il picco della caviglia (ovvero la massima flessione dell'angolo alla caviglia) è di circa 33 gradi, il picco al ginocchio di circa 100 gradi e quello all'anca di circa 90 gradi.

Nell'istogramma 5.6 sono riportati tali valori con le relative deviazioni standard.

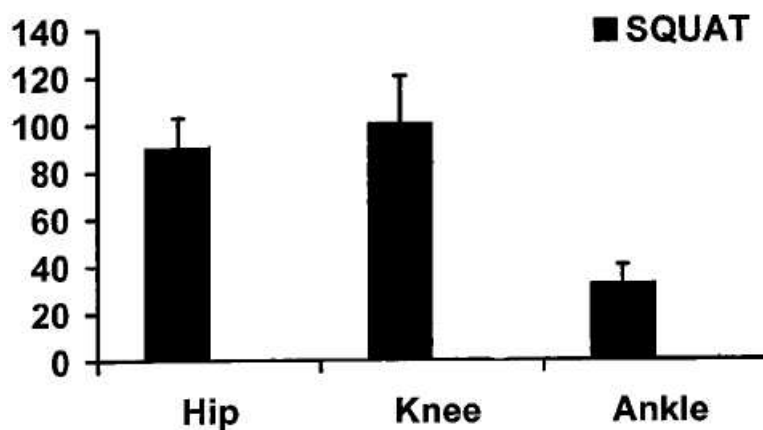


Figura 5.6: Picchi relativi alle traiettorie angolari di caviglia ginocchio e anca

Da una ulteriore analisi condotta sull'intervallo di tempo in cui è possibile che si verifichi il picco (intervalli in blu in fig.5.5) risulta che :

- per l'angolo alla caviglia il picco può verificarsi nell'intervallo [43%,52%] della durata del gesto.
- per l'angolo al ginocchio il picco può verificarsi nell'intervallo [51%,59%] della durata del gesto.
- per l'angolo all'anca il picco può verificarsi nell'intervallo [48%,61%] della durata del gesto.

E' possibile rilevare che, nello studio condotto, il valore di picco dell'angolo viene raggiunto (nell'ordine) prima dalla caviglia, poi dall'anca e in seguito dal ginocchio.

Nei capitoli seguenti vedremo come tali dati possano essere rilevanti per un corretto funzionamento dell'algoritmo di ottimizzazione applicato al modello JAGO, descritto nel capitolo 7.

## 5.5 La scelta dello squat

Il gesto scelto negli studi precedenti [Pap2000, Pol2001] per validare il modello che verrà presentato nel capitolo 7 è quello dell'alzarsi da una sedia (sit to stand, STS).

Tale scelta è stata motivata sostenendo che, quando si vuole effettuare una valutazione quantitativa dell'abilità di eseguire un atto locomotorio, tale compito deve essere particolarmente sensibile allo stato funzionale dell'individuo che lo esegue. Di conseguenza, il gesto eseguito deve essere impegnativo da un punto di vista biomeccanico, ossia richiedere una significativa forza muscolare e ampi range di movimento articolare, così come comportare una perturbazione dell'equilibrio. Inoltre, esso non deve essere influenzato dalla motivazione del soggetto che lo esegue né dall'apprendimento, e deve risultare ragionevolmente esente da rischi [Pol2001].

Il gesto dello squat, descritto nel dettaglio nel capitolo 5, risponde a tali requisiti. Esso infatti è impegnativo da un punto di vista biomeccanico [Esc2001], comporta una perturbazione dell'equilibrio (cf. paragrafo 5.1). E' esente da rischi se eseguito in maniera corretta [NSCA1991] ed è facile da apprendere perchè molto simile all'ADL del chinarsi. Studi condotti a riguardo hanno dimostrato che soggetti anziani hanno appreso tale gesto senza problemi [Fla2003].

Inoltre lo squat è utilizzato dalla NeuroCom International, azienda specializzata nello sviluppo di sistemi computerizzati per la valutazione e la riabilitazione di pazienti con problemi di mobilità e equilibrio, per tutti i suoi test, come esposto in [Nuro2003].

Un problema riscontrato nel STS, rilevato nei lavori precedenti su JAGO [Pap2000, Pol2001] è che l'applicazione del modello JAGO al gesto del STS non è immediata. Quando infatti il soggetto è ancora in contatto con il sedile scambia forze sia con esso sia con il terreno e l'utilizzo di una sola piattaforma di forza non permette di misurare separatamente entrambe queste sollecitazioni. Il modello JAGO risulta, quindi, applicabile all'intera durata del STS solo se si misura quest'ulteriore RV e la si applica al modello come forza esterna, oppure modellando opportunamente la reazione del sedile. Tuttavia un utilizzo minimale delle strumentazioni, ed in particolare delle piattaforme di forza, è uno degli elementi caratteristici del modello JAGO. Non sembra quindi opportuno utilizzarne più di una per modellare correttamente il STS.

Ai fini del presente lavoro è quindi stato scelto il gesto dello squat per validare il modello.

## Capitolo 6

# STEREOFOTOGRAMMETRIA

Uno dei problemi rilevanti in biomeccanica è l'analisi del movimento umano. Col tempo sono state studiate diverse tecniche per affrontare tale problematica, e tra queste trova facilmente posto la stereofotogrammetria. Questa è una tecnica che nasce a fine '800 grazie a Braune e Fischer e con l'avvento dei calcolatori elettronici compie enormi passi avanti. L'obiettivo della stereofotogrammetria è ricostruire dei punti osservati attraverso immagini video, fotografie o radiografie. Nell'analisi stereofotogrammetrica il ruolo principale è stato assunto dai sistemi opto-elettronici. Tali sistemi sono facilmente categorizzabili in 2 gruppi: quelli a marker attivi e quelli a marker passivi. Nel primo caso abbiamo dei markers costituiti da LEDs di potenza, che devono essere opportunamente alimentati, e permettono di comunicare alle telecamere la loro posizione. Proprio l'inconveniente derivante dal bisogno di alimentazione porta a prendere in considerazione la seconda categoria di sistemi opto-elettronici, cioè quelli a marker passivi. In questo caso le telecamere raccolgono il riflesso dei markers (semplici sfere, di alcuni mm di diametro e costituite di un materiale altamente riflettente) in seguito all'emissione di raggi luminosi o infrarossi da parte di alcuni LEDs posti sull'obiettivo delle telecamere stesse. Lo sviluppo di nuove tecnologie hardware e software hanno consentito l'evoluzione di sistemi opto-elettronici capaci di lavorare in linea ovvero in grado di elaborare direttamente i dati e di inviare all'elaboratore le coordinate del centro dell'area luminosa identificata.

## 6.1 Ricostruzione delle coordinate di un punto

Si definiscano due sistemi di riferimento:

- I: il sistema di riferimento immagine, solidale col piano immagine
- L: il sistema di riferimento del laboratorio

Si vuole ora ricostruire le coordinate spaziale di un punto P nel sistema di riferimento L a partire dalle coordinate del punto nel sistema di riferimento di immagine. Si denoti con C il centro di prospettiva, e con C' la sua proiezione sul piano immagine  $(x_c, y_c, 0)$ . La distanza tra i punti C' e c è detta distanza principale (d) ed è una caratteristica propria della telecamera presa in considerazione.

La relazione che permette la ricostruzione del punto è la seguente:

$${}^L\mathbf{x}_P - {}^L\mathbf{x}_C = \lambda \cdot {}^L\mathbf{R}_I \cdot ({}^I\mathbf{x}_{P_I} - {}^I\mathbf{x}_C) \quad (6.1)$$

dove:

- ${}^L\mathbf{x}_P$  è la matrice che rappresenta le coordinate del vettore posizione del punto P nel sistema di riferimento di laboratorio L.
- ${}^I\mathbf{x}_P$  è la matrice delle coordinate del vettore posizione nel sistema di riferimento di immagine I
- ${}^L\mathbf{x}_C$  è la matrice delle coordinate di C (centro di prospettiva) nel sistema di riferimento di laboratorio L
- ${}^I\mathbf{x}_C$  è la matrice delle coordinate del vettore posizione del centro di prospettiva C nel sistema di riferimento di immagine I
- $\lambda$  è un fattore di scala
- ${}^L\mathbf{R}_I$  è la matrice di trasformazione che porta dal sistema di riferimento di laboratorio L al sistema di riferimento di immagine I

Quindi si può notare che  ${}^L\mathbf{x}_C$  e  ${}^L\mathbf{R}_I$  individuano la posizione e l'orientamento del sistema di riferimento di immagine in quello di laboratorio.



Si ottiene quindi un sistema di 3 equazioni in 4 incognite. E' quindi necessario avere delle equazioni aggiuntive ottenibili dall'uso di un'altra telecamera. In questo modo si avranno 6 equazioni e cinque incognite (telecamere diverse presentano un  $\lambda$  diverso). Tale ridondanza di informazioni è utilizzabile per ottimizzare la procedura con l'aggiunta di alcune rifiniture atte a minimizzare il rumore presente sui dati di ingresso.

Quindi attraverso varie sostituzioni si discende alla Trasformazione Lineare Diretta (DLT: Direct Linear Trasormation - Abdel-Aziz and Karara 1971 [AeK02])

$$\begin{aligned} (K_{11} \cdot x_P + K_{12} \cdot y_P + K_{13} \cdot z_P + K_1) - x_P \cdot (K_{31} \cdot x_P + K_{32} \cdot y_P + K_{33} \cdot z_P + 1) &= 0 \\ (K_{21} \cdot x_P + K_{22} \cdot y_P + K_{23} \cdot z_P + K_2) - y_P \cdot (K_{31} \cdot x_P + K_{32} \cdot y_P + K_{33} \cdot z_P + 1) &= 0 \end{aligned} \quad (6.2)$$

dove i coefficienti  $K_{ij}$  e  $K_k$  i sono gli undici parametri da determinare e sono in funzione dei parametri interni ed esterni (parametri interni sono quelli definiti nel sistema di riferimento dell'immagine, mentre quelli esterni sono definiti nel sistema di riferimento di laboratorio). Se si estende lo studio al caso generale in cui si possono avere più telecamere si avrà un'equazione del tipo:

$$\mathbf{A} \cdot {}^L\mathbf{x}_P = \mathbf{b} \quad (6.3)$$

risolvendo l'equazione ai minimi quadrati si otterrà:

$${}^L\mathbf{x}_P = (\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{A}^T \mathbf{b} \quad (6.4)$$

## 6.2 Calibrazione delle telecamere

Un sistema come quello stereofotogrammetrico, dovendo produrre misure molto accurate, necessità di essere calibrato e tale operazione ha un'importanza cruciale per la buona riuscita degli esperimenti. Calibrare uno strumento significa determinare quei parametri incogniti e costanti, che pongono la scala dello strumento in corrispondenza della grandezza da misurare. Nel caso della stereofotogrammetria la calibrazione consiste nella determinazione, a partire dai 6 parametri esterni per ogni telecamera e dai 6 parametri interni, degli 11 coefficienti  $K_{ij}$  ( $i, j = 1..3$ ) e  $K_k$  ( $k = 1,2$ ) caratteristici della DLT. In genere i parametri della DLT vengono stimati attraverso una

minimizzazione ai minimi quadrati osservando almeno 6 punti noti. Woltring nel 1992 ha ricavato una relazione tra i parametri interni di una telecamera e la DLT.

Essendo le telecamere non ideali le misure stereofotogrammetriche sono affette da diversi errori che possiamo classificare in errori sistematici ed errori casuali. Gli errori sistematici sono quelli maggiormente associati alla calibrazione, che ovviamente non potrà mai essere perfetta, in quanto le non linearità considerate e i modelli assunti per la distorsione delle lenti non saranno esattamente quelli reali. Gli errori casuali invece dipendono dalla quantizzazione inerente al processo di digitalizzazione che permette di trasformare le coordinate del punto immagine nel loro valore numerico. Altri errori casuali possono essere attribuiti all'elaborazione dell'immagine dei markers. La speranza di correggere gli errori casuali risiede nella possibilità che le fonti d'errore siano così numerose da poter essere trattate come processi gaussiani che sono facilmente maneggiabili. La riduzione degli errori sistematici può essere affrontata eseguendo con estrema accuratezza la calibrazione del sistema, seguendo una procedura costituita da 2 passi. Il primo consiste nella calibrazione 2-D delle telecamere, in modo tale da ricavare i parametri interni, mentre il secondo prevede l'effettiva calibrazione 3-D per la ricostruzione delle posizioni dei marker nel riferimento di laboratorio. Nel caso dell'algoritmo DLT è necessario, per effettuare la calibrazione, disporre di un oggetto rigido con dei punti di controllo in posizioni note, di grandezza pari o quasi al volume di misura. Questa procedura risulta essere molto onerosa, quindi alcuni autori ( Ball e Pierrynosky [Bal98]) hanno riveduto il DLT consentendo di effettuare la calibrazione con un oggetto più piccolo che si muove all'interno del volume di misura (calibrazione dinamica). Di recente è stato proposto per la calibrazione dinamica (Borghese et al, 2001) l'uso di un'asta su cui vengono montati in posizioni note dei marker che viene fatta spaziare lungo tutto il volume di misura (figura 6.1).



Figura 6.1: Esempio di calibrazione dinamica in un laboratorio stereofotogrammetrico.  
Nella foto si vede la bacchetta di calibrazione con i marker illuminati.

### 6.3 Accuratezza e precisione

L'attuale livello di accuratezza e precisione dei sistemi stereofotogrammetrici dipende da un elevato numero di fattori. Innanzitutto dalle caratteristiche e dalla qualità dei sistemi stessi, in secondo luogo dai parametri specifici del set-up di laboratorio, come ad esempio il numero di telecamere, la loro posizione, l'oggetto di calibrazione e la stessa procedura di calibrazione. Al fine di valutare le prestazioni dei sistemi di misura sono stati condotti diversi studi utilizzando test specifici [DeL93, Rich1999]. Nel lavoro proposto da [Rich1999] è stato effettuato un confronto fra i diversi sistemi opto-elettronici presenti in commercio. Per tale confronto è stata utilizzata un'asta rigida su cui sono stati posizionati due marker a distanza nota (500mm). L'asta è stata fatta muovere all'interno del volume di misura e istante per istante è stata calcolata la distanza fra i due marker. Alla distanza media misurata è stata sottratta la misura vera di 500 mm per produrre un errore assoluto medio associato ad ogni sistema. In aggiunta è stato calcolato il massimo errore assoluto commesso nel calcolo della distanza fra i due marker. Il rumore associato alle misure è stato caratterizzato calcolando l'errore quadratico medio tra la distanza media e la distanza misurata per ogni istante della prova. Riportiamo i risultati ottenuti per l'esperimento sopra descritto:

Sistema	Lunghezza del volume [m]	Distanza media [mm]	RMSe [mm]	Errore massimo [mm]
<i>Ariel</i>	1.73	498.82	4.27	16.66
<i>CODA</i>	3.10	501.12	4.87	15.15
<i>Elite</i>	2.00	501.33	1.73	5.84
<i>Motion</i>	4.00	497.96	0.59	1.83
<i>Peak</i>	4.60	499.42	0.91	2.59
<i>Qualisys</i>	2.50	499.06	0.80	1.98
<i>Vicon 370</i>	2.00	499.53	0.62	1.83

Figura 6.2: Distanza misurata fra due marker sferici posizionati alla distanza di 500mm

# Capitolo 7

## IL MODELLO JAGO

### 7.1 Che cos'è JAGO?

Nel contesto della valutazione funzionale, la conoscenza della cinematica articolare risulta essere di fondamentale importanza. Questo tipo di informazione non è ottenibile dalla soluzione del problema dinamico diretto poiché non sono note le sollecitazioni interne (di origine muscolo-tendineo-ligamentose). Dunque essa deve essere acquisita attraverso l'osservazione sperimentale. Tale approccio è, tuttavia, di difficile applicazione in ambito clinico. Al contrario, la misura delle forze esterne e in particolare di quelle che descrivono l'interazione del soggetto con la base di supporto, cioè le reazioni vincolari (RV), potrebbe essere facilmente eseguita su ogni soggetto anche in ambito clinico. Sorge perciò la domanda se le traiettorie dei segmenti articolari e le coppie intersegmentali possano essere stimate dalla sola misura delle RV, applicando un algoritmo d'ottimizzazione basato su una funzione obiettivo appropriata. Queste considerazioni sono state la base per lo sviluppo di un modello MIMM che fornisca informazioni utili per la valutazione funzionale locale, più precisamente a livello delle articolazioni. Questo MIMM è stato chiamato JAGO, acronimo di Joint Angles Generation using Optimization. La parola 'Angles' è utilizzata con riferimento ad una rappresentazione minimale dell'orientamento. Il vocabolo 'Generation' evidenzia che il modello JAGO 'genera', tramite un procedimento di stima, informazioni non contenute nei dati d'ingresso. Infine la parola 'Optimization' indica che come procedimento di stima viene usato un'algoritmo di ottimizzazione basato su

una funzione obiettivo disegnata ad-hoc. Al fine di avere una corretta definizione di JAGO, si analizzeranno nel dettaglio il modello fisico e matematico utilizzati al suo interno e l'algoritmo di ottimizzazione che è alla base del suo funzionamento.

## 7.2 Il modello Fisico

### 7.2.1 Considerazioni generali nella scelta del modello

La costruzione di un modello si basa su due tipi di informazione: conoscenza del sistema che deve essere modellato e dati sperimentali che costituiscono l'input e/o l'output del sistema. Un importante aspetto dello sviluppo di un modello è decidere cosa si può trascurare e cosa deve essere incluso. Sembra ovvio che tutti gli aspetti importanti debbano essere inclusi e tutti gli aspetti non importanti debbano essere esclusi. Tuttavia, non è facile tentare di elencare una serie di regole e di linee guida da seguire. Lo sviluppo di un modello e la scelta di includere o escludere certi aspetti sembra essere più un'arte che una scienza. I modelli sono usati per studiare situazioni teoriche (simulazioni) o reali. In entrambi i casi è possibile individuare due scopi precisi per il loro utilizzo

1. aumentare la conoscenza della 'vera' natura del sistema d'interesse
2. stimare o prevedere l'andamento di variabili d'interesse

I due scopi del modello sembrano essere chiari, tuttavia si possono fare i seguenti due commenti:

- Lo scopo 1) suggerisce che i risultati e le conclusioni ottenuti da un modello possono essere usati per migliorare la conoscenza di una situazione complessa. Tuttavia il fatto che la conoscenza sia un prerequisito per lo sviluppo di un modello, ma sia anche lo scopo dell'uso di un modello, sembra contraddittorio. Per essere più specifici, possiamo affermare che un modello permette di accrescere la conoscenza delle relazioni tra le variabili importanti per la situazione descritta dal modello, e può indicare come tali relazioni sono governate
- Si potrebbe pensare che un modello è buono se i risultati sono accurati. Si può invece affermare che è possibile calcolare o stimare variabili di

interesse sufficientemente accurate usando un modello che si discosta in maniera significativa dalla realtà, e che i criteri di qualità per un modello dipendono dallo scopo del modello

### 7.2.2 Il modello usato

Sulla base delle considerazioni fatte nel precedente paragrafo, il modello scelto dovrebbe avere, in generale, la struttura più semplice possibile relativamente al problema che si sta studiando, al fine di non introdurre complicazioni che di fatto non modificano il risultato. Un semplice approccio, per determinare l'andamento delle traiettorie articolari e delle forze interarticolari di un individuo mentre compie un gesto motorio, è utilizzare la dinamica dei corpi rigidi, non considerando i muscoli coinvolti nel movimento.

Nella presente analisi, pertanto, il corpo è modellato come un sistema di tre segmenti rigidi: la gamba, la coscia e l'HAT (Head, Arm, Trunk, ovvero tutta la parte superiore del corpo, costituita da testa, braccia e tronco). Si suppone che il moto di ognuno di questi segmenti sia rappresentativo di quello del corrispondente elemento scheletrico. Per quanto riguarda la descrizione delle articolazioni, di solito si fanno delle ipotesi semplificative che dipendono dal particolare fenomeno che si sta esaminando. L'articolazione all'anca viene usualmente rappresentata come un giunto sferico, dotato di tre gradi di libertà rotazionali; per quanto riguarda il ginocchio si usano un giunto sferico, una cerniera, oppure dei sistemi più complessi basati su meccanismi articolati; infine, la caviglia viene solitamente rappresentata come una struttura ad un solo grado di libertà rotazionale per l'analisi bidimensionale e a due o tre gradi di libertà rotazionali nell'analisi tridimensionale.

Sebbene il movimento umano sia un fenomeno che si sviluppa in uno spazio tridimensionale, con l'evoluzione nel tempo nei piani sagittale, frontale e trasverso, nel caso di molti compiti motori, quali ad esempio lo squat, studi precedenti hanno dimostrato che il fenomeno, a meno di forti asimmetrie strutturali e funzionali del soggetto, è caratterizzato principalmente dall'evoluzione sul piano sagittale, per cui al di fuori di tale piano non si rilevano informazioni significative ai fini dello studio della dinamica del moto.

Al fine di avere un approccio bidimensionale al problema è pertanto fondamentale fare l'ipotesi che gli eventi meccanicamente importanti del gesto motorio che si sta analizzando avvengano nel piano sagittale e che gli eventi fuori del piano sagittale non influenzino significativamente la dinamica del

corpo nel piano. In conseguenza di tale ipotesi nel presente lavoro si sono rappresentate tutte le articolazioni presenti nel modello con delle semplici cerniere, dotate di un solo grado di libertà rotazionale. Si suppone che in prossimità di ogni cerniera si trovi un motore il cui asse coincide con l'asse della cerniera stessa e che genera le coppie intersegmentali.

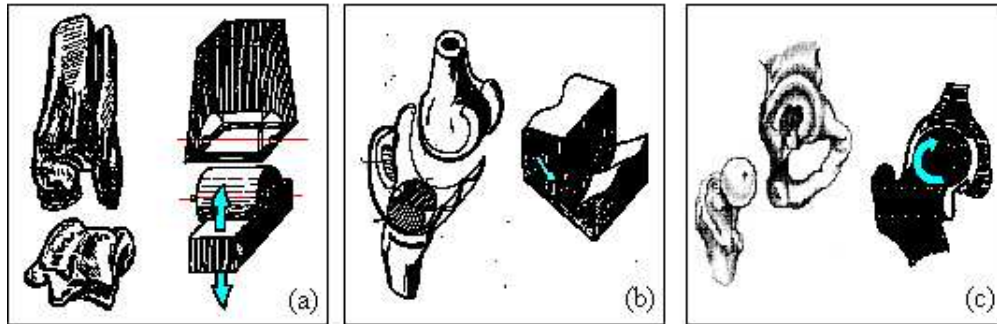


Figura 7.1: Rappresentazione schematica delle articolazioni di caviglia (a), ginocchio (b), anca (c).

Una volta completato il processo di segmentazione del corpo umano, occorre specificare le proprietà inerziali del sistema, che includono la massa e la lunghezza dei segmenti, la locazione del relativo centro di massa rispetto al sistema locale di riferimento solidale al segmento, l'orientamento dei momenti principali d'inerzia e il valore dei principali momenti di inerzia che attraversano il centro di massa del segmento.

Riassumendo, possiamo quindi dire che sotto le seguenti assunzioni:

- tutti i movimenti avvengono nel piano sagittale,
- il corpo umano è composto di tre segmenti: la gamba, la coscia e HAT (tronco/ testa/ braccia)
- i movimenti delle estremità superiori sono trascurati, e le loro masse sono incluse nella massa del tronco
- l'influenza dei muscoli sul movimento è trascurata



- le informazioni antropometriche relative alla lunghezza, momento d'inerzia e masse sono note;
- il piede rimane fermo e costituisce la base del modello

Il modello fisico del corpo umano usato all'interno di JAGO è costituito da tre segmenti che rappresentano rispettivamente le gambe, le cosce e l'insieme costituito da testa, braccia e tronco, connessi da coppie cinematiche elementari, che rappresentano le articolazioni di caviglia, ginocchio ed anca, rispettivamente.

Tale modello è utile nella schematizzazione di atti motori per i quali l'interazione del soggetto, con la base di supporto, possa essere modellata come su un unico segmento (ad esempio la fase di singolo appoggio del cammino). Il modello considerato è in sostanza una catena cinematica aperta. Considereremo qui il caso in cui solo un segmento della catena cinematica scambi sollecitazioni con la base di supporto.

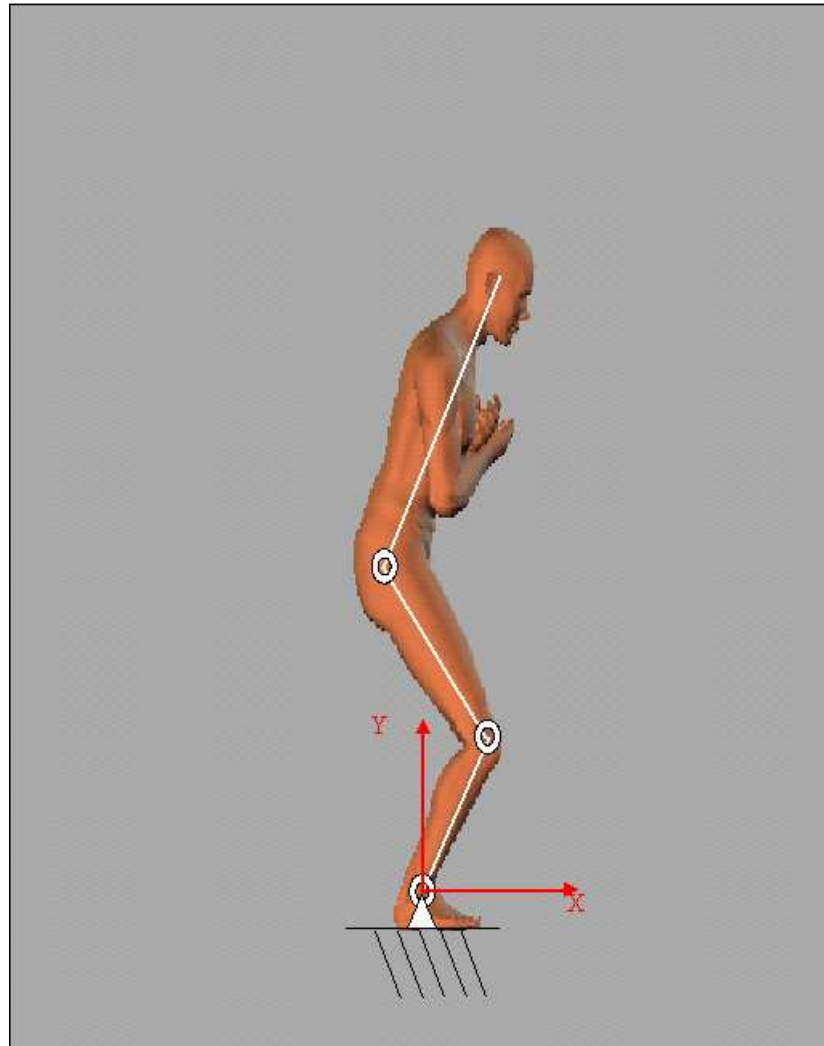


Figura 7.2: Modello fisico a tre segmenti utilizzato per la rappresentazione del corpo umano

## 7.3 Il modello Matematico

### 7.3.1 Ingressi e uscite

Il modello matematico utilizzato da JAGO riceve in ingresso le seguenti informazioni relative all'esecuzione del compito motorio prescelto:

1. *l'andamento nel tempo della RV* in un sistema di riferimento inerziale; nel caso che al corpo vengano applicate altre sollecitazioni esterne, queste devono essere fornite come input al modello
2. *la posizione iniziale e finale di ogni segmento* nel sistema di riferimento inerziale suddetto
3. *i parametri antropometrici* che permettono di ricostruire la massa, la lunghezza, la posizione del centro di massa ed i momenti d'inerzia rilevanti di ogni segmento corporeo modellato
4. *eventuali condizioni di vincolo sulle variabili cinematiche*

I parametri a cui si fa riferimento al punto (3) permettono di adattare la struttura del modello ad ogni soggetto. Le condizioni del punto (4) sono considerate parte della conoscenza disponibile a priori su un preciso atto motorio.

Tutte le grandezze pertinenti sono state rappresentate nel sistema di riferimento solidale con la piattaforma dinamometrica.

A partire dalle informazioni illustrate, il modello matematico utilizzato da JAGO fornisce una stima della cinematica dei segmenti articolari, delle forze intersegmentali e delle coppie degli attuatori alle articolazioni.

### 7.3.2 Equazioni di moto

Il modello dinamico di una catena cinematica aperta si ottiene da note leggi fisiche, quali le leggi della meccanica di Newton e quelle di Lagrange. Questo conduce allo sviluppo delle equazioni dinamiche del movimento per i vari giunti articolari della catena in relazione ai parametri geometrici e inerziali specifici dei link. Per sviluppare le effettive equazioni del movimento della catena potrebbero essere allora applicati sistematicamente approcci convenzionali come le formulazioni di Lagrange-Eulero e di Newton-Eulero (N-E). Da

queste due formulazioni si ottengono vari tipi di equazioni che descrivono la dinamica dei corpi rigidi della catena, come le equazioni di Lagrange-Eulero, di Uicker, le equazioni ricorsive di Lagrange di Hollerbach, le equazioni di Newton-Eulero di Luh e le equazioni generalizzate di d'Alembert di Lee.

Queste equazioni di moto sono equivalenti tra loro nel senso che descrivono il comportamento dinamico della stessa catena cinematica. La struttura di queste equazioni può differire a seconda dei vari impieghi: alcune infatti servono per rendere più veloce il calcolo della coppia nominale dei giunti nell'utilizzo della catena, altre sono ottenute per migliorare la simulazione al calcolatore del movimento della catena.

Il metodo di Lagrange si riferisce a grandezze integrali quali l'energia cinetica e potenziale e consente una scrittura agevole delle equazioni della dinamica.

Nella ricerca di equazioni del moto, che permettano lo sviluppo di algoritmi efficienti per calcolare i momenti e le forze, l'attenzione è stata rivolta al metodo di Newton-Eulero. Tale metodo è caratterizzato dal fatto che ogni segmento corporeo viene considerato libero nello spazio e soggetto alla gravità e alle forze esterne: le forze e le coppie intersegmentali che esplicitano l'interazione esistente fra segmenti corporei contigui sostituiscono i vincoli.

L'interazione fra l'intero corpo e l'ambiente esterno viene tenuta in conto attraverso le reazioni vincolari. Le equazioni dinamiche risultanti costituiscono un sistema di equazioni ricorsive dirette e inverse. Questo sistema può essere applicato sequenzialmente ai link della catena.

Si hanno quindi due insiemi di equazioni di moto:

- equazioni che descrivono la *cinematica* dei segmenti articolari
- equazioni che descrivono la *dinamica* dei segmenti articolari

## 7.4 Gli algoritmi di ottimizzazione

Gli algoritmi di ottimizzazione per la stima della cinemantica articolare, sono in genere affrontati con metodi mutuati dall'ambito robotico.

Tuttavia per lo scopo specifico della presente tesi si è ritenuto opportuno vagliare anche soluzioni che provengono dall'ambito dell'informatica teorica e della programmazione matematica.

### 7.4.1 Algoritmo di ottimizzazione *Ozaki*

#### Caratteristiche generali

In questo approccio si affronta il problema della stima della cinematica utilizzando un metodo desunto dalla robotica. In particolare si è considerato un algoritmo in cui la soluzione ottima viene calcolata attraverso la costruzione iterativa di opportuni vettori di controllo che rappresentano le cinematiche articolari; tali vettori sono ottenuti applicando il metodo proposto da Ozaki-Lin [Oza1996].

Una rappresentazione schematica del modo in cui opera l'algoritmo di ottimizzazione *Ozaki* è riportata in figura 7.3. La ricerca dell'insieme ottimo di funzioni angoli articolari è basata su una procedura iterativa per il calcolo di una certa funzione obiettivo, che comprende un termine di confronto fra le forze di reazione misurate e quelle stimate dall'algoritmo ed altri termini che tengono conto del rispetto di vincoli cinematici introdotti. L'algoritmo è quindi caratterizzato da un indice di prestazione  $J_D$  che ingloba le informazioni relative alla funzione obiettivo da minimizzare.



Figura 7.3: Rappresentazione schematica del funzionamento del modello JAGO con l'algoritmo *Ozaki*

Ad ogni iterazione dell'algoritmo il valore della funzione obiettivo viene confrontato con un valore soglia. Quando si supera tale valore soglia, l'algoritmo termina e l'insieme di funzioni angoli articolari corrispondenti a tale valore è assunto come ottimo e fornito in uscita dal modello. Una volta ottenute queste funzioni, si possono calcolare, attraverso una procedura di dinamica inversa, le corrispondenti forze e coppie intersegmentali.

Le traiettorie articolari, generate dall'algoritmo, vengono espresse attraverso i coefficienti della loro forma B-spline: questa scelta dipende dal fatto che, in tal modo, è possibile sfruttare le caratteristiche di questa rappresentazione ed in particolare l'unicità, la continuità e la controllabilità locale nei punti di controllo.

JAGO incorpora un set iniziale di angoli in funzione del tempo: nel caso di una catena cinematica a tre segmenti questo set sarà costituito da tre curve, corrispondenti all'andamento nel tempo degli angoli di caviglia, ginocchio ed anca. Queste funzioni saranno, d'ora in poi, chiamate *funzioni di prima*

*approssimazione* (FPA). Esse dovranno rispettare i vincoli cinematici definiti nel paragrafo 7.3.1. Questo significa che se per esempio, la postura iniziale e finale associate al compito motorio analizzato sono standardizzate, questi andamenti coincideranno, nei punti iniziale e finale, per ognuno dei soggetti analizzati. Diversamente, una procedura preliminare potrà adattare le FPA alla postura iniziale e finale del soggetto che saranno, in questo caso, ingressi del modello.

### La funzione obiettivo

La funzione obiettivo deve presentare al suo interno un termine che renda conto della somiglianza tra le componenti delle RV stimate a partire dalle funzioni posizioni angolari generate a ciascuna iterazione dall'algoritmo di ottimizzazione e le RV attese (misurate attraverso la piattaforma dinamometrica) date in ingresso al modello JAGO.

Per il modello piano introdotto nel paragrafo 7.2.2, e qui considerato, le RV rilevanti sono la forza antero-posteriore ( $f_{AP}$ ), la forza verticale ( $f_V$ ) e la coppia di caviglia ( $C_c$ ). Il suddetto termine di confronto può avere forme diverse. Il modo più semplice per confrontare due curve rappresentanti componenti omologhe è quello di calcolare il valore RMSD; come primo tipo di funzione obiettivo può, quindi, essere presa la media dei RMSD di ciascuna reazione vincolare.

Per evitare che fenomeni di avvicinamento solo locale delle funzioni stimate a quelle attese influenzino il valore della funzione obiettivo, possono essere introdotti dei termini correttivi che impongano la convergenza uniforme lungo l'asse del tempo, all'interno della singola componente, delle prime sulle seconde. Ad esempio si può suddividere la durata temporale di ogni funzione in  $l$  intervalli e definire  $\text{RMSD}^i$  ( $i=1, \dots, l$ ) dell' $i$ -esimo intervallo. Modifiche analoghe sono capaci di garantire la convergenza uniforme delle tre diverse componenti nel loro complesso.

La funzione obiettivo utilizzata all'interno dell'algoritmo di ottimizzazione, presenta la seguente forma:

$$\begin{aligned}
J_D &= \frac{1}{3}(J_{Df_{AP}} + J_{Df_V} + J_{DC_C}) + \\
&+ d_1 \cdot \left| \frac{1}{3}(J_{Df_{AP}} + J_{Df_V} + J_{DC_C}) - J_{Df_{AP}} \right| + \\
&+ d_2 \cdot \left| \frac{1}{3}(J_{Df_{AP}} + J_{Df_V} + J_{DC_C}) - J_{Df_V} \right| + \\
&+ d_3 \cdot \left| \frac{1}{3}(J_{Df_{AP}} + J_{Df_V} + J_{DC_C}) - J_{DC_C} \right|
\end{aligned} \tag{7.1}$$

dove:

$$J_{Df_{AP}} = RMSD_{f_{AP}} + \sum_{i=1}^l a_i \cdot \left( \left| RMSD_{f_{AP}} - RMSD_{f_{AP}}^i \right| \right) \tag{7.2}$$

$$J_{Df_V} = RMSD_{f_V} + \sum_{i=1}^l b_i \cdot \left( \left| RMSD_{f_V} - RMSD_{f_V}^i \right| \right) \tag{7.3}$$

$$J_{DC_C} = RMSD_{C_C} + \sum_{i=1}^l c_i \cdot \left( \left| RMSD_{C_C} - RMSD_{C_C}^i \right| \right) \tag{7.4}$$

il valore dei parametri  $a_i, b_i, c_i$  è stato fissato ad 1, mentre il valore di  $d_i$  è quello degli indici  $i$  è uno degli oggetti della sperimentazione del presente lavoro.

Nella funzione obiettivo possono essere incorporati, oltre ai termini di carattere dinamico, termini di altro tipo, che tengano conto del rispetto, da parte delle funzioni angoli articolari stimati, di vincoli cinematici noti a priori. Questi ultimi possono comprendere: condizioni sulla posizione relativa ed assoluta dei segmenti articolari, sui valori delle derivate prime e seconde delle funzioni angoli articolari (anche limitatamente a certi intervalli di tempo) sia per una sia per più componenti contemporaneamente. Chiameremo *funzione obiettivo dinamica* la funzione obiettivo che comprende solo termini di confronto tra le RV, ovvero del tipo:

$$J = J_D \tag{7.5}$$

Questa funzione è quella usata nell'implementazione dell'algoritmo utilizzato nella presente tesi.



### I termini correttivi della funzione obiettivo

Come abbiamo visto, la funzione obiettivo contiene dei termini correttivi che permettono di imporre una convergenza uniforme.

Questi termini sono di due tipi:

1. Termini che impongono la convergenza uniforme all'interno delle singole reazioni vincolari
2. Termini che impongono la convergenza uniforme tra le reazioni vincolari

I termini di tipo 1 non sono altro che gli indici  $a_i, b_i, c_i$  delle equazioni 8.2, 8.3, 8.4. Inoltre poichè essi agiscono sul numero  $l$  di intervalli in cui viene suddivisa la curva, considereremo anche il parametro  $l$  come un termine correttivo di tipo 1.

I termini di tipo 2 sono gli indici  $d_1, d_2, d_3$  (cf. equazione 8.1). Risulta evidente che per dare maggiore rilevanza ad una reazione vincolare piuttosto che ad un'altra è sufficiente aumentare l'indice relativo a quella specifica reazione vincolare. Ad esempio se si desidera che la fv influenzi maggiormente il valore della funzione obiettivo, è sufficiente aumentare il corrispondente indice  $d_2$ .

### Struttura dell'algoritmo

L'intervallo di tempo durante il quale si sviluppa il compito motorio  $[t_0, t_f]$  è stato suddiviso in  $N$  partizioni. Ciascuno di tali intervalli è delimitato da nodi e al suo interno la funzione angolare è descritta attraverso una B-spline. Prima di descrivere nel dettaglio l'algoritmo di funzionamento del modello JAGO, è necessario introdurre alcune definizioni:

- Sia  $\vartheta_j(t)$  la funzione angolare di ciascun vincolo articolare (caviglia, ginocchio, anca) descritta da una curva B-spline, dove  $j$  rappresenta il  $j$ -esimo vincolo articolare del modello multisegmentale utilizzato e  $j=1,2,3$ .
- Sia  $\Theta = (\vartheta_1(t), \vartheta_2(t), \vartheta_3(t))$  il *vettore di controllo* costituito dai coefficienti delle B-spline che rappresentano rispettivamente l'andamento della funzione angolare nel tempo di caviglia, ginocchio e anca.

Vediamo ora i dati che vengono forniti in input all'algoritmo:

- *Un insieme di misure antropometriche su un certo soggetto* utili al calcolo dei corrispondenti parametri inerziali
- *Le RV misurate con una piattaforma di forza* durante il gesto motorio, che chiameremo da ora RV attese
- *Le Funzioni di Prima Approssimazione (FPA)* definite da un insieme di punti di controllo, costruite come descritto in 8.1.1.

Analizziamo i passi fondamentali dell'algoritmo

1. *Costruzione del primo vettore di controllo:*  
Si costruisce il primo vettore di controllo  $\Theta_1 = \Theta_{\text{FPA}}$  costituito dai coefficienti (punti di controllo) che rappresentano le FPA.
2. *Generazione delle funzioni angolari:*  
Da questo primo vettore di controllo otteniamo, attraverso un'opportuna funzione denominata *funzione di generazione*,  $m$  set di funzioni angolari (vettori di controllo  $\Theta_2, \Theta_3, \Theta_4, \dots, \Theta_m$ )
3. *Calcolo dell'indice di prestazione:*  
Relativamente ad ogni vettore di controllo generato si ricavano le corrispondenti RV che vengono confrontate, attraverso la funzione obiettivo, con le RV attese, ottenendo il relativo indice di prestazione  $J$ .
4. *Ordinamento:*  
I vettori di controllo generati sono ordinati secondo l'ordine crescente dell'indice di prestazione. In particolare, si individuano il vettore di controllo  $\Theta_H$  che fornisce l'indice di prestazione massimo  $J_H$  e il vettore di controllo  $\Theta_L$  corrispondente all'indice di prestazione minimo  $J_L$ . Si pone come ottimo corrente il vettore  $\Theta_L$ . Se si verifica che  $J_H - J_L < \varepsilon$ , con  $\varepsilon$  soglia fissata a priori, l'algoritmo termina fornendo come soluzione il vettore che era stato memorizzato come ottimo corrente. Altrimenti si prosegue con il passo successivo.
5. *Nuovo vettore di controllo:*  
Si costruisce il vettore centro di massa dei vettori di controllo  $\Theta_W$  e si calcola il vettore di miglioramento  $\Theta_C$  definito come:

$$\Theta_C = \Theta_W + \alpha(\Theta_W - \Theta_H) \quad (7.6)$$

Ad esso corrisponde un indice di prestazione  $J_C$ .

Se  $J_C < J_H$  allora  $\Theta_C$  sostituisce  $\Theta_H$  e si riprende al passo 3

Se invece il numero di iterazioni compiute rappresenta un multiplo di un valore prefissato, si sostituisce il vettore di controllo di prima approssimazione  $\Theta_1$  con l'ottimo corrente e si torna al passo 2

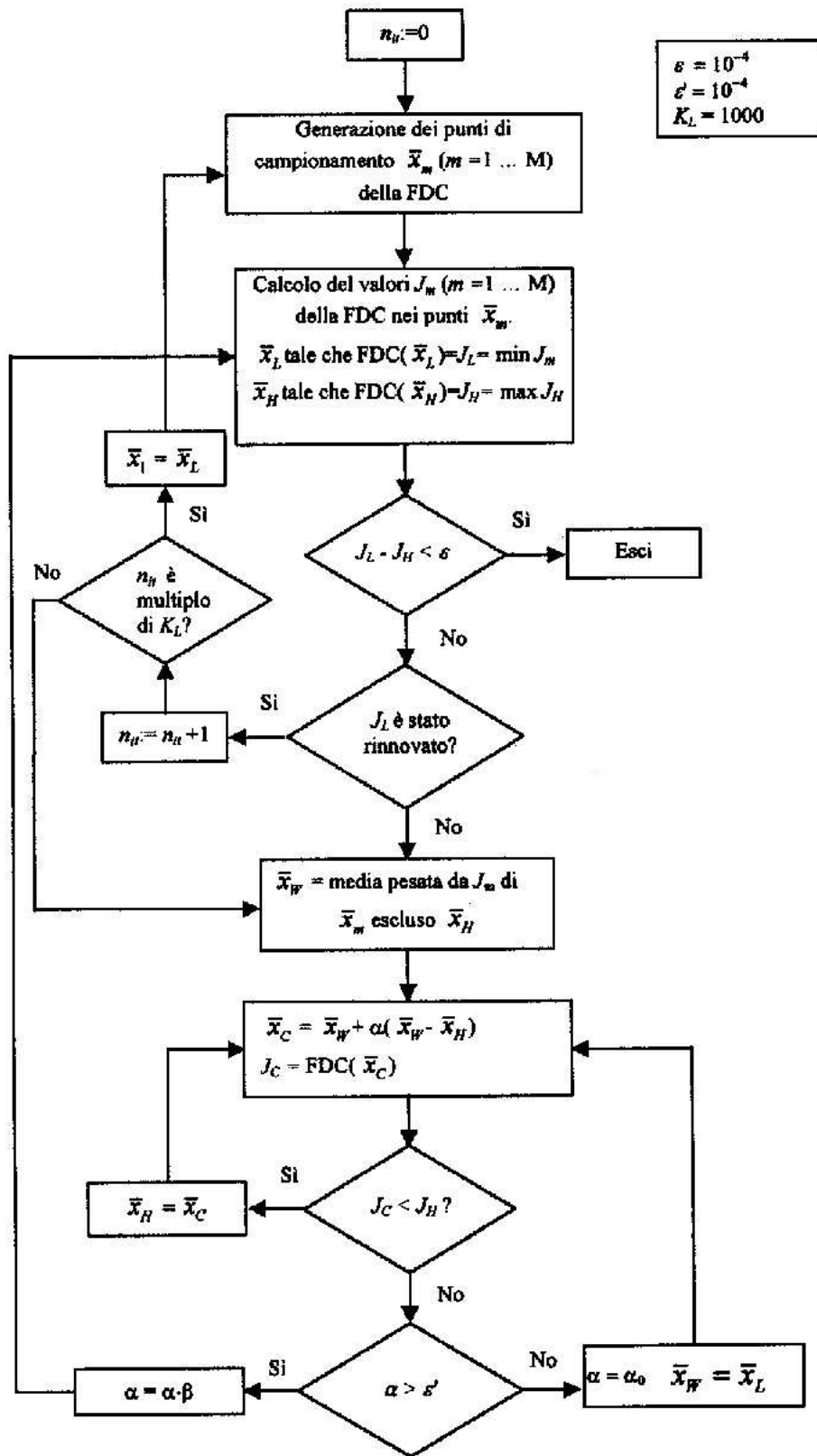


Figura 7.4: Rappresentazione dettagliata del funzionamento dell'algoritmo di ottimizzazione

Riassumendo i parametri e le funzioni che caratterizzano JAGO sono:

1.  $m$ : numero dei vettori di controllo
2.  $\alpha, \beta$  : coefficienti moltiplicativi che determinano la costruzione del vettore di controllo di miglioramento
3.  $\varepsilon, \varepsilon_p$ : valori soglia
4.  $K_L$ : numero massimo di iterazioni prima del rinnovamento del primo vettore di controllo
5.  $N$ : numero dei nodi in cui si suddivide l'intervallo di tempo del gesto motorio, legato al tipo, all'ordine e al numero dei punti controllo della spline usata per la rappresentazione delle traiettorie articolari
6. *Funzione di generazione*: funzione che genera a partire dal primo vettore di controllo  $m$  nuovi vettori di controllo
7. *Indice di prestazione*: è il valore che la funzione obiettivo assume relativamente ad una cinematica stimata dal modello JAGO

## 7.4.2 Algoritmo di ottimizzazione *Line Search*

### *Caratteristiche generali*

In questo approccio il problema della stima della cinematica articolare viene affrontato con metodi mutuati dalla ricerca operativa ed in particolare dall'ambito della programmazione matematica non lineare.

In particolare si è considerato un algoritmo in cui la soluzione ottima viene calcolata attraverso una tecnica di programmazione non lineare vincolata con il metodo proposto da [Schi1985, Schi2001].

Il problema della ricerca dell'insieme ottimo di funzioni angoli articolari è dunque ricondotto ad un problema di ricerca di ottimo globale tramite la minimizzazione di una funzione obiettivo. Tale funzione obiettivo comprende un termine di confronto fra le forze di reazione misurate e quelle stimate dall'algoritmo ed altri termini che tengono conto del rispetto di vincoli cinematici introdotti.

La funzione obiettivo utilizzata è la stessa presentata nella sezione 7.4.1. Anche in questo algoritmo, inoltre, vengono utilizzate delle *funzioni di prima*

*approssimazione* (FPA) (cf. 7.4.1) che devono rispettare i vincoli cinematici definiti in 7.3.1.

Un problema di ricerca dell'ottimo nella programmazione non lineare vincolata, definito nella sezione 3.1.2, nel nostro caso può essere descritto come

$$\begin{aligned} \min f(\mathbf{x}) \\ \mathbf{x} \in S \subseteq R^n \end{aligned} \quad (7.7)$$

$$\mathbf{x}_l \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}_u$$

Nell'implementazione dell'algoritmo i vincoli sono posti sulla posizione dei punti di controllo delle B-spline. Tali vincoli sono imposti in maniera tale da creare un intervallo all'interno del quale l'algoritmo può condurre il suo processo di ricerca dell'ottimo. Partendo dai punti di controllo che definiscono le FPA, che come vedremo nel paragrafo seguente costituiscono il valore con cui l'algoritmo viene inizializzato, si ottengono tramite il vettore di scostamento un limite superiore ed un limite inferiore oltre il quale l'algoritmo non ricerca alcuna soluzione (fig. 7.5), un'intervallo cioè all'interno del quale è possibile avere i punti di controllo.

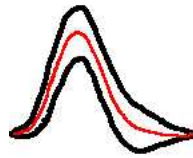


Figura 7.5: Il limite superiore ed inferiore (in nero) imposti dal vettore di scostamento, modellati intorno alla FPA (in rosso)

### ***Struttura dell'algoritmo***

I fondamenti teorici dell'algoritmo sono quelli della programmazione matematica non lineare vincolata, descritti nel capitolo 3 ed esposti nel dettaglio in [Schi1985, Schi2001].

I dati forniti in input all'algoritmo sono gli stessi dell'algoritmo *Ozaki*, descritti nella sezione 7.4.1

La struttura dell'algoritmo è quella che segue:

1. si inizializza la funzione obiettivo  $f(\mathbf{x})$  con il vettore dei punti di controllo delle FPA che costituiscono il primo valore  $\mathbf{x}_0$  della sequenza  $\{\mathbf{x}_k\}$  che converge verso la soluzione ottima  $\mathbf{x}^*$ . Questo è il primo passo, in cui  $\mathbf{x}_k = \mathbf{x}_0$
2. si calcola il gradiente (eq. 3.2) e la matrice Hessiana (eq. 3.3) della funzione Lagrangiana:  

$$L(\mathbf{x}_k, \lambda) = f(\mathbf{x}_k) + \sum_{i=1}^m \lambda_i \cdot g_i(\mathbf{x}_k).$$
3. si risolve un problema di Programmazione Quadratica dando in input una approssimazione della matrice hessiana  $H_k$  della funzione Lagrangiana e ottenendo in output il vettore  $\mathbf{d}_k$ .
4. si applica una procedura di line search (cf. 3.1.1) alla funzione di merito di Han [Han1977] ottenendo la lunghezza del passo  $\alpha_k$
5. si genera il nuovo punto della sequenza  $\{\mathbf{x}_k\}$ :  

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \alpha_k \mathbf{d}_k$$
6. se  $\|\mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}_k\| < TolX$  oppure se  $\|f(\mathbf{x}_{k+1}) - f(\mathbf{x}_k)\| < TolFun$  allora l'ottimizzatore si arresta, altrimenti aggiornò l'approssimazione della matrice Hessiana e vado al passo 3.

Il problema di Programmazione Quadratica viene risolto con le tecniche descritte in 3.1.2.

L'algoritmo può essere calibrato utilizzando alcuni parametri:

- *TolX*, rappresenta il valore di tolleranza sulla variabile  $\mathbf{x}$  (che nel nostro caso è un vettore a 45 dimensioni poichè contiene i vettori dei punti di controllo delle B-spline). Essendo cioè  $\mathbf{x}_k$  il valore dell'ottimo corrente e  $\mathbf{x}_{k+1}$  il valore del nuovo punto di ottimo se  $\|\mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}_k\| < TolX$  l'algoritmo si arresta.
- *TolFun* rappresenta il valore di tolleranza sulla valore della funzione obiettivo  $f(\mathbf{x})$  Essendo cioè  $\mathbf{x}_k$  il valore dell'ottimo corrente e  $\mathbf{x}_{k+1}$  il valore del nuovo punto di ottimo se  $\|f(\mathbf{x}_{k+1}) - f(\mathbf{x}_k)\| < TolFun$  l'algoritmo si arresta.
- *MaxFunEvals*. Nella procedura di line search per la ricerca della lunghezza del passo  $\alpha_k$  l'algoritmo richiama la funzione obiettivo più volte.

Tale parametro impone un valore massimo al numero di chiamate di questa funzione. Se il numero di chiamate della funzione è maggiore di quello imposto da tale parametro l'ottimizzatore si arresta.

- *MaxIter*. Nella procedura iterativa di aggiornamento della matrice Hessiana, del calcolo del gradiente e del calcolo della direzione di ricerca, la funzione obiettivo viene richiamata più volte. Tale parametro impone un valore massimo al numero di chiamate di questa funzione. Se il numero di chiamate della funzione è maggiore di quello imposto da tale parametro l'ottimizzatore si arresta.

## 7.5 Errore intrinseco del modello JAGO

Il modello JAGO tenta di ricostruire gli andamenti degli angoli articolari nel tempo minimizzando la differenza tra reazioni vincolari misurate e reazioni vincolari calcolate a partire da un certo modello fisico e da una cinematica che viene modificata iterativamente. Tuttavia, se non si valuta preliminarmente l'importanza relativa delle possibili differenti fonti d'errore, è difficile interpretare correttamente i risultati ottenuti applicando un algoritmo d'ottimizzazione.

In particolare si deve determinare una soglia di convergenza dell'algoritmo. Tale soglia è dovuta a due fonti di errore: fonti di errore intrinseche all'algoritmo, e fonti di errore esterne all'algoritmo e indipendenti dalla tecnica di ottimizzazione utilizzata. Queste ultime, possono indurre l'algoritmo a minimizzare in maniera eccessiva la differenza tra le variabili misurate e stimate, differenza dovuta all'errore introdotto da fonti esterne e non all'inefficienza della tecnica di ottimizzazione.

E' dunque importante valutare l'errore introdotto dalle fonti esterne e fissare una soglia di convergenza.

Le cause di errore nella stima delle variabili di interesse possono essere di vario tipo:

1. *Errori nella stima dei parametri inerziali dei segmenti corporei di un certo soggetto*: La stima dei parametri inerziali dei segmenti corporei di un certo soggetto generalmente si fonda su equazioni di regressione derivate dalla letteratura [Wint1990, Dem1955, Cha1975].



L'errore nella stima associato con le equazioni di regressione di cui sopra può essere considerevole e, cosa più importante, non valutabile. Inoltre, in soggetti patologici, possono essere presenti deformità o patologie, che rendono inapplicabile l'approccio basato sulle equazioni citate. In una revisione critica della letteratura di Cappozzo e Berme [Cap1990] è stato osservato che le equazioni di regressione presentate in letteratura permettevano la stima dei parametri inerziali con inaccuratezze fino al 48%, 25% e 80% per, rispettivamente, la massa dei segmenti, la posizione relativa del centro di massa e il momento d'inerzia intorno un asse medio-laterale. Hatze [Hat1980] ha proposto un protocollo di stima che dava luogo ad un errore, valutato dallo stesso autore, negli intervalli 0.2-5%, 0.2-11% e 0.5-5% per, rispettivamente, il volume del segmento, la posizione relativa del centro di massa sull'asse principale dello stesso e il momento d'inerzia intorno ad un asse medio-laterale (segmento di coscia e gamba). Inoltre, analizzando i metodi proposti in precedenza, lo stesso Hatze ha stimato, per le variabili citate, errori dovuti all'ipotesi di simmetria nell'intervallo 4-30%.

2. *Assunzione di rigidità per i segmenti del corpo umano:* Ciascun segmento consiste di una parte rigida (osso), e di una non rigida (pelle, muscoli, legamenti, tendini, tessuto connettivo e altri tessuti morbidi). Le misure delle reazioni vincolari contengono componenti inerziali di entrambe le strutture rigida e morbide. Tuttavia le misure di accelerazione possono introdurre errori nella stima delle forze interne perché l'accelerazione dell'osso porta ad una sovrastima, e l'accelerazione del tessuto morbido ad una sottostima delle forze interne.

L'errore potenziale associato con il modello di corpo rigido porta a concludere che l'approssimazione del corpo umano con segmenti rigidi è giustificata solo per movimenti che non sono troppo rapidi [Den1984].

3. *Il numero dei segmenti considerati e i tipi di vincoli applicati alle articolazioni non sono quelli del sistema neuro-muscolo-scheletrico reale.* A questo proposito il numero dei gradi di libertà che devono essere attribuiti ad ogni articolazione dipende fortemente dagli scopi dell'analisi. Gli studi condotti da [Sie1997] indicano che ignorare i gradi di libertà associati alla pelvi ed alla testa, durante ad esempio un gesto motorio quale quello dello squat produce un errore intrinseco di entità comparabile con quella associata alla stima dei parametri inerziali.

4. *La derivazione e/o integrazione numerica può dar luogo ad errori significativi.* Al fine di minimizzare questi ultimi, si devono utilizzare tecniche numeriche appropriate.
5. *Errori dovuti alla non ottimizzazione dell'algoritmo di funzionamento del modello JAGO.* Tramite un'analisi di sensibilità empirica e statistica, gli studi precedenti effettuati sul modello JAGO [Big1999, Pol2001] hanno stimato l'errore intrinseco nel modello JAGO relativo ai punti (1), (3). In particolare, la variazione simultanea di tutti i parametri inerziali in ingresso ha permesso di valutare l'errore intrinseco del modello multi-segmentale adottato, dovuto alla misura e alla stima dei parametri inerziali. La valutazione di tale errore indica che la distanza tra valore nominale di una certa variabile (componente RV) e valore stimato (variando simultaneamente tutti i parametri inerziali) ha una deviazione standard che raggiunge valori maggiori del 10% del valore nominale picco picco della variabile in uscita [Big1999]. Questo significa che accettando un'incertezza nella stima dei parametri inerziali del 33%, la soglia inferiore di convergenza dell'algoritmo è approssimativamente al 10% del valore picco-picco.

L'errore nella stima della cinematica articolare imputabile esclusivamente al non perfetto funzionamento dell'algoritmo di ottimizzazione è stato valutato nel lavoro di [Pol2001] pari al  $2.16\% \pm 1.35$ , mentre quello relativo alla ricostruzione delle reazioni vincolari è  $0.42\% \pm 0.28$  (i valori sono relativi alla media di 5 prove in simulazione).

Tali risultati indicano che gli errori in questi parametri in ingresso non sono trascurabili, e fissano una soglia inferiore di convergenza dell'algoritmo d'ottimizzazione del modello JAGO. Gli studi in [Pol2001] hanno inoltre dimensionato il valore di alcuni parametri dell'algoritmo di ottimizzazione in simulazione al fine di far convergere tale algoritmo verso la soluzione ottima, rilevando una scarsa ripetibilità delle prestazioni nel caso in cui l'esecuzione del modello venga fatta più volte rispetto allo stesso set di dati d'ingresso.

Lo studio svolto nel presente lavoro mira quindi anche a minimizzare l'errore (5), dipendente dalla tecnica di ottimizzazione utilizzata e dalla sua implementazione su calcolatore, tenendo presente gli errori dei punti (1)-(4).

# Capitolo 8

## MATERIALI E METODI

### 8.1 L'analisi in simulazione

Partendo da delle curve che rappresentano le traiettorie articolari, è possibile risalire alle corrispondenti reazioni vincolari tramite un procedimento di dinamica inversa del tipo descritto nel paragrafo 2.4. Applicando tale tecnica si è impostata un'analisi in simulazione utilizzando sia l'algoritmo *Ozaki* che il *Line Search*. Poichè nel presente lavoro il compito motorio considerato è quello dello squat (cf cap. 5), le cinematiche sono state modellate in modo da essere simili alle cinematiche di caviglia, ginocchio ed anca relative all'esecuzione di uno squat.

In una prima parte si considera l'analisi condotta con l'algoritmo '*Ozaki*' per valutare l'influenza di alcuni parametri sulle prestazioni dell'algoritmo; in una seconda parte si considera l'analisi condotta con l'algoritmo '*Line Search*' per valutare le prestazioni dell'algoritmo e per assegnare il valore più opportuno ai parametri interni all'algoritmo.

In tale analisi in simulazione si farà riferimento alle traiettorie attese intendendo le traiettorie angolari da cui le reazioni vincolari sono state generate tramite il procedimento di dinamica inversa.

Per il calcolo dell'errore nella stima delle cinematiche i valori attesi e quelli stimati verranno confrontati in termini di RMSD picco picco delle traiettorie attese, correlazione delle traiettorie stimate/attese mentre per l'errore relativo alle reazioni vincolari stimate/attese si utilizzerà solo l'RMSD.

Per le cinematiche e per le reazioni vincolari gli RMSD verranno indicati come segue:

- $RMSD_c$ , RMSD caviglia stimata/attesa
- $textbfRMSD_g$ , RMSD ginocchio stimata/attesa
- $textbfRMSD_a$ , RMSD anca stimata/attesa
- $textbfRMSD_{tr}$ , RMSD calcolato sulla media di  $RMSD_c$ ,  $RMSD_g$ ,  $RMSD_a$ .
- $textbfRMSD_{fap}$ , RMSD forza antero-posteriore stimata/attesa
- $textbfRMSD_{fv}$ , RMSD forza verticale stimata/attesa
- $textbfRMSD_{mml}$ , RMSD momento medio laterale stimato/atteso
- $textbfRMSD_{rv}$ , RMSD calcolato sulla media di  $RMSD_{fap}$ ,  $RMSD_{fv}$ ,  $RMSD_{mml}$ .

Le correlazioni relative alle cinematiche verranno indicate come segue:

- $CORR_c$ , CORRELAZIONE caviglia stimata/attesa
- $CORR_g$ , CORRELAZIONE ginocchio stimata/attesa
- $CORR_a$ , CORRELAZIONE anca stimata/attesa
- $CORR_{tr}$ , CORRELAZIONE calcolata sulla media di  $CORR_c$ ,  $CORR_g$ ,  $CORR_a$ .

### 8.1.1 Parte I: influenza di alcuni parametri sulle prestazioni dell'algoritmo *Ozaki*

#### Le curve spline e le funzioni di prima approssimazione

L'andamento delle funzioni angoli articolari all'interno dell'algoritmo di ottimizzazione nel caso del modello JAGO è codificato attraverso l'uso delle spline. Il vettore dei nodi è fisso e tutte le manipolazioni riguardano solo i valori dei punti di controllo. La caratteristica dell'algoritmo di manipolare le funzioni angoli articolari in forma spline, rende particolarmente semplice la modifica e la generazione di tali funzioni poiché la continuità e derivabilità delle stesse risulta assicurata.

In particolare anche le FPA sono state modellate utilizzando delle spline. La scelta delle FPA rappresenta un punto chiave dell'algoritmo.

Esse possono essere caratterizzate confrontandole con le traiettorie attese, attraverso i valori del coefficiente di correlazione e dell'RMSD presentati nel paragrafo precedente.

Per l'implementazione dell'algoritmo Ozaki utilizzata nel presente lavoro le FPA sono state costruite a partire dalle curve che rappresentano le traiettorie di caviglia, ginocchio ed anca rilevate dal sistema stereofotogrammetrico Vicon nelle prove descritte nel paragrafo 8.2.4. In particolare sono state prese le traiettorie calcolate sulla media di 10 prove sperimentali, e operando sui punti di controllo sono state create delle spline che confrontate con tali traiettorie mostravano un coefficiente di correlazione 1 e un  $RMSD < 0.1\%$ .

### La funzione obiettivo

La funzione obiettivo, descritta nel dettaglio nel paragrafo 7.4.1 assume la forma:

$$\begin{aligned}
 J_D = & \frac{1}{3}(J_{Df_{AP}} + J_{Df_V} + J_{DC_C}) + \\
 & + d_1 \cdot \left| \frac{1}{3}(J_{Df_{AP}} + J_{Df_V} + J_{DC_C}) - J_{Df_{AP}} \right| + \\
 & + d_2 \cdot \left| \frac{1}{3}(J_{Df_{AP}} + J_{Df_V} + J_{DC_C}) - J_{Df_V} \right| + \\
 & + d_3 \cdot \left| \frac{1}{3}(J_{Df_{AP}} + J_{Df_V} + J_{DC_C}) - J_{DC_C} \right|
 \end{aligned} \tag{8.1}$$

dove:

$$J_{Df_{AP}} = RMSD_{f_{AP}} + \sum_{i=1}^l a_i \cdot \left( \left| RMSD_{f_{AP}} - RMSD_{f_{AP}}^i \right| \right) \tag{8.2}$$

$$J_{Df_V} = RMSD_{f_V} + \sum_{i=1}^l b_i \cdot \left( \left| RMSD_{f_V} - RMSD_{f_V}^i \right| \right) \tag{8.3}$$

$$J_{DC_C} = RMSD_{C_C} + \sum_{i=1}^l c_i \cdot \left( \left| RMSD_{C_C} - RMSD_{C_C}^i \right| \right) \tag{8.4}$$

il valore dei parametri  $a_i, b_i, c_i$  è stato fissato ad 1, mentre il valore di  $d_i$  è quello degli indici  $i$  è uno degli oggetti dell'indagine del presente lavoro.

## Scopo

L'analisi condotta sull'algoritmo 'Ozaki' è finalizzata a:

1. indagare l'influenza dei parametri  $d_1, d_2, d_3$  della funzione obiettivo sulle prestazioni dell'algoritmo e sull'errore di valutazione delle cinematiche.
2. indagare l'influenza dell'indice  $i$  (equazioni 8.2, 8.3, 8.4) nella funzione obiettivo.

## Metodi

Nell'analisi in simulazione, relativamente alla scelta del valore più opportuno per i parametri  $d_1, d_2$  e  $d_3$ , l'algoritmo verrà eseguito utilizzando le seguenti configurazioni: (0.5,0.5,0.5), (1,1,1), (3,1,1), (1,3,1), (1,1,3), (5,1,1), (1,5,1), (1,1,5). In ogni configurazione il primo valore è relativo al parametro  $d_1$ , il secondo a  $d_2$  e il terzo a  $d_3$ . Poiché l'algoritmo *Ozaki* non dà garanzie di ripetibilità, sarà necessario eseguire cinque volte l'algoritmo per ogni configurazione.

Per quanto riguarda la scelta dell'indice  $i$ , che indica il numero degli intervalli temporali su cui viene calcolato l'RMSD nella funzione obiettivo (cf. sezione 7.4.1, equazioni 8.2, 8.3, 8.4), l'algoritmo di ottimizzazione sarà eseguito 5 volte con indice  $i=3$ , 5 volte con  $i=7$ , 5 volte con  $i=15$ . Il valore degli altri parametri (vettore di scostamento, parametri  $d_1, d_2$  e  $d_3$  ecc.) non verrà variato.

### 8.1.2 Parte II: influenza di alcuni parametri sulle prestazioni dell'algoritmo *Line Search*

#### La funzione obiettivo

La funzione obiettivo utilizzata nell'algoritmo *Line Search* è analoga a quella dell'algoritmo *Ozaki*, già discussa al paragrafo 7.4.1, a cui rimandiamo per una esposizione dettagliata.

## Le curve spline e le funzioni di prima approssimazione

Per le curve spline e le funzioni di prima approssimazione utilizzate nell'algoritmo *Line Search* valgono le stesse considerazioni fatte nel paragrafo 8.1.1.

### I parametri *TolX*, *TolFun*, *MaxFunEvals*, *MaxIter*

In questo paragrafo riportiamo per comodità l'elenco dei parametri di calibrazione dell'algoritmo *Line Search*, descritti nel paragrafo 7.4.2, che saranno oggetto di studio.

- *TolX*
- *TolFun*
- *MaxFunEvals*
- *MaxIter*

### Il vettore di scostamento

La caratteristica fondamentale dell'algoritmo di ottimizzazione *Line Search* è di cercare la soluzione all'interno di un insieme di punti (o intervallo di ricerca) definito tramite i vincoli applicati alla funzione obiettivo durante la ricerca descritti in 7.4.2.

L'algoritmo infatti cerca iterativamente la soluzione ottima partendo dalle FPA e 'muovendosi' verso la soluzione ottima all'interno dell'intervallo di ricerca, che deve essere tanto più ampio quanto più la soluzione finale è lontana dalle FPA.

Ricordando che la soluzione ottima ricercata è un insieme di tre curve che rappresentano le traiettorie angolari di caviglia, ginocchio e anca, possiamo immaginare di delimitare lo spazio di ricerca con delle coppie di curve, ciascuna per ogni traiettoria. Per un funzionamento efficiente dell'algoritmo, all'interno di tale spazio devono ovviamente essere contenute sia la FPA che la traiettoria attesa, come mostrato in figura 8.1. Poichè le traiettorie attese sono note solo nel caso in cui l'algoritmo venga eseguito in simulazione (cf. paragrafo 8.1), è importante dimensionare l'area di ricerca in maniera opportuna, per essere certi che nelle prove sperimentali le traiettorie reali siano contenute in quest'area.

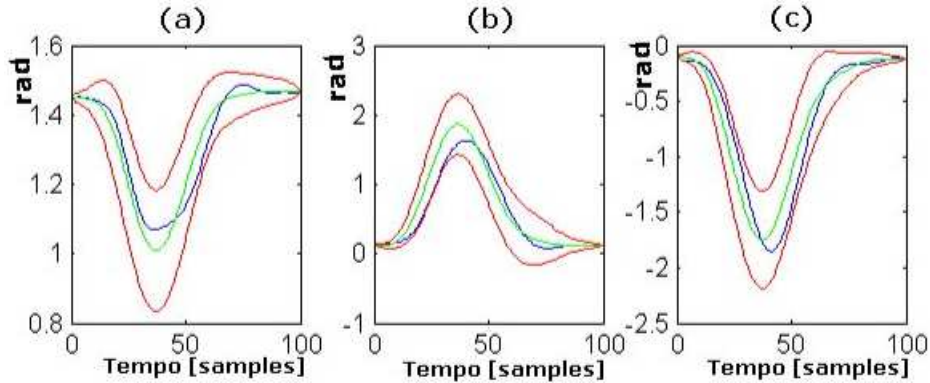


Figura 8.1: L'intervallo di ricerca delimitato dalle coppie di curve in rosso contiene le FPA (verde) e le traiettorie attese (blu). In figura questo è rappresentato per le traiettorie di caviglia(a), ginocchio(b) e anca(c).

Le FPA sono delle curve parametriche (B-spline) definite tramite dei punti, detti punti di controllo. Per definire l'intervallo allora è sufficiente sommare (o sottrarre) ad ognuna delle ordinate dei punti di controllo un certo valore  $\varepsilon$ , corrispondente ad una percentuale del valore picco picco delle FPA. Nella nostra implementazione tali valori sono contenuti nel *vettore di scostamento*.

Sommando o sottraendo dai punti di controllo delle FPA i valori contenuti nel vettore di scostamento si ottengono le curve evidenziate in rosso in figura 8.1.

Il vettore di scostamento riveste quindi un ruolo molto importante poichè definisce l'intervallo di ricerca all'interno del quale individuare la soluzione ottima. Per questo motivo deve essere modellato con attenzione a partire dalle FPA. Per dimensionarlo in maniera opportuna si procederà definendo un vettore di scostamento del tipo:

$$d = \{cav_1, \dots, cav_{15}, gin_1, \dots, gin_{15}, \dots, anc_1, \dots, anc_{15}\} \quad (8.5)$$

in cui i termini  $cav_x$  indicano lo scostamento della ascissa (in gradi) che il punto di controllo  $x$ -esimo della traiettoria di caviglia avrà dal punto di controllo  $x$ -esimo della FPA di caviglia.

Si può fare un discorso analogo per i termini  $gin$  e  $anc$  che sono relativi rispettivamente a ginocchio e anca.



## Scopo

L'analisi condotta con l'algoritmo *'Line Search'* è finalizzata a:

1. indagare l'influenza dei valori parametri `TolX`, `TolFun`, `MaxFunEvals`, `MaxIter` sulle prestazioni dell'algoritmo e sull'errore di valutazione delle cinematiche
2. dimensionare in maniera opportuna il vettore di scostamento  $d$
3. eseguire l'algoritmo con il set-up desunto dalle simulazioni eseguite in precedenza e valutarne i risultati

## Metodi

Poichè i parametri `TolX` e `TolFun` determinano la soglia di arresto dell'algoritmo (cf. 7.4.2), l'algoritmo di ottimizzazione verrà eseguito inizialmente con valori elevati di `MaxFunEvals` (30000) e `MaxIter` (700) e con un'area di ricerca di ampiezza pari al 74% dell'intervallo picco-picco delle traiettorie attese, al fine di trovare i valori di primo tentativo di `TolX`, `TolFun`, che saranno fatti variare nell'intervallo  $[10^{-2}, 10^{-8}]$  diminuendo ad ogni passo il loro valore di un ordine di grandezza. Una volta trovato il valore ottimale di questi due parametri si potrà procedere nella ricerca del valore di `MaxFunEvals` e `MaxIter` con cui le prestazioni dell'algoritmo sono migliori.

In seguito verrà eseguita un'analisi sull'area di ricerca definita dal vettore di scostamento, per individuare il valore od eventualmente il range entro cui tale area di ricerca deve essere variata per avere dei risultati soddisfacenti. In un primo momento si confronteranno i risultati ottenuti utilizzando un vettore di scostamento *'esteso'* (del tipo  $d = \{30, 30, \dots, 30\}$ ) con un vettore di scostamento *'esteso con vincoli'*, in cui i valori dei punti di controllo iniziale e finale di ogni curva sono fissi ed uguali agli angoli di partenza e di arrivo del gesto (vettore del tipo  $d = \{\alpha_1, 30, \dots, \alpha_2, \beta_1, 30, \dots, \beta_2, \gamma_1, 30, \dots, \gamma_2\}$ , supponendo che i pedici 1 e 2 indichino i p.ti di controllo iniziale e finale).

In una seconda fase l'algoritmo verrà eseguito con un range modellato attorno alle FPA con una ampiezza che verrà fatta variare nell'intervallo  $[72\%, 168\%]$  (percentuali relative al valore picco picco delle curve attese) con passo 2%.

## 8.2 L'analisi sperimentale

L'analisi sperimentale verrà condotta sui dati acquisiti dalla pedana secondo le modalità descritte in 8.2.2, con i due algoritmi 'Ozaki' e 'Line Search'.

In tale analisi sperimentale si farà riferimento alle traiettorie attese intendendo le traiettorie angolari ottenute tramite i dati acquisiti con il sistema stereofotogrammetrico.

### Scopo

In una terza parte gli algoritmi vengono eseguiti a partire da dati reali, acquisiti con le piattaforme dinamometriche. I risultati così ottenuti vengono confrontati utilizzando i seguenti criteri di paragone:

- errore nella valutazione delle cinematiche
- errore nella valutazione delle Reazioni Vincolari
- affidabilità
- efficienza
- tempo di elaborazione
- ripetibilità

### Metodi

Per il calcolo dell'errore nella valutazione delle cinematiche i valori attesi e quelli stimati verranno confrontati in termini di RMSD e correlazione, per l'errore relativo alle reazioni vincolari stimate/attese si utilizzerà l'RMSD.

Per la determinazione del tipo di convergenza e per il calcolo della sua rapidità verranno utilizzati gli strumenti teorici descritti nel cap 3.2.1.

### 8.2.1 Dati stereofotogrammetrici

I dati stereofotogrammetrici sono stati acquisiti utilizzando l'apparato sperimentale del laboratorio di biomeccanica reso disponibile dall'Istituto Universitario di Scienze Motorie (IUSM, Roma)(fig. 8.2.1). Tale apparato consta

di un sistema stereofotogrammetrico optoelettronico VICON con nove telecamere e 27 marker che acquisisce con una frequenza di campionamento di 120Hz.



Figura 8.2: Vista del laboratorio di analisi del movimento e delle telecamere vicon

I dati acquisiti sono relativi ai marker applicati al soggetto secondo il protocollo PluginGait (cf . paragrafo 8.2.3). L'individuo non mostrava un'evidenza clinica d'alterazioni del sistema neuro-muscolo-scheletrico né era stato soggetto in passato a tali patologie. La tabella 8.7 riporta alcuni dati del soggetto utilizzato. Le acquisizioni sperimentali sono state eseguite previo ottenimento del consenso informato.

	<b>Sesso</b>	<b>Età</b>	<b>Massa Corporea[Kg]</b>	<b>Statura[m]</b>
<b>Soggetto 1</b>	M	25	62.3	1.78

Figura 8.3: Caratteristiche del soggetto sano analizzato per la validazione sperimentale del modello JAGO

Con il sistema stereofotogrammetrico è stato possibile ottenere i dati relativi allo spostamento dei marker (coordinate X, Y, Z del sistema di riferimento globale), e alle traiettorie angolari descritte da caviglia, ginocchio, anca nei tre piani XY, XZ, YZ del sistema di riferimento globale.

Al fine di utilizzare tali dati come validazione delle traiettorie articolari stimate dal modello JAGO, sono state considerate le traiettorie angolari di caviglia, ginocchio ed anca. Esse sono state ricampionate a 100 campioni in modo da poterle confrontare con le traiettorie di JAGO.

Il sistema stereofotogrammetrico, utilizzato solo per scopi di validazione del modello, non è naturalmente parte dell'apparato associato con il modello JAGO.

### 8.2.2 Dati dinamici

I dati dinamici sono stati acquisiti con una piattaforma dinamometrica Bertec a sei componenti (come illustrato nella figura 8.4). La piattaforma consta di sei componenti ed ha una superficie di  $(0.4 \times 0.8)\text{m}^2$ . Sopra la piattaforma è stata posta una pedana di legno di misura  $(0.6 \times 0.9 \times 0.02)\text{m}^3$ . Con tale piattaforma i dati sono stati acquisiti tramite un convertitore ad una frequenza di campionamento di 120Hz.

Con tale piattaforma è possibile ottenere i dati relativi alle reazioni vincolari. In particolare essa fornisce gli andamenti nel tempo della forza e dei momenti lungo gli assi  $x$ ,  $y$ ,  $z$  del sistema di riferimento globale.

Per i nostri fini sono state utilizzate le forze lungo gli assi  $y$  (forza antero posteriore, fap),  $z$  (forza verticale, fv), e il momento lungo l'asse  $x$  (momento medio laterale, mml).

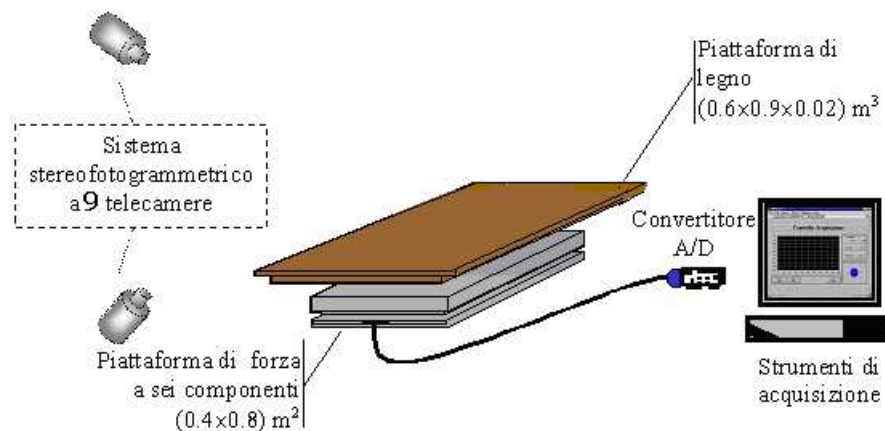


Figura 8.4: Rappresentazione schematica dell'apparato sperimentale

I dati acquisiti sono stati in prima istanza filtrati con un filtro passabanda Butterworth di ordine 2, con frequenza di cut-off 15Hz. In secondo luogo non si è preso l'intero andamento delle reazioni vincolari considerate, ma solamente la parte di interesse, che è stata ricavata tramite l'algoritmo esposto in 8.2.6. Infine le curve sono state ricampionate a 100 campioni e utilizzate come input per l'algoritmo di ottimizzazione del modello JAGO.

Secondo il modello descritto in 7.2.2 l'interazione del soggetto con la base di supporto, è modellata come su un unico segmento. Quindi le reazioni vincolari, che nella realtà sono misurate al suolo, ovvero alla base del piede, nel modello vengono invece considerate come applicate direttamente all'articolazione di caviglia.

Al fine di eliminare questo errore di valutazione delle reazioni vincolari attese, si sono considerate le reazioni vincolari alla caviglia. Questo spiega anche perchè nel protocollo sperimentale è richiesto che i malleoli siano in linea con l'asse medio laterale della piattaforma dinamometrica: se così non fosse trasformare il momento medio laterale al suolo nel momento medio laterale alla caviglia sarebbe una operazione complessa, in quanto sarebbe necessario conoscere anche la variazione nel tempo del punto di applicazione della forza verticale.

La  $f_v$  varia comunque il suo punto di applicazione, anche se i malleoli sono in linea con l'asse medio laterale della piattaforma, quindi una approssimazione che viene utilizzata nel presente lavoro è quella di considerare il punto medio di applicazione della forza verticale. Tale approssimazione è giustificata dal fatto che quando i malleoli sono in linea con l'asse medio laterale della piattaforma il braccio è relativamente piccolo (al massimo lungo quanto la distanza tra malleolo e centro di massa del piede, distanza che nel peggiore dei casi è dell'ordine di 10cm), e dal fatto che nelle misure effettuate su due prove di squat (uno squat veloce ed uno accovacciato) la deviazione standard dal punto medio di applicazione della forza verticale è nel peggiore dei casi dell'ordine di 2cm.

Per passare dal sistema di riferimento con origine  $xOy$  nel centro della pedana, al sistema di riferimento  $x'O'y'$  con origine nel giunto di caviglia consideriamo la figura seguente:

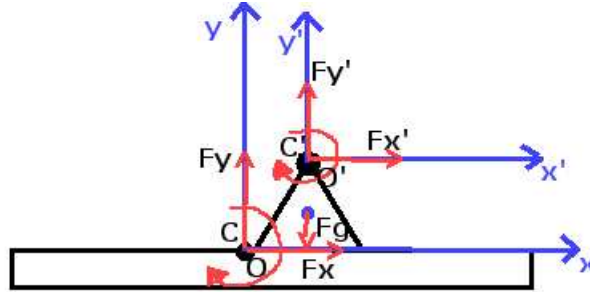


Figura 8.5: Rappresentazione schematica delle forze e delle coppie che agiscono sul piede appoggiato sulla pedana dinamometrica.  $F_x$  e  $F_{x'}$  sono le forze antero-posteriori dei due sistemi di riferimento,  $F_y$  e  $F_{y'}$  sono le forze verticali dei due sistemi di riferimento,  $F_g$  è la forza gravitazionale che agisce sul centro di massa del piede,  $C$  e  $C'$  sono le coppie dei due sistemi di riferimento

In cui

- $F_x$  e  $F_{x'}$  sono le forze antero-posteriori dei due sistemi di riferimento
- $F_y$  e  $F_{y'}$  sono le forze verticali dei due sistemi di riferimento
- $F_g$  è la forza gravitazionale che agisce sul centro di massa del piede
- $C$  e  $C'$  sono le coppie dei due sistemi di riferimento

Le relazioni che legano le forze e le coppie del sistema di riferimento  $xOy$  con il sistema di riferimento  $x'O'y'$  sono espresse nelle equazioni seguenti:

$$\begin{aligned}
 C' &= C + M^{\circ}_{F_y} + M^{\circ}_{F_x} + M^{\circ}_{F_g} \\
 F_{y'} &= F_y + F_g \\
 F_x &= F_{x'}
 \end{aligned}
 \tag{8.6}$$

Nella prima equazione i termini  $M^{\circ}_{F_y}$ ,  $M^{\circ}_{F_x}$ ,  $M^{\circ}_{F_g}$  rappresentano i momenti calcolati considerando la lunghezza del braccio come la differenza tra i punti di applicazione delle forze al pedice e la posizione dell'origine  $O'$  nel sistema di riferimento  $x'O'y'$ .

### 8.2.3 Posizionamento dei marker secondo il protocollo PluginGait

In questo paragrafo è riportato il posizionamento dei marker secondo quanto descritto nella documentazione relativa al modello.

Quando solo i marcatori del lato sinistro sono elencati, la posizione è identica per entrambi i lati.

#### Upper Body

- *LFHD* Left front head (situato approssimativamente sopra la tempia sinistra)
- *RFHD* Right front head (situato sopra la tempia destra)
- *LBHD* Left back head (Situato sulla parte della testa, grosso modo in un piano orizzontale dei marcatori front head)
- *RBHD* Right back head

I marcatori sopra le tempie definiscono l'origine e la scala della testa. I marcatori posteriori definiscono il suo orientamento.

- *C7* Processo spinoso della settima vertebra cervicale.
- *CLAV* Incavo giugulare dove le clavicole incontrano lo sterno
- *T10* Processo spinoso della decima vertebra toracica.
- *STRN* Processo xifoide dello sterno

Questi quattro marcatori definiscono un piano con i due precedenti, quindi il loro posizionamento laterale è molto importante.

- *LSHO* Left shoulder marker (situato sopra l'articolazione Acromioclavicolare).
- *LELB* Left elbow (situato sull'epicondilo laterale, approssima l'asse dell'articolazione del gomito)
- *LWRA* Left wrist bar thumb side (barra del polso sinistro, dalla parte del pollice)

- *LWRB* Left wrist bar pinkie side (barra del polso sinistro, dalla parte del mignolo)

Questi marker sono situati alle estremità delle barre attaccate simmetricamente sulla parte posteriore del polso, più vicine possibile al centro dell'articolazione del polso.

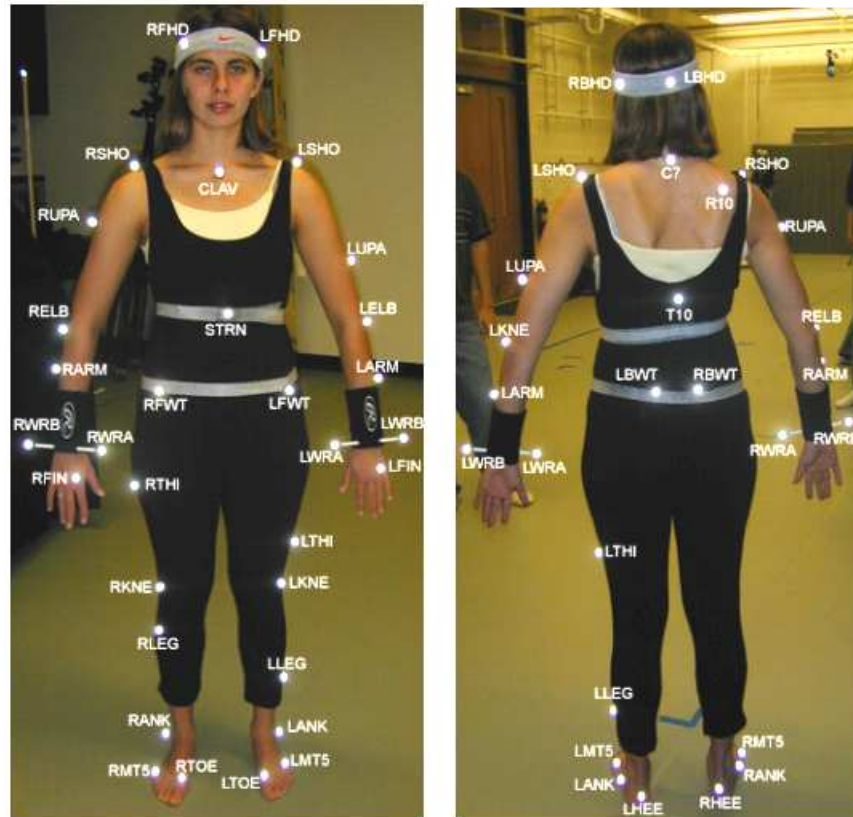


Figura 8.6: Posizionamento dei marcatori del modello PluginGait: vista frontale e posteriore. Immagine dal sito <http://www.etc.cmu.edu/projects/mastermotion/>

- *LFIN* Left finger (dito sinistro). Situato sul dorso della mano appena sotto la testa del secondo metatarso.

### Lower Body

- *LASI* Left ASIS



- *RASI* Right ASIS

Questi marcatori sono posizionati direttamente sopra le spine iliache anteriori.

- *LPSI* Left PSIS
- *RPSI* Right PSIS

Queste sono delle leggere prominenze ossee che possono essere percepite immediatamente sotto l'articolazione sacro-iliaca, nel punto in cui la spina dorsale si congiunge alle pelvi.

- *LKNE* Left knee

Per localizzare esattamente il punto di posizionamento del marcatore del ginocchio è necessario flettere ed estendere passivamente il ginocchio ed individuare sulla superficie della pelle nella parte laterale dell'articolazione il punto in cui l'asse dell'articolazione passa attraverso la parte laterale del ginocchio. Il punto si individua cercando sulla superficie della pelle la parte più vicina a quella fissa sulla testa del femore. Questo punto dovrebbe essere lo stesso in cui la gamba sembra ruotare.

- *LTHI* Left thigh wand marker (marcatore su barretta, gamba sinistra)

I marcatori di gamba su bacchetta sono usati per calcolare la posizione e l'orientamento l'asse di flessione del ginocchio. Devono essere posizionati circa ad 1/3 della superficie laterale della gamba, appena sotto il punto dove la mano tocca la coscia, quando il braccio viene lasciato cadere verso terra. Il marcatore deve essere allineato nel piano che contiene i centri delle articolazione di anca e ginocchio, e gli assi di flesso-estensione.

- *LANK* Left ankle on maleolus (Caviglia sinistra sul malleolo)

Posizionato sul malleolo laterale lungo una linea immaginaria che passa attraverso gli assi dei malleoli.

- *LTIB* Left tibial wand marker (marcatore su barretta, tibia sinistra)

Analogo a *LTHI*, posizionato ad  $1/3$  della lunghezza della gamba, sotto l'articolazione del ginocchio. Utilizzato per determinare l'allineamento dell'asse di flessione della caviglia.

- *LTOE* Left toe

Posizionato sopra testa del secondo metatarso.

- *LHEE* Left heel

Posizionato sul calcagno alla stessa altezza del marcatore *LTOE*.

### 8.2.4 Protocollo sperimentale

Di seguito è descritto il protocollo sperimentale adottato.

All'inizio della sessione di prove sono state prese le misure antropometriche. In particolare:

- la massa corporea
- la statura
- l'altezza della caviglia (malleolo laterale destro da terra)
- la lunghezza della gamba (dal malleolo laterale destro all'epicondilo laterale del femore destro)
- la lunghezza della coscia (dall'epicondilo laterale del femore destro al trocanterion destro )
- la lunghezza del tronco (trocanterion destro al punto cervicale (C7))
- la lunghezza della testa (dal punto cervicale (C7) al vertex)
- la lunghezza del braccio (dal centro articolare del gomito al centro articolare delle spalle)
- piani anatomici del soggetto consistenti con il sistema di riferimento  $X_L Y_L Z_L$  della piattaforma dinamometrica del laboratorio

Al soggetto è stato chiesto di prendere la posizione iniziale (fig. 8.8) definita come segue:

- posizione eretta
- tronco verticale
- braccia incrociate strette al busto
- gambe pari, ovvero divaricate ad una ampiezza leggermente maggiore della larghezza delle spalle, in maniera da permettere al soggetto di eseguire lo squat agevolmente.
- orientamento dei piedi simmetrico
- malleoli in linea con l'asse medio laterale della piattaforma dinamometrica



Figura 8.8: Posizione iniziale e finale dello squat

Tale posizione dovrà essere anche quella finale. Per acquisire dati confrontabili fra loro sono state segnate sulla pedana le posizioni esatte dei piedi. In questo modo al soggetto è stato possibile riprendere la stessa posizione iniziale ad ogni prova.

Al fine di validare il modello con i dati acquisiti tramite la stereofotogrammetria, al soggetto sono stati applicati 27 marker del diametro di 2.5cm, secondo le specifiche del modello plugingait del sistema Vicon descritte nella sezione 8.2.3.

Dopo essersi accertati del corretto posizionamento del soggetto e dei marker, al soggetto è stato spiegato il gesto da eseguire, secondo quanto descritto nel capitolo 5 riguardo allo squat naturale. Il gesto eseguito nelle prove valutate nel presente lavoro è analogo allo squat naturale, con l'unica differenza nella posizione delle braccia: diritte di fronte al corpo nel caso dello squat naturale, incrociate e attaccate al petto nel nostro caso.

Al soggetto sono state poi impartite le seguenti istruzioni:

- cominciare il gesto al comando dell'operatore, comando che viene dato all'incirca dopo 1 s dall'inizio dell'acquisizione dei dati
- mantenere la pianta del piede fissa al piano di appoggio, in particolare evitare di alzare i talloni dal suolo
- mantenere le braccia incrociate e attaccate al busto durante tutta la durata del gesto
- rimanere fermo una volta raggiunta la postura eretta fino ad un ulteriore comando dell'operatore

Al soggetto è stato chiesto di eseguire il gesto in diversi modi:

- **a velocità naturale** (squat normale): la velocità naturale a cui viene spontaneo di eseguire il gesto.
- **a velocità elevata** (squat veloce): la massima velocità a cui il soggetto è in grado di eseguire il gesto.

- **con massimo piegamento** (squat accovacciato): squat a velocità naturale in cui si cerca di raggiungere il massimo piegamento che il soggetto è in grado di effettuare, anche piegando, eventualmente, in maniera eccessiva il tronco.
- **modificato** (squat modificato): squat a velocità naturale in cui la fase di ritorno viene effettuata distendendo prima le ginocchia e poi il tronco.

Sono stati acquisiti i dati relativi a:

- 10 prove a velocità naturale. Ogni acquisizione della durata di 5 sec.
- 10 prove a velocità elevata. Ogni acquisizione della durata di 5 sec.
- 5 prove con massimo piegamento. Ogni acquisizione della durata di 5 sec.
- 5 prove forzate. Ogni acquisizione della durata di 5 sec.

### 8.2.5 Implementazione degli algoritmi

Tutti gli algoritmi utilizzati sono stati sviluppati in ambiente Matlab della MathWorks. In particolare sono stati implementati:

- Un algoritmo per l'individuazione di inizio e fine gesto a partire dalle sole reazioni vincolari
- Un algoritmo per il calcolo di centro di massa e momento di inerzia dei tre segmenti con cui JAGO modella il corpo umano (shank, thigh, hat)
- Un algoritmo per il calcolo della ripetibilità delle singole reazioni vincolari
- Un algoritmo per il confronto (*RMSE* e *correlazione*) dei risultati attesi con i risultati generati dagli algoritmi *Ozaki* e *Line Search*.
- l'algoritmo di ottimizzazione *Ozaki*
- l'algoritmo di ottimizzazione *Line Search*, già disponibile in Matlab tramite la funzione `fmincon.m` dell'Optimization Toolbox.

### 8.2.6 Algoritmo per l'individuazione dell'inizio e la fine del compito motorio

Quando si acquisiscono i dati relativi ad una esecuzione del compito motorio scelto (nel nostro caso lo squat), la durata delle acquisizioni deve essere maggiore della durata effettiva del gesto. In tal modo si è certi di aver acquisito interamente il compito motorio.

Tuttavia l'input dell'algoritmo di ottimizzazione è costituito dai dati relativi al solo intervallo di inizio/fine compito motorio. Si pone quindi il problema di come rilevare tale intervallo a partire solamente dai dati disponibili in ingresso all'algoritmo di ottimizzazione, a partire cioè dalle sole reazioni vincolari.

A tal fine è stato sviluppato l'algoritmo descritto nei paragrafi seguenti.

#### Considerazioni generali

Come già accennato, le acquisizioni cominciano qualche secondo prima e finiscono qualche secondo dopo l'esecuzione effettiva del gesto (nel nostro caso lo squat): in questo modo si hanno delle curve che nella fase iniziale e finale presentano un andamento costante (o entro un certo range) corrispondente a forze costanti e coppie nulle (soggetto fermo).

Il taglio viene effettuato sulle curve relative alle tre reazioni vincolari ricavate dalle acquisizioni fatte con la piattaforma dinamometrica: la forza antero posteriore (fap) la forza verticale (fv) e il momento medio laterale (mml).

Sono state analizzate le curve relative alle tre reazioni vincolari sul campione descritto in 8.2.4.

Per la validazione dell'algoritmo si è analizzato il movimento del soggetto con il sistema stereofotogrammetrico Vicon secondo le specifiche esposte nel paragrafo 8.2.1. Tali acquisizioni ci hanno dato la possibilità di analizzare gli andamenti degli angoli al ginocchio e all'anca.

Poiché i movimenti che caratterizzano lo squat sono la flessione del ginocchio e dell'anca [Esc2001] [Esc1998], per la validazione dell'algoritmo sono stati introdotti i dati relativi all'angolo al ginocchio e all'anca (cf capitolo 5).

### Come funziona l'algoritmo

L'algoritmo può essere eseguito prendendo in input una a scelta delle tre reazioni vincolari (fap, fv, mml). Le figure di questo paragrafo sono relative all'esecuzione dell'algoritmo con la curva fap in input.

Le variabili fondamentali utilizzate dall'algoritmo sono:

- **Niniz**, il numero di campioni iniziali corrispondente ad un valore percentuale della durata (campioni) dell'intera acquisizione (nel nostro caso **Niniz** è il 20% della durata dell'intera acquisizione): questo individua un intervallo iniziale che chiameremo **IntIniz**.
- **Nfin**, il numero di campioni finali (nel nostro caso **Nfin** è il 10% dei campioni acquisiti), che individua un intervallo finale che chiameremo **IntFin**.

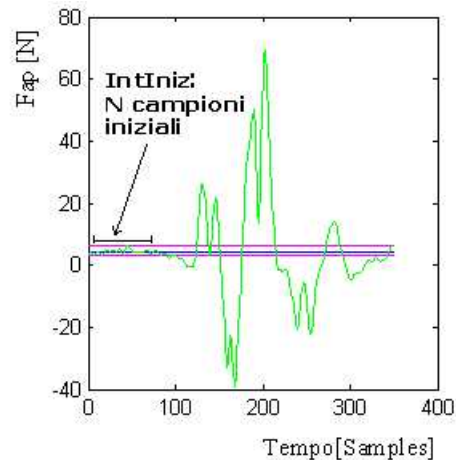


Figura 8.9: Curva Fap prima dell'applicazione dell'algoritmo

Le percentuali dei due intervalli devono essere rappresentative del periodo di tempo in cui si rilevano variazioni nelle curve delle reazioni vincolari dovute ai soli aggiustamenti posturali, ed il soggetto non compie alcun gesto.

L'algoritmo poi procede nella maniera seguente:

1. Si calcola il valore medio VM (in blu nella figura) della curva nell'intervallo **IntIniz**.

2. Si considerano il valore massimo e minimo ( $V_{max}$  e  $V_{min}$ , in rosa nella figura) nell'intervallo iniziale  $IntIniz$ .
3. Si procede 'in avanti' calcolando i valori delle ordinate (Newton) del primo campione, poi del secondo ecc.
4. Il primo campione il cui valore (Newton) è esterno alla fascia  $V_{max} / V_{min}$  viene memorizzato come  $Ntemp$ . Si noti che esso non può ancora essere considerato quello di inizio del gesto, poichè è poco realistico avere una reazione vincolare che inizi con un valore esterno alla fascia  $V_{max} / V_{min}$ . Tale valore iniziale infatti si discosterebbe troppo dal valore medio iniziale.
5. Si procede poi 'a ritroso' considerando i campioni precedenti  $Ntemp$  in maniera sequenziale ( $Ntemp, Ntemp-1, \dots, 3, 2, 1$ ).
6. Quando il valore corrispondente a uno di tali campioni è uguale al valore medio della curva nell'intervallo  $IntIniz$ , oppure oltrepassa tale valore (ovvero se da maggiore del valor medio diventa minore e viceversa), allora tale campione viene considerato quello di inizio del gesto.

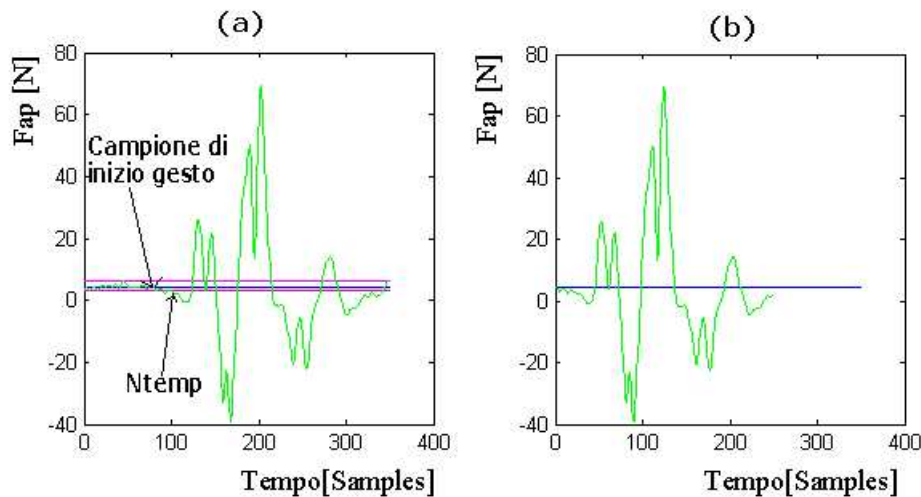


Figura 8.10: Curve  $F_{ap}$  prima(a) e dopo(b) l'applicazione dell'algoritmo



Per trovare la fine del gesto si applica la stessa procedura nella direzione inversa (partendo dalla fine verso l'inizio, arrivando ad un campione parziale  $N_{temp}$ , procedendo in avanti sino ad intersecare il valor medio), utilizzando però  $IntFin$  come intervallo di riferimento.

Il codice relativo all'implementazione di tale algoritmo è riportato in appendice A.

## 8.2.7 Algoritmo per il calcolo della ripetibilità

### Considerazioni generali

L'obiettivo di tale algoritmo è dare una stima di ripetibilità del gesto. In particolare della ripetibilità delle reazioni e vincolari (fap, fv o mml) utilizzate da JAGO.

Nell'ambito del problema in analisi è possibile dire che una curva è ripetibile quando essa ha lo stesso andamento al variare della prova. Gli studi condotti a riguardo [Kab1989] indicano un metodo per il calcolo della ripetibilità applicato a curve che rappresentano le reazioni vincolari, metodo che descriveremo nelle righe seguenti.

Nel descrivere la variabilità e la similarità di curve che rappresentano forme d'onda o segnali, la statistica classica non dà risultati sufficientemente descrittivi della variabilità tra forme d'onda. A questo proposito si usa una misura statistica più complessa, *il coefficiente di determinazione multipla*  $R_a^2$  [Net1985] [Win1971], più appropriato per valutare la similarità tra forme d'onda.

### Come funziona l'algoritmo

In questo paragrafo viene esposto il funzionamento di una versione dell'algoritmo per il calcolo della ripetibilità descritto da Kabada in [Kab1989] adattata alle necessità specifiche del presente lavoro.

Il coefficiente che descrive la ripetibilità, detto *coefficiente di determinazione multipla*, può essere calcolato relativamente ad un solo giorno oppure a delle prove estese su un arco temporale di più giorni.

Nel nostro studio è utilizzato il *coefficiente di determinazione multipla*  $R_a^2$  relativo alla ripetibilità di una forma d'onda in solo un giorno. È stato considerato un solo giorno di prova poiché con i materiali utilizzati non vi è

variazione di set-up sperimentale al variare del giorno in cui si eseguono gli esperimenti. Le prove sono quindi state eseguite tutte lo stesso giorno.

Tale coefficiente è definito come:

$$R_a^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \sum_{t=1}^T (Y_{ijt} - \bar{Y}_{it})^2 / MT(N-1)}{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \sum_{t=1}^T (Y_{ijt} - \bar{Y}_i)^2 / M(NT-1)} \quad (8.7)$$

in cui  $Y_{ijt}$  è il campione t-esimo della prova i-esima dell'i-esimo giorno di test (nel nostro caso un solo giorno).

$\bar{Y}_{it}$  è invece la media all'istante t nell'i-esimo giorno di test (nel nostro caso il giorno 1 essendo l'unico disponibile)

$$\bar{Y}_{it} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N Y_{ijt} \quad (8.8)$$

$\bar{Y}_i$  è la media globale sull'i-esimo giorno ed è data da

$$\bar{Y}_i = \frac{1}{NT} \sum_{j=1}^N \sum_{t=1}^T Y_{ijt} \quad (8.9)$$

L'algoritmo è stato implementato con Matlab della Mathworks. In input sono state date le tre diverse reazioni vincolari (fap, fv, mml). Ricordando che il gesto comincia quando uno dei due angoli (ginocchio o anca) è diverso da zero e finisce quando entrambi sono prossimi allo zero [Esc2001] [Esc1998], si sono trovati tali istanti studiando le cinematiche rilevate con il sistema Vicon. Una volta trovati, le reazioni vincolari sono state tagliate secondo i valori di tali istanti, filtrate e ricampionate come esposto in 8.2.2.

L'implementazione dell'algoritmo restituisce in output il *coefficiente di determinazione multipla*  $R_a^2$  relativo alle tre reazioni vincolari sui due set di prove (squat veloci e squat a velocità normale).

Il codice relativo all'implementazione di tale algoritmo è riportato in appendice A.

### 8.2.8 Valutazione dell'errore nella stima degli angoli al ginocchio, all'anca e alla caviglia

Nelle acquisizioni effettuate con il sistema stereofotogrammetrico Vicon, secondo il protocollo descritto in 8.2.4 la stima delle traiettorie è soggetta ad un errore (cf. 6.3).

L'errore medio nella stima della posizione di un marker con il sistema Vicon è inferiore al millimetro, secondo quanto detto nella sezione 6.3, e ciò è confermato dalle rilevazioni effettuate nel laboratorio di biomeccanica. Tali rilevazioni indicano che l'errore nella stima della posizione di un marker non in movimento, con il setup descritto nella sezione ??, è inferiore a 0.9mm (fig 8.11), confermando così i risultati della sezione 6.3.

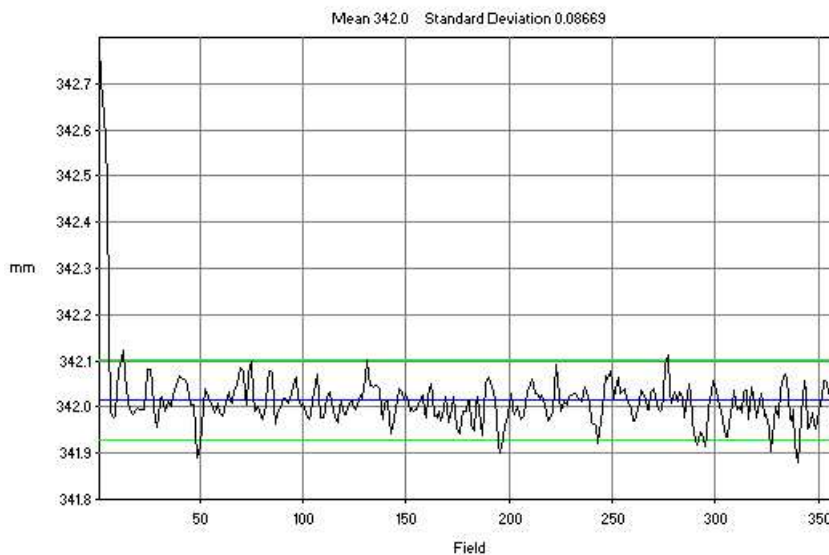


Figura 8.11: Nel grafico è rappresentato l'errore nella valutazione della posizione del marker. Il marker è fermo ma il sistema rileva delle oscillazioni nella sua distanza dall'origine

Si vuole ora stimare l'errore nella stima degli angoli al ginocchio, alla caviglia e all'anca, tramite un esempio.

Per individuare un angolo il sistema stereofotogrammetrico utilizza tre marker (fig 8.12). Supponendo che il marker al centro  $C$  sia fissato e che l'errore di valutazione nella posizione dei marker  $A$  e  $B$  sia inferiore al milli-

metro, è evidente che l'errore di valutazione dell'angolo  $\beta$  è tanto maggiore quanto minore è la lunghezza del segmento (ad esempio il segmento  $AC$ ) che congiunge il marker al centro  $C$  con uno dei due marker,  $A$  o  $B$ .

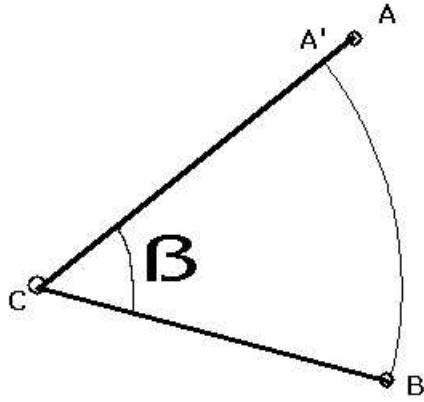


Figura 8.12: Nella figura sono rappresentati tre marker ( $A, B$  e  $C$ ) e l'angolo  $\beta$  da essi individuato

Verifichiamo allora che, per segmenti lunghi, la variazione dell'angolo al variare della stima della posizione del marker non è significativa.

I segmenti più lunghi nel modello utilizzato da vicon (cf. 7) sono quelli che rappresentano la coscia e la gamba. Nel soggetto considerato per gli esperimenti le misure di tali segmenti sono:

- **coscia:** 439mm
- **gamba:** 427mm

Consideriamo allora per maggiore generalità un soggetto le cui misure antropometriche siano:

- **coscia:** 500mm
- **gamba:** 500mm

Riferendoci allora alla fig. 8.13 consideriamo  $BC = 500mm$  e  $AC = 500mm$ , e rappresentiamo l'errore di valutazione della posizione del marker con il segmento  $AB = 1mm$ .

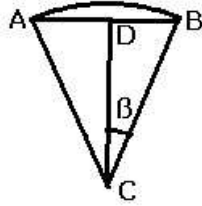


Figura 8.13: Nella figura  $A, B$  e  $C$  rappresentano i tre marker

Calcoliamo l'ampiezza dell'angolo  $\beta$ .

$$\begin{aligned}
 DC &= \sqrt{BC^2 - BD^2} \\
 tg\beta &= \frac{BD}{DC} \\
 \beta &= \arctg(tg\beta) = \arctg\frac{BD}{DC} \\
 \Rightarrow \beta &= \arctg\frac{BD}{\sqrt{BC^2 - BD^2}}
 \end{aligned} \tag{8.10}$$

Numericamente si ha:

$$\begin{aligned}
 \beta &= \arctg\frac{BD}{\sqrt{BC^2 - BD^2}} = \arctg\frac{0.5}{\sqrt{500^2 - 0.5^2}} \\
 \Rightarrow \beta &= 0.001rad \simeq 0.05gradi
 \end{aligned} \tag{8.11}$$

La misura dell'angolo  $\hat{abc}$  è allora:

$$\hat{abc} = 2 \cdot \beta = 0.002rad \simeq 0.11gradi \tag{8.12}$$

Dopo aver verificato che per segmenti lunghi la variazione angolare non è significativa, consideriamo il caso di segmenti corti, come ad esempio il piede.

Nel soggetto studiato la lunghezza del piede è di 260mm. Consideriamo per maggiore generalità un soggetto la cui lunghezza del piede sia 200mm. Applicando l'equazione 8.11 si ha:

$$\begin{aligned}\beta &= \operatorname{arctg} \frac{BD}{\sqrt{BC^2 - BD^2}} = \operatorname{arctg} \frac{0.5}{\sqrt{200^2 - 0.5^2}} \\ \Rightarrow \beta &= 0.0025 \operatorname{rad} \simeq 0.14 \operatorname{gradi}\end{aligned}\tag{8.13}$$

In questo caso la misura dell'angolo  $\hat{abc}$  è:

$$\hat{abc} = 2 \cdot \beta = 0.005 \operatorname{rad} \simeq 0.28 \operatorname{gradi}\tag{8.14}$$

Per la stima degli angoli da noi considerati (caviglia ginocchio e anca) possiamo quindi concludere che le variazioni delle traiettorie angolari inferiori a  $0.28 \simeq 0.3 \operatorname{gradi}$  possono essere considerate rumore.

### 8.2.9 Scelta della reazione vincolare di riferimento per l'individuazione dell'inizio e della fine del gesto

Al fine di trovare una reazione vincolare di riferimento da fornire in input all'algoritmo, si sono analizzati i dati relativi alle 20 prove (10 velocità normale, 10 velocità elevata) dello squat.

Si sono ricercati i campioni di inizio e fine gesto relativi alle curve attese dell'angolo al ginocchio e all'anca ottenute con il sistema stereofotogrammetrico.

Per l'angolo al ginocchio e all'anca sono stati riportati i campioni che indicano che l'angolo ha subito una variazione maggiore di 0.5 gradi rispetto al valore finale ed iniziale. Infatti le variazioni degli angoli che avvengono entro 0.3 gradi possono essere considerate rumore, come esposto nel paragrafo 8.2.8, mentre da 0.3 a 0.5 gradi possono essere considerate aggiustamenti posturali, come è risultato da una analisi delle traiettorie angolari.

Nella tabella sono riportati tali campioni.

Prova	Inizio movimento		Fine movimento		Inizio effettivo movimento	Fine effettiva movimento
	angolo al ginocchio	angolo all'anca	angolo al ginocchio	angolo all'anca		
1	146	145	384	411	145	411
2	121	117	299	293	117	299
3	124	120	391	387	120	391
4	123	123	319	359	123	359
5	104	98	299	325	98	325
6	133	122	320	360	122	360
7	111	111	314	308	111	314
8	77	76	290	319	76	319
9	95	112	315	312	95	315
10	82	87	273	279	82	279
11	118	102	467	471	102	471
12	102	102	410	396	102	410
13	70	70	375	426	70	426
14	126	130	436	432	126	436
15	76	64	455	449	64	455
16	135	111	484	501	111	501
17	164	148	516	536	148	536
18	94	105	396	478	94	478
19	98	101	444	457	98	457
20	143	145	488	452	143	488

Figura 8.14: Campioni di inizio/fine gesto effettivi individuati a partire dalle curve acquisite con il sistema stereofotogrammetrico. Per ogni prova i campioni selezionati come campioni di inizio (o fine) gesto effettivo sono marcati in rosso

Ricordando che il gesto ha inizio appena uno tra i due angoli tra ginocchio e anca varia rispetto al valore iniziale (che è prossimo allo zero perché il soggetto è in posizione eretta), e finisce solo quando entrambi sono tornati nella posizione iniziale, facciamo riferimento alle curve degli angoli al ginocchio e all'anca. Ognuna fissa la durata del gesto con un campione di inizio gesto e uno di fine gesto.

Il primo angolo che varia determina l'inizio del gesto quindi il campione di inizio gesto da scegliere per trovare l'inizio effettivo del gesto è quello, tra i due, con valore più piccolo.

L'ultimo angolo a tornare nella posizione iniziale determina la fine del gesto, quindi il campione da scegliere per trovare la fine effettiva del gesto è quello, tra i due, con valore più grande.

Ad esempio nella prova n.2 l'angolo al ginocchio ha valore non nullo a partire dal campione 121, mentre quello all'anca ha valore non nullo a partire dal campione 117. Il gesto allora avrà effettivamente inizio nel campione 117.

Nella stessa prova l'angolo al ginocchio ha valore nullo a partire dal campione 299, mentre quello all'anca ha valore non nullo a partire dal campione 293. Il gesto allora avrà effettivamente fine nel campione 299.

Nella tab. 8.14 per ogni prova i campioni selezionati come campioni di inizio (o fine) gesto effettivo sono marcati in rosso.

E' ora possibile validare l'algoritmo e verificare con quale reazione vincolare (fap o fv) esso dia i risultati più esatti.

L'algoritmo è stato eseguito sulle 20 prove di squat dando in input:

- La forza antero posteriore (fap)
- La forza verticale (fv)

Prova	Inizio movimento		Fine movimento		Inizio effettivo movimento	Fine effettiva movimento
	algoritmo con input fap	algoritmo con input fv	algoritmo con input fap	algoritmo con input fv		
1	141	145	537	484	145	411
2	79	107	329	298	117	299
3	126	113	564	505	120	391
4	122	62	313	288	123	359
5	82	84	313	328	98	325
6	95	80	308	320	122	360
7	77	60	333	324	111	314
8	71	71	341	320	76	319
9	69	94	308	329	95	315
10	62	74	325	298	82	279
11	86	85	567	499	102	471
12	97	85	526	543	102	410
13	89	86	542	375	70	426
14	113	119	492	458	126	436
15	90	95	514	524	64	455
16	128	104	540	546	111	501
17	69	158	537	537	148	536
18	105	93	536	533	94	478
19	71	84	542	457	98	457
20	104	142	544	498	143	488

Figura 8.15: Campioni di inizio fine gesto trovati dall'algoritmo con i due diversi input e campioni di inizio e fine gesto effettivi

Nella tabella sono riportati i valori di inizio fine gesto trovati dall'algoritmo con i due diversi input, e i campioni di inizio e fine gesto effettivi. In rosso



sono stati marcati i valori da prendere in considerazione perché più prossimi ai valori inizio e fine gesto effettivi.

Nell'istogramma seguente viene riportato il numero di prove in cui i campioni utili a determinare l'inizio (o fine) del gesto sono quelli di fap (o fv). I valori corrispondenti sono marcati in rosso nella tabella 8.15

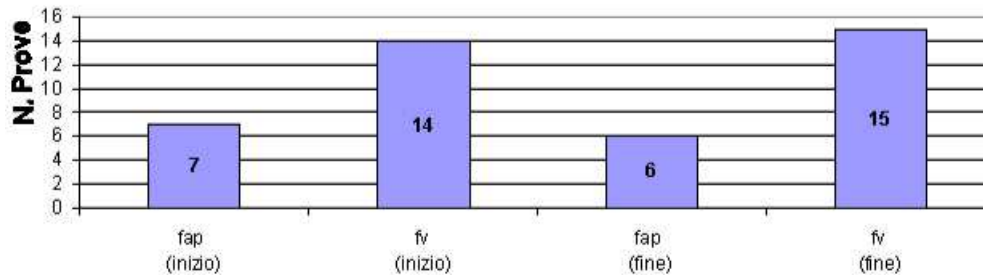


Figura 8.16: Numero di prove in cui i campioni utili a determinare l'inizio della fine del gesto sono quelli di fap o fv.

Dai risultati riportati nel grafico si evince che:

- L'inizio del gesto può essere determinato dalla fv 14 volte su 20
- L'inizio del gesto può essere determinato dalla fap 6 volte su 20
- La fine del gesto può essere determinata dalla fv 15 volte su 20
- La fine del gesto può essere determinata dalla fap 6 volte su 20

E' importante notare che nel caso in esame si ha interesse a prendere campioni di inizio/fine gesto che siano esterni all'intervallo inizio/fine gesto effettivo. Se infatti si danno in input al sistema JAGO delle reazioni vincolari definite su un intervallo maggiore dell'intervallo inizio/fine gesto effettivo, esso (in caso di funzionamento corretto) è in grado di ricostruire interamente le cinematiche articolari, con al più una parte iniziale di scarso interesse che riporta l'andamento nullo delle traiettorie angolari. Nel caso in cui si dessero in input al sistema JAGO delle reazioni vincolari definite su un intervallo minore dell'intervallo inizio/fine gesto effettivo, esso non sarebbe in grado di ricostruire interamente le cinematiche articolari, si perderebbe così una parte importante dell'informazione di interesse.

A questo proposito è stata condotta un'analisi sulle prove in cui l'algoritmo per l'individuazione di inizio fine gesto ha dato risultati non soddisfacenti. I risultati sono mostrati nel grafico seguente dove per ogni reazione vincolare (fap o fv) è riportato il numero di prove in cui il campione di inizio o fine gesto trovato dall'algoritmo è interno all'intervallo di inizio/fine gesto effettivo (e quindi da scartare).

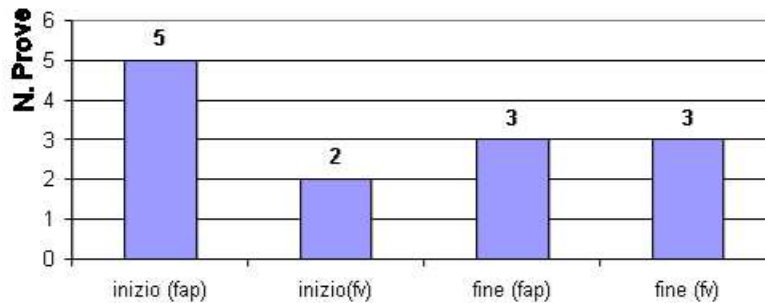


Figura 8.17: Numero di prove in cui i campioni di inizio o fine gesto sono interni all'intervallo di inizio/fine gesto effettivo.

Risulta evidente che la fap è la reazione vincolare che dà i risultati meno soddisfacenti, soprattutto per quanto riguarda i campioni di inizio gesto.

Questo è un risultato importante: infatti l'algoritmo, operando sugli andamenti delle reazioni vincolari, può avere difficoltà nel rilevare la fine del gesto poiché anche a gesto finito si rilevano sempre delle oscillazioni nelle curve delle reazioni vincolari dovute agli aggiustamenti posturali dopo l'esecuzione dello squat. Tali difficoltà non sono tuttavia giustificate nel rilevamento dei campioni di inizio gesto, poiché se il gesto viene eseguito correttamente secondo il protocollo descritto in 8.2.4, nella fase di inizio gesto non si hanno aggiustamenti posturali rilevanti. La fap quindi da questo punto di vista risulta inappropriata per l'individuazione dell'inizio/fine gesto.

Nello studio condotto sino ad ora si è verificato che in alcune prove una delle due reazioni vincolari (ad esempio la fap) è utile ad individuare l'inizio del gesto, mentre l'altra (ad esempio la fv) la fine. E' quello che capita nella prova 13 (riportata in tab. 8.15), in cui la fv individua l'inizio del gesto, mentre la fap la fine.

Si vuole ora analizzare il numero delle prove in cui l'intervallo di inizio/fine

gesto è individuato da una unica reazione vincolare. Analizzando i dati della tabella 8.15 si ottengono i risultati presentati nell'istogramma seguente.

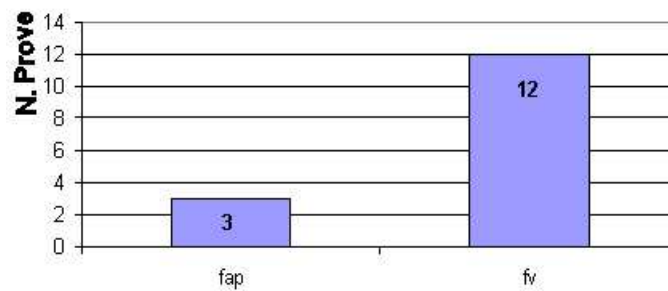


Figura 8.18: Numero delle prove in cui l'intervallo di inizio/fine gesto è individuato da una unica reazione vincolare.

Risulta evidente che la fv è la reazione vincolare che da questo punto di vista dà i risultati più soddisfacenti.

Come ulteriore criterio di scelta nel valutare quale sia la reazione vincolare più opportuna per l'individuazione dell'intervallo di inizio/fine gesto, è possibile utilizzare la ripetibilità.

Infatti le esecuzioni di una stessa tipologia di squat presentano ognuna sempre uno stesso andamento. Sembra allora evidente la necessità di trovare una reazione vincolare che presenti anch'essa sempre lo stesso andamento al variare della prova.

Da un'analisi delle curve delle forze fap e fv risulta che al variare delle prove la fv ha un andamento più ripetibile di fap. L'analisi della ripetibilità è stata condotta con l'algoritmo descritto nel paragrafo 8.2.7, associando un indice di ripetibilità ai due insiemi di prove considerati: squat a velocità normale e squat a velocità elevata (10 prove per ogni gruppo).

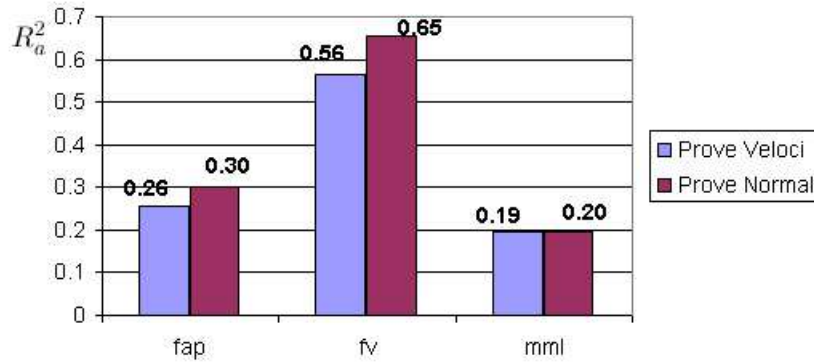


Figura 8.19: Indice di ripetibilità  $R_a^2$  per le prove a velocità normale ed elevata

Da tale analisi risulta che la reazione vincolare più ripetibile è la fv, come mostrato nel grafico 8.19. In base al criterio della ripetibilità la fv può essere considerata dunque più appropriata della fap per l'individuazione dell'inizio/fine gesto.

Riassumendo le considerazioni fatte sino ad ora si ha che:

- In base al numero di prove in cui i campioni utili a determinare l'inizio o la fine del gesto sono quelli di fap o fv, risulta che la Fv è più appropriata
- In base al numero di prove in cui i campioni di fap o fv di inizio o fine gesto sono interni all'intervallo di inizio/fine gesto effettivo, risulta che la fap è poco appropriata
- In base al numero delle prove in cui l'intervallo di inizio/fine gesto è individuato da una unica reazione vincolare, la Fv risulta molto appropriata.
- In base alla ripetibilità la Fv risulta più appropriata di fap e mml

Possiamo quindi concludere che la Fv è la reazione vincolare più appropriata da dare in input all'algoritmo di individuazione dell'inizio e della fine del gesto.

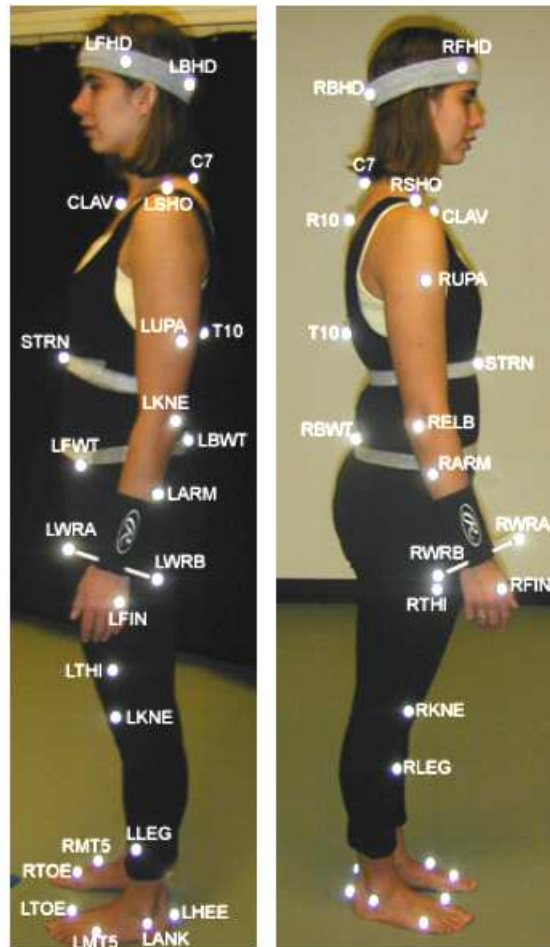


Figura 8.7: Posizionamento dei marcatori del modello PluginGait: viste laterali  
Immagine dal sito <http://www.etc.cmu.edu/projects/mastermotion/>

# Capitolo 9

## RISULTATI E DISCUSSIONE

### 9.1 Risultati dell'analisi in simulazione con l'algoritmo *Ozaki*

#### 9.1.1 Scelta dei parametri $d_1$ , $d_2$ e $d_3$ della funzione obiettivo

Nell'analisi sperimentale i parametri  $d_1$ ,  $d_2$  e  $d_3$  sono stati fatti variare da 1 a 5 con passo 2, con le combinazioni esposte nella tabella 9.1, eccetto la combinazione iniziale che assume i valori (0.5,0.5,0.5) per  $d_1$ ,  $d_2$  e  $d_3$ , rispettivamente.

Per ogni combinazione l'algoritmo è stato eseguito 5 volte in simulazione, e i risultati esposti nella tabella 9.1 sono relativi al valor medio sulle 5 esecuzioni.

I risultati mostrano che la configurazione migliore in termini di RMSD picco picco, sia per quanto riguarda le traiettorie che le reazioni vincolari, è ( $d_1 = 0.5, d_2 = 0.5, d_3 = 0.5$ ).

Dividendo le altre combinazioni in due insiemi, un insieme  $A$  che contiene le configurazioni con un indice di valore 3, un insieme  $B$  che contiene le configurazioni con un indice di valore 5, risulta che l'insieme  $A$  ha sempre valori dell' $RMSD_{tr}$  e dell' $RMSD_{rv}$  inferiori a quelli dell'insieme  $B$ .

	Valore dei parametri (d1,d2,d3)						
	(0,5,0,5, 0,5)	(1,1,1)	(3,1,1)	(1,3,1)	(1,1,3)	(5,1,1)	(1,5,1)
<b>traiettorie (%picco-picco)</b>							
RMSD <sub>c</sub>	2,9±0,8	4,1±1,1	5,1±2,1	4,6±0,3	4,6±0,9	4,6±0,4	5,0±1,2
RMSD <sub>q</sub>	0,8±0,2	1,4±0,3	1,8±0,4	2,0±0,4	1,7±0,5	1,9±0,3	2,4±0,6
RMSD <sub>a</sub>	1,6±0,2	2,0±0,2	2,3±0,8	2,8±0,9	2,2±0,4	2,8±0,2	2,8±0,8
RMSD <sub>t</sub>	1,7±0,3	2,5±0,5	3,0±0,7	3,1±0,4	2,9±0,6	3,1±0,2	3,4±0,5
CORR <sub>c</sub>	1,0±0,0	1,0±0,0	1,0±0,0	1,0±0,0	1,0±0,0	1,0±0,0	1,0±0,0
CORR <sub>q</sub>	1,0±0,0	1,0±0,0	1,0±0,0	1,0±0,0	1,0±0,0	1,0±0,0	1,0±0,0
CORR <sub>a</sub>	1,0±0,0	1,0±0,0	1,0±0,0	1,0±0,0	1,0±0,0	1,0±0,0	1,0±0,0
CORR <sub>t</sub>	1,0±0,0	1,0±0,0	1,0±0,0	1,0±0,0	1,0±0,0	1,0±0,0	1,0±0,0
<b>reazioni vincolari (%picco-picco)</b>							
RMSD <sub>fap</sub>	0,5±0,0	0,8±0,0	1,0±0,0	1,1±0,0	0,9±0,0	1,1±0,0	1,2±0,0
RMSD <sub>fv</sub>	0,5±0,0	0,8±0,0	0,9±0,0	1,1±0,0	0,9±0,0	1,1±0,0	1,1±0,0
RMSD <sub>cml</sub>	0,5±0,0	0,8±0,0	1,0±0,0	1,1±0,0	0,9±0,0	1,1±0,0	1,2±0,0
RMSD <sub>rv</sub>	0,5±0,0	0,8±0,0	0,9±0,0	1,1±0,0	0,9±0,0	1,1±0,0	1,2±0,0

Figura 9.1: Nella tabella sono riportati, per insiemi di cinque esecuzioni dell'algoritmo in simulazione, ogni insieme con una configurazione differente dei tre parametri  $d_1$ ,  $d_2$  e  $d_3$ , i valori medi relativi all'RMSD (% picco-picco) delle traiettorie stimate/attese, delle reazioni vincolari stimate/attese e della correlazione tra traiettorie stimate/attese.

Possiamo quindi concludere che la configurazione con cui l'algoritmo restituisce risultati migliori è ( $d_1 = 0.5, d_2 = 0.5, d_3 = 0.5$ ), che verrà utilizzata in questa sede per l'utilizzo dell'algoritmo con le prove sperimentali.

### 9.1.2 Scelta dell'indice $i$ nella funzione obiettivo

Per quanto riguarda la scelta dell'indice  $i$ , che indica il numero degli intervalli temporali su cui viene calcolato l'RMSD nella funzione obiettivo (cf. sezione 7.4.1, equazioni 8.2, 8.3, 8.4), l'algoritmo di ottimizzazione è stato eseguito 5 volte con indice  $i=3$ , 5 volte con  $i=7$  e 5 volte con  $i=15$ , in simulazione. Il valore degli altri parametri (parametri  $d_1$ ,  $d_2$  e  $d_3$ , FPA ecc.) non è stato variato.

I risultati sono riportati nella tabella seguente:

	<b>i=3</b>	<b>i=7</b>	<b>i=15</b>
<b>traiettorie (%picco-picco)</b>			
<b>RMSD<sub>c</sub></b>	4,2±1,1	3,0±0,4	2,7±0,3
<b>RMSD<sub>α</sub></b>	1,4±0,5	1,0±0,2	0,8±0,2
<b>RMSD<sub>β</sub></b>	1,9±0,3	2,0±0,1	1,7±0,2
<b>RMSD<sub>γ</sub></b>	2,5±0,6	2,0±0,2	1,7±0,1
<b>CORR<sub>c</sub></b>	1,0±0,0	1,0±0,0	1,0±0,0
<b>CORR<sub>α</sub></b>	1,0±0,0	1,0±0,0	1,0±0,0
<b>CORR<sub>β</sub></b>	1,0±0,0	1,0±0,0	1,0±0,0
<b>CORR<sub>γ</sub></b>	1,0±0,0	1,0±0,0	1,0±0,0
<b>reazioni vincolari (%picco-picco)</b>			
<b>RMSD<sub>fap</sub></b>	0,0±0,0	0,0±0,0	0,0±0,0
<b>RMSD<sub>fv</sub></b>	0,7±0,1	0,6±0,1	0,5±0,1
<b>RMSD<sub>cml</sub></b>	0,7±0,1	0,5±0,0	0,5±0,0
<b>RMSD<sub>rv</sub></b>	0,7±0,1	0,6±0,1	0,5±0,1
<b>tempo di computazione</b>	125,6±9,1	77,0±8,6	82,0±11,2

Figura 9.2: Nella tabella sono riportati, per insiemi di cinque esecuzioni dell’algoritmo in simulazione, ogni insieme con un indice  $i$  differente ( $i=3$ ,  $i=7$ ,  $i=15$ ), i valori medi e le deviazioni standard relativi all’RMSD (% picco-picco) delle traiettorie stimate/attese e delle reazioni vincolari stimate/attese.

Dalla tabella si evince che aumentando il numero di intervalli (da  $i=3$  a  $i=15$ ) si ha un miglioramento nella stima delle reazioni vincolari e delle traiettorie angolari. Confrontando i risultati ottenuti per  $i=3$  e  $i=15$  si ha che l’RMSD medio delle traiettorie stimate/attese migliora dello 0.73%, mentre l’RMSD medio delle reazioni vincolari stimate/attese migliora dello 0.22%.

Al fine quindi di avere una maggiore accuratezza nei risultati l’algoritmo deve essere eseguito con  $i=15$ .

## 9.2 Risultati dell’analisi in simulazione con l’algoritmo *Line Search*

### 9.2.1 Scelta dei parametri TolX, TolFun, MaxFunEvals, MaxIter

Al fine di trovare il valore ottimo di tali parametri, la cui funzione è esposta nel paragrafo 8.1.2, gli esperimenti sono stati condotti in simulazio-



ne. L'ampiezza dell'area di ricerca è stata fissata con un valore di prima approssimazione pari al 74% dell'intervallo picco-picco delle traiettorie attese.

### Parametro TolX

In una prima fase l'algoritmo di ottimizzazione è stato eseguito con i valori  $MaxFunEvals=30000$  e  $MaxIter=700$  (valori sufficientemente alti da consentire all'algoritmo la ricerca della migliore soluzione) e con  $TolFun=10^{-4}$ , al fine di trovare il valore di primo tentativo di  $TolX$ , che è stato fatto variare nell'intervallo  $[10^{-2}, 10^{-8}]$  diminuendo ad ogni passo il suo valore di un ordine di grandezza.

Dalla definizione data nel paragrafo 7.4.2 di  $TolFun$  si può constatare come esso abbia un ruolo analogo al parametro  $\varepsilon$  dell'algoritmo *Ozaki*, definito nel paragrafo 7.4.1, che stabilisce il valore di soglia a cui l'algoritmo si deve arrestare. Nel lavoro di [Pol2001] tale parametro viene fissato a  $10^{-4}$ , valore che viene utilizzato in prima istanza anche in questa simulazione. Riportiamo i risultati relativi a  $TolX$  nella tabella seguente.

<b>TolX</b>	<b>1.E-02</b>	<b>1.E-03</b>	<b>1.E-04</b>	<b>1.E-05</b>	<b>1.E-06</b>	<b>1.E-07</b>	<b>1.E-08</b>
<b>traiettorie (%picco-picco)</b>							
<b>RMSD<sub>c</sub></b>	14.53	16.44	16.47	16.57	16.57	16.57	16.57
<b>RMSD<sub>q</sub></b>	7.83	8.04	7.92	7.94	7.94	7.94	7.94
<b>RMSD<sub>a</sub></b>	6.81	7.64	7.58	7.58	7.58	7.58	7.58
<b>RMSD<sub>tr</sub></b>	9.72	10.71	10.65	10.70	10.70	10.70	10.70
<b>reazioni vincolari (%picco-picco)</b>							
<b>RMSD<sub>fap</sub></b>	0.41	0.39	0.40	0.39	0.39	0.39	0.39
<b>RMSD<sub>fv</sub></b>	0.42	0.41	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40
<b>RMSD<sub>cml</sub></b>	0.47	0.39	0.38	0.38	0.38	0.38	0.38
<b>RMSD<sub>rv</sub></b>	0.43	0.40	0.39	0.39	0.39	0.39	0.39
<b>Tempo di computazione (minuti)</b>	2.98	3.96	5.56	6.47	6.75	6.86	6.83

Figura 9.3: Nella tabella sono riportati al variare del parametro  $TolX$  nell'intervallo  $[10^{-2}, 10^{-8}]$ , i valori relativi all'RMSD (% picco-picco) delle traiettorie stimate/attese e delle reazioni vincolari stimate/attese, e il tempo impiegato dall'algoritmo *Line Search* per le computazioni.

Da tali risultati appare evidente che i valori superiori a  $10^{-4}$  non comportano variazioni significative di RMSD poichè sia per le traiettorie che per

le reazioni vincolari non ci sono variazioni di RMSD. Il valore più opportuno appare quello per cui  $TolX=10^{-2}$ , tuttavia anche per i valori  $TolX=10^{-3}$  e  $TolX=10^{-4}$  si hanno dei risultati soddisfacenti. Quindi nelle simulazioni successive si utilizzerà dapprima il valore di prima approssimazione  $TolX=10^{-2}$ , poi  $TolX=10^{-3}$  e  $TolX=10^{-4}$ .

### Parametro TolFun

In una seconda fase, fissato il valore di  $TolX$  a  $10^{-2}$  e lasciati invariati i valori di  $MaxFunEvals$  e  $MaxIter$ , è stato eseguito l'algoritmo facendo variare  $TolFun$  nell'intervallo  $[10^{-2}, 10^{-8}]$ . I risultati sono riportati nella tabella seguente.

<b>TolFun</b>	<b>1,E-02</b>	<b>1,E-03</b>	<b>1,E-04</b>	<b>1,E-05</b>	<b>1,E-06</b>	<b>1,E-07</b>
<b>traiettorie (%picco-picco)</b>						
<b>RMSD<sub>c</sub></b>	16,45	16,47	16,47	16,47	16,47	16,47
<b>RMSD<sub>q</sub></b>	8,03	7,92	7,92	7,92	7,92	7,92
<b>RMSD<sub>a</sub></b>	7,64	7,58	7,58	7,58	7,58	7,58
<b>RMSD<sub>tr</sub></b>	10,71	10,65	10,65	10,65	10,65	10,65
<b>CORR<sub>c</sub></b>	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99
<b>CORR<sub>q</sub></b>	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
<b>CORR<sub>a</sub></b>	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99
<b>CORR<sub>tr</sub></b>	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99
<b>reazioni vincolari (%picco-picco)</b>						
<b>RMSD fap</b>	0,39	0,40	0,40	0,40	0,40	0,40
<b>RMSD fv</b>	0,41	0,40	0,40	0,40	0,40	0,40
<b>RMSD cml</b>	0,39	0,38	0,38	0,38	0,38	0,38
<b>RMSD<sub>rv</sub></b>	0,40	0,39	0,39	0,39	0,39	0,39
<b>Tempo di computazione (minuti)</b>	2,98	3,96	5,56	6,47	6,75	6,86
<b>TolX</b>	1,E-04	1,E-04	1,E-04	1,E-04	1,E-04	1,E-04

Figura 9.4: Nella tabella sono riportati al variare del parametro  $TolFun$  nell'intervallo  $[10^{-2}, 10^{-8}]$ , i valori relativi all'RMSD (% picco-picco) e alla correlazione delle traiettorie stimate/attese e all'RMSD (% picco-picco) delle reazioni vincolari stimate/attese, il tempo impiegato dall'algoritmo *Line Search* per le computazioni e il valore del parametro  $TolX$ .

Dai risultati esposti in tabella il parametro non influenza l'RMSD delle traiettorie e delle reazioni vincolari.

Per verificare che il fatto che si hanno sempre gli stessi risultati al variare di TolFun non sia causato da un valore di TolX poco opportuno, si è proceduto diminuendo per due volte il valore di TolX di un ordine di grandezza e ripetendo le prove in cui TolFun varia nell'intervallo  $[10^{-2}, 10^{-8}]$ . I risultati sono esposti nelle tabelle seguenti.

<b>TolFun</b>	<b>1,E-02</b>	<b>1,E-03</b>	<b>1,E-04</b>	<b>1,E-05</b>	<b>1,E-06</b>	<b>1,E-07</b>
<b>traiettorie (% picco-picco)</b>						
<b>RMSD<sub>c</sub></b>	16,44	16,44	16,44	16,44	16,44	16,44
<b>RMSD<sub>d</sub></b>	8,04	8,04	8,04	8,04	8,04	8,04
<b>RMSD<sub>s</sub></b>	7,64	7,64	7,64	7,64	7,64	7,64
<b>RMSD<sub>t</sub></b>	10,71	10,71	10,71	10,71	10,71	10,71
<b>CORR<sub>c</sub></b>	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99
<b>CORR<sub>d</sub></b>	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
<b>CORR<sub>s</sub></b>	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99
<b>CORR<sub>t</sub></b>	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99
<b>reazioni vincolari (% picco-picco)</b>						
<b>RMSD fap</b>	18,45	18,45	18,45	18,45	18,45	18,45
<b>RMSD fv</b>	17,39	17,39	17,39	17,39	17,39	17,39
<b>RMSD cml</b>	18,30	18,30	18,30	18,30	18,30	18,30
<b>RMSD<sub>rv</sub></b>	18,05	18,05	18,05	18,05	18,05	18,05
<b>Tempo di computazione (minuti)</b>	2,98	3,96	5,56	6,47	6,75	6,86
<b>TolX</b>	1,E-03	1,E-03	1,E-03	1,E-03	1,E-03	1,E-03

Figura 9.5: Nella tabella sono riportati al variare del parametro TolFun nell'intervallo  $[10^{-2}, 10^{-8}]$ , i valori relativi all'RMSD (% picco-picco) e alla correlazione delle traiettorie stimate/attese e all'RMSD (% picco-picco) delle reazioni vincolari stimate/attese, il tempo impiegato dall'algoritmo *Line Search* per le computazioni e il valore del parametro TolX.

<b>TolFun</b>	<b>1,E-02</b>	<b>1,E-03</b>	<b>1,E-04</b>	<b>1,E-05</b>	<b>1,E-06</b>	<b>1,E-07</b>
<b>traiettorie (%picco-picco)</b>						
<b>RMSD<sub>c</sub></b>	16,45	16,47	16,47	16,47	16,47	16,47
<b>RMSD<sub>q</sub></b>	8,03	7,92	7,92	7,92	7,92	7,92
<b>RMSD<sub>a</sub></b>	7,64	7,58	7,58	7,58	7,58	7,58
<b>RMSD<sub>tr</sub></b>	10,71	10,65	10,65	10,65	10,65	10,65
<b>CORR<sub>c</sub></b>	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99
<b>CORR<sub>q</sub></b>	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
<b>CORR<sub>a</sub></b>	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99
<b>CORR<sub>tr</sub></b>	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99
<b>reazioni vincolari (%picco-picco)</b>						
<b>RMSD<sub>fap</sub></b>	0,39	0,40	0,40	0,40	0,40	0,40
<b>RMSD<sub>fv</sub></b>	0,41	0,40	0,40	0,40	0,40	0,40
<b>RMSD<sub>cml</sub></b>	0,39	0,38	0,38	0,38	0,38	0,38
<b>RMSD<sub>rv</sub></b>	0,40	0,39	0,39	0,39	0,39	0,39
<b>Tempo di computazione (minuti)</b>	2,98	3,96	5,56	6,47	6,75	6,86
<b>TolX</b>	1,E-04	1,E-04	1,E-04	1,E-04	1,E-04	1,E-04

Figura 9.6: Nella tabella sono riportati al variare del parametro *TolFun* nell'intervallo  $[10^{-2}, 10^{-8}]$ , i valori relativi all'RMSD (% picco-picco) e alla correlazione delle traiettorie stimate/attese e all'RMSD (% picco-picco) delle reazioni vincolari stimate/attese, il tempo impiegato dall'algoritmo *Line Search* per le computazioni e il valore del parametro *TolX*.

Da tale analisi risulta che il parametro *TolFun* provoca un miglioramento solo quando, fissato *TolX* a  $10^{-4}$ , *TolFun* assume il valore  $10^{-3}$ . Si può concludere pertanto che un valore opportuno per *TolFun* è  $10^{-3}$ .

### MaxFunEvals

In una terza fase, fissati i valori dei parametri di tolleranza  $TolX = 10^{-2}$  e  $TolFun = 10^{-3}$  si è proceduto variando il valore del parametro *MaxFunEvals* nell'intervallo  $[10000, 30000]$  con passo 5000. I risultati sono riportati nella tabella seguente.

<b>MaxFunEvals</b>	<b>10000</b>	<b>15000</b>	<b>20000</b>	<b>25000</b>	<b>30000</b>
<b>traiettorie (%picco-picco)</b>					
RMSD <sub>c</sub>	14,53	14,53	14,53	14,53	14,53
RMSD <sub>q</sub>	7,83	7,83	7,83	7,83	7,83
RMSD <sub>a</sub>	6,81	6,81	6,81	6,81	6,81
RMSD <sub>r</sub>	9,72	9,72	9,72	9,72	9,72
CORR <sub>c</sub>	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99
CORR <sub>q</sub>	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
CORR <sub>a</sub>	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99
CORR <sub>r</sub>	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99
<b>reazioni vincolari (%picco-picco)</b>					
RMSD fap	0,41	0,41	0,41	0,41	0,41
RMSD fv	0,42	0,42	0,42	0,42	0,42
RMSD cml	0,47	0,47	0,47	0,47	0,47
RMSD <sub>rv</sub>	0,43	0,43	0,43	0,43	0,43
<b>Tempo di computazione (minuti)</b>	2,98	3,96	5,56	6,47	6,75
<b>TolFun</b>	1,E-03	1,E-03	1,E-03	1,E-03	1,E-03
<b>TolX</b>	1,E-02	1,E-02	1,E-02	1,E-02	1,E-02

Figura 9.7: Nella tabella sono riportati al variare del parametro *MaxFunEvals* nell'intervallo  $[10^{-2}, 10^{-8}]$ , i valori relativi all'RMSD (% picco-picco) e alla correlazione delle traiettorie stimate/attese e all'RMSD (% picco-picco) delle reazioni vincolari stimate/attese, il tempo impiegato dall'algoritmo *Line Search* per le computazioni e i valori dei parametri *TolX* e *TolFun*.

Dai risultati esposti nella tabella risulta che, perlomeno in simulazione, *MaxFunEvals* non influenza i risultati. Tuttavia poichè tale parametro è un indicatore della accuratezza con cui la soluzione viene cercata (cf sezione 8.1.2), è bene che il suo valore sia sempre elevato. Considerando che i tempi di computazione sono sempre dello stesso ordine di grandezza si può concludere che un valore plausibile per il parametro *MaxFunEvals* è 25000.

### MaxIter

In una quarta fase, fissati i valori dei parametri di tolleranza  $TolX = 10^{-2}$ ,  $TolFun = 10^{-3}$  e  $MaxFunEvals=25000$ , si è proceduto variando il valore del parametro *MaxIter* nell'intervallo  $[200,1000]$  con passo 200. I risultati sono riportati nella tabella seguente.

<b>MaxIter</b>	<b>200</b>	<b>400</b>	<b>600</b>	<b>800</b>	<b>1000</b>
<b>traiettorie (% picco-picco)</b>					
<b>RMSD<sub>c</sub></b>	14,53	14,53	14,53	14,53	14,53
<b>RMSD<sub>q</sub></b>	7,83	7,83	7,83	7,83	7,83
<b>RMSD<sub>a</sub></b>	6,81	6,81	6,81	6,81	6,81
<b>RMSD<sub>tr</sub></b>	9,72	9,72	9,72	9,72	9,72
<b>CORR<sub>c</sub></b>	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99
<b>CORR<sub>q</sub></b>	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
<b>CORR<sub>a</sub></b>	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99
<b>CORR<sub>tr</sub></b>	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99
<b>reazioni vincolari (% picco-picco)</b>					
<b>RMSD<sub>fap</sub></b>	0,41	0,41	0,41	0,41	0,41
<b>RMSD<sub>fv</sub></b>	0,42	0,42	0,42	0,42	0,42
<b>RMSD<sub>cml</sub></b>	0,47	0,47	0,47	0,47	0,47
<b>RMSD<sub>rv</sub></b>	0,43	0,43	0,43	0,43	0,43
<b>Tempo di computazione (minuti)</b>	3,28	3,18	3,18	5,08	3,11
<b>TolFun</b>	1,E-03	1,E-03	1,E-03	1,E-03	1,E-03
<b>TolX</b>	1,E-02	1,E-02	1,E-02	1,E-02	1,E-02

Figura 9.8: Nella tabella sono riportati al variare del parametro *MaxIter* nell'intervallo [200, 1000], i valori relativi all'RMSD (% picco-picco) e alla correlazione delle traiettorie stimate/attese e all'RMSD (% picco-picco) delle reazioni vincolari stimate/attese, il tempo impiegato dall'algoritmo *Line Search* per le computazioni e i valori dei parametri *TolX* e *TolFun*.

Dai risultati esposti nella tabella risulta che in simulazione *MaxIter* non influenza i risultati. Tuttavia poichè tale parametro è un indicatore della accuratezza con cui la soluzione viene cercata (cf sezione 8.1.2), è bene che il suo valore sia sempre elevato. Considerando che i tempi di computazione sono sempre dello stesso ordine di grandezza si può concludere che un valore accettabile per il parametro *MaxIter* è 600.

## 9.2.2 Scelta del vettore di scostamento

Nell'implementazione dell'algoritmo *line search* effettuata in tale lavoro il vettore di scostamento indica entro quale range si deve cercare la soluzione.

Si è dunque interessati a individuare l'ampiezza del range di ricerca, definita dal vettore di scostamento.

In una prima fase l'algoritmo è stato eseguito in simulazione con un *range esteso*. I risultati numerici sono riportati nella tabella 9.11 e le curve trovate sono riportate in figura (cf fig. 9.9).

In una seconda fase l'algoritmo è stato eseguito in simulazione con un *range esteso con vincoli*, che fissa dei vincoli sul punto iniziale e finale delle curve che definiscono il range. Questo equivale a imporre dei vincoli sugli angoli finali e iniziali delle traiettorie angolari.

I risultati numerici riportati nella tabella 9.11 indicano che un *range esteso con vincoli* è preferibile ad un *range esteso* per quanto riguarda l'RMSD e la correlazione relativi alle traiettorie, mentre per l'RMSD relativo alle reazioni vincolari è preferibile il *range esteso*. Tuttavia poichè l'obiettivo è la stima delle cinematiche articolari, possiamo concludere che il range *range esteso con vincoli* è più opportuno. Le curve corrispondenti ai due range sono riportate nelle figure (cf fig.9.10 e 9.10).

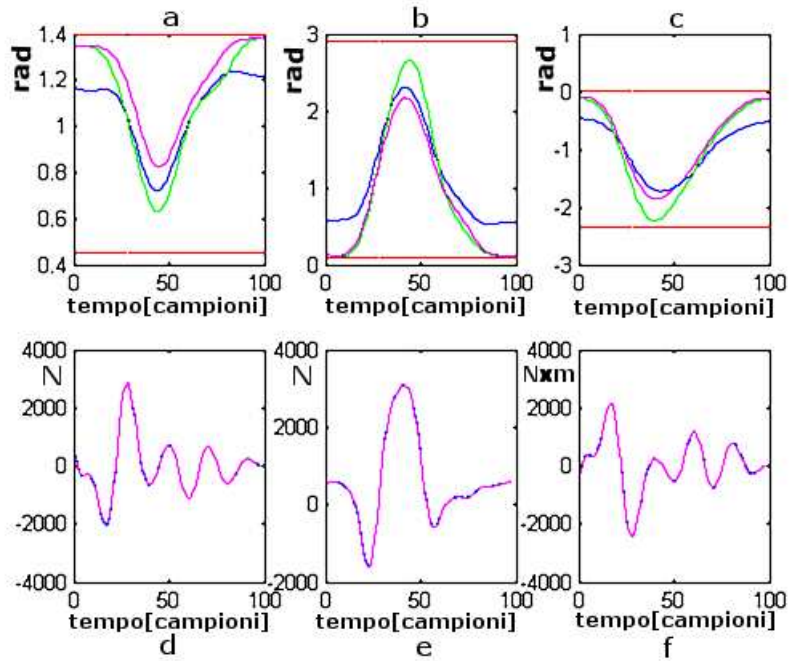


Figura 9.9: In figura sono riportate le traiettorie angolari di (a)caviglia , (b)ginocchio e (c)anca, e le reazioni vincolari, (d) fap , (e)fv e (f)mml per l'esecuzione dell'algoritmo in simulazione. Il range definito dal vettore di scostamento è rappresentato sui grafici delle traiettorie angolari ed è delimitato dalle curve in rosso. In magenta sono rappresentate le curve attese, in blu quelle stimate, in verde le FPA. Questa figura fa riferimento al *range esteso*



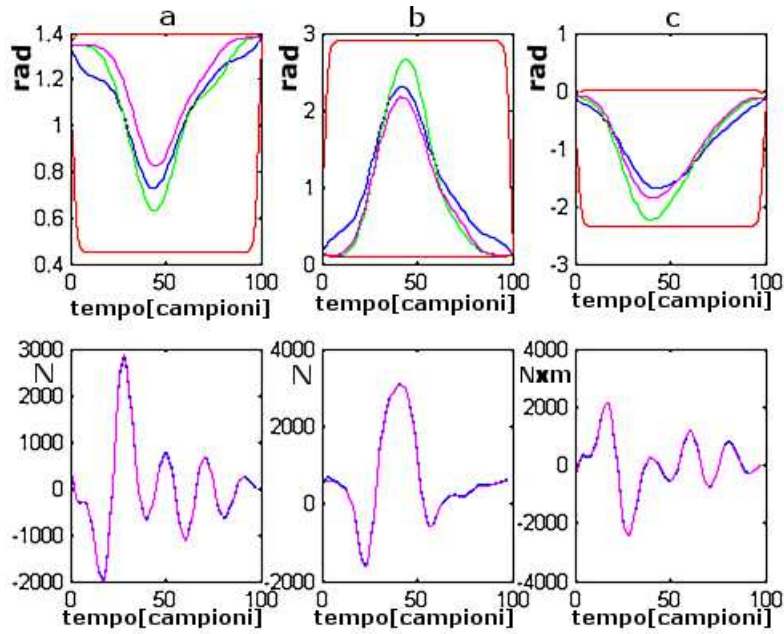


Figura 9.10: In figura sono riportate le traiettorie angolari di a)caviglia , (b)ginocchio e (c)anca, e le reazioni vincolari, (d) fap , (e)fv e (f)mml per l'esecuzione dell'algoritmo in simulazione. Il range definito dal vettore di scostamento è rappresentato sui grafici delle traiettorie angolari ed è delimitato dalle curve in rosso. In magenta sono rappresentate le curve attese, in blu quelle stimate, in verde le FPA. Questa figura fa riferimento al *range esteso con vincoli*

<b>range vett. scostamento</b>	<b>ESTESO</b>	<b>ESTESO CON VINCOLI</b>
<b>Traiettorie</b>		
RMSD caviglia (% picco-picco)	23.77	17.86
RMSD ginocchio (% picco-picco)	14.40	9.44
RMSD anca (% picco-picco)	14.42	8.52
<b>RMSD medio (% picco-picco)</b>	17.53	11.94
CORRELAZIONE caviglia	0.98	0.98
CORRELAZIONE ginocchio	1.00	1.00
CORRELAZIONE anca	0.99	0.99
<b>CORRELAZIONE media</b>	0.99	0.99
<b>Reazioni Vincolari</b>		
RMSD fap (% picco-picco)	0.26	0.60
RMSD fv (% picco-picco)	0.25	0.65
RMSD cml (% picco-picco)	0.26	0.61
<b>RMSD medio (% picco-picco)</b>	0.26	0.62
<b>Tempo di computazione (minuti)</b>	2.59	2.49
<b>TolFun</b>	1.E-03	1.E-03
<b>TolX</b>	1.E-02	1.E-02
<b>Maxiter</b>	600.00	600.00

Figura 9.11: Nella tabella sono riportati i risultati relativi all'esecuzione dell'algoritmo in simulazione con i due range differenti: *range esteso* (cf. fig. 9.9) e *range esteso con vincoli* (cf. fig. 9.10))

In una seconda fase l'algoritmo è stato eseguito in simulazione con un range modellato intorno alle FPA. L'ampiezza di tale range è stata fatta variare nell'intervallo [72%,168%] del valore picco picco delle curve attese, con passo 2%. I risultati sono riportati nella tabelle (9.12, 9.13, 9.15) e nei due grafici (9.16 e 9.17). Da essi si evince che per le traiettorie i risultati migliori si ottengono i range [90%,104%],[130%,144%] e [150%,168%], mentre per le reazioni vincolari nel range [98%,108%],[134%,146%] e [150%,168%]. L'intervallo intersezione dei vari range,  $[98\%, 104\%] \cap [134\%, 144\%] \cap [150\%, 168\%]$  può essere considerato l'intervallo di lavoro dell'algoritmo, l'intervallo cioè all'interno del quale ricercare la soluzione.

	72	74	76	78	80	82	84	86	88	90	92	94	96	98
<b>range vett. Scostamento (% picco picco tr. attese)</b>														
<b>traiettorie (%picco-picco)</b>														
RMSD <sub>c</sub>	14.54	14.53	12.45	10.33	9.94	5.90	5.93	6.45	2.96	4.55	3.10	2.62	1.64	2.36
RMSD <sub>q</sub>	8.48	7.83	6.72	5.93	5.41	3.70	3.31	3.09	1.76	2.60	1.33	0.78	0.94	1.77
RMSD <sub>a</sub>	7.36	6.81	5.28	5.39	4.94	3.28	2.77	2.80	2.49	3.22	0.53	1.48	1.22	1.64
RMSD <sub>r</sub>	10.13	9.72	8.15	7.21	6.76	4.29	4.00	4.11	2.40	3.46	1.65	1.62	1.27	1.92
CORR <sub>c</sub>	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
CORR <sub>q</sub>	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
CORR <sub>a</sub>	0.99	0.99	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
CORR <sub>r</sub>	1.00	0.99	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
<b>reazioni vincolari (%picco-picco)</b>														
RMSD fap	0.47	0.41	0.38	0.32	0.29	0.26	0.25	0.15	0.28	0.25	0.36	0.34	0.15	0.21
RMSD fv	0.49	0.42	0.37	0.32	0.28	0.27	0.16	0.14	0.32	0.27	0.30	0.38	0.19	0.21
RMSD cml	0.50	0.47	0.38	0.31	0.30	0.27	0.16	0.14	0.27	0.26	0.36	0.35	0.21	0.22
RMSD <sub>lv</sub>	0.49	0.43	0.38	0.32	0.29	0.27	0.19	0.15	0.29	0.26	0.34	0.35	0.19	0.21
<b>Tempo di computazione (minuti)</b>														
TolFun	8.75	7.43	6.71	5.63	5.20	4.86	2.96	2.77	5.14	4.61	5.50	6.10	3.29	4.11
TolX	1E-03	1E-03	1E-03	1E-03	1E-03	1E-03	1E-03	1E-03	1E-03	1E-03	1E-03	1E-03	1E-03	1E-03
MaxIter	1E-02	1E-02	1E-02	1E-02	1E-02	1E-02	1E-02	1E-02	1E-02	1E-02	1E-02	1E-02	1E-02	1E-02
	600.00	600.00	600.00	600.00	600.00	600.00	600.00	600.00	600.00	600.00	600.00	600.00	600.00	600.00

Figura 9.12: Nella tabella sono riportati i risultati relativi all'esecuzione dell'algorithm in simulazione con un range che varia nell'intervallo [72%,98%]. I valori sono quelli relativi all'RMSD (% picco-picco) e alla correlazione delle traiettorie stimate/attese e all'RMSD (% picco-picco) delle reazioni vincolari stimate/attese, il tempo impiegato dall'algorithm *Line Search* per le computazioni e i valori dei parametri *TolX* e *TolFun* e *MaxIter*.

	100	102	104	106	108	110	112	114	116	118	120	122	124	126
<b>range vett. Scostamento (% picco picco tr. attese)</b>														
<b>traiettorie (%picco-picco)</b>														
RMSD <sub>c</sub>	1.28	6.54	5.51	5.25	2.21	29.50	11.99	3.06	2.68	4.89	7.93	2.65	2.22	1.34
RMSD <sub>d</sub>	0.55	2.99	2.88	2.35	1.41	15.67	6.41	1.41	1.23	2.09	4.10	1.79	1.20	0.53
RMSD <sub>a</sub>	0.65	2.62	2.71	1.76	1.42	10.08	5.11	1.44	1.47	2.05	2.94	1.78	1.04	0.65
RMSD <sub>r</sub>	0.83	4.05	3.70	3.12	1.68	18.42	7.83	1.97	1.79	3.01	4.99	2.08	1.48	0.84
CORR <sub>c</sub>	1.00	0.99	1.00	1.00	1.00	0.98	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
CORR <sub>d</sub>	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.99	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
CORR <sub>a</sub>	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.99	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
CORR <sub>r</sub>	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.99	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
<b>reazioni vincolari (%picco-picco)</b>														
RMSD <sub>fap</sub>	0.05	0.16	0.17	0.14	0.16	1.69	0.68	0.13	0.16	0.16	0.29	0.22	0.13	0.16
RMSD <sub>fv</sub>	0.06	0.16	0.16	0.14	0.17	1.53	0.65	0.12	0.21	0.15	0.34	0.21	0.12	0.16
RMSD <sub>cml</sub>	0.07	0.17	0.18	0.15	0.15	1.46	0.64	0.11	0.15	0.19	0.34	0.19	0.14	0.13
RMSD <sub>rv</sub>	0.07	0.17	0.17	0.15	0.16	1.56	0.66	0.12	0.17	0.17	0.32	0.21	0.13	0.15
<b>Tempo di computazione (minuti)</b>														
TolFun	1.43	3.27	3.02	2.67	3.00	26.27	11.36	2.90	2.99	3.31	6.41	4.31	2.90	2.98
TolX	1.E-03	1.E-03	1.E-03	1.E-03	1.E-03	1.E-03	1.E-03	1.E-03	1.E-03	1.E-03	1.E-03	1.E-03	1.E-03	1.E-03
MaxIter	1.E-02	1.E-02	1.E-02	1.E-02	1.E-02	1.E-02	1.E-02	1.E-02	1.E-02	1.E-02	1.E-02	1.E-02	1.E-02	1.E-02
	600.00	600.00	600.00	600.00	600.00	600.00	600.00	600.00	600.00	600.00	600.00	600.00	600.00	600.00

Figura 9.13: Nella tabella sono riportati i risultati relativi all'esecuzione dell'algorithm in simulazione con un range che varia nell'intervallo [100%,126%]. I valori sono quelli relativi all'RMSD (% picco-picco) e alla correlazione delle traiettorie stimate/attese e all'RMSD (% picco-picco) delle reazioni vincolari stimate/attese, il tempo impiegato dall'algorithm *Line Search* per le computazioni e i valori dei parametri *TolX* e *TolFun* e *MaxIter*.

	128	130	132	134	136	138	140	142	144	146	148	150	152	154
<b>range vett. Scostamento (% picco picco tr. attese)</b>														
<b>traiettorie (%picco-picco)</b>														
RMSD <sub>c</sub>	4.54	6.52	9.61	6.09	5.13	1.75	2.46	6.39	2.40	2.25	4.57	1.88	20.16	1.83
RMSD <sub>d</sub>	2.09	2.64	3.84	1.89	3.25	0.85	1.44	2.56	0.96	1.57	2.37	1.40	7.36	0.94
RMSD <sub>a</sub>	1.26	2.16	4.87	3.68	3.75	0.51	1.18	2.78	1.42	2.59	2.21	1.75	8.09	0.66
RMSD <sub>+</sub>	2.63	3.78	6.10	3.88	4.04	1.04	1.69	3.91	1.59	2.13	3.05	1.68	11.87	1.14
CORR <sub>c</sub>	1.00	0.99	0.99	0.99	0.99	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.98	1.00
CORR <sub>d</sub>	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
CORR <sub>a</sub>	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.99	1.00
CORR <sub>+</sub>	1.00	1.00	0.99	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.99	1.00
<b>reazioni vincolari (%picco-picco)</b>														
RMSD <sub>fap</sub>	0.15	0.26	0.25	0.44	0.38	0.18	0.11	0.15	0.15	0.29	0.12	0.21	0.59	0.18
RMSD <sub>fv</sub>	0.15	0.35	0.23	0.39	0.82	0.15	0.11	0.14	0.13	0.22	0.13	0.22	0.64	0.18
RMSD <sub>cml</sub>	0.16	0.26	0.25	0.38	0.41	0.16	0.10	0.16	0.13	0.19	0.14	0.21	0.63	0.18
RMSD <sub>rv</sub>	0.15	0.29	0.24	0.40	0.54	0.16	0.11	0.15	0.14	0.23	0.13	0.21	0.62	0.18
<b>Tempo di computazione (minuti)</b>														
TolFun	3.58	5.76	5.18	7.47	8.77	3.42	2.49	3.05	2.91	4.47	2.70	4.21	12.64	3.44
TolX	1.E-03	1.E-03	1.E-03	1.E-03	1.E-03	1.E-03	1.E-03	1.E-03	1.E-03	1.E-03	1.E-03	1.E-03	1.E-03	1.E-03
MaxIter	1.E-02	1.E-02	1.E-02	1.E-02	1.E-02	1.E-02	1.E-02	1.E-02	1.E-02	1.E-02	1.E-02	1.E-02	1.E-02	1.E-02
	600.00	600.00	600.00	600.00	600.00	600.00	600.00	600.00	600.00	600.00	600.00	600.00	600.00	600.00

Figura 9.14: Nella tabella sono riportati i risultati relativi all'esecuzione dell'algoritmo in simulazione con un range che varia nell'intervallo [128%,154%]. I valori sono quelli relativi all'RMSD (% picco-picco) e alla correlazione delle traiettorie stimate/attese e all'RMSD (% picco-picco) delle reazioni vincolari stimate/attese, il tempo impiegato dall'algoritmo *Line Search* per le computazioni e i valori dei parametri *TolX* e *TolFun* e *MaxIter*.

	156	158	160	162	164	166	168
<b>range vett. Scostamento (% picco picco tr. attese)</b>							
<b>traiettorie (%picco-picco)</b>							
RMSD <sub>c</sub>	0.97	6.66	2.45	4.66	3.15	0.86	3.14
RMSD <sub>d</sub>	0.61	3.27	1.58	2.48	2.04	0.67	1.49
RMSD <sub>a</sub>	1.23	2.63	1.95	2.84	3.08	0.84	0.89
<b>RMSD<sub>u</sub></b>	<b>0.94</b>	<b>4.19</b>	<b>1.99</b>	<b>3.33</b>	<b>2.75</b>	<b>0.79</b>	<b>1.84</b>
CORR <sub>c</sub>	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
CORR <sub>d</sub>	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
CORR <sub>a</sub>	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
<b>CORR<sub>u</sub></b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>
<b>reazioni vincolari (%picco-picco)</b>							
RMSD <sub>fap</sub>	0.19	0.20	0.15	0.18	0.19	0.15	0.12
RMSD <sub>fv</sub>	0.21	0.20	0.13	0.18	0.21	0.15	0.12
RMSD <sub>cml</sub>	0.19	0.19	0.15	0.17	0.18	0.18	0.09
<b>RMSD<sub>rv</sub></b>	<b>0.19</b>	<b>0.19</b>	<b>0.15</b>	<b>0.18</b>	<b>0.19</b>	<b>0.16</b>	<b>0.11</b>
<b>Tempo di computazione (minuti)</b>							
TolFun	3.97	4.12	3.36	3.68	4.00	3.08	2.56
TolX	1.E-03	1.E-03	1.E-03	1.E-03	1.E-03	1.E-03	1.E-03
MaxIter	1.E-02	1.E-02	1.E-02	1.E-02	1.E-02	1.E-02	1.E-02
	600.00	600.00	600.00	600.00	600.00	600.00	600.00

Figura 9.15: Nella tabella sono riportati i risultati relativi all'esecuzione dell'algoritmo in simulazione con un range che varia nell'intervallo [156%,168%]. I valori sono quelli relativi all'RMSD (% picco-picco) e alla correlazione delle traiettorie stimate/attese e all'RMSD (% picco-picco) delle reazioni vincolari stimate/attese, il tempo impiegato dall'algoritmo *Line Search* per le computazioni e i valori dei parametri *TolX* e *TolFun* e *MaxIter*.

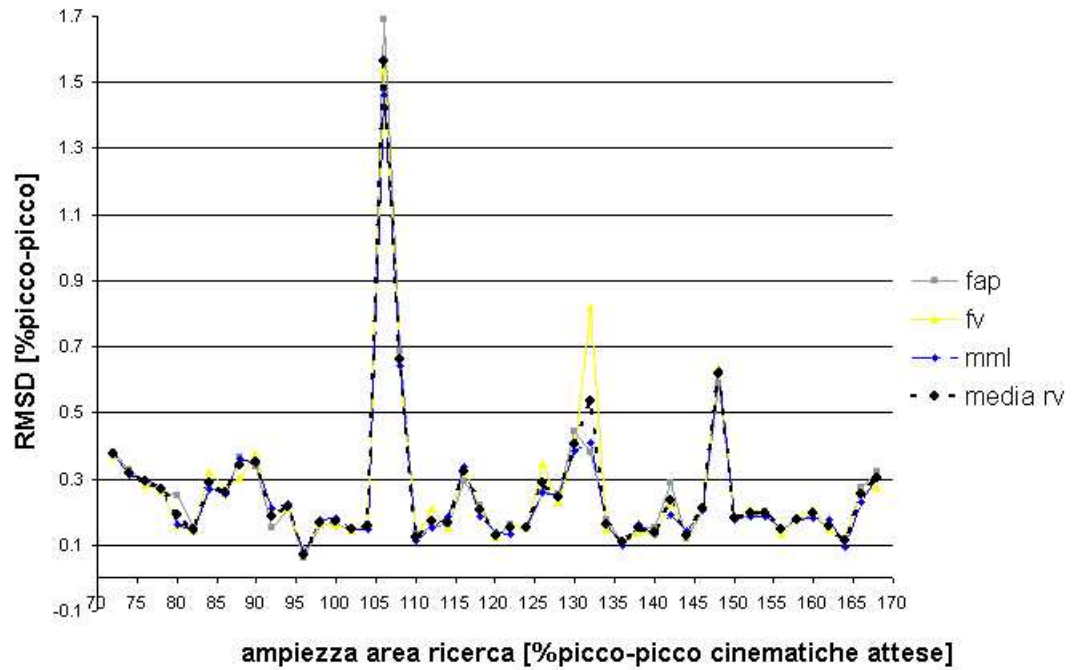


Figura 9.16: Nel grafico sono riportati i risultati relativi all'esecuzione dell'algoritmo in simulazione con un range che varia nell'intervallo [72%,168%]. I valori sono quelli relativi all'RMSD (% picco-picco) delle traiettorie stimate/attese.

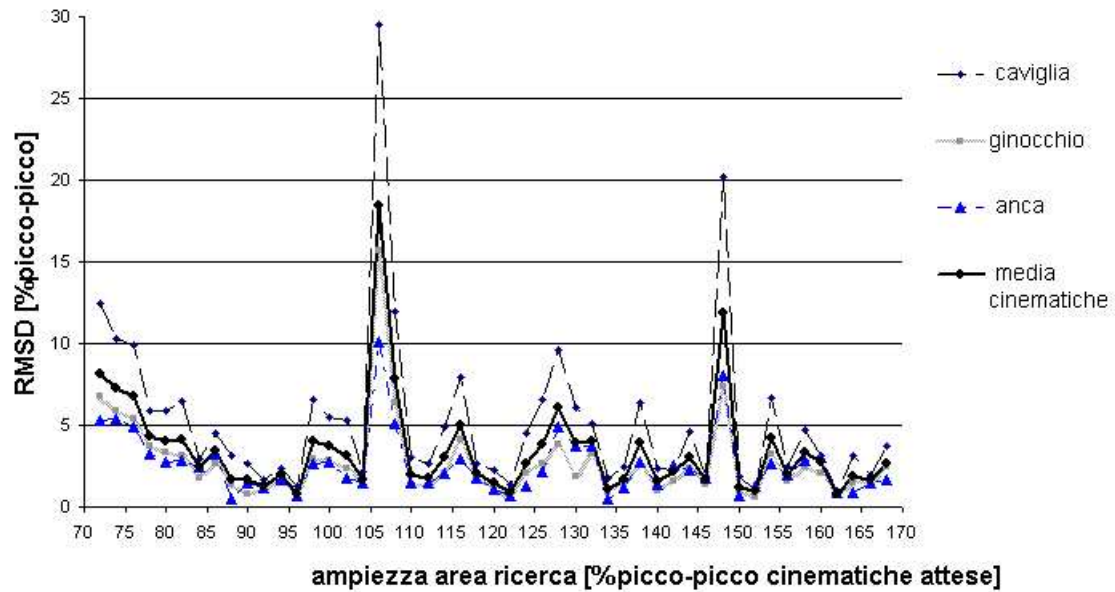


Figura 9.17: Nel grafico sono riportati i risultati relativi all'esecuzione dell'algoritmo in simulazione con un range che varia nell'intervallo [72%,168%]. I valori sono quelli relativi all'RMSD (% picco-picco) delle Reazioni Vincolari stimate/attese.

Possiamo quindi concludere, confrontando i risultati relativi al range esteso, range esteso con vincoli e range modellato intorno alla FPA che i risultati migliori si hanno per il range modellato attorno alle FPA, facendo variare l'area di ricerca tramite il vettore scostamento nell'intervallo  $[98\%, 104\%] \cap [134\%, 144\%] \cap [150\%, 168\%]$ . Nella fase sperimentale l'area di ricerca verrà modellata a partire sempre dalla stessa FPA. Ricordando che l'area di ricerca deve contenere le traiettorie attese, è auspicabile che essa sia il più ampia possibile.

E' consigliabile quindi eseguire l'algoritmo più volte su una singola prova sperimentale facendo variare l'intervallo di ricerca nel range  $[98\%, 104\%] \cap [134\%, 144\%] \cap [150\%, 168\%]$  e scegliendo il migliore risultato ottenuto.



### 9.3 Risultati dell'analisi sperimentale

Nell'analisi sperimentale sono state analizzate 4 tipologie differenti di squat (normale, veloce, con massimo piegamento, modificato).

L'algoritmo *Ozaki* è stato eseguito 5 volte su ogni tipologia di squat, mentre l'algoritmo *Line Search* è stato eseguito su ogni tipologia di squat facendo variare l'area di ricerca negli intervalli definiti con le prove in simulazione ( $[96\%, 104\%] \cap [134\%, 144\%] \cap [150\%, 168\%]$ ).

I risultati relativi all'algoritmo *Ozaki* riportati nella tabella seguente mostrano che relativamente alle cinematiche stimate l'algoritmo è in grado di ottenere risultati accettabili solo per lo squat modificato ( $RMSD_{tr} = 15.3\% \pm 0.7$ ,  $CORR_{tr} = 1.0\% \pm 0$ ) mentre si rivela inefficiente per tutte le altre prove. L'algoritmo mostra inoltre, in tutte le tipologie di prove fuorchè quelle modificate, difficoltà nella ricostruzione della traiettoria angolare relativa alla caviglia. Il tempo di computazione è elevato per tutte le prove, passando da più di un'ora per le prove veloci a più di quattro ore per quelle con massimo piegamento.

	normale	veloce	max piegam.	modificato
<b>traiettorie</b>				
<b>RMSD<sub>c</sub></b>	31,3±2,2	32,8±3,2	49,8±3,3	14,7±1,0
<b>RMSD<sub>q</sub></b>	24,2±1,9	22,8±2,1	39,9±2,7	13,2±0,5
<b>RMSD<sub>a</sub></b>	18,2±3,6	12,5±2,2	15,5±1,2	18,2±0,9
<b>RMSD<sub>tr</sub></b>	24,5±2,5	22,7±1,8	35,0±1,8	15,3±0,7
<b>CORR<sub>c</sub></b>	0,6±0,1	0,7±0,0	0,4±0,1	1,0±0,0
<b>CORR<sub>q</sub></b>	0,7±0,1	0,9±0,0	0,6±0,1	1,0±0,0
<b>CORR<sub>a</sub></b>	0,9±0,0	1,0±0,0	1,0±0,0	0,9±0,0
<b>CORR<sub>tr</sub></b>	0,7±0,1	0,9±0,0	0,7±0,1	1,0±0,0
<b>reazioni vincolari</b>				
<b>RMSD fap</b>	17,8±1,1	13,2±1,1	12,3±0,2	12,4±0,4
<b>RMSD fv</b>	15,0±1,1	11,9±1,0	11,6±0,1	11,7±0,1
<b>RMSD cml</b>	16,1±1,2	13,1±1,1	12,6±0,6	13,7±0,8
<b>RMSD<sub>rv</sub></b>	16,3±1,0	12,7±1,0	12,2±0,1	12,6±0,3
<b>tempo di computazione</b>	122,8±12,8	157,3±34,3	265,0±11,3	96,2±47,5

Figura 9.18: Nella tabella sono riportati i confronti tra i risultati migliori delle quattro prove di squat. I valori sono quelli relativi all'RMSD (% picco-picco) e alla correlazione delle traiettorie stimate/attese e all'RMSD (% picco-picco) delle reazioni vincolari stimate/attese, il tempo impiegato dall'algoritmo *Ozaki* per le computazioni.

I risultati relativi all'algoritmo Line Search, sono esposti nelle tabelle 9.19,9.20, 9.21, 9.22 al varare dell'area di ricerca. Nella tabella 9.23 vengono considerati solo i risultati migliori per ogni prova di squat, che indicano che relativamente alle cinematiche stimate l'algoritmo è in grado di ottenere dei risultati accettabili per le prove di squat veloce ( $RMSD_{tr}=9.94$ ,  $CORR_{tr}=0.98$ ) e accovacciato ( $RMSD_{tr}=9.88$ ,  $CORR_{tr}=0.97$ ). Per le prove forzate è comunque in grado di seguire le traiettorie attese ( $RMSD_{tr}=13.18$ ,  $CORR_{tr}=0.97$ ), mentre per le prove di squat normale si rivela inefficiente ( $RMSD_{tr}=19.09$ ,  $CORR_{tr}=0.89$ ).

Il tempo di computazione è ridotto per tutte le prove e non supera i 4 minuti.

	98	100	102	104	134	136	138	140	142	144	150	152	154	156	158	160	162	164	166	168	
<b>ampiezza area di ricerca</b>																					
<b>(% picco picco FPA)</b>																					
<b>traiettorie</b>																					
<b>RMSD<sub>c</sub></b>	16.89	22.33	17.25	10.31	21.13	24.09	24.33	22.67	36.82	22.44	27.49	27.95	27.89	34.80	22.23	23.71	27.69	27.98	21.94	34.60	
<b>RMSD<sub>d</sub></b>	16.86	25.14	19.89	15.21	12.70	22.23	23.84	13.46	22.06	19.25	19.13	19.78	16.77	33.23	21.67	12.66	26.73	26.83	21.15	23.14	
<b>RMSD<sub>a</sub></b>	23.89	35.55	32.28	33.21	25.77	28.63	32.37	21.15	18.86	24.35	25.68	19.87	23.72	36.00	36.83	23.21	27.95	34.69	33.66	20.62	
<b>RMSD<sub>tr</sub></b>	19.21	27.68	23.14	19.58	19.87	24.98	26.85	19.09	25.91	22.01	24.10	22.53	22.79	34.68	26.91	19.86	27.46	29.83	25.59	26.12	
<b>CORR<sub>c</sub></b>	0.88	0.78	0.87	0.96	0.80	0.73	0.86	0.84	0.69	0.80	0.83	0.65	0.78	0.61	0.81	0.87	0.66	0.69	0.87	0.52	
<b>CORR<sub>d</sub></b>	0.91	0.78	0.84	0.94	0.95	0.80	0.90	0.93	0.88	0.84	0.89	0.84	0.93	0.68	0.80	0.97	0.69	0.77	0.93	0.78	
<b>CORR<sub>a</sub></b>	0.86	0.71	0.74	0.78	0.89	0.81	0.83	0.89	0.87	0.77	0.88	0.89	0.85	0.71	0.61	0.84	0.68	0.68	0.80	0.86	
<b>CORR<sub>tr</sub></b>	0.88	0.75	0.81	0.89	0.88	0.78	0.86	0.89	0.81	0.80	0.86	0.79	0.85	0.67	0.74	0.89	0.68	0.71	0.87	0.72	
<b>reazioni vincolari</b>																					
<b>RMSD<sub>fap</sub></b>	21.40	21.99	22.11	20.56	19.94	22.62	19.99	19.96	19.72	20.20	19.63	23.02	20.25	23.28	22.53	19.63	22.31	23.54	21.71	20.89	
<b>RMSD<sub>fv</sub></b>	16.38	16.72	16.67	16.13	16.89	15.93	15.85	15.62	16.08	15.79	16.17	16.31	16.07	16.56	16.56	15.50	16.84	17.02	16.15	15.70	
<b>RMSD<sub>cml</sub></b>	18.70	18.44	18.91	18.87	18.59	18.27	17.56	18.18	17.65	17.53	17.34	18.77	17.99	16.53	17.92	16.98	18.40	18.62	17.25	17.39	
<b>RMSD<sub>tv</sub></b>	18.83	19.05	19.23	18.52	18.47	18.94	17.80	17.92	17.82	17.84	17.71	19.37	18.11	18.79	19.00	17.37	19.18	19.73	18.37	18.00	
<b>tempo di computazione</b>																					
	3.79	3.44	4.37	3.59	3.29	3.20	3.25	3.44	3.20	3.50	3.59	3.50	3.49	3.43	3.41	3.35	3.18	3.75	3.48	3.58	

Figura 9.19: Nella tabella sono riportati i risultati relativi all'esecuzione dell'algoritmo sulla prova sperimentale di squat normale con un range che varia nell'intervallo  $[98\%, 104\%] \cap [134\%, 144\%] \cap [150\%, 168\%]$ . I valori sono quelli relativi all'RMSD (% picco-picco) e alla correlazione delle traiettorie stimate/attese e all'RMSD (% picco-picco) delle reazioni vincolari stimate/attese, il tempo impiegato dall'algoritmo

*Line Search* per le computazioni

ampiezza area di ricerca (% picco picco FPA)		98	100	102	104	134	136	138	140	142	144	150	152	154	156	158	160	162	164	166	168
traiettorie																					
<b>RMSD<sub>c</sub></b>		12.18	12.90	15.23	15.08	11.20	15.70	9.96	11.51	10.01	10.54	11.60	12.38	13.62	13.81	14.43	14.09	9.77	16.81	15.20	16.21
<b>RMSD<sub>d</sub></b>		11.62	11.28	11.88	11.40	10.40	13.16	9.51	9.39	8.02	10.06	11.16	10.01	11.70	11.17	10.52	10.36	10.11	12.70	11.19	13.40
<b>RMSD<sub>a</sub></b>		13.10	13.44	12.98	15.60	11.95	13.63	15.44	11.35	11.79	11.79	12.92	9.05	18.16	14.10	11.68	12.85	9.56	14.79	11.84	19.43
<b>RMSD<sub>f</sub></b>		12.30	12.54	13.36	14.03	11.19	14.16	11.64	10.75	9.94	10.80	11.89	10.48	14.49	13.03	12.21	12.44	9.81	14.77	12.74	16.34
<b>CORR<sub>c</sub></b>		0.94	0.94	0.92	0.93	0.95	0.90	0.97	0.96	0.98	0.96	0.96	0.97	0.93	0.95	0.96	0.95	0.97	0.91	0.94	0.93
<b>CORR<sub>d</sub></b>		0.96	0.96	0.96	0.96	0.96	0.95	0.97	0.97	0.98	0.97	0.97	0.98	0.97	0.95	0.97	0.96	0.97	0.94	0.95	0.93
<b>CORR<sub>a</sub></b>		0.96	0.98	0.99	0.98	0.96	0.98	0.93	0.97	0.97	0.96	0.95	0.98	0.93	0.93	0.98	0.94	0.98	0.97	0.95	0.89
<b>CORR<sub>f</sub></b>		0.95	0.96	0.95	0.96	0.96	0.94	0.95	0.97	0.98	0.96	0.96	0.98	0.94	0.94	0.97	0.95	0.97	0.94	0.95	0.92
reazioni vincolari																					
<b>RMSD<sub>fap</sub></b>		19.53	19.26	18.53	17.82	20.22	17.80	18.95	17.90	17.38	18.06	18.63	19.01	18.69	17.97	19.22	19.05	18.10	18.37	19.17	17.40
<b>RMSD<sub>fv</sub></b>		14.08	14.13	14.13	14.05	14.53	14.09	14.10	14.71	14.50	14.31	14.51	14.21	14.50	14.43	13.90	14.19	14.81	14.54	14.38	14.82
<b>RMSD<sub>cml</sub></b>		16.14	16.77	15.59	16.70	17.60	15.27	16.57	16.54	18.01	16.85	16.37	16.93	16.74	15.65	16.43	15.90	18.02	15.81	15.78	17.44
<b>RMSD<sub>iv</sub></b>		16.59	16.72	16.08	16.19	17.45	15.72	16.54	16.38	16.63	16.41	16.50	16.71	16.64	16.02	16.52	16.38	16.98	16.24	16.44	16.55
tempo di computazione		3.62	3.54	3.69	2.93	3.71	3.38	3.31	3.70	3.54	3.39	3.73	3.39	3.71	3.56	3.62	3.57	3.77	3.66	3.68	3.83

Figura 9.20: Nella tabella sono riportati i risultati relativi all'esecuzione dell'algoritmo sulla prova sperimentale di squat veloce con un range che varia nell'intervallo  $[98\%, 104\%] \cap [134\%, 144\%] \cap [150\%, 168\%]$ . I valori sono quelli relativi all'RMSD (% picco-picco) e alla correlazione delle traiettorie stimate/attese e all'RMSD (% picco-picco) delle reazioni vincolari stimate/attese, il tempo impiegato dall'algoritmo *Line Search* per le computazioni

	98	100	102	104	134	136	138	140	142	144	150	152	154	156	158	160	162	164	166	168	
<b>ampiezza area di ricerca</b>																					
<b>(% picco picco FPA)</b>																					
traiettorie																					
<b>RMSD<sub>c</sub></b>	14.64	13.79	11.63	8.62	12.88	10.80	7.29	8.46	11.03	11.70	12.71	8.49	13.39	13.07	10.53	9.95	11.17	8.35	15.06	8.41	
<b>RMSD<sub>a</sub></b>	11.22	10.69	17.09	10.92	8.89	7.67	10.74	15.62	13.33	12.80	9.41	10.18	10.97	10.09	11.72	9.81	9.86	10.21	9.53	12.22	
<b>RMSD<sub>s</sub></b>	10.07	16.28	18.10	12.63	11.91	16.55	14.63	19.63	18.29	14.70	7.51	12.27	13.87	9.86	13.65	14.72	11.35	13.13	6.67	15.14	
<b>RMSD<sub>t</sub></b>	11.98	13.58	15.61	10.72	11.23	11.68	10.88	14.57	14.22	13.06	9.88	10.32	12.74	11.01	11.96	11.49	10.79	10.56	10.42	11.92	
<b>CORR<sub>c</sub></b>	0.95	0.97	0.97	0.98	0.98	0.97	0.98	0.97	0.95	0.95	0.95	0.98	0.96	0.96	0.97	0.97	0.97	0.98	0.97	0.97	
<b>CORR<sub>a</sub></b>	0.96	0.96	0.99	0.99	0.98	0.99	0.99	0.99	0.98	0.98	0.98	0.99	0.96	0.99	0.99	0.98	0.98	0.99	0.99	0.98	
<b>CORR<sub>s</sub></b>	0.97	0.93	0.98	0.98	0.97	0.93	0.99	0.99	0.99	0.98	0.99	0.98	0.95	0.97	0.99	0.94	0.98	0.97	0.99	0.98	
<b>CORR<sub>t</sub></b>	0.96	0.95	0.98	0.98	0.97	0.96	0.99	0.99	0.97	0.97	0.97	0.98	0.95	0.97	0.98	0.97	0.98	0.98	0.98	0.98	
reazioni vincolari																					
<b>RMSD<sub>fap</sub></b>	15.84	16.61	16.90	15.24	15.39	16.00	16.19	17.63	16.03	16.03	15.87	15.87	16.43	16.27	16.62	16.60	16.26	15.28	15.41	16.03	
<b>RMSD<sub>fv</sub></b>	12.69	13.21	14.63	12.74	12.85	13.48	12.65	13.05	12.83	12.49	13.55	13.01	14.08	13.02	13.26	12.66	12.94	13.22	12.58	12.92	
<b>RMSD<sub>cml</sub></b>	13.90	14.59	14.37	13.95	13.34	14.48	14.53	13.41	14.22	13.79	13.34	13.99	17.15	13.72	13.42	14.41	13.51	13.84	14.18	14.01	
<b>RMSD<sub>iv</sub></b>	14.14	14.80	15.30	13.98	13.86	14.65	14.46	14.70	14.36	14.10	14.25	14.29	15.89	14.34	14.44	14.56	14.24	14.11	14.06	14.32	
tempo di computazione																					
	3.52	3.38	3.58	4.13	3.88	4.22	3.27	3.83	3.50	3.63	3.21	3.19	3.19	3.25	3.12	3.77	3.69	3.12	3.21	3.54	

Figura 9.21: Nella tabella sono riportati i risultati relativi all'esecuzione dell'algoritmo sulla prova sperimentale di squat accovacciato con un range che varia nell'intervallo  $[98\%, 104\%] \cap [134\%, 144\%] \cap [150\%, 168\%]$ . I valori sono quelli relativi all'RMSD (% picco-picco) e alla correlazione delle traiettorie stimate/attese e all'RMSD (% picco-picco) delle reazioni vincolari stimate/attese, il tempo impiegato dall'algoritmo

*Line Search* per le computazioni

	98	100	102	104	134	136	138	140	142	144	150	152	154	156	158	160	162	164	166	168	
<b>ampiezza area di ricerca</b>																					
<b>(% picco picco FPA)</b>																					
traiettorie																					
<b>RMSD<sub>c</sub></b>	35.46	14.58	30.19	16.37	13.84	15.26	14.45	18.79	12.85	20.36	17.10	11.95	10.52	36.10	18.73	19.73	21.49	13.96	28.46	31.03	
<b>RMSD<sub>d</sub></b>	29.45	15.28	27.18	15.96	14.86	17.85	15.79	18.76	13.87	18.13	15.34	19.69	12.50	32.43	15.41	18.87	18.79	11.35	21.32	25.00	
<b>RMSD<sub>a</sub></b>	17.31	11.06	22.81	14.00	16.75	16.79	21.33	15.85	15.66	13.99	11.86	28.37	16.51	26.08	9.28	16.18	17.31	14.49	8.14	14.18	
<b>RMSD<sub>t</sub></b>	27.40	13.64	26.73	15.45	15.15	16.64	17.19	17.80	14.12	17.49	14.77	20.00	13.18	31.54	14.47	18.26	19.20	13.27	19.31	23.40	
<b>CORR<sub>c</sub></b>	0.48	0.89	0.60	0.88	0.91	0.89	0.90	0.82	0.92	0.81	0.85	0.96	0.95	0.49	0.83	0.79	0.76	0.93	0.67	0.63	
<b>CORR<sub>d</sub></b>	0.70	0.93	0.72	0.93	0.95	0.94	0.92	0.90	0.95	0.87	0.92	0.97	0.98	0.66	0.91	0.87	0.88	0.95	0.83	0.77	
<b>CORR<sub>a</sub></b>	0.92	0.98	0.87	0.97	0.98	0.98	0.96	0.98	0.96	0.96	0.98	0.98	0.99	0.85	0.98	0.97	0.99	0.98	0.98	0.94	
<b>CORR<sub>t</sub></b>	0.70	0.93	0.73	0.93	0.95	0.94	0.92	0.90	0.94	0.88	0.92	0.97	0.97	0.67	0.91	0.88	0.87	0.95	0.83	0.78	
reazioni vincolari																					
<b>RMSD<sub>fap</sub></b>	15.93	15.53	15.47	16.68	15.37	15.11	16.13	15.26	15.03	15.73	15.57	15.16	15.46	15.52	16.15	15.06	15.24	15.63	15.12	14.96	
<b>RMSD<sub>fv</sub></b>	13.95	13.20	14.41	12.95	12.40	12.44	12.69	12.17	12.89	14.12	12.90	12.99	12.37	14.47	13.07	12.81	12.65	13.11	12.88	13.13	
<b>RMSD<sub>cml</sub></b>	14.06	14.19	15.01	14.09	14.15	14.70	15.12	13.70	14.42	14.32	15.52	14.31	14.70	19.86	15.16	14.89	13.99	13.67	14.71	14.00	
<b>RMSD<sub>iv</sub></b>	14.65	14.31	14.96	14.57	13.97	14.08	14.65	13.71	14.12	14.72	14.66	14.15	14.18	16.62	14.79	14.25	13.96	14.14	14.23	14.03	
tempo di computazione																					
	3.31	3.39	3.05	3.94	3.41	3.44	3.12	3.54	3.34	3.42	3.28	3.16	3.19	3.25	3.25	3.07	2.86	3.85	2.95	3.72	

Figura 9.22: Nella tabella sono riportati i risultati relativi all'esecuzione dell'algoritmo sulla prova sperimentale di squat forzato con un range che varia nell'intervallo  $[98\%, 104\%] \cap [134\%, 144\%] \cap [150\%, 168\%]$ . I valori sono quelli relativi all'RMSD (% picco-picco) e alla correlazione delle traiettorie stimate/attese e all'RMSD (% picco-picco) delle reazioni vincolari stimate/attese, il tempo impiegato dall'algoritmo

*Line Search* per le computazioni

	normale	veloce	forzato	accovacciato
<b>traiettorie</b>				
<b>RMSD<sub>c</sub></b>	22.67	10.01	10.52	12.71
<b>RMSD<sub>q</sub></b>	13.46	8.02	12.50	9.41
<b>RMSD<sub>a</sub></b>	21.15	11.79	16.51	7.51
<b>RMSD<sub>tr</sub></b>	19.09	9.94	13.18	9.88
<b>CORR<sub>c</sub></b>	0.84	0.98	0.95	0.95
<b>CORR<sub>q</sub></b>	0.93	0.98	0.98	0.98
<b>CORR<sub>a</sub></b>	0.89	0.97	0.99	0.99
<b>CORR<sub>tr</sub></b>	0.89	0.98	0.97	0.97
<b>reazioni vincolari</b>				
<b>RMSD fap</b>	19.96	17.38	15.46	15.87
<b>RMSD fv</b>	15.62	14.50	12.37	13.55
<b>RMSD cml</b>	18.18	18.01	14.70	13.34
<b>RMSD<sub>v</sub></b>	17.92	16.63	14.18	14.25
tempo di computazione	3.44	3.54	3.19	3.21
<b>ampiezza area di ricerca (% picco picco FPA)</b>	<b>140</b>	<b>142</b>	<b>154</b>	<b>150</b>

Figura 9.23: Nella tabella sono riportati i confronti tra i risultati migliori delle quattro prove di squat. I valori sono quelli relativi all'RMSD (% picco-picco) e alla correlazione delle traiettorie stimate/attese e all'RMSD (% picco-picco) delle reazioni vincolari stimate/attese, il tempo impiegato dall'algoritmo *Line Search* per le computazioni, e l'ampiezza del range di ricerca.

## 9.4 Confronto tra i due algoritmi *Ozaki* e *Line Search*

Al fine di confrontare dal punto di vista teorico i due algoritmi di ottimizzazione presentati in questa sede, si utilizzeranno i parametri caratteristici con cui vengono valutati gli algoritmi di ottimizzazione in [Luc1992], ovvero *l'affidabilità* e *l'efficienza*, descritte in 3.2. Verrà inoltre effettuato un confronto sulla base del *tempo di computazione* e dei *risultati ottenuti in termini di RMSD*.

### 9.4.1 Affidabilità

Facendo riferimento ai risultati ottenuti da [Pol2001] per cui nell'algoritmo *Ozaki* la soluzione dipende fortemente dalla correlazione iniziale delle FPA con le curve attese, tale algoritmo può essere considerato *localmente convergente*, secondo la definizione data nel paragrafo 3.2.1.

Analizzando i risultati esposti nel grafico 9.24 seguente, in cui l'algoritmo Line Search è stato eseguito in simulazione a partire da traiettorie diversamente correlate con le FPA, si evince che anch'esso può essere considerato *localmente convergente*: infatti all'aumentare della correlazione iniziale tra FPA e traiettorie attese il valore dell' $RMSD_{tr}$  diminuisce (fig.9.24). Si noti in particolare che per curve altamente scorrelate  $RMSD_{tr}$  può raggiungere valori molto elevati anche in simulazione.

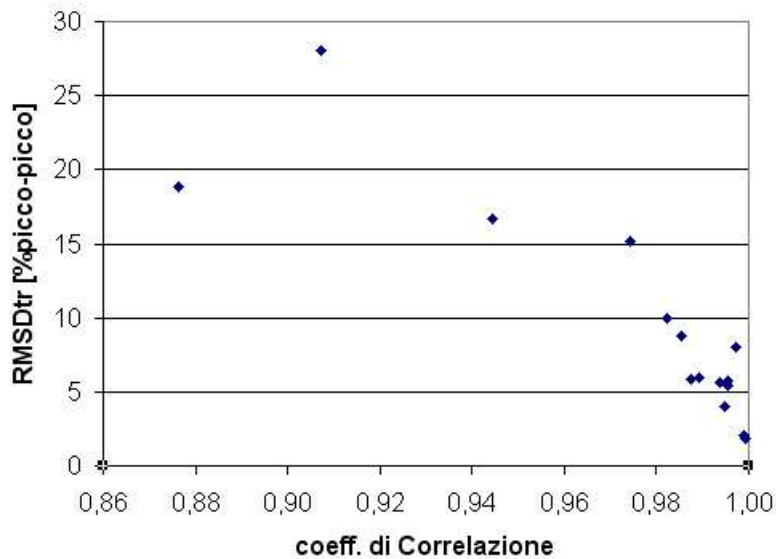


Figura 9.24: valore  $RMSD_{tr}$  in funzione della correlazione iniziale tra FPA e traiettorie attese utilizzando l'algoritmo Line Search.

### 9.4.2 Efficienza

Per quanto riguarda la velocità di convergenza, entrambi gli algoritmi hanno rapidità di convergenza LINEARE (cf par. 3.1.1), tuttavia nelle prove ese-



guita per l'algoritmo *Line Search* si è ottenuto un rapporto di convergenza  $\beta = 0.87$ , mentre l'algoritmo Ozaki  $\beta = 0.94$ .

Inoltre il numero di iterazioni necessarie per arrivare alla soluzione è minore nell'algoritmo *Line Search* (ordine di grandezza  $10^4$ ) che in Ozaki (ordine di grandezza  $10^5$ ), come illustrato nei grafici seguenti che rappresentano la rapidità di convergenza. Sull'asse delle ordinate è rappresentato la norma dell'errore  $e_k$  (cf. par. 3.2.2).

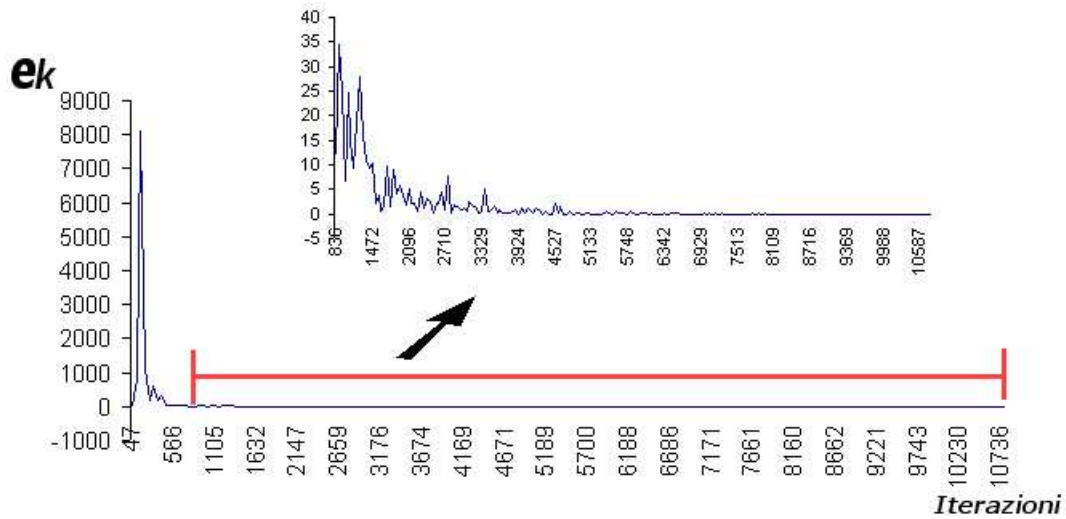


Figura 9.25: Valore di  $e_k$  all'aumentare delle iterazioni nell'algoritmo *Line Search*. Il grafico piccolo indicato dalla freccia rappresenta l'andamento di  $e_k$  a partire dall'iterazione 836.

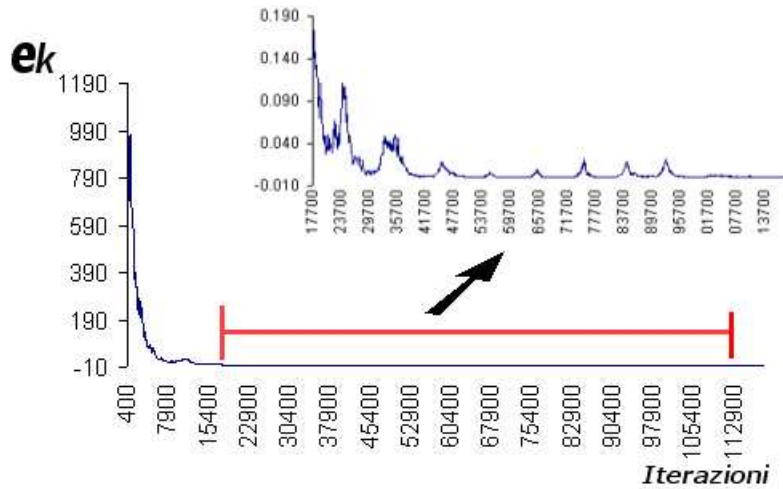


Figura 9.26: Valore di  $e_k$  all'aumentare delle iterazioni nell'algoritmo Ozaki. Il grafico piccolo indicato dalla freccia rappresenta l'andamento di  $e_k$  a partire dall'iterazione 17700.

### 9.4.3 Tempo di computazione

Come ulteriore metro di paragone è possibile inserire il tempo di computazione.

Nell'istogramma 9.27 sono riportati i tempi medi di computazione con le relative deviazioni standard su un campione di 5 prove per ogni tipologia di squat. Si può osservare che per l'algoritmo Line Search anche nel caso peggiore si hanno tempi inferiori ai 10 minuti, mentre per l'algoritmo Ozaki nel caso peggiore il tempo di computazione oltrepassa le 4 ore.

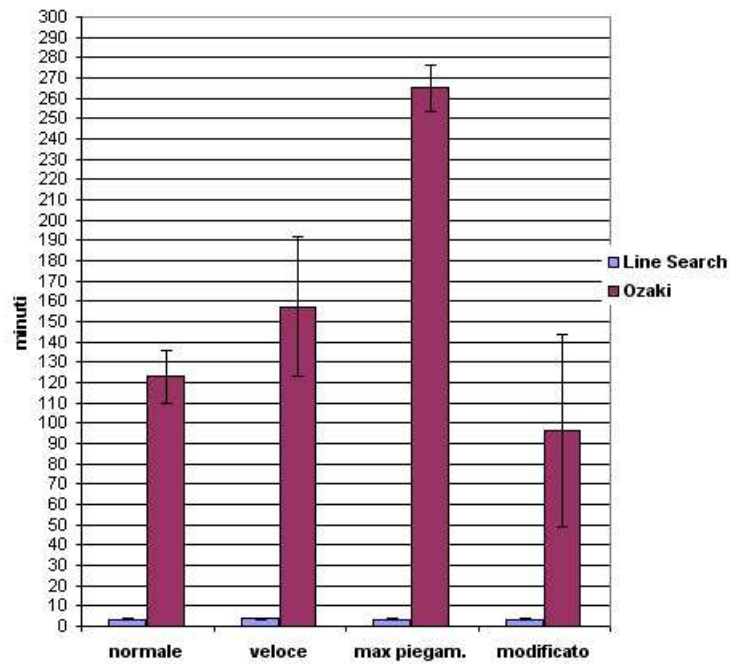


Figura 9.27: Tempo medio di computazione nei due algoritmi Ozaki e Line Search su un campione di 10 prove. Le deviazioni standard sono 1.2 per Line Search e 35.5 per Ozaki

#### 9.4.4 Ripetibilità

Un fattore degno di nota per il confronto tra i due algoritmi è quello della ripetibilità. L'algoritmo *Ozaki* infatti non è ripetibile, come già messo in evidenza in [Pol2001], poichè la generazione delle cinematiche articolari avviene in maniera pseudo-casuale. L'algoritmo *Line Search* invece è ripetibile poichè opera con criteri completamente deterministici.

## 9.5 Discussione

Con l'analisi sperimentale effettuata si vuole fare un primo tentativo di validazione del modello JAGO, nonché un confronto tra i due algoritmi.

### 9.5.1 Analisi dei risultati dell'analisi in simulazione

L'analisi in simulazione ci permette di raggiungere un duplice scopo: da una parte permette di svincolarsi dagli errori intrinseci nel modello e di fissare una soglia di convergenza dovuta solo ai limiti dell'algoritmo di ottimizzazione; d'altra parte permette di stabilire la migliore configurazione dei parametri interni dell'algoritmo, parametri con cui l'algoritmo viene poi utilizzato nella fase sperimentale.

Relativamente all'algoritmo *Ozaki* l'analisi condotta sui valori dei parametri  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $d_3$  ci ha permesso di fissare il valore dei parametri stessi a  $d_1 = 0.5$ ,  $d_2 = 0.5$ ,  $d_3 = 0.5$ . Con questi valori si ottengono i seguenti risultati:  $textbfRMSD}_{tr}=1.7\%$ ,  $CORR_{tr}=0.5$ ,  $textbfRMSD}_{rv}=0.5\%$ . Ricordando la forma della funzione obiettivo (cf formula 8.1), questo risultato indica che se l'errore calcolato come media degli errori sulle singole traiettorie angolari (errore medio) viene eccessivamente corretto tenendo presente lo scostamento dall'errore medio dell'errore delle singole traiettorie, allora la funzione obiettivo non riesce a fornire indicazioni opportune circa la bontà della stima delle traiettorie angolari.

L'analisi condotta sull'indice  $i$ , che indica il numero di intervalli in cui le curve relative alle reazioni vincolari vengono suddivise per il calcolo dell'RMSD nella funzione obiettivo (cf formula 8.2), ci consente di affermare che quanto più il numero di intervalli è elevato, tanto migliori sono i risultati ottenuti. Il valore migliore di tale indice, nelle prove effettuate, è  $i=15$ .

Le prove in simulazione ci permettono dunque di concludere che con i valori dei parametri  $d_1 = 0.5$ ,  $d_2 = 0.5$ ,  $d_3 = 0.5$  e  $i=15$  la soglia di convergenza dell'algoritmo *Ozaki* è fissata a  $textbfRMSD}_{tr}=1.7\%$  e  $textbfRMSD}_{rv}=0.1\%$ .

Per quanto riguarda l'algoritmo *Line Search* l'analisi di sensitivity condotta sui parametri interni all'algoritmo porta ad individuare il valore dei parametri di tolleranza a  $TolX = 10^{-2}$  e  $TolFun = 10^{-3}$ . Ricordando in particolare l'analogia tra il valore  $\varepsilon = 10^{-4}$  dell'algoritmo *Ozaki* e  $TolX$  (entrambi fissano un valore di soglia per la convergenza dell'algoritmo), si può osservare che sono diversi di due ordini di grandezza.

Facendo variare l'area di ricerca al fine di trovare il suo valore più opportuno, si può notare che il suo andamento in funzione dei risultati ottenuti non è uniforme, né per i valori RMSD delle reazioni vincolari né per l' RMSD delle traiettorie angolari. Per questo motivo è preferibile individuare un range di ricerca ed eseguire l'algoritmo più volte, facendo variare la sua area di ricerca in questo range e prendendo la prova che dà i risultati migliori. Adottando questa tecnica si è potuta stabilire la soglia di convergenza dell'algoritmo a  $textbf{RMSD}_{tr}=1.2\%$  e  $textbf{RMSD}_{rv}=0.5\%$ . Nelle prove in simulazione quindi i due algoritmi hanno comportamenti che potremmo definire complementari: per quanto riguarda le traiettorie la miglior soglia di convergenza è quella dell'algoritmo *Line Search*, per quanto riguarda le reazioni vincolari *Ozaki* mostra avere la soglia di convergenza più bassa.

### 9.5.2 Analisi delle prestazioni dei due algoritmi

Mettendo a confronto i due algoritmi di ottimizzazione utilizzati relativamente alle loro prestazioni, tralasciando i risultati che verranno discussi nel paragrafo successivo, si può dedurre che:

- in termini di *affidabilità* i due algoritmi sono equivalenti, poichè entrambi risultano essere localmente convergenti;
- in termini di *efficienza* l'algoritmo *Line Search* risulta essere leggermente migliore dell'algoritmo *Ozaki*. I rispettivi rapporti di convergenza sono infatti  $\beta = 0.87$  (*Line Search*) e  $\beta = 0.94$  (*Ozaki*);
- in termini di *tempo di computazione* l'algoritmo *Line Search* è senz'altro il più conveniente, avendo tempi di computazione inferiori ai 10 min. contro i 90 min. (nel caso migliore) dell'algoritmo *Ozaki*;
- per quanto riguarda la *ripetibilità* l'algoritmo *Ozaki* risulta essere non ripetibile, e questo comporta un grado di incertezza nei risultati ottenuti, che non possono essere considerati ottimi in senso globale, ma solo relativamente a quell'esecuzione dell'algoritmo; *Line Search* non presenta invece questo problema poichè è completamente deterministico, il che permette di affermare che la soluzione trovata dopo una esecuzione è la migliore relativamente al set di parametri interni con cui l'elaborazione è stata eseguita.

### 9.5.3 Analisi dei risultati in funzione dell'accuratezza del modello

I risultati ottenuti relativamente alle esecuzioni degli algoritmi di ottimizzazione sulle prove sperimentali hanno mostrato che per la stima delle reazioni vincolari non è possibile ottenere risultati il cui errore sia inferiore al  $11.7\% \pm 0,1$  (valore  $RMSD_{fv}$  nella prova con massimo piegamento elaborata con l'algoritmo Line Search) del valore picco delle curve attese, in accordo con quanto espresso nel lavoro di [Big1999] che fissa la soglia inferiore di convergenza approssimativamente al 10% del valore picco.

I due algoritmi hanno mostrato comportamenti diversi riguardo alla stima delle cinematiche e delle reazioni vincolari. In particolare (cf tabella 9.28) l'algoritmo Ozaki stima le reazioni vincolari in maniera più accurata dell'algoritmo Line Search, mentre per quanto riguarda le traiettorie angolari la situazione è invertita: quest'ultimo si rivela infatti molto più accurato di Ozaki.

Questo conferma i risultati ottenuti nell'analisi sperimentale, in cui per le traiettorie la miglior soglia di convergenza è quella individuata dall'algoritmo *Line Search*, per le reazioni vincolari *Ozaki* individua la soglia di convergenza più bassa.

Tutto ciò può essere interpretato considerando che il modello utilizzato è una forte semplificazione dell'apparato locomotore umano ed è quindi impossibile dare una stima accurata contemporaneamente delle reazioni vincolari e delle traiettorie. Un modello che riuscisse a stimare in modo più accurato entrambe richiederebbe un numero ben maggiore di elementi e di gradi di libertà.

	Ozaki				Line Search			
	normale	veloce	max piegam.	modificato	normale	veloce	max piegam.	modificato
<b>traiettorie (%picco-picco)</b>								
<b>RMSD<sub>c</sub></b>	31,3±2,2	32,8±3,2	49,8±3,3	14,7±1,0	22,7	10,0	12,7	10,5
<b>RMSD<sub>a</sub></b>	24,2±1,9	22,8±2,1	39,9±2,7	13,2±0,5	13,5	8,0	9,4	12,5
<b>RMSD<sub>s</sub></b>	18,2±3,6	12,5±2,2	15,5±1,2	18,2±0,9	21,1	11,8	7,5	16,5
<b>RMSD<sub>r</sub></b>	<b>24,5±2,5</b>	<b>22,7±1,8</b>	<b>35,0±1,8</b>	<b>15,3±0,7</b>	<b>19,1</b>	<b>9,9</b>	<b>9,9</b>	<b>13,2</b>
<b>CORR<sub>c</sub></b>	0,6±0,1	0,7±0,0	0,4±0,1	1,0±0,0	0,8	1,0	0,9	0,9
<b>CORR<sub>a</sub></b>	0,7±0,1	0,9±0,0	0,6±0,1	1,0±0,0	0,9	1,0	1,0	1,0
<b>CORR<sub>s</sub></b>	0,9±0,0	1,0±0,0	1,0±0,0	0,9±0,0	0,9	1,0	1,0	1,0
<b>CORR<sub>r</sub></b>	0,7±0,1	0,9±0,0	0,7±0,1	1,0±0,0	0,9	1,0	1,0	1,0
<b>reazioni vincolari (%picco-picco)</b>								
<b>RMSD<sub>fap</sub></b>	17,8±1,1	13,2±1,1	12,3±0,2	12,4±0,4	20,0	17,4	15,9	15,5
<b>RMSD<sub>fv</sub></b>	15,0±1,1	11,9±1,0	11,6±0,1	11,7±0,1	15,6	14,5	13,5	12,4
<b>RMSD<sub>cml</sub></b>	16,1±1,2	13,1±1,1	12,6±0,6	13,7±0,8	18,2	18,0	13,3	14,7
<b>RMSD<sub>fv</sub></b>	<b>16,3±1,0</b>	<b>12,7±1,0</b>	<b>12,2±0,1</b>	<b>12,6±0,3</b>	<b>17,9</b>	<b>16,6</b>	<b>14,2</b>	<b>14,2</b>

Figura 9.28: Nella tabella sono mostrati i risultati riassuntivi relativi all'esecuzione degli algoritmi *Ozaki* e *Line Search* su una prova delle quattro differenti tipologie di squat. A causa della non ripetibilità dell'algoritmo *Ozaki* i risultati sono relativi alla media su 5 prove e quindi riportati con le relative deviazioni standard. I valori sono quelli relativi all'RMSD (% picco-picco) e alla correlazione delle traiettorie stimate/attese e all'RMSD (% picco-picco) delle reazioni vincolari stimate/attese.

Tuttavia nel quadro della validazione di Jago, la finalità del presente lavoro è stimare in maniera accurata le traiettorie angolari in modo da poter distinguere le diverse strategie motorie con cui il l'atto motorio viene eseguito.

A questo proposito si può affermare che l'algoritmo Line Search è preferibile all'algoritmo Ozaki; il primo infatti per le prove di squat veloce e con massimo piegamento ha valori  $RMSD_{tr}$  inferiori al 10% picco picco, e per quelle modificate  $RMSD_{tr}=13.2\%$ , quando l'algoritmo Ozaki, sulle stesse prove, mostra valori  $RMSD_{tr}$  superiori al 15% picco picco, come mostrato nella tabella 9.31.

Riportiamo, a titolo di esempio, i grafici relativi alle esecuzioni degli algoritmi Line Search e Ozaki con una prova di squat con massimo piegamento.

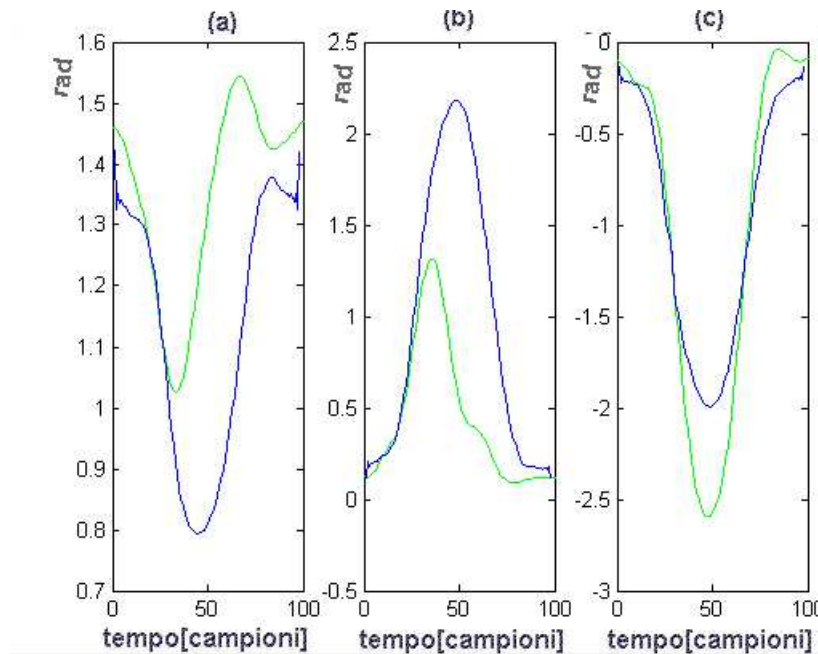


Figura 9.29: In figura sono riportate le traiettorie angolari di (a)caviglia , (b)ginocchio e (c)anca, relative ad un'esecuzione dell'algoritmo Ozaki su una prova di squat con massimo piegamento. In blu sono rappresentate le traiettorie attese (misurate col sistema stereofotogrammetrico), in verde quelle stimate da Jago. Per questa esecuzione dell'algoritmo si ha  $CORR_{tr}=0.7$



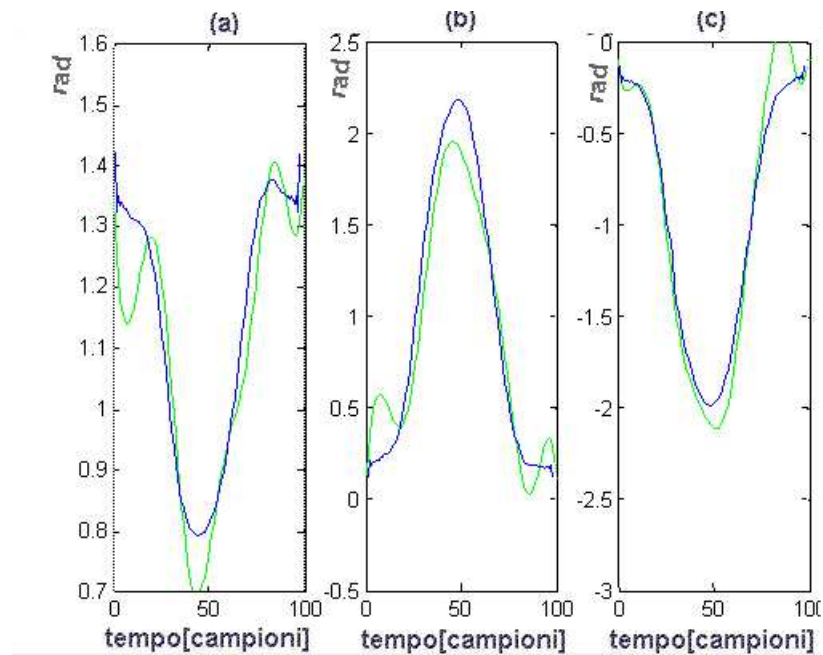


Figura 9.30: In figura sono riportate le traiettorie angolari di (a)caviglia , (b)ginocchio e (c)anca, relative ad un'esecuzione dell' algoritmo Line Search su una prova di squat con massimo piegamento. In blu sono rappresentate le traiettorie attese (misurate col sistema stereofotogrammetrico), in verde quelle stimate da Jago. Per questa esecuzione dell'algoritmo si ha  $CORR_{tr}=0.9$

	Ozaki			Line Search		
	normale	veloce	max piegam. modificato	normale	veloce	max piegam. modificato
traiettorie (% picco-picco)						
RMSD <sub>t</sub>	24,5±2,5	22,7±1,8	35,0±1,8	19,1	9,9	9,9
CORR <sub>t</sub>	0,7±0,1	0,9±0,0	0,7±0,1	0,9	1,0	1,0
reazioni vincolari (% picco-picco)						
RMSD <sub>r,v</sub>	16,3±1,0	12,7±1,0	12,2±0,1	17,9	16,6	14,2

Figura 9.31: Nella tabella sono mostrati i risultati riassuntivi relativi all'esecuzione degli algoritmi *Ozaki* e *Line Search* sulle quattro differenti tipologie di squat. A causa della non ripetibilità dell'algoritmo *Ozaki* i risultati sono relativi alla media su 5 prove e quindi riportati con le relative deviazioni standard. I valori sono quelli relativi all'RMSD (% picco-picco) e alla correlazione delle traiettorie stimate/attese e all'RMSD (% picco-picco) delle reazioni vincolari stimate/attese.

## 9.6 Conclusioni

Nel presente studio si è considerato il modello analitico-sperimentale JAGO, caratterizzato da una rappresentazione del corpo umano, da una serie di equazioni che esplicitano il problema della dinamica inversa e da un algoritmo di ottimizzazione. In questa sede sono stati testati e messi a confronto due diversi algoritmi di ottimizzazione, Line Search ed Ozaki. A partire dalle informazioni relative all'esecuzione del gesto motorio e alle caratteristiche antropometriche del soggetto in esame, JAGO si propone di stimare le traiettorie angolari delle articolazioni di caviglia, ginocchio ed anca misurando le sole reazioni vincolari al suolo attraverso delle piattaforme dinamometriche.

L'analisi in simulazione ha permesso di configurare in maniera opportuna i due algoritmi e di stabilire, per ognuno di essi, una soglia di convergenza dovuta ai soli limiti degli algoritmi stessi. Da questa analisi risulta che relativamente alle traiettorie stimate l'algoritmo Line Search ha una soglia di convergenza più bassa, quindi migliore, dell'algoritmo Ozaki.

L'analisi delle prestazioni dei due algoritmi permette di affermare che l'algoritmo Line Search è migliore dell'algoritmo Ozaki in termini di efficienza, tempo di computazione e ripetibilità dei risultati.

L'analisi sperimentale effettuata sul compito motorio dello squat eseguito in quattro differenti maniere ci permette di confermare i risultati dell'analisi in simulazione e di aggiungere inoltre che l'algoritmo Line Search non solo fornisce risultati migliori dell'algoritmo Ozaki in termini di errore relativo alla differenza tra traiettorie stimate da Jago e traiettorie misurate con la stereofotogrammetria espressa in termini di RMSD e correlazione, ma si rivela inoltre in grado di individuare le differenti strategie motorie con cui il compito motorio viene eseguito.

In conclusione si può affermare che l'algoritmo Line Search è preferibile all'algoritmo Ozaki e che il modello JAGO utilizzato con Line Search si rivela in grado di dare una stima accettabile delle traiettorie attese e di individuare la strategia motoria con cui il gesto selezionato in questa tesi, lo squat, viene eseguito.

Per validare in maniera definitiva il modello JAGO sono auspicabili degli

sviluppi futuri di tale studio.

In particolare è necessario estendere lo studio sperimentale a più soggetti, che eseguano eventualmente nuove tipologie di squat o di altri semplici compiti motori che si adattino ad essere studiati col modello fisico proposto, al fine di verificare che JAGO sia in grado di seguire la strategia motoria di soggetti diversi e di dare risultati accettabili per ognuno di essi.

# Capitolo 10

## Ringraziamenti

Desidero ringraziare il prof. Cappozzo e il prof. Paoluzzi, Claudia per l'aiuto e le discussioni affaticanti e formative, Giuseppe per quelle due o tre mattine di condivisione - mi rimangono dentro - Valentina per tutti i suggerimenti.

Le altre persone da ringraziare sono centinaia, in particolare tutti quelli che hanno contribuito a farmi andare avanti nelle difficoltà, chi mi ha permesso o costretto ad essere me stesso, coloro con cui ho passato momenti belli e importanti.

Mamma e papà per le piccole cose, la torta del compleanno, una passeggiata in montagna. Anastasia per il macello e i sorrisi, Marco per essere mio fratello.

Nonno Roberto perchè così com'è mi piace tantissimo, nonna Maria per il casino e i pomodori col riso, nonna Teresa che mi segue, nonno GG per la ripresa.

Il gruppetto di studiosi folli all'università, per le giornate -controproducenti- di studio a cannone.

Anna, Costanza, Marta per la sopportazione e il sostegno, in tutti i sensi.

Nicolò per aver condiviso tanto, per avermi aiutato e accolto.

Paolo per esserci trascinati a vicenda in pazzie, viaggi e serate papottesche.

Cristiano che adesso sta dai trappisti.

I ragazzi di Taizé e James.

Il GIM, Vincenzo, le provocazioni e la voglia di spendere la vita per qualche cosa che ne valga la pena.

La piccola Comunità, Nicole, Chiara e gli altri.

Marco e Ciccio, con cui l'alienazione era meno alienante, nel laboratorio.

Quella presenza di un Qualcuno nel cuore, forte.

# Appendice A

## CODICE RELATIVO AGLI ALGORITMI UTILIZZATI

### A.1 Algoritmo per l'individuazione dell'inizio e la fine del compito motorio

Riportiamo di seguito il codice corrispondente alla prima fase all'algoritmo (calcolo di inizio gesto)

```
***** procedo 'in avanti' *****
for indice=1:(Ntotali/2)
    if (fap(indice)> Vmax )
        MaggioreDelVM=true;
        Ntemp=indice;
    elseif (fap(indice)<Vmin)
        MinoreDelVM=true;
        Ntemp=indice;
    end
end

***** procedo 'a ritroso' *****
for indice =Ntemp:-1:1
```

```

if (MaggioreDelVM==true)
    if (fap(indice) <=VM)
        InizioGesto=indice;
    end
elseif (MinoreDelVM==true)
    if(fap(indice) >=VM)
        InizioGesto=indice;
    end
end
end
end

```

## A.2 Algoritmo per l'analisi della ripetibilità

```
function ripetkabada
```

```
ListaforzepedanaLenti=
```

```
strvcat('squat1.txt' ... 'squat10.txt' );
```

```
ListaforzepedanaVeloci=
```

```
strvcat('squatveloce1.txt'...'squatveloce10.txt');
```

```
fap=2;
```

```
fv=3;
```

```
mml=4;
```

```
ReazioneVincolareSelezionata=fv;
```

```
Numerogiorni=1; NumeroProve=10; Numerocampionicurve=100;
```

```
for ReazVinc=2:4
```

```
    for tipocurva=1:2
```

```
        ReazioneVincolareSelezionata=ReazVinc;
```

```
        %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% ALGORITMO%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
        %creo matrice curve: righe= curve    colonne=istanti di tempo
```

```
        IniziofineVeloci=[145    411
```



APPENDICE A. CODICE RELATIVO AGLI ALGORITMI UTILIZZATI 178

```
117 299
120 391
123 349
98 325
122 350
111 314
76 319
95 315
82 279];
```

```
IniziofineLenti=[102 471
102 410
70 426
126 436
64 455
111 501
148 536
94 478
98 457
143 488];
```

```
curvalenta=zeros(NumeroProve,Numerocampionicurve);
curvaveloce=zeros(NumeroProve,Numerocampionicurve);
curva=zeros(NumeroProve,Numerocampionicurve);
for ind=1:NumeroProve
    filedacaricareLenti=
    strcat('C:\MATLAB6p1\...',ListaforzepedanaLenti(ind,:));
    filedacaricareVeloci=
    strcat('C:\MATLAB6p1\...',ListaforzepedanaVeloci(ind,:));
    reazionivincolariLenti=load(filedacaricareLenti);
```

APPENDICE A. CODICE RELATIVO AGLI ALGORITMI UTILIZZATI 179

```
    reazionivincolariVeloci=load(filedacaricareVeloci);
    curvalentatemp1=
    reazionivincolariLenti(:,ReazioneVincolareSelezionata);
    curvalentatemp=
    curvalentatemp1(IniziofineLenti(ind,1):IniziofineLenti(ind,2),1);
    curvavelocetemp1=
    reazionivincolariVeloci(:,ReazioneVincolareSelezionata);
    curvavelocetemp=
    curvavelocetemp1(IniziofineVeloci(ind,1):IniziofineVeloci(ind,2),1);
    [Ncampioni,larg]=
    size(curvalentatemp);
    curvalenta(ind,:)=
    resample(curvalentatemp',Numerocampionicurve,Ncampioni);
    [Ncampioni,larg]=
    size(curvavelocetemp);
    curvaveloce(ind,:)=
    resample(curvavelocetemp',Numerocampionicurve,Ncampioni);
end

if (tipocurva==1)
    curva=curvaveloce;
else
    curva=curvalenta;
end

M=NumeroGiorni;
N=NumeroProve;
T=Numerocampionicurve;

%calcolo YtrattinoIT
```

APPENDICE A. CODICE RELATIVO AGLI ALGORITMI UTILIZZATI 180

```
YtrattinoIT=zeros(1,NumeroCampioniCurve);
YtrattinoIT=sum(curva).*1/N;

%calcolo YtrattinoI
for j=1:N
    for t=1:T
        Ytemp(t,j)=curva(j,t);
    end
end
YtrattinoI=(1/(N*T))*sum(sum(Ytemp));

%è la formula di kabada. Qui non metto la sommatoria dei giorni visto
%che non mi serve
R=zeros(NumeroProve,NumeroCampioniCurve);
for i=1:M
    for j=1:N
        for t=1:T
            Y(j,t)=curva(j,t);
            numeratore=((Y(j,t)-YtrattinoIT(t))^2)/(M*T*(N-1));
            denominatore=((Y(j,t)-YtrattinoI)^2)/(M*(N*T-1));
            numeratoreR(j,t)=numeratore;
            denominatoreR(j,t)=denominatore;
        end
    end
end
numeratoreRquadroA=sum(sum(numeratoreR'));
denominatoreRquadroA=sum(sum(denominatoreR'));

RquadroA=1-numeratoreRquadroA/denominatoreRquadroA;
resultmat(ReazVinc-1,tipocurva)=RquadroA;
```

*APPENDICE A. CODICE RELATIVO AGLI ALGORITMI UTILIZZATI*181

end

end

# Bibliografia

## BIBLIOGRAFIA

- [AeK02] Abdel-Aziz, Y.I. and Karara, H.J. Direct linear transformation from comparator coordinates into object-space coordinates. *Proceedings ASP/UI Symposium on Close-Range Photogrammetry*, 1-18, 1971
- [AgnI2003] A.Agnetis Condizioni di Karush-Kuhn-Tucker e Programmazione Lineare *Dispense del corso di Ricerca Operativa*
- [AgnII2003] A.Agnetis Introduzione all'ottimizzazione non vincolata *Dispense del corso di Ricerca Operativa*
- [Asa1986] Asada H., Slotine J..J.E Robot Analysis and Control *Wiley-Interscience, 1986*
- [Bal98] Ball KA, Pierrynowski MR. , 1998. Modeling of the pliant surfaces of the thigh and leg during gait. *In: Proc SPIE - The International Society for Optical Engineering, BIOS '98 - International Biomedical Optics Symposium, San Jose: CA, 1998*
- [Bar98] Barnes S., Oggero E., Pagnacco G, Berme N. (1997) Simulation of human movement: goals, model formulation, solution techniques and consideration *In: Three dimensional analysis of human locomotion, edito da Allard P., Cappozzo A., Lundberg A. e Vaughan C., John Wiley and Sons Ltd., pp. 281-306.*
- [Baz98] S. Bazaraa Mokhtar, C. M. Shetty. Nonlinear programming: theory and algorithms 1979, *John Wiley*

- [Ben1999] Benvenuti F., Mecacci R., Gineprari I., Bandinelli S., Benvenuti E., Ferrucci L., Baroni A., Rabuffetti M., Hallett M., Dambrosia J.M., Stanhope S.J. (1999) Characteristics of standing disequilibrium using a quantitative posturographic protocol. *Arch. Phys. Med. Rehabil.* 80: 278-87
- [Bene1999] Benedetti M.G., Benvenuti F., Catani F., Piperno R. (1998) Esame clinico-funzionale di soggetti anziani finalizzato alla valutazione della loro abilità motoria *Report n.11 del progetto VAMA, finanziato dall'Istituto Superiore di Sanità, <http://www.di.unipi.it/starita/vama/home.htm>*
- [Bigg1975] Biggs, M.C Constrained Minimization Using Recursive Quadratic Programming. *Global Optimization (L.C.W. Dixon and G.P. Szergo, eds.), North-Holland, pp 341-349, 1975.*
- [Big1999] Bignami M., Papa E., Stroppa R., Cappozzo A. (1999) Generazione di traiettorie articolari a partire dalla misura della sole forze esterne: presentazione e validazione del modello. *Conferenza Analisi del Movimento in Clinica, Istituto Superiore di Sanità, Roma, Italia.*
- [Bign1999] Bignami M. (1999) Stima del movimento di una catena cinematica aperta a partire dalla misura delle sole reazioni vincolari: applicazione alla valutazione dell'abilità motoria residua in clinica. *Tesi di Laurea.*
- [Bro96] Bronstein A.M., Brandt T., Wollacot M., (1996) Clinical disorders of balance and gait. *Arnold, London.*
- [Buc97] Buchner D.M., Ferrucci L., Guralnik J., Studenski S., (1997) - Promoting independence and quality of life in older adults. *WHO Position Statement.*
- [Bui2003] A. Buizza, C. Mazzà, M. Schmid 2003 Valutazione della disabilità motoria. *In: Bioingegneria della Postura e del Movimento, Cappello, Cappozzo, di Prampero eds, Patron 2003, accettato*
- [Cap1976] Cappozzo A., Figura F., Marchetti M., Pedotti A. (1976) The interplay of muscular and external forces in human ambulation *Journal of Biomechanics* 9: 35-43.

- [Cap1983] Cappozzo A.,(1983a) Considerations on clinical gait evaluation. *Journal of Biomechanics* 16,302.
- [Cap1990] Cappozzo A., Berme N. (1990) Subject-specific segmental inertia parameter determination - a survey of current methods *Biomechanics of human movement: application in rehabilitation, sports and ergonomics, edito da Cappozzo A. e Berme N., Bertec Corporation, Worthington, Ohio, U.S.A. pp. 179-185.*
- [Cap2001] Cappozzo A.,(2001) Minimum measured-input models for the assessment of motor ability. *Journal of Biomechanics*, 35:4 : 437-446.
- [Cha1975] Chandler, R. F., Clauser, C. E., McConville, J. T., Reynolds, H. M. and Young, J. W. (1975) Investigation of inertial properties of the human body *AMRL-TR-74-137, AD-A016-485. DOT-HS-801-430. Aerospace Medical Research Laboratories, Wright-Patterson Air Force Base, Ohio.*
- [Cha1991] CHANDLER, J. T., and M. H. STONE. The squat exercise in athletic conditioning: a review of the literature. *Natl. Strength Condit. Assoc. J.* 13(5):51– 60, 1991.
- [Dele97] De Leva Paolo, 1996. Adjustment's to Zatsiorsky-Seluyanov's segment inertia parameters *J. Biomechanics vol 29 no 9, pp. 1223-1230, 1996*
- [Del97] De Luca (1997). Notes from the Course of industrial Robotics *Università degli Studi La Sapienza, Roma*
- [DeL93] De Luzio, K.J., et al. A procedure to validate three-dimensional motion assessment systems. *J. Biomechanics,26:753-759,1993*
- [Dem1955] Dempster WT Space requirements of the seated operator *Dempster 1955 WADC TR 55-159 1955.*
- [Den1984] Denoth A. , A. Foglar, P. Weiland, C. Mätzler, H. Aebischer, M. Tiuri and A. Sihvola (1984) A comparative study of instruments for measuring the liquid water content of snow *J. Appl. Phys.* 56, 2154-2160

- [Eha95] Ehara Y, Fujimoto H, Miyazaky S, Tanaka S, Yamamoto S. Comparison of the performance of 3D camera systems. *Gait & Posture*,3:166-169,1995
- [Eha97] Ehara Y, Fujimoto H, Miyazaky S, Mochimaru M, Tanaka S, Yamamoto S. Comparison of the performance of 3D camera systems II. *Gait & Posture*,5:251-255,1997
- [Esc1998] Rafael F.Escamilla, Glenn S.Fleising, Nigel Zheng, Steven W. Barrentine, Kevin E. Wilk, and James R.Andrews Biomechanics of the knee during closed Kinetic chain and open kinetic chain exercises *Medicine and Science in Sports and Exercise Science: 556-569, 1998.*
- [Esc2001] Rafael F.Escamilla Knee biomechanics of the dynamic squat exercise *Medicine and Science in Sports and Exercise, vol. 33 No 1 (2001) pp.127-141.*
- [EscEtAl2001] RAFAEL F. ESCAMILLA, GLENN S. FLEISIG, NAIQUAN ZHENG, JEFFERY E. LANDER, STEVEN W. BARRENTINE, JAMES R. ANDREWS, BRIAN W. BERGEMANN, and CLAUDE T. MOORMAN, III Effects of technique variations on knee biomechanics during the squat and leg press *Medicine and Science in Sports and Exercise 2001;33:1552-1566*
- [Ett94] Ettinger W.H., Fried L.P., Harris T., (1994) Self reported causes of physical disability in older people. The cardiovascular health study. *J. Am. Geriatr. Soc. 42: 1035-44.*
- [Ext77] Exton-Smith A.N., (1977) Clinical manifestations. *In: Care of elderly: meeting the challenge of dependence, edited by A.N. Exton-Smith, G. Evans, Academic Press, London, pp. 11-16.* ù
- [Fla2003] SEAN FLANAGAN; GEORGE J. SALEM; MAN-YING WANG; SERENA E. SANKER; GAIL A. GREENDALE Squatting Exercises in Older Adults: Kinematic and Kinetic Comparisons *Medicine and Science in Sports and Exercise 35(4): 635-643; Apr 2003*
- [Gill1984] Gill, P.E., W. Murray, M.A. Saunders, and M.H. Wright Procedures for Optimization Problems with a Mixture of Bounds and



- General Linear Constraints *ACM Trans. Math. Software, Vol. 10, pp 282-298, 1984*
- [Gill1991] Gill, P.E., W. Murray, and M.H. Wright Numerical Linear Algebra and Optimization *Vol. 1, Addison Wesley, 1991.*
- [Gori1996] Gori L. Calcolo numerico *Edizioni Kappa, 1996:179-228*
- [Gur94] Guralnik J.M., Simonsick E.M., Ferrucci L., Glynn R.J., Berkman L.F., Blazer D.G., Scherr P.A., Wallace R.B., (1994) A short physical performance battery assessing lower extremity function: association with self-reported disability and prediction of mortality and nursing home admission. *Journal of Gerontology 49:M85-M94.*
- [Han1977] Han, S.P. A Globally Convergent Method for Nonlinear Programming . *Optimization Theory and Applications, Vol. 22, p. 297, 1977.*
- [Hat1976] Hatze H. (1976) The complete optimization of a human motion *Math. Biosci. 28: 99-135.*
- [Hat1980] Hatze H. (1980) A mathematical model for the computational determination of parameters values of anthropomorphic segments *Journal of Biomechanics 13, 833-843.*
- [Hen1985] HENNING, C. E., M. A. LYNCH, and K. R. GLICK, Jr. An in vivo strain gage study of elongation of the anterior cruciate ligament *Am. J. Sports Med. 13:22-26, 1985.*
- [Hes94] Hesse S., Schauer M., Malezic M., Jahnke M., Mauritz K.H., (1994) Quantitative analysis of rising from a chair in healthy and hemiparetic subjects. *Scand. J. Rehab. Med. 26:161-166.*
- [Kab1989] Kadaba MP, Ramakrishnan HK, Wootten ME, Gainey J, Gorton G, and Cochran GV. Repeatability of kinematic, kinetic, and electromyographic data in normal adult gait. *Journal of Orth. Res. 7: 849-860, 1989.*
- [Kan1981] Kane R.A., Kane R.L. (1981) Assessing the elderly: a practical guide to measurement. *Lexington Books*

- [Kan1993] Kane R.L. (1993) The implications of assessment *J. Gerontol.* 48: 27-31.
- [Lad1993] Ladin Z, Mansfield PK, Murphy MC, Mann RW Segmental analysis in kinesiological measurements. Image based motion measurements *SPIE (ed. Walton JS), 1356, 110-120, 1990.*
- [Lev1948] Levens AS; Inman VT; Blosser JA Transverse rotation of the segments of the lower extremity in locomotion *Journal of Bone and Joint Surgery (Am), 30A, 859-872, 1948.*
- [Luc1992] Stefano Lucidi Algoritmi di programmazione non lineare *Atti della scuola CIRO, Metodi di ottimizzazione per le decisioni, a cura di G.di Pillo, p.117-190*
- [Man94] Manariello, R.A., Backus, S.L., Parker, J.E., The effect of the squat exercise on anterior-posterior knee translation in professional football players *American Journal of Sports medicine, 22(6), 1994.*
- [Mas97] Masdeu J.C., Sudarsky L., Wolfson L., (1997) Gait disorders of aging: falls and therapeutic strategies. *Lippincott-Raven, Philadelphia.*
- [Net1985] Neter, M. H. Kutner, C. J. Nachtsheim, and W. Wasserman. Applied Linear Statistical Models. *Irwin, second edition, pp 241-242, 643-654.*
- [Nuro2003] <http://www.onbalance.com/>
- [NSCA1991] N.S.C.A. POSITION PAPER The Squat Exercise in Athletic Conditioning: A Position Statement and Review of the Literature *National Strength Conditioning Association Journal: Vol. 13, No. 5, pp. 51-58.*
- [Ohk1991] OHKOSHI, Y., K. YASUDA, K. KANEDA, T. WADA, and M. YAMANAKA Biomechanical analysis of rehabilitation in the standing position. *Am. J. Sports Med. 19:605- 611, 1991. 174-175: 67*
- [Oza1996] Ozaki H., Lin C. (1996) Optimal B-Spline joint trajectory generation for collision-free movements of a manipulator under dynamic constrains. *IEEE, International Conference on Robotic and Automation, Minneapolis, Minnesota: 3592-3597.*

- [Pai90] Pai Y.C., Rogers M., (1990) Control of body mass transfer as a function of speed of ascent in sit-to-stand. *Medicine and Science in Sports and Exercise* 22: 378-384.
- [Pai94] Pai Y.C., Naughton B.J., Chang R.W., Rogers R.W. (1994) Control of body centre of mass momentum during sit-to-stand among young and elderly adults. *M. Posture* 2: 109-116
- [Pan1989] Pandy Berme(1989) A numerical method for simulating the dynamics of human walking *Journal of Biomechanics* 21:1043-1051
- [Pap1996] Papa E.,(1996) Progettazione Metodica di un sistema tecnico del sit-to-stand con Rgo (Reciprocating Gait Orthosis) *Tesi di Laurea in Ingegneria Meccanica, Università degli Studi di Roma La Sapienza, Roma, Italia.*
- [Pap99] Elisabetta Papa, Aurelio Cappozzo A telescopic inverted-pendulum model of the musculo-skeletal system and its use for the analysis of the sit-to-stand motor task *Journal of Biomechanics* 32 (11) (1999) pp. 1205-1212.
- [Pap2000] Elisabetta Papa, Aurelio Cappozzo Sit-to-stand motor strategies investigated in able-bodied young and elderly subjects *Journal of Biomechanics* 33 (9) (2000) pp. 1113-1122. .
- [Pen1993] Pendergast D.R., Fisher N.M., Calkins E. (1993) Cardiovascular, neuromuscular, and metabolic alterations with age leading to frailty *The Journal of Gerontology* 48: 61-67
- [Pol2001] Polci Giacomo, 2001 Stima del movimento del sistema scheletro muscolare umano utilizzando la misura di forze esterne e un algoritmo di ottimizzazione *Tesi di Laurea*
- [Rich1999] Richards J.G. The measurement of human motion: a comparison of commercially available systems *Hum. Mov. Sci.* 18:589-602, 1999
- [Rog1990] D.F.ROGERS,J.A.ADAMS Mathematical Elements for Computer Graphics *McGraw-Hill,1990 (second edition)*
- [Schi1985] Schittkowski, K., NLQPL: A FORTRAN-Subroutine Solving Constrained Nonlinear Programming Problems *Annals of Operations Research, Vol. 5, pp 485-500, 1985.*

- [Schi2001] K. Schittkowski (2001): NLPQLP: A new Fortran implementation of a sequential quadratic programming algorithm - user's guide *Report, Department of Mathematics, University of Bayreuth*
- [Schu92] Schultz A.B., Alexander N.B., Ashton-Miller J.A., (1992) - Biomechanical analysis of rising from a chair. *J. Biomech.* 25:1383-1391.
- [Shel90] SHELBOURN, K. D., and P. NITZ Accelerated rehabilitation after anterior cruciate ligament reconstruction *Am. J. Sports Med.* 18: 292-299, 1990.
- [Sie1997] Siegler S., Liu W. (1997) A numerical method for simulating the dynamics of human walking *Journal of Biomechanics* 21:1043-1051
- [Sta1997] Stanhope S. Functional movement Analysis (1998). *I.N.R.C.A. I Fraticini, Firenze, Italy*
- [Tid97] Tideiksaar R., (1997) Falling in old age. *Springer publishing company, New York.*
- [Vau1982] Vaughan C., Hay James G., Andrews James G. 'Closed loop problems in biomechanics.Part I - a classification system' and 'Closed loop problems in biomechanics.Part II - an optimization approach' *J. biomech.* v.15 n.3 pp197-200,201-210 1982
- [Who2001] World Health Organization International Classification of Functioning, Disability and Health, FINAL DRAFT, Full Version *Classification, Assessment, Surveys and Terminology Team World Health Organization Geneva, Switzerland*
- [Win1971] Winer, BJ Statistical Principles in Experimental Design *McGraw - Hill, 1962, hardcover, 572 pp. Unmarked*
- [Wint1990] Winter, David A Biomechanics and motor control of human movement. *A Wiley-Interscience publication, Toronto, Canada, pp. 51-74 e 85-89*
- [Win95] Winter D.A., Eng P., (1995) Human balance and posture control during standing and walking. *Gait Posture* 3: 193-214.

- [Yac93] YACK, H. J., C. E. COLLINS, and T. J. WHIELDON. Comparison of closed and open kinetic chain exercise in the anterior cruciate ligament-deficient knee *Am. J. Sports Med.* 21:49–54, 1993