ResearchGate

See discussions, stats, and author profiles for this publication at: https://www.researchgate.net/publication/308547402

Minimum Constraint (Unit Axis Aligned Squares) Removal in Robot Motion Planning

Conference Paper · January 2016

CITATIONS
0

READS
33

3 authors, including:

Bahram Sadeghi Bigham
Institute for Advanced Studies in Basic Sciences

57 PUBLICATIONS **128** CITATIONS

SEE PROFILE

Some of the authors of this publication are also working on these related projects:

Project Resource Allocation Problem in the Market Based Smart Power Grids View project

Project Mobile robotics View project

All content following this page was uploaded by Bahram Sadeghi Bigham on 24 September 2016.

The user has requested enhancement of the downloaded file.

سومین کنفرانس بین المللی نوآوری های اخیر در
مهندسی برق و کامپیوتر
۱۹ شهریور ماه ۹۵، تهران، ایران

حذف کمترین تعداد موانع مربعی در برنامهریزی حرکت ربات

فریبا نوریزاده واحد دهکردی [1]، بهرام صادقی بیغم [2]، سلمان خداییفر [3].

۱و۲- دانشکده علوم کامپیوتر و فناوری اطلاعات، دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه زنجان

۳- دانشکده ریاضی، دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه زنجان

{f.noorizadeh, b_sadeghi_b, s.khodayifar} @iasbs.ac.ir

خلاصه

مسأله حذف موانع یکی از مسائل مورد بحث در دنیای گراف ، الگوریتم و طراحی حرکت ربات میباشد. در این مسأله سعی در حذف کمترین تعداد مانع، برای پیدا کردن مسیر شدنی بین نقاط مبدأ و مقصد میشود. مسأله کمترین تعداد مانع، حالتی که تمام موانع، چند ضلعیهای محدب و اشکال دلخواه باشند ، یک مسأله NP-hard میباشد. بسیاری از حالات دیگر این مسأله با موانع خاص، هنوز مورد بررسی قرار نگرفتهاند. در این مقاله، مسأله حذف کمترین تعداد مانع برای حالاتی بررسی میشود ، که تمام موانع مربع هستند. حالات مختلفی از اندازه و چینش مربعها در نظر گرفته شده که برای یکی از حالات، الگوریتمی با زمان چند جملهای ارائه شدهاست.

کلمات کلیدی: مسیریابی ربات، الگوریتم، گراف، هندسه محاسباتی، حذف موانع.

۱. مقدمه

در مسائل مربوط به طراحی حرکت ربات، هدف، پیدا کردن مسیر شدنی [2] از نقطه شروع به نقطه مقصد بدون برخورد با موانع موجود در مسیر میباشد. موانع میتوانند یک در بسته باشند که ربات قابلیت باز کردن آنها را دارد و مانع را حذف میکند یا این که ربات قابلیت عبور از آنها را ندارد و در صورت نیاز به عبور از آنها باید جریمهای پرداخت کند. از آنجایی که در بسیاری از حالات، مسیر شدنی یافت نمیشود ، بسیاری از مسائل رباتیک با شکست روبهرو میشود. از جمله مقالات ارائه شده در این زمینه میتوان به مقاله استیلمن [3] و کوفنر [4][1] در سال ۲۰۰۵ اشاره کرد که در آن موانع متحرک بوده و ربات امکان حرکت دادن موانع را دارد و میتواند فضای حرکت خود را باز کند. در برخی از مقالات مانند مقالهی جولیان - باخ [5] و همکاران [2] موضوع اصلی، تشخیص وجود یا عدم وجود یک مسیر شدنی است. مسأله یافتن کمترین تعداد مانع برای حذف، به مسأله MCR [6] معروف است. این مسأله برای اولینبار در مقالهای توسط کریس هاوسر [7] [۳] در سال ۲۰۱۳

---

[2] **Corresponding author:** Institute for Advanced Studies in Basic Sciences (IASBS) , No. 444, Prof. Yousef Sobouti Blvd. P. O. Box 45195-1159 Zanjan Iran. Postal Code 45137-66731 F: (+98) 24 3315-5142 T: (+98) 24 33153379
Email: b_sadeghi_b@iasbs.ac.ir

[2] Feasible Path
[3] M. Stilman
[4] J. Kuffner
[5] Julian Basch
[6] Minimum Constraint Removal
[7] Kris Hauser

ارائه گردید. در آن مقاله اثبات شده‌است که مسأله MCR برای حالتی که موانع، اشکال دلخواه باشند، جزء مسائل NP-hard می‌باشد و برای حل آن دو الگوریتم دقیق و حریصانه ارائه داده‌است. در مقاله‌ای که پس از آن توسط لاوال[1] و اریکسون[2] [۴] ارائه گردید، اثبات شده‌است که مسأله MCR، برای حالتی که موانع چندضلعی‌های محدب باشند نیز جزء دسته مسائل NP-hard می‌باشد. همچنین کرونتریس[3] [۵] در سال ۲۰۱۵ بر روی الگوریتم‌های جستجو و روش‌های تقریبی برای کاهش هزینه‌های محاسباتی مسأله MCR بحث و بررسی کرده است. بعدها هاکینگ مین[4] و همکارش [۶] در سال ۲۰۱۶ روشی تقریبی برای حل حالت گسسته مسأله MCR ارائه داده‌اند. در این مقاله از روش کلونی مورچه‌ها[5] مبتنی بر مدل نیروی اجتماعی[6] استفاده شده‌است. در نتایج شبیه‌سازی، نشان داده شده است که الگوریتم استفاده شده، کارایی بهتری از لحاظ زمان اجرا و کیفیت نسبت به الگوریتم‌های دقیق و حریصانه دارد. لازم به ذکر است که مسأله MCR برای حالتی که موانع تماما خط باشند، یک مسأله ساده می‌باشد که در زمان خطی قابل حل است. کریس هاوسر همچنین در مقاله‌ای به نام ((کمترین تعداد جابجایی موانع در طراحی حرکت)) در سال ۲۰۱۵ مسأله‌ای جدید تحت عنوان MCD[7] [۷] را مطرح کرد که هدف جابجایی کمترین تعداد مانع ممکن برای یافتن یک مسیر شدنی بود. در این مسأله اگر موانع بدون جابجایی ناپدید می‌شدند، مسأله MCD تبدیل به مسأله MCR می‌گردد. بین این دو حالت ساده و سخت حالات مختلفی وجود دارد که هنوز بررسی نشده‌اند. بخشی از این دسته مسائل مربوط به انتخاب نوع موانع است که می‌توانند ویژگی‌های خاصی داشته باشند. این مقاله سعی در بررسی حالاتی دارد که موانع همگی از جنس مربع هستند. مربع‌ها می‌توانند با هم متقاطع باشند که در واقع از فرضیات اصلی مسأله است. در این مقاله برای این حالت خاص الگوریتمی چند جمله‌ای با پیچیدگی $O(n^3)$ ارائه می‌شود.

در بخش دوم این مقاله به بررسی کارهای انجام شده و مقاله‌های مرتبط با MCR می‌پردازیم. در بخش سوم، به بررسی حالتی خاص از مسأله MCR و ارائه الگوریتمی در زمان چند جمله‌ای می‌پردازیم، که موانع به صورت مربع‌های هم اندازه و موازی محورهای x و y می‌باشند و در نهایت بخش چهارم به نتیجه‌گیری و بیان مسائل باز در این زمینه اختصاص یافته است.

۲. حذف کمترین تعداد موانع

مسأله حذف کمترین تعداد مانع یا به اختصار MCR اولین بار توسط هاوسر در سال ۲۰۱۳ بیان گردید. با توجه به شکل ۱ نواحی رنگی نشان دهنده موانع و بقیه‌ی شکل نشان‌دهنده نواحی آزاد[8] می‌باشند. نقاط شروع و هدف نیز با q_s و q_t در شکل نشان داده شده‌اند. یک ربات نقطه‌ای در جستجوی کوتاه‌ترین مسیر با کمترین تعداد موانع از نقطه شروع به سمت نقطه هدف می‌باشد. همانطور که در شکل ۱ نشان داده شده‌است باید موانع o_3 و o_5 از مسیر بین q_s و q_t حذف گردند تا یک مسیر شدنی ایجاد شود. یک نقطه در هر ناحیه به عنوان رئوس گراف در نظر گرفته می‌شود و رئوسی که در نواحی آزاد قرار دارند، برچسب‌گذاری نمی‌شوند، در حالیکه رئوس موجود در نواحی دیگر، برچسب موانعی که در آن ناحیه با هم اشتراک دارند را به عنوان برچسب‌های رئوس انتخاب می‌کنند. برای مثال، اگر رأسی با عدد ۵ برچسب‌گذاری شده باشد، یعنی آن رأس توسط مانع ۵ پوشش داده شده‌است. رئوس شروع و هدف در گراف با s و t نشان داده شده‌اند.

---
[1] Steven M. lavalle
[2] Lawrence H.Erickson
[3] Krontiris
[4] Huaqing Min
[5] Ant-Colony
[6] Social Force Model
[7] Minimum Constraint Displacement
[8] Feasible Region

تقسیم‌بندی محیط پیوسته، مسئله MCR گسسته را روی نقشه ایجاد میکند و هدف مسأله MCR پیدا کردن کوچک‌ترین زیرمجموعه از موانع که تمام گرههای روی مسیر از s و t را پوشش میدهد.

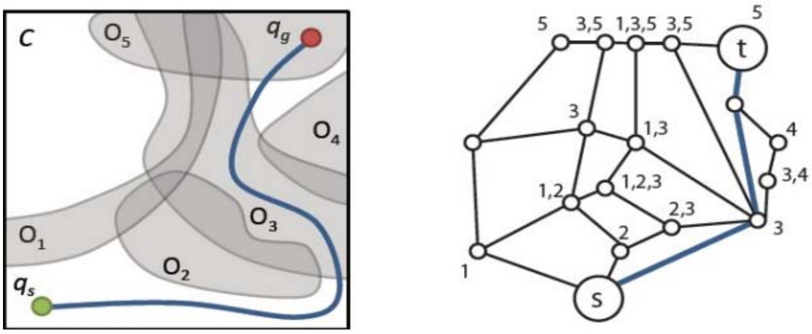
تعریف ۲.۱. پوشش $c(q):C\rightarrow 2^{\{1,\dots,n\}}$ مجموعه موانع موجود در موقعیت q میباشد و پوشش $c(A)$ برای $A\subseteq C$ به صورت اجتماعی از $c(q)$ها روی تمام نقاط $q\in A$ تعریف میشود یا به عبارتی دیگر :

$$c(A)=\{i\,|\,A\cap Q\neq\phi\}$$

تعریف۲.۲. برای مجموعه $S\subseteq\{1,\dots,n\}$ گوییم q' از q، S-دسترسپذیر[1] میباشد هرگاه یک مسیر $y(s)$ پیوسته وجود داشته باشد بهطوریکه از q شروع شده و در q' خاتمه مییابد و بهازای هر $s\in[0,1]$، $c(y(s))\subseteq S$ باشد.

در حالت پیوسته ورودی مسأله، فضای پیکربندی d بعدی $C\subseteq R^d$، n ناحیه موانع $\{O_1,\dots,O_n\}$ که مجموعههای باز در نظر گرفته میشوند و نقاط شروع و هدف $q_S,q_t\in C$، میباشند. خروجی در حالت پیوسته، حذف کمترین تعداد موانع S^*، که پوشش با کوچکترین اندازه بین یک مسیر از q_S و q_t میباشد.

در حالت گسسته ورودی مسأله، گراف $G=(V,E)$، تابع پوشش $c[v]$، نقاط شروع و هدف $s,t\in V$ میباشند. $c[v]$ برای هر رأس v با یک زیرمجموعه از $\{1,\dots,n\}$ نمادگذاری شدهاست که تعداد موانع موجود در رأس v را نشان میدهد. خروجی مسأله بهصورت زیرمجموعهای با کمترین اندازه s^* بهطوریکه یک مسیر P در گراف G از s به t با شرط $c[v]\subseteq S^*$ برای همه رئوس $v\in P$ موجود باشد (تبدیل حالت پیوسته به گسسته در شکل نشان داده شدهاست.)



شکل ۱ – نمایش گسسته مسأله MCR

قضیه ۳.۲. نسخه تصمیمپذیری مسأله MCR گسسته، با استفاده از کاهش به مسأله Set-cover، NP-hard است.

برهان. (رجوع به [۳])

۳. حذف کمترین تعداد موانع مربعی

همانطورکه گفته شد ، در این بخش هدف مسأله MCR را برای حالتی که موانع، مربعهای هماندازه و موازی محور-های x و y هستند بررسی میکنیم، با فرض اینکه هیچ دو مربعی با هم مماس نیستند. الگوریتم یک روشی ارائه میکند که ابتدا محیط را برحسب مرز موانع تقسیمبندی میکنیم و محیطهایی که نقاط شروع و هدف در آنها قرار میگیرند را به ترتیب با c_1 و c_K نامگذاری میکنیم (خط ۱) که هر کدام معادل با یک گره از گراف میباشند. هر گره، با شماره موانعی که در آن ناحیه با هم اشتراک دارند، برچسبگذاری میشود (خط ۱-۴). حال گرههای نواحی که با هم مرز مشترک دارند را

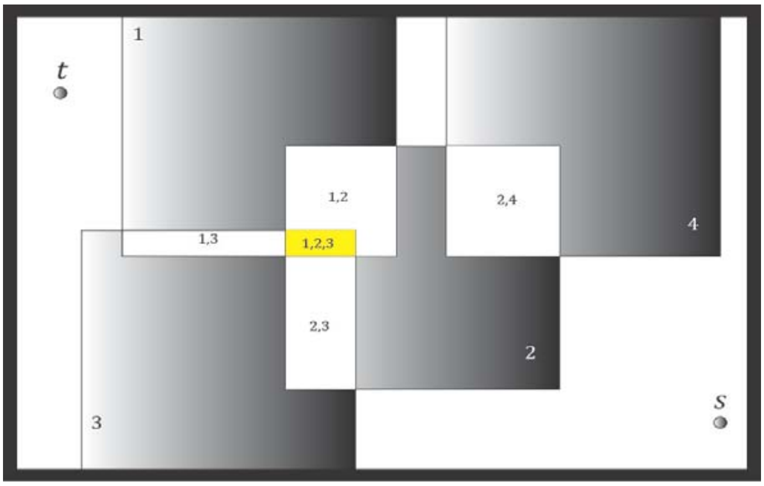
[1] S-reachable

به هم متصل کرده که میتوان نظم خاصی را بین گرههای گراف پیدا کرد. بین دو گره در صورتی یال متصل میشود که ابتدا برچسب یکی از آنها زیرمجموعه گره دیگری باشد. حال هر یال را بهصورت دو نیم یال $\overrightarrow{e_{ij}}$ و $\overrightarrow{e_{ji}}$ تبدیل میکنیم. با توجه به نظم موجود بین گرههای گراف هزینه عبور از نیم یالی که از گره با برچسب کوچکتر به سمت گره با برچسب بزرگتر است را برابر با یک و در جهت عکس را برابر با صفر در نظر میگیریم (خط ۵-۱۵). حال با توجه به گراف حاصله کوتاهترین مسیر(در اینجا مسأله کمترین گام) از s به t پیدا کرده و اجتماع برچسبهای گرههای روی مسیر را به عنوان خروجی الگوریتم برگردانده میشود که معادل با حل مسأله MCR است.

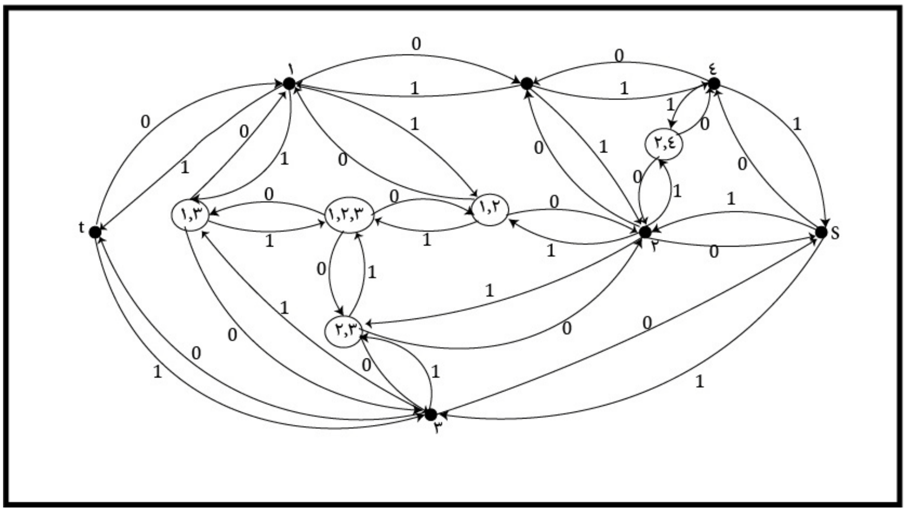
Algorithm MCR-Square
***Input*:** Orthogonal rectangle configuration space c $\subseteq R^d$, n obstacle regions$\{O_1,\ldots, O_n\}$, endpoints q_s, q_t.
***Output*:**$S^* \subseteq S$

```
1: Partition the given environment and obstacles to cells (say k cells), C={c_1 = s, c_2, ..., c_k=t}.
2: Assign to each cell c_i the "cell label" cl_i which is the labels of squares that are common in cell c_i.
3: Generate a directed weighted graph G(C,E) as fallows:
4: Assign labels cl_i to each node c_i(∀1 ≤ i ≤ k).
5: connect each pair c_i and c_j(call it e_ij) in graph G if c_i and c_j are incident.
6: Replace each edge e_ij by two arcs e_ij→ and e_ji→
7: for i=I,…,k  do
8:     for j=1,…,k do
9:         If there is an arc e_ij→ and cl_i ⊆ cl_j, |cl_i| =|cl_j|-1  then
10:            w(e_ij→)=1
11:        else
12:            w(e_ij→)=0
13:        end if
14:  end for
15:end for
16: find shortest path between c_1 = s , c_k=t
17: Return ∪ cl_i (for all cl_i on the shortest path).
```

یک مثال از اجرای الگوریتم بالا را میتوان در شکلهای ۲ و ۳ مشاهده کرد. با برداشتن مانع شماره ۳ میتوان یک مسیر شدنی بین نقاط s و t ایجاد کرد که مسیر معادل آن در گراف یعنی کوتاهترین مسیر به طول یک، دنباله $s \xrightarrow{1} 3 \xrightarrow{0} t$ میباشد.

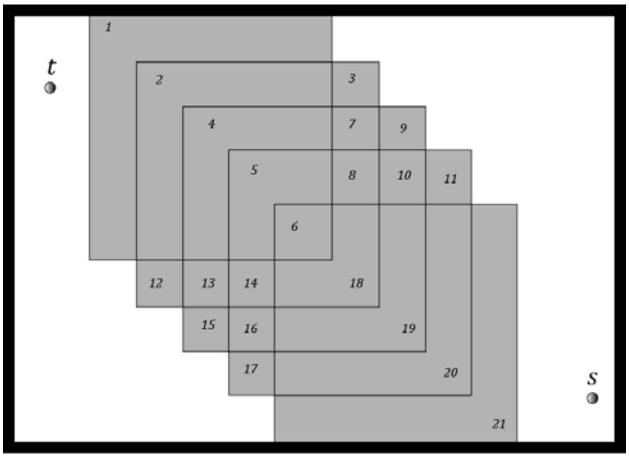


شکل ۲ – یک نمونه محیط سلولبندی شده با n=4 .



شکل ۳ – گراف G حاصل از شکل۲.

لم۳.۱. حداکثرتعداد گرههای گراف G از مرتبه $O(n^2)$ میباشد.



شکل ۴–بدترین حالت قرارگیری مربعهای هماندازه و موازی محورهای x و y با n=5.

برهان. بدترین حالت قرارگیری مربعهای هماندازه و موازی محورهای x و y مانند شکل ۴ است. در این حالت هر مربع جدید به گونهای اضافه میشود که با تمام مربعهای قبلی اشتراک دارد و تقاطعهای دوبهدو و سهبهسه و... ایجاد میکند.
حداکثر تعداد سلولهای ایجاد شده برای n مربع با اضافه شدن مربع nام از طریق ربطه ۱ بهدست میآید:

$$f_n = f_{n-1} + 2(n-1) \qquad (1)$$

حال با توجه به رابطه (۱) حداکثر تعداد گرههای گراف G از مرتبه $O(n^2)$ میباشد. اکنون به بررسی پیچیدگی گراف میپردازیم.
در ابتدا به کمک الگوریتم خط جاروب مربعها را از بالا به پایین برحسب مختصات y مرتب میکنیم. حال مربع با بیشترین ارتفاع را اضافه میکنیم. با اضافه کردن مربع kام باید اشتراک آن با تمام سلولهای که تا به حال توسط k-1 مربع قبلی تشخیص داده شدهاند محاسبه گردد. شماره مربع kام را به برچسب تمام سلولهای مشترک اضافه میکنیم و سلول جدید بدون اشتراک شماره همین مربع را میگیرد. بدترین حالت تعداد مقایسهها در مرحله nام، به طوریکه هر یک از

$n-1$ مربع قبلی، حداکثر تعداد نواحی (حداکثر تعداد گرههای گراف) را با توجه به لم ۳.۱ ایجاد کنند، در نتیجه زمان لازم برای برچسبگذاری گرههای گراف از رابطه (۲) از مرتبه $O(n)$ بدست میآید:

$$1^2 + 2^2 + \ldots + n^2 \approx O(n^3) \quad (۲)$$

از طرفی چون گراف بهدست آمده مسطح است، تعداد یالهای گراف از درجه گرههای آن یعنی از مرتبه $O(n^2)$ است و همچنین زمان لازم برای پیدا کردن کوتاهترین مسیر روی گراف از مرتبه $O(n^2 \log n)$ میباشد. از مجموعه توضیحات فوق و لمهای ۳.۱ میتوان قضیه ۳.۲ را نتیجهگیری کرد که در ادامه بیان میشود.

قضیه ۳.۲. الگوریتم MCR-Square مسأله MCR را برای $O(n)$ مربع یکسان موازی محورهای x و y که هیچ دو مربعی بر هم مماس نباشند در زمان $O(n^3)$ حل میکند.

۴. نتیجهگیری

مسأله حذف موانع برای حالتی که تمام موانع خط باشند یک راه حل خطی ساده دارد و برای حالتی که موانع چند ضلعیهای دلخواه باشند یک مسأله سخت میباشد. در این مقاله این مسأله برای حالتی بررسی میشود که تمام موانع مربعهای یکسان و موازی محورهای x و y میباشند که هیچ دو مربعی با هم مماس نیستند. در این حالت الگوریتمی چند جملهای برای حل مسأله ارائه میشود. حالات دیگر از این مسأله همچنان به عنوان مسائل باز باقیمانده است که میتواند به موانع وزندار موانع دایرهای و مستطیل در حالت خاص موانع چاق اشاره کرد.

۵. مراجع

1. Stilman, M. & Kuffner, J. J. (2005) Navigation among movable obstacles: Real-time reasoning in complex environments, *International Journal of Humanoid Robotics*. **2**, 479-503.
2. Basch, J., Guibas, L. J., Hsu, D. & Nguyen, A. T. (2001). Disconnection proofs for motion planning. Paper presented at the *Robotics and Automation*, *2001 Proceedings 2001 ICRA IEEE International Conference on*.
3. Hauser, K. (2013) The minimum constraint removal problem with three robotics applications, *The International Journal of Robotics Research*, 0278364913507795.
4. Erickson, L. H. & LaValle, S. M. (2013). A Simple, but NP-Hard, Motion Planning Problem. Paper presented at the *AAAI*.
5. Krontiris, A. & Bekris, K. (2015). Computational tradeoffs of search methods for minimum constraint removal paths. Paper presented at the *Eighth Annual Symposium on Combinatorial Search*.
6. Xu, B. & Min, H. (2016) Solving minimum constraint removal (MCR) problem using a social-force-model-based ant colony algorithm, *Applied Soft Computing*. **43**, 553-560.
7. Hauser, K. K. (2013). Minimum Constraint Displacement Motion Planning. Paper presented at the *Robotics: Science and Systems*.

View publication stats