

[Cliquer sur ce sommaire pour parcourir plus vite ce document.](#)

<u>Frettage et autofrettage</u>	29
<u>1 – Considérations préliminaires au frettage</u>	29
<u>1 – 1. Comportement élastique d'un cylindre</u>	29
<u>1 – 2. Condition de portance élastique</u>	33
<u>1 – 3. Superposition d'états d'équilibre particuliers</u>	36
<u>2 – Frettage d'une enceinte bibloc</u>	38
<u>2 – 1. Frettage par emmanchement conique</u>	38
<u>2 – 2. Discontinuité de contrainte par serrage</u>	39
<u>2 – 3. Optimisation du dimensionnement</u>	41
<u>3 – Frettage d'une enceinte multibloc</u>	42
<u>4 – Formulation de l'autofrettage</u>	44
<u>4 – 1. Comportement plastique d'un cylindre</u>	44
<u>4 – 2. Condition d'écoulement plastique gêné</u>	45
<u>4 – 3. Condition de délestage élastique</u>	46
<u>4 – 4. Contraintes résiduelles d'autofrettage</u>	48
<u>5 – Modes de réalisation de l'autofrettage</u>	49
<u>5 – 1. Autofrettage hydraulique</u>	49
<u>5 – 2. Autofrettage par mandrinage</u>	50
<u>6 – Conclusion</u>	51
<u>7 – Bibliographie</u>	52

Liens : <https://doi.org/10.5281/zenodo.375921>

<http://www.sudoc.fr/155436619>

<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01472123>

<https://hal.archives-ouvertes.fr/INTEGRATIONS/page/materiaux-et-joints-etancheite-pour-les-hautes-pressions>

<https://zenodo.org/communities/integrations>

Référence au format BibTeX :

```
@inbook{4materiaux18_2011,
location = {Meudon},
edition = {[3e éd.]},
title = {Frettage et autofrettage},
isbn = {978-2-918701-04-0},
url = {http://www.sudoc.fr/155436619},
series = {Intégrations [des savoirs et des savoir-faire]},
abstract = {Préface / Dominique Leguillon P. 17. Introduction générale / Patrick Boissinot, Patrick Langlois, Agílio A.H. Pádua P. 21. Introduction au dimensionnement / Agílio A.H. Pádua 1 — Définition du problème 2 — Dimensionnement 3 — Obturateurs 4 — Conclusion P. 31. Frettage et autofrettage / Patrick Langlois 1 — Considérations préliminaires au frettage 2 — Frettage d'une enceinte bibloc 3 — Frettage d'une enceinte multibloc 4 — Formulation de l'autofrettage 5 — Modes de réalisation de l'autofrettage 6 — Conclusion P. 55. Méthodes d'éléments finis en calcul de structures élastiques / Joël Frelat 1 — Introduction 2 — Rappel de la formule théorique 3 — Formulation variationnelle 4 — Formulation numérique 5 — Etapes d'une mise en œuvre pratique 6 — Conclusion — Extension aux problèmes non linéaires P. 65. Les matériaux sidérurgiques et les hautes pressions / Jean-Paul Dichtel 1 — Caractérisation mécanique des aciers 2 — Métallurgie des aciers et superalliages 3 — Commentaires : la Directive Européenne Appareils à Pression P. 77. Les métaux non ferreux — Alliage cuivre-béryllium et titane / Jean-Pierre Petitot 1 — Introduction 2 — Le cuivre-béryllium 3 — Le titane P. 85. Les Carbures cémentés (WC)-Co / Emmanuel Pauty 1 — Les procédés de fabrication 2 — Les propriétés des carbures cémentés 3 — Conclusions P. 99. Choix et usinage des carbures de tungstène / Jacques Calzas 1 — Choix des carbures de tungstène 2 — Usinage du carbure de tungstène P. 111. Céramiques et matériaux pour l'optique / Jean-Claude Chervin 1 — Céramiques 2 — Matériaux pour l'optique P. 141. Types de joints et de montage / Roger Argoud et Jacques Roux 1 — Introduction 2 — Généralités 3 — Joints à basse pression 4 — Joints cône sur cône 5 — Joints Bridgman Champignon 6 — Joints annulaires auto-serrés 7 — Joints coniques d'Amagat 8 — Autres joints 9 — Conclusion P. 161. Joints hautes pressions pour la compression de gros volumes solides / Sylvie Le Floch 1 — Joints solides utilisés dans les différents types d'enceintes hautes pressions 2 — Matières premières des joints 3 — Assemblages (HP)-(HT) P. 173. Le matériel standard / Jean-Pierre Petitot 1 — Tubes, conduites et raccords 2 — Les vannes 3 — Quelques types d'enceintes commercialisées 4 — Les générateurs de pression 5 — Le matériel moins standard P. 187. Assemblages haute pression / Gérard Hamel 1 — Montage des raccords de pressions 2 — Montage de quelques passages électriques 3 — Les passages de thermocouple 4 — Les passages optiques, montage des fenêtres 5 — Montage des joints et des obturateurs sur une cellule haute pression P. 197. Usinage / Jean-Pierre Michel 1 — Introduction 2 — Les joints de faible épaisseur 3 — Les bagues anti-extrusion à 45° 4 — Les joints à 45° 5 — Les joints « double Bridgman » 6 — Les joints plats en élastomères 7 — Les joints en indium (étanchéité en hélium et azote liquide 8 — Joints métal-métal type Lens ring 9 — Les passages du courant 10 — Usinage de matériaux exotiques P. 211. Les règles de sécurité / Patrick Boissinot 1 — Dangers présentés par les appareils à pression 2 — Appareils à pression rencontrés dans les laboratoires et facteurs de risques 3 — Principes généraux de prévention et réglementation 4 — Moyens de protection 5 — Conclusion},
pages = {27–51},
number = {18},
booktitle = {Matériaux et joints d'étanchéité pour les hautes pressions},
publisher = {{MRCT}-{CNRS}},
author = {Langlois, Patrick},
bookauthor = {Boissinot, Patrick and Langlois, Patrick and Pádua, Agílio},
editor = {Mottin, Stéphane and Lelièvre, Gérard},
editorb = {Mottin, Stéphane},
editorbtype = {redactor},
date = {2011},
langid = {french},
keywords = {Hautes pressions -- Matériaux, Joints d'étanchéité, Matériaux -- Effets des hautes pressions}, doi = {10.5281/zenodo.375921},
}
```

Frettage et autofrettage

Patrick Langlois

Laboratoire d'Ingénierie des Matériaux et des Hautes Pressions / UPR 1311 CNRS
Institut Galilée / Université Paris Nord – 99 av. J.-B. Clément – 93430 Villetaneuse

Le présent chapitre n'a été conçu qu'en articulation entre les considérations générales sur le dimensionnement traitées par A. Pádua et celles sur les méthodes numériques traitées par J. Frelat auxquelles nous recommandons au lecteur d'avoir recours pour valider le dimensionnement d'enceintes de formes non triviales (e.g. cylindre percé de lumières) comme pour s'abstraire de telle hypothèse s'avérant trop réductrice (e.g. au voisinage des extrémités d'un cylindre).

La solution parfois complète de problèmes d'intérêt pratique n'est en effet développée ici qu'à titre didactique afin de fournir au lecteur non familier quelques éléments de base en matière de conception à caractère technologique et nous invitons vivement quiconque voulant réaliser une enceinte d'un type présenté ici à noter d'emblée que ce chapitre traite sommairement de problèmes que la fatigue des aciers (détérioration de leurs propriétés) ou les effets de la température (dilatations ou contraintes induites) peuvent s'empresse de rendre plus complexes qu'il le paraît.

1 – Considérations préliminaires au frettage

1 – 1. Comportement élastique d'un cylindre

Considérons un cylindre de rayon intérieur a et de rayon extérieur b soumis à des pression intérieure p_i , pression extérieure p_e , charges ou déformations longitudinales (définies ultérieurement), toutes uniformément réparties. Supposons alors que le matériau de module d'Young E et de coefficient de Poisson ν (donnés par le fournisseur) se comporte conformément à la loi de Hooke (élasticité linéaire isotrope) :

$$\boldsymbol{\varepsilon} = (1+\nu)/E - (\nu/E) \text{Tr}(\boldsymbol{\sigma}) \mathbf{1} \quad (1)$$

où les matrices $\boldsymbol{\varepsilon}$, $\boldsymbol{\sigma}$ et $\mathbf{1}$ désignent respectivement le tenseur des déformations, le tenseur des contraintes et le tenseur unité, sachant que postuler qu'un matériau obéit à la loi de Hooke implique l'hypothèse de déformations infiniment petites mais ne préjuge en rien de la grandeur des déplacements et des rotations (voir l'application numérique). Le problème de la

détermination de la distribution des contraintes dans la paroi ainsi que des dimensions finales de ce cylindre dans une région médiane, c'est à dire suffisamment éloignée des extrémités pour que l'on puisse en négliger les effets (principe de St Venant), a été résolu par Lamé et Clapeyron [Lamé, 1833]. Ce problème étant à symétrie axiale, les contraintes¹ et les déformations sont décrites en coordonnées cylindriques (r, θ, z) pour $a \leq r \leq b$:

$$\sigma_r = \frac{a^2 p_i - b^2 p_e}{b^2 - a^2} - \frac{a^2 b^2}{(b^2 - a^2) r^2} (p_i - p_e) \quad (2a)$$

$$\sigma_\theta = \frac{a^2 p_i - b^2 p_e}{b^2 - a^2} + \frac{a^2 b^2}{(b^2 - a^2) r^2} (p_i - p_e) \quad (2b)$$

$$\sigma_z = 2\nu \frac{a^2 p_i - b^2 p_e}{b^2 - a^2} + E \varepsilon_z \quad (2c)$$

$$\varepsilon_r = \frac{1+\nu}{E(b^2 - a^2)} [(1 - 2\nu)(a^2 p_i - b^2 p_e) - \frac{a^2 b^2}{r^2} (p_i - p_e)] - \nu \varepsilon_z \quad (2d)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{1+\nu}{E(b^2 - a^2)} [(1 - 2\nu)(a^2 p_i - b^2 p_e) + \frac{a^2 b^2}{r^2} (p_i - p_e)] - \nu \varepsilon_z \quad (2e)$$

% Les equations sont aussi mises en AMS-TeX dans cet article pour intéropérabilité

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{a^2 p_i - b^2 p_e}{b^2 - a^2} - \frac{a^2 b^2}{(b^2 - a^2) r^2} (p_i - p_e) \\ \sigma_\theta &= \frac{a^2 p_i - b^2 p_e}{b^2 - a^2} + \frac{a^2 b^2}{(b^2 - a^2) r^2} (p_i - p_e) \\ \sigma_z &= 2\nu \frac{a^2 p_i - b^2 p_e}{b^2 - a^2} + E \varepsilon_z \\ \varepsilon_r &= \frac{1+\nu}{E(b^2 - a^2)} [(1 - 2\nu)(a^2 p_i - b^2 p_e) - \frac{a^2 b^2}{r^2} (p_i - p_e)] - \nu \varepsilon_z \\ \varepsilon_\theta &= \frac{1+\nu}{E(b^2 - a^2)} [(1 - 2\nu)(a^2 p_i - b^2 p_e) + \frac{a^2 b^2}{r^2} (p_i - p_e)] - \nu \varepsilon_z \end{aligned}$$

Avant de déterminer ε_z , on constatera qu'à l'inverse de σ_z et de σ_θ , σ_z est indépendant du rayon r mais dépend de ε_z . Pour déterminer σ_z et ε_z , il convient donc de préciser les conditions suivant l'axe. De façon pratique, pour une enceinte soumise à p_i seulement, il y a lieu de ne retenir que l'un des trois cas suivants :

- Pour un cylindre dit « fermé » (cf. Figure 1a), il existe une poussée axiale due à la pression du fluide sur les obturateurs. On peut alors écrire :

$$\sigma_z = \frac{\pi a^2 p_i}{\pi (b^2 - a^2)} = \frac{a^2}{b^2 - a^2} p_i \quad (3a)$$

et déduire ε_z des équations 2c et 3a.

$$\sigma_z = \frac{\pi a^2 p_i}{\pi (b^2 - a^2)} = \frac{a^2}{b^2 - a^2} p_i$$

(1) Pour un cylindre à paroi mince ($b/a \leq 1,1$), on peut utiliser les formules approximatives suivantes :

$$\sigma_r = -\frac{p_i}{2} \quad \sigma_\theta = \frac{a}{b-a} p_i \quad \text{et} \quad \sigma_z = \frac{a}{2(b-a)} p_i .$$

Dans la mesure où la pression de service maximale pour un tel cylindre est inférieure à 50 MPa, ce qui est bien en-deçà de notre champ d'intérêt, ce cas ne sera pas étudié ici.

- Pour un cylindre dit « ouvert » où la poussée due à la pression du fluide sur les obturateurs devra être supportée par un dispositif auxiliaire (cf. Figure 1b), on aura :

$$\sigma_z = 0 \tag{3b}$$

ce qui correspond à une distribution plane des contraintes. En déduisant à nouveau ϵ_z de l'équation 2c, on remarquera que $\epsilon_z < 0$, ce qui signifie que la longueur du cylindre diminue sous l'effet de la pression p_i .

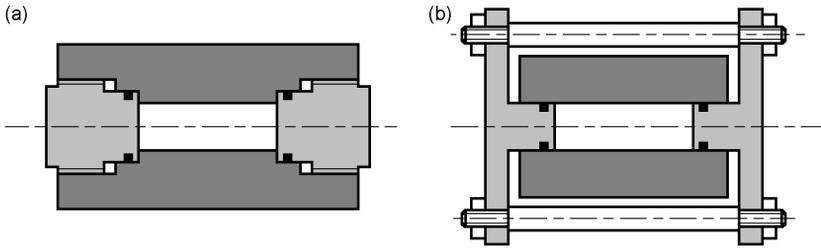


Figure 1 – Schémas d'enceintes cylindriques « fermée » (a) et « ouverte » (b).

- Si l'on voulait privilégier la tenue en fatigue, il serait intéressant de considérer le cas d'un cylindre en régime de déformation plane, propre à prévenir un effet de cyclage axial à pressurisations répétées. En posant $\epsilon_z = 0$, il vient² :

$$\sigma_z = \frac{2\nu a^2}{b^2 - a^2} p_i \tag{3c}$$

$$\sigma_z = \frac{2\nu a^2}{b^2 - a^2} p_i$$

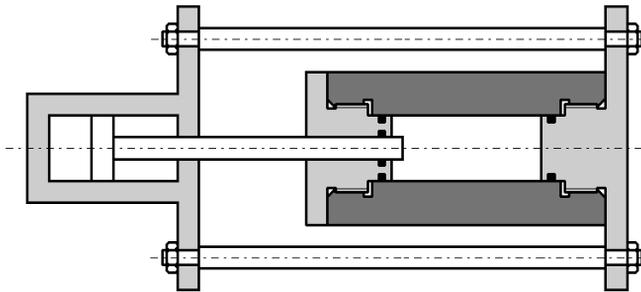


Figure 2 – Schéma d'enceinte adaptée au régime de déformation plane.

De façon pratique, ce cas peut être obtenu en soumettant le cylindre à une traction longitudinale développant une charge axiale égale à $F_z = 2\nu\pi a^2 p_i$. L'enceinte de compaction isostatique schématisée Figure 2 a été typiquement conçue dans cette perspective : la pression du fluide engendre une force sur le piston multiplicateur, transmise par les colonnes via le vérin de pressurisation, tandis que la poussée sur le porte-joints sert à développer la charge axiale F_z souhaitée dans le corps du cylindre.

(²) Pour un matériau incompressible ($\nu = 1/2$), le troisième cas renverrait au premier.

Notons que, pour parfaire la prévention de tout effet de cyclage axial, le piston lui-même n'est pas équipé de joints dynamiques à son extrémité mais coulisse dans des joints statiques, ce qui permet de maintenir constante la hauteur de cylindre soumise à pression intérieure.

Sachant que les relations entre les déformations et les déplacements résultent de l'expression du tenseur des déformations ϵ où r , θ et z sont directions principales dans l'hypothèse de déformations infiniment petites³ :

$$\epsilon_r = \frac{\partial u_r}{\partial r} \quad \epsilon_\theta = \frac{u_r}{r} \quad \text{et} \quad \epsilon_z = \frac{\partial u_z}{\partial z} \tag{4a}$$

on pourra, dans tous les cas, calculer les dimensions sous charge (indiquées ϵ) du cylindre déformé élastiquement :

$$a_E = a + (u_r)_{r=a} \quad b_E = b + (u_r)_{r=b} \quad \text{et} \quad h_E = h (1 + \epsilon_z) \tag{4b}$$

Avant de soumettre un cylindre à une pression d'épreuve, il faut donc relever précisément ses dimensions et coller des jauges d'extensométrie sur sa surface externe afin de suivre les évolutions des déformations et les comparer aux valeurs calculées.

Si le matériau avait également dû subir un écart de température ΔT par rapport à sa température de référence T_0 , on aurait pu recourir à la loi de thermoélasticité linéaire isotrope tant que $\Delta T \ll T_0$:

$$\epsilon = \frac{1+\nu}{E} \sigma - \frac{\nu}{E} \text{Tr}(\sigma) \mathbf{1} + \alpha \Delta T \mathbf{1}$$

$$\epsilon = \frac{1+\nu}{E} \sigma - \frac{\nu}{E} \text{Tr}(\sigma) \mathbf{1} + \alpha \Delta T \mathbf{1}$$

où α correspond à un coefficient de dilatation thermique constant. Pour une variation de température plus importante, cette loi ne pourrait plus être utilisée que pas à pas, avec les coefficients E , ν et α variables, ce qui impliquerait de connaître ou déterminer leur évolution en fonction de la température. Pour ce qui nous concerne plus particulièrement, l'intérêt principal de cette loi réside dans la possibilité qu'elle offre de calculer séparément les contraintes et déformations induites thermiquement. De la même façon, pour traiter l'effet d'une élévation de température ΔT à l'alésage par rapport à la surface externe, il suffirait en effet d'ajouter algébriquement aux contraintes et déformations induites par la pression celles induites par cette élévation de température.

En posant $k = b/a$, ces dernières s'écriraient :

$$\begin{aligned} (\sigma_r)_{\Delta T} &= \frac{E \alpha \Delta T}{2(1-\nu)} \left[-\frac{\ln(b/r)}{\ln k} - \frac{1-(b/r)^2}{k^2-1} \right] \\ (\sigma_\theta)_{\Delta T} &= \frac{E \alpha \Delta T}{2(1-\nu)} \left[\frac{1-\ln(b/r)}{\ln k} - \frac{1+(b/r)^2}{k^2-1} \right] \end{aligned}$$

⁽³⁾ En isolant un élément de matière du cylindre, on peut considérer les déplacements radiaux u et $(u + du)$ de points situés aux rayons r et $(r + dr)$ respectivement. On voit alors que :

$$\epsilon_r = \frac{(u+du)-u}{dr} = \frac{du}{dr} \quad \text{et} \quad \epsilon_\theta = \frac{2\pi(r+u)-2\pi r}{2\pi r} = \frac{u}{r}.$$

$$\begin{aligned}
 (\sigma_z)_{\Delta T} &= \frac{E \alpha \Delta T}{2(1-\nu)} \left[-\frac{1-2\ln(b/r)}{\ln k} - \frac{2}{k^2-1} \right] \\
 (\varepsilon_r)_{\Delta T} &= \frac{1}{E} (\sigma_r)_{\Delta T} - \frac{\nu}{E} [(\sigma_\theta)_{\Delta T} + (\sigma_z)_{\Delta T}] + \alpha \Delta T
 \end{aligned}$$

et de même pour $(\varepsilon_\theta)_{\Delta T}$ et $(\varepsilon_z)_{\Delta T}$ par permutation de r , θ et z .

Application numérique. Soit un « cylindre fermé » en acier ($E = 210$ GPa et $\nu = 0,3$) de hauteur $h = 100$ mm, de rayons $a = 30$ mm et $b = 60$ mm, soumis à $p_i = 300$ MPa. On déduit des équations 2c, 2e, 3a et 4a que :

$$u_r = \frac{a^2}{E(b^2-a^2)} [(1-2\nu)r + (1+\nu)\frac{b^2}{r}] p_i \quad \text{et} \quad \varepsilon_z = \frac{(1-2\nu)a^2}{E(b^2-a^2)} p_i$$

d'où $a_E = 30,08$ mm $b_E = 60,05$ mm et $h_E = 100,02$ mm.

$$\begin{aligned}
 u_r &= \frac{a^2}{E(b^2-a^2)} [(1-2\nu)r + (1+\nu)\frac{b^2}{r}] p_i \\
 \varepsilon_z &= \frac{(1-2\nu)a^2}{E(b^2-a^2)} p_i
 \end{aligned}$$

1 – 2. Condition de portance élastique

On appelle « condition de portance élastique » la relation algébrique entre les différentes sollicitations auxquelles est soumis le cylindre, telle qu'il ne subisse aucune déformation plastique :

$$\bar{\sigma} < \sigma_e \quad (5)$$

$$\bar{\sigma} \text{ désigne la contrainte équivalente à ces sollicitations et } \sigma_e \text{ le seuil d'écoulement plastique.}$$

où $\bar{\sigma}$ désigne la contrainte équivalente à ces sollicitations et σ_e le seuil d'écoulement plastique. S'il est facile de poser $\sigma_e = R_{p0,2}$, ce qui revient à considérer la limite d'élasticité du matériau en traction pure, la détermination d'une contrainte de traction pure équivalente n'est généralement pas exacte mais repose sur le choix d'un critère de plasticité. Les deux critères les plus utilisés sont ceux de Mises (énergie élastique de cisaillement) et de Tresca (contrainte de cisaillement maximale) [Mises, 1913 ; Tresca, 1868] qui conduisent respectivement à :

$$\bar{\sigma}_M = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_r)^2} \quad (6a)$$

$$\text{et} \quad \bar{\sigma}_T = \sigma_\theta - \sigma_r \quad \text{lorsque } \sigma_\theta > \sigma_z > \sigma_r \quad (6b)$$

$$\bar{\sigma}_M \text{ désigne la contrainte équivalente à ces sollicitations et } \sigma_e \text{ le seuil d'écoulement plastique.}$$

$$\begin{aligned}
 \bar{\sigma}_T &= \sigma_\theta - \sigma_r \quad \text{lorsque } \sigma_\theta > \sigma_z > \sigma_r \\
 \bar{\sigma}_T &= \sigma_\theta - \sigma_r \quad \text{lorsque } \sigma_\theta > \sigma_z > \sigma_r
 \end{aligned}$$

Les contraintes équivalentes peuvent alors être calculées à partir des équations 2a, 2b, 2c et 3a, 3b ou 3c. Pour $p_e = 0$, on trouve par exemple :

$$\bar{\sigma}_M = \frac{\sqrt{3} a^2 b^2}{(b^2 - a^2) r^2} p_i \quad \text{pour un « cylindre fermé »} \quad (7a)$$

et
$$\bar{\sigma}_T = \frac{2 a^2 b^2}{(b^2 - a^2) r^2} p_i \tag{7b}$$

$$\bar{\sigma}_M = \frac{2 a^2 b^2}{(b^2 - a^2) r^2} p_i$$

$$\bar{\sigma}_T = \frac{2 a^2 b^2}{(b^2 - a^2) r^2} p_i$$

Quel que soit le critère adopté, c'est toujours la surface interne du tube qui supporte la contrainte équivalente la plus forte et c'est donc à l'alésage que la limite d'élasticité sera atteinte en premier lieu. La valeur p_a de la pression intérieure nécessaire pour atteindre le début de plastification en $r = a$ est, en substituant $\bar{\sigma}$ par σ_e dans les équations 7a et 7b notamment :

$$(p_a)_M = \frac{k^2 - 1}{\sqrt{3} k^2} \sigma_e \quad \text{pour un « cylindre fermé »} \tag{8a}$$

$$(p_a)_M = \frac{k^2 - 1}{\sqrt{3 k^4 + 1}} \sigma_e \quad \text{pour un « cylindre ouvert »} \tag{8b}$$

$$(p_a)_M = \frac{k^2 - 1}{\sqrt{3 k^4 + (1 - 2\nu)^2}} \sigma_e \quad \text{en régime de déformation plane} \tag{8c}$$

ou
$$(p_a)_T = \frac{k^2 - 1}{2 k^2} \sigma_e \tag{8d}$$

$$\left(\frac{p_a}{\sigma_e} \right)_M = \frac{k^2 - 1}{\sqrt{3} k^2}$$

$$\left(\frac{p_a}{\sigma_e} \right)_M = \frac{k^2 - 1}{\sqrt{3 k^4 + 1}}$$

$$\left(\frac{p_a}{\sigma_e} \right)_M = \frac{k^2 - 1}{\sqrt{3 k^4 + (1 - 2\nu)^2}}$$

$$\left(\frac{p_a}{\sigma_e} \right)_T = \frac{k^2 - 1}{2 k^2}$$

Pour un tube soumis à p_i , nous recommandons donc d'employer comme condition de portance élastique l'inégalité suivante :

$$p_i < p_a \tag{9}$$

Si l'emploi du critère de Mises, plus analytique, est souvent préféré à celui de Tresca, le second possède quant à lui une inconnue de moins (σ_z ici) et convient donc souvent mieux à des calculs simples. En fait, nous éviterons ici de trancher définitivement entre l'un ou l'autre mais, plus pragmatiquement, nous nous évertuerons à adopter, selon le problème posé, le critère pour lequel les résultats expérimentaux offrent la meilleure corrélation avec les calculs. S'agissant du choix d'un critère adapté à la détermination de la pression de début de plastification, nous pouvons comparer les valeurs théoriques et expérimentales de p_a/σ_e en fonction de k , les premières découlant directement des équations 8a, 8b, 8c (pour $\nu = 0,3$) et 8d (cf. Figure 3). Lorsque la dispersion de leurs résultats est trop grande, les expérimentateurs hésitent en effet à valider tel ou tel critère, voire en préconisent un nouveau leur paraissant plus adapté au cas considéré, tel celui adopté par Crossland et al. qui avaient observé, pour des « cylindres fermés », une corrélation encore meilleure de leurs résultats (cf. réf. [4] de Figure 3) lorsqu'ils recouraient à une formule prenant en compte la limite supérieure d'élasticité au cisaillement τ_e obtenue par des essais de torsion [Crossland, 1959] :

$$p_a = \frac{k^2 - 1}{k^2} \tau_e \tag{10}$$

$$p_a = \frac{k^2 - 1}{k^2} \tau_e$$

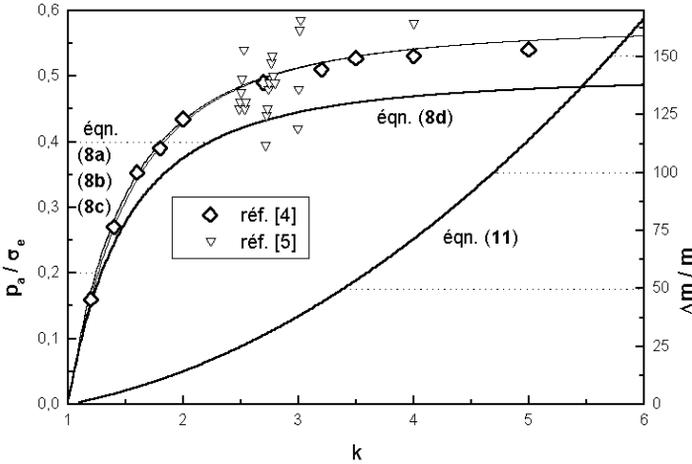


Figure 3 – Courbes théoriques et points expérimentaux à la limite de portance élastique d'un cylindre et accroissement de sa masse en fonction du rapport de ses diamètres.

On ne peut toutefois pas espérer obtenir toutes garanties sur des résultats d'essais de torsion. En outre, il ressort d'une recherche bibliographique incluant des essais variés mais reproductibles, tels ceux également reportés Figure 3 [Faupeil, 1956], que la majorité des résultats pour des aciers alliés de haute résistance est nettement en faveur du critère de Mises. Nous conseillons donc son emploi pour le calcul de p_a . Au demeurant, l'équation 10 est consistante avec l'équation 8a si l'on se rappelle que $\sigma_e \equiv \sqrt{3} \tau_e$ dans l'hypothèse de Mises [Jaoul, 1965]. Enfin, en constatant que, à partir des équations 8a, 8b et 8c d'une part, la configuration « cylindre fermé » est la plus favorable et que, d'autre part, les hypothèses sur les extrémités n'engendrent pas de divergence des courbes correspondant à ces équations (cf. Figure 3), on pourra en définitive se contenter d'employer l'équation 8a.

En matière de portance élastique, la Figure 3 met par ailleurs d'autant plus en relief le maigre potentiel qu'offre un cylindre monobloc, le rapport p_a/σ_e tendant asymptotiquement vers une valeur très inférieure à 1, que le choix d'un rapport de diamètres k grand aurait pour corollaire une augmentation très importante de sa masse.

En prenant pour référence la masse d'un cylindre à paroi mince de rapport $k=1,1$, on a en effet aussi reporté sur cette figure l'accroissement relatif de masse pour $k > 1,1$:

$$\frac{\Delta m}{(m)_{k=1,1}} = \frac{1}{0,21} (k^2 - 1,21) \tag{11}$$

$$\frac{\Delta m}{(m)_{k=1,1}} = \frac{1}{0,21} (k^2 - 1,21)$$

On voit alors qu'il n'est pas raisonnable de choisir $k > 4$ mais conseillé de respecter si possible $2 \leq k \leq 3$. Pour tenir à des pressions élevées, il fallait donc lever le verrou technologique que le cylindre monobloc aurait représenté en guise d'enceinte de confinement haute pression (voir l'application numérique ci-dessous). C'est dans cette perspective que, parmi d'autres auxquelles nous renverrons in fine le lecteur, furent inventées les techniques de frettage et d'autofrettage ; la seconde étant une invention propre à l'artillerie française ne datant que de la première guerre mondiale, on ne s'étonnera pas de lire respectivement « shrunk cylinders » mais « autofrettaged cylinders » dans la littérature anglo-saxonne.

Application numérique. En introduisant un premier coefficient de sécurité sur la limite d'élasticité $R_{p_{0,2}} = 1.400 \text{ MPa}$ d'un acier 35 NCD 16 revenu à 200°C , e.g. $\bar{\sigma} = \frac{\sigma_e}{1,2}$, on trouve $(p_a)_{k=3} = 599 \text{ MPa}$ et $(p_a)_{k=4} = 631 \text{ MPa}$, soit :

$$\frac{\Delta p_a}{(p_a)_{k=3}} = + 5,4 \% \quad \text{mais} \quad \frac{\Delta m}{(m)_{k=3}} = + 87,5 \%$$

$$\frac{\Delta p_a}{(p_a)_{k=3}} = + 5,4 \% \quad \text{mais} \quad \frac{\Delta m}{(m)_{k=3}} = + 87,5 \%$$

ce qui interdit non seulement $p_i > 600 \text{ MPa}$ mais, dans la mesure où une enceinte haute-pression doit être soumise à une pression d'épreuve offrant un coefficient de sécurité de 1,5 vis-à-vis de la pression de service, conduit finalement à $p_i < 400 \text{ MPa}$ (4kbar). Quel que soit son diamètre intérieur utile, la conception d'une enceinte appelée à contenir une pression supérieure doit nécessairement relever d'une démarche technologique spécifique aux hautes pressions.

1 – 3. Superposition d'états d'équilibre particuliers

La distribution des contraintes radiale et tangentielle dans un cylindre soumis à l'action initiale d'une pression intérieure $(p_i)_o$ et d'une pression extérieure nulle est donnée par les équations 2a et 2b :

$$(\sigma_r)_o = \frac{1}{k^2 - 1} \left(1 - \frac{b^2}{r^2} \right) (p_i)_o \quad \text{et} \quad (\sigma_\theta)_o = \frac{1}{k^2 - 1} \left(1 + \frac{b^2}{r^2} \right) (p_i)_o$$

$$\left(\frac{\sigma_r}{p_i} \right)_o = \frac{1}{k^2 - 1} \left(1 - \frac{b^2}{r^2} \right) \left(1 - \frac{b^2}{r^2} \right)$$

$$\left(\frac{\sigma_\theta}{p_i} \right)_o = \frac{1}{k^2 - 1} \left(1 + \frac{b^2}{r^2} \right) \left(1 - \frac{b^2}{r^2} \right)$$

La contrainte équivalente, calculée suivant l'équation 7b, est alors :

$$(\sigma_T)_o = (\sigma_\theta)_o - (\sigma_r)_o = \frac{2 b^2}{(k^2 - 1) r^2} (p_i)_o$$

$$\left(\frac{\sigma_T}{p_i} \right)_o = \frac{2 b^2}{(k^2 - 1) r^2} \left(1 - \frac{b^2}{r^2} \right)$$

Si ce cylindre avait été soumis à $p_i = p_e = \Delta p$, on aurait trouvé :

$$(\sigma_r)_{\Delta p} = -\Delta p, \quad (\sigma_\theta)_{\Delta p} = -\Delta p \quad \text{et} \quad (\bar{\sigma}_T)_{\Delta p} = 0$$

ce qui correspondrait à un état d'équilibre à cisaillement nul. Si ce cylindre était maintenant soumis à $p_i = (p_i)_o + \Delta p$ et $p_e = \Delta p$, on verrait que :

$$\sigma_r = \frac{1}{k^2 - 1} \left(1 - \frac{b^2}{r^2} \right) (p_i)_o - \Delta p \quad \equiv \quad (\sigma_r)_o + (\sigma_r)_{\Delta p}$$

$$\sigma_\theta = \frac{1}{k^2 - 1} \left(1 + \frac{b^2}{r^2} \right) (p_i)_o - \Delta p \quad \equiv \quad (\sigma_\theta)_o + (\sigma_\theta)_{\Delta p}$$

$$\sigma_T = \frac{2 b^2}{(k^2 - 1) r^2} (p_i)_o \quad \equiv \quad (\sigma_T)_o + (\sigma_T)_{\Delta p}$$

$$\bar{\sigma}_T = \sigma_\theta - \sigma_r = \frac{2b^2}{(k^2-1)r^2} (p_i)_o \equiv (\bar{\sigma}_T)_o + (\bar{\sigma}_T)_{\Delta p}$$

$$\{\bar{\sigma}_T\} = \{\sigma_\theta\} - \{\sigma_r\} = \frac{2\{b^2\}}{\{(k^2-1)r^2\}} \{\{p_i\}_o\} \equiv \{\bar{\sigma}_T\}_o + \{\bar{\sigma}_T\}_{\Delta p}$$

ce qui reviendrait à superposer les deux états précédents.

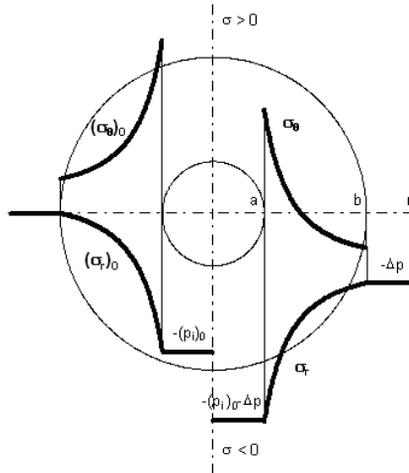


Figure 4 – Distribution des contraintes radiales et tangentielles pour un cylindre initialement soumis à une pression intérieure, avant et après l'application de surpressions intérieure et extérieure égales. D'après [Massat, 1984].

Bien que la pression intérieure ait été augmentée de Δp , on notera que, pour un rayon donné, le cisaillement maximal $\tau_{max} = \frac{1}{2} \bar{\sigma}_T$ demeure constant. En outre, l'application concomitante d'une pression extérieure Δp a conduit à une égale diminution de σ_θ de sorte que, non seulement, les couches périphériques du cylindre se trouvent soumises à des contraintes tangentielles compressives mais que, surtout, le niveau de contrainte tangentielle a diminué à l'alésage (cf. Figure 4) ; c'est la partie du principe de frettage précisément utilisée pour réduire ce type de contrainte de traction particulièrement critique. On verra en effet que le frettage, dont le principe consiste à exercer une pression extérieure à l'aide d'un ou de plusieurs anneaux en acier enserrant le cylindre d'expérience, donne lieu à des contraintes tangentielles résiduelles compressives dans la paroi du cylindre d'expérience qui ont pour effet de réduire le niveau de contrainte tangentielle de traction produit à l'alésage par la pression intérieure. Enfin, on n'oubliera pas de discerner dans les développements qui suivent que le frettage et, plus encore, l'autofrettage permettent également de pallier le très mauvais usage qui aurait été fait du matériau dans la seule configuration « cylindre monobloc » (non autofretté) comme l'application numérique ci-dessous le démontre.

Application numérique. Soit un cylindre de rapport des diamètres $k=3$, soumis à $p_i=400\text{MPa}$ puis à $p_i=600\text{MPa}$ et $p_e=200\text{MPa}$; on retrouve le cas illustré par la Figure 4 à laquelle les valeurs des contraintes à calculer ici peuvent fournir matière à exergue quant à

leur mauvaise répartition, par exemple en relevant que le degré de charge de la couche extérieure est neuf fois plus faible que celui de la couche intérieure.

2 – Frettage d'une enceinte bibloc

Si l'on considère la gamme des aciers disponibles, on trouve d'emblée un facteur de limitation des deux modes possibles de frettage que sont l'assemblage purement cylindrique par dilatation thermique de la frette (et éventuel rétreint associé de l'âme) et l'emmanchement conique à force de l'âme dans la frette. On ne doit en effet pas effectuer de frettage thermique à une température supérieure à celle du revenu de l'acier; or les températures de revenu optimales sont généralement basses, telle la température de 200°C nécessaire pour conférer à l'acier 35 NCD 16 une résistance à la rupture $R_m=1.900\text{MPa}$. À l'opposé, dans la mesure où les coefficients de dilatation thermique des aciers sont très petits (de l'ordre de 10^{-5}K^{-1}), les températures nécessaires pour réaliser les taux de serrage attendus s'avèrent rédhibitoirement élevées. Notre propos ne portera donc pas sur le mode de frettage thermique mais traitera exclusivement le cas du mode de frettage mécanique qui a pour point commun de remplacer une enceinte monobloc par une enceinte bibloc typiquement où la pression interférentielle produite par le serrage entre l'âme et l'anneau contribuera à diminuer le niveau de contraintes dans l'âme tout en augmentant la pression intérieure admissible, i.e. d'une façon analogue à celle de la surpression Δp dans le paragraphe ci-dessus.

2 – 1. Frettage par emmanchement conique

Pour un emmanchement à force, la surface extérieure de l'âme et la surface intérieure de l'anneau doivent être tronconiques ainsi que le représentent de façon exagérée les parties gauches des schémas de la Figure 5. Les parties droites, où les surfaces apparaissent cylindriques, représentent les rayons moyens de ces surfaces tronconiques, seuls considérés pour les calculs; on remarque que $a_2 < c < b_1$ et on pose $\Delta c = b_1 - a_2$, les indices 1 et 2 se référant respectivement à l'âme et à l'anneau. Les dilatations $\Delta c/c$ à produire doivent rester de l'ordre de 10^{-3} à 10^{-2} .

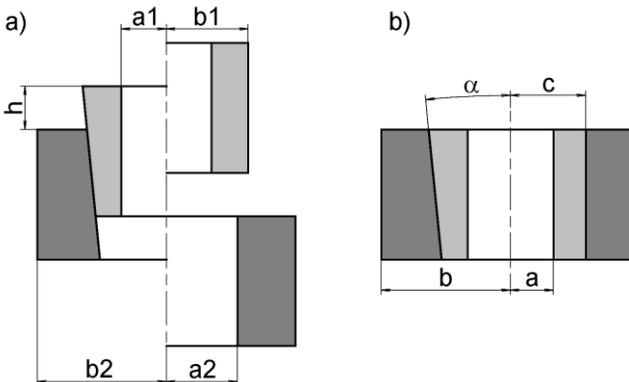


Figure 5 – Schémas de l'âme et de l'anneau d'une enceinte bibloc, avant (a) et après (b) frettage.

De façon pratique, on exercera la force d'emmanchement F directement sur l'âme déjà placée dans son anneau, la profondeur restante de pénétration de l'âme dans l'anneau étant une autre des grandeurs mesurables qui devront impérativement être vérifiées :

$$\Delta h = \frac{\Delta c}{\tan \alpha} \quad (12)$$

$$\Delta h = \frac{\Delta c}{\tan \alpha}$$

Si les valeurs mesurées de F et de Δh n'étaient pas conformes (F trop faible pour Δh donné, ou réciproquement) à celles calculées, il faudrait effectuer un défrettage (en exerçant une force sur le côté opposé de l'âme) et rechercher la cause de cette non-conformité (e.g. mauvaises portées tronconiques). On choisira généralement un demi-angle au sommet α d'autant plus petit ($\alpha \leq 1^\circ 30'$ typiquement) que la longueur du cylindre sera grande, et de façon plus délicate encore, une lubrification assurant un coefficient de frottement à la fois suffisamment grand pour éviter le grippage de l'âme dans l'anneau mais assez petit pour éviter le rejet ultérieur de l'âme par la frette (par sécurité, maintenir l'enceinte frettée sous la presse pendant quelques heures à charge nulle), i.e. tel que la force de répulsion soit inférieure à la force résistive due aux frottements. À ce titre, les graisses ayant un fort pouvoir lubrifiant sont à proscrire (e.g. graisse au cuivre). Par ailleurs, les colles à polymérisation lente censées assurer un rôle adhésif ultérieur de sécurité sont également à proscrire car les polymérisations sont extrêmement rapides sous pression. Nous conseillons d'utiliser le bisulfure de molybdène, qui existe aussi en aérosol, ou des revêtements spéciaux déposables électrolytiquement (e.g. NiSnPb). Si l'on utilise cependant une graisse, elle devra être appliquée puis essuyée au chiffon de papier pour qu'il n'en subsiste sur les surfaces qu'un film mince; par contre, avec un état de surface de rugosité $R_a = 0,4 \mu m$, des microaspérités pourraient avantageusement en être chargées afin de constituer une réserve de lubrifiant pour le fretage.

2 – 2. Discontinuité de contrainte par serrage

À l'aide des équations 2c, 2e, 3b et 4a, on peut exprimer le serrage au rayon c qui est égal à la somme algébrique des déplacements de l'âme et de l'anneau :

$$u_c = -u_{b_1} + u_{a_2} = -\frac{c}{E_1} \left(\frac{c^2 + a^2}{c^2 - a^2} - \nu_1 \right) p_{1 \leftrightarrow 2} + \frac{c}{E_2} \left(\frac{b^2 + c^2}{b^2 - c^2} - \nu_2 \right) p_{1 \leftrightarrow 2}$$

$$u_c = -u_{b_1} + u_{a_2} = -\frac{c}{E_1} \left(\frac{c^2 + a^2}{c^2 - a^2} - \nu_1 \right) p_{1 \leftrightarrow 2} + \frac{c}{E_2} \left(\frac{b^2 + c^2}{b^2 - c^2} - \nu_2 \right) p_{1 \leftrightarrow 2}$$

sans oublier qu'il reste déterminé par la différence des rayons initiaux de l'âme et de l'anneau (cf. Figure 5) :

$$u_c \equiv \Delta c = b_1 - a_2 \quad (13)$$

$$\Delta c \equiv b_1 - a_2$$

On peut donc exprimer la pression de contact $p_{1 \leftrightarrow 2}$ existant en $r=c$ en fonction du serrage « initial », i.e. celui directement fourni par l'équation 13. Si les matériaux choisis pour constituer l'enceinte bibloc sont tels que $E_1 = E_2 = E$ et $\nu_1 = \nu_2 = \nu$, l'expression de $p_{1 \leftrightarrow 2}$ se simplifie :

$$p_{1\leftrightarrow 2} = E \frac{(b^2 - c^2)(c^2 - a^2)}{2c^3(b^2 - a^2)} \Delta c \quad (14)$$

$$p_{\{1 \leftarrow 2\}} = E \frac{\left(\frac{b^2 - c^2}{c^2} - 1 \right) \left(\frac{c^2 - a^2}{c^2} - 1 \right)}{\left(\frac{b^2 - c^2}{c^2} - 1 \right) \Delta c} \Delta c$$

Cette pression agit sur l'âme à l'instar de la surpression Δp évoquée précédemment mais en engendrant pour l'enceinte bibloc une discontinuité de contrainte tangentielle au droit de $r=c$ qui, par application du principe de superposition des états d'équilibre (cf. § 1.3), subsistera lorsque l'enceinte sera soumise à p_i (cf. Figure 6).

Les contraintes résiduelles (indiquées R) dues au frettage sont fournies par les équations 2a, 2b, 2c et 3a si l'on considère que l'âme et l'anneau sont distinctement soumis à $(\sigma_r)_{r=c} = -p_{1\leftrightarrow 2}$:

$$(\sigma_r)_R = \frac{c^2}{c^2 - a^2} \left(\frac{a^2}{r^2} - 1 \right) p_{1\leftrightarrow 2} \quad \text{pour } a \leq r \leq c \quad (15a)$$

$$(\sigma_r)_R = \frac{c^2}{b^2 - c^2} \left(1 - \frac{b^2}{r^2} \right) p_{1\leftrightarrow 2} \quad \text{pour } c \leq r \leq b \quad (15b)$$

$$(\sigma_\theta)_R = -\frac{c^2}{c^2 - a^2} \left(\frac{a^2}{r^2} + 1 \right) p_{1\leftrightarrow 2} \quad \text{pour } a \leq r \leq c \quad (15c)$$

$$(\sigma_\theta)_R = \frac{c^2}{b^2 - c^2} \left(1 + \frac{b^2}{r^2} \right) p_{1\leftrightarrow 2} \quad \text{pour } c \leq r \leq b \quad (15d)$$

$$\left(\frac{\sigma_r}{r} \right)_R = \frac{c^2}{c^2 - a^2} \left(\frac{a^2}{r^3} - \frac{1}{r} \right) p_{1\leftrightarrow 2} \quad \text{pour } a \leq r \leq c$$

$$\left(\frac{\sigma_r}{r} \right)_R = \frac{c^2}{b^2 - c^2} \left(\frac{1}{r} - \frac{b^2}{r^3} \right) p_{1\leftrightarrow 2} \quad \text{pour } c \leq r \leq b$$

$$\left(\frac{\sigma_\theta}{r} \right)_R = -\frac{c^2}{c^2 - a^2} \left(\frac{a^2}{r^3} + \frac{1}{r} \right) p_{1\leftrightarrow 2} \quad \text{pour } a \leq r \leq c$$

$$\left(\frac{\sigma_\theta}{r} \right)_R = \frac{c^2}{b^2 - c^2} \left(\frac{1}{r} + \frac{b^2}{r^3} \right) p_{1\leftrightarrow 2} \quad \text{pour } c \leq r \leq b$$

À partir de l'équation 6a, on peut alors obtenir les contraintes équivalentes résultant de l'addition des contraintes provoquées par l'application de p_i en $r=a$ et des contraintes résiduelles :

$$\bar{\sigma}_M = \frac{\sqrt{3} a^2 b^2}{(b^2 - a^2) r^2} p_i - \frac{\sqrt{3} a^2 c^2}{(c^2 - a^2) r^2} p_{1\leftrightarrow 2} \quad \text{pour } a \leq r \leq c \quad (16a)$$

$$\bar{\sigma}_M = \frac{\sqrt{3} a^2 b^2}{(b^2 - a^2) r^2} p_i - \frac{\sqrt{3} a^2 c^2}{(c^2 - a^2) r^2} p_{1\leftrightarrow 2} \quad \text{pour } a \leq r \leq c$$

$$\text{et } \bar{\sigma}_M = \frac{\sqrt{3} a^2 b^2}{(b^2 - a^2) r^2} p_i + \frac{\sqrt{3} b^2 c^2}{(b^2 - c^2) r^2} p_{1\leftrightarrow 2} \quad \text{pour } c \leq r \leq b \quad (16b)$$

$$\bar{\sigma}_M = \frac{\sqrt{3} a^2 b^2}{(b^2 - a^2) r^2} p_i + \frac{\sqrt{3} b^2 c^2}{(b^2 - c^2) r^2} p_{1\leftrightarrow 2} \quad \text{pour } c \leq r \leq b$$

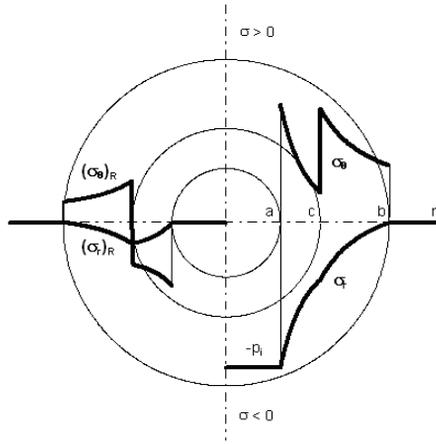


Figure 6 – Distribution des contraintes radiales et tangentielles pour une enceinte biclo frettée, avant (indice R) et après l'application d'une pression intérieure.

2 – 3. Optimisation du dimensionnement

Il faut respecter la condition de portance élastique pour chacun des deux cylindres mais, pour améliorer encore la répartition des contraintes dans leurs parois respectives, on peut tendre à ce que leurs couches intérieures atteignent simultanément leur limite d'élasticité, d'où la détermination de la valeur limite p_{ac} correspondante de la pression intérieure grâce aux équations 16a et 16b telle que :

$$(\bar{\sigma}_M)_{r=a} = \frac{\sqrt{3} b^2}{b^2 - a^2} p_{ac} - \frac{\sqrt{3} c^2}{c^2 - a^2} p_{1 \leftrightarrow 2} \equiv (\sigma_e)_1 \tag{17a}$$

$$(\bar{\sigma}_M)_{r=c} = \frac{\sqrt{3} a^2 b^2}{(b^2 - a^2)c^2} p_{ac} + \frac{\sqrt{3} b^2}{b^2 - c^2} p_{1 \leftrightarrow 2} \equiv (\sigma_e)_2 \tag{17b}$$

$$\begin{aligned} \left(\left| \bar{\sigma}_M \right|_{r=a} \right) &= \frac{\sqrt{3} b^2}{b^2 - a^2} p_{ac} - \frac{\sqrt{3} c^2}{c^2 - a^2} p_{1 \leftrightarrow 2} \equiv (\sigma_e)_1 \\ \left(\left| \bar{\sigma}_M \right|_{r=c} \right) &= \frac{\sqrt{3} a^2 b^2}{(b^2 - a^2)c^2} p_{ac} + \frac{\sqrt{3} b^2}{b^2 - c^2} p_{1 \leftrightarrow 2} \equiv (\sigma_e)_2 \end{aligned}$$

On peut alors éliminer $p_{1 \leftrightarrow 2}$ entre les termes des équations 17a et 17b. Pour $(\sigma_e)_1 = (\sigma_e)_2 = \sigma_e$, il vient :

$$p_{ac} = \frac{\sigma_e}{\sqrt{3}} \left[\frac{2 b^2 c^2 - (c^4 + a^2 b^2)}{b^2 c^2} \right] \tag{18a}$$

$$p_{ac} = \frac{\sigma_e}{\sqrt{3}} \left[\frac{2 b^2 c^2 - (c^4 + a^2 b^2)}{b^2 c^2} \right]$$

d'où la valeur optimale de c pour que p_{ac} soit maximale :

$$\frac{\partial p_{ac}}{\partial c} = 0 \quad \Rightarrow \quad c = \sqrt{ab}$$

$$\frac{\partial p_{ac}}{\partial c} = 0 \quad \Rightarrow \quad c = \sqrt{ab}$$

En réintroduisant cette valeur dans l'équation 18a, on retiendra finalement :

$$p_{ac} = \frac{2}{\sqrt{3}} \left(\frac{b-a}{b} \right) \sigma_e \tag{18b}$$

$p_{ac} = \frac{2}{\sqrt{3}} \left(\frac{b-a}{b} \right) \sigma_e$
 et, en procédant de même avec les équations 14, 17a et 17b :

$$p_{1 \leftrightarrow 2} = \frac{E}{2\sqrt{ab}} \left(\frac{b-a}{b+a} \right) \Delta c \equiv \frac{(k-1)^2}{\sqrt{3k(k+1)}} \sigma_e$$

$$p_{1 \leftrightarrow 2} = \frac{E}{2\sqrt{ab}} \left(\frac{b-a}{b+a} \right) \Delta c \equiv \frac{(k-1)^2}{\sqrt{3k(k+1)}} \sigma_e$$

d'où $\Delta c = \frac{2a}{E} \left(\frac{k-1}{\sqrt{3k}} \right) \sigma_e$

$$\Delta c = \frac{2a}{E} \left(\frac{k-1}{\sqrt{3k}} \right) \sigma_e$$

3 – Frettage d'une enceinte multibloc

On vient de constater qu'une enceinte bibloc autorisait une pression intérieure admissible supérieure à celle d'une enceinte monobloc. Étant donné le principe du fretage, on ne peut qu'améliorer encore ces performances en réalisant des enceintes à plusieurs frettes, de même qu'en matière de performances à pression donnée (ce qui constitue parfois le but d'une telle étude), on notera un encombrement et une masse réduits pour l'enceinte multibloc. De façon pratique, il conviendra de respecter l'ordre de montage suivant : emmancher l'avant-dernière frette dans la plus grande, et ainsi de suite jusqu'à l'emmanchement du cylindre d'expérience dans l'ensemble des frettes.

La procédure simplifiant le plus le dimensionnement se présente lorsque l'on s'en tient à un raisonnement analogue à celui suivi pour les enceintes bibloc [Manning, 1963] : en supposant d'abord les divers constituants de limites d'élasticité toutes égales, on peut facilement prédéterminer un nombre de frettes n , calculer leurs dimensions optimales pour une pression intérieure maximale et ne remplacer qu'ensuite un matériau par un autre en corrigeant en conséquence les calculs précédemment effectués. En isolant le j ème cylindre comme indiqué sur la Figure 7, on peut le considérer soumis aux pressions intérieure $p_j \equiv p_{(j-1) \leftrightarrow j}$ et extérieure $p_{j+1} \equiv p_{j \leftrightarrow (j+1)}$ aux rayons $r = c_j$ et $r = c_{j+1}$ respectivement.

En considérant en outre que le critère de Mises peut ici s'écrire avec une bonne précision sous la forme linéaire :

$$\sigma_\theta - \sigma_r = \beta \sigma_e \tag{19}$$

avec un coefficient $\beta \approx 1,1$ [Nikolaï, 1998], les équations 2a et 2b permettent d'exprimer de façon récurrente les pressions intérieures en fonction des pressions extérieures par la formule suivante :

$$p_j = p_{j+1} + \frac{\beta}{2} \left(1 - \frac{c_j^2}{c_{j+1}^2} \right) \sigma_e$$

$$p_j = p_{j+1} + \frac{\beta}{2} \left(1 - \frac{c_j^2}{c_{j+1}^2} \right) \sigma_e$$

d'où $p_1 = \frac{\beta}{2} \left(n - \sum_{j=1}^n \frac{c_j^2}{c_{j+1}^2} \right) \sigma_e \equiv p_i$

$$p_1 = \frac{\beta}{2} \left(n - \sum_{j=1}^n \frac{c_j^2}{c_{j+1}^2} \right) \sigma_e \equiv p_i$$

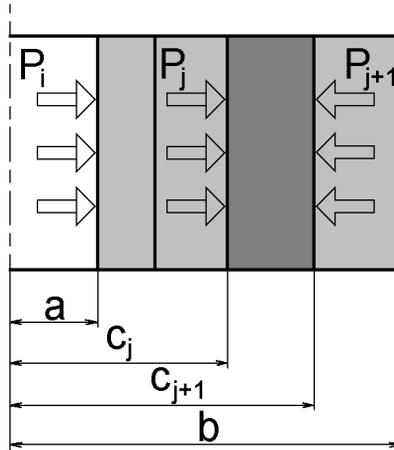


Figure 7 – Schéma d'un des anneaux de frettage d'une enceinte multibloc.

Pour que p_i soit maximale, il faut que :

$$\frac{\partial p_i}{\partial c_j} = 0 \Rightarrow \frac{c_{j-1}}{c_j} = \frac{c_j}{c_{j+1}}$$

$$\frac{\partial \{p_i\}}{\partial \{c_j\}} = 0 \Leftrightarrow \frac{\{c_{j-1}\}}{\{c_j\}} = \frac{\{c_j\}}{\{c_{j+1}\}}$$

d'où, en posant $\rho = \sqrt[n]{a/b}$:

$$p_i = \frac{n\beta}{2} (1 - \rho^2) \sigma_e \tag{20}$$

$$\{p_i\} = \frac{\{n, \beta\}}{2} \left(1 - \{\rho^2\} \right) \{\sigma_e\}$$

ce qui permet de déterminer par itérations le nombre de frettes nécessaire pour soutenir la pression intérieure voulue. Les rayons optimisés des anneaux sont alors donnés par :

$$c_{j+1} = a \sqrt[n]{\frac{b}{a}}$$

$$\{c_{j+1}\} = a \cdot \sqrt[n]{\frac{\{b\}}{\{a\}}}$$

et les contraintes sur l'anneau isolé par :

$$(\sigma_r)_{r=c_j} = -p_j \tag{21a}$$

$$(\sigma_r)_{r=c_{j+1}} = -p_j + \frac{\beta}{2} (1 - \rho^2) \sigma_e \tag{21b}$$

$$(\sigma_\theta)_{r=c_j} = -p_j + \beta \sigma_e \tag{21c}$$

$$(\sigma_\theta)_{r=c_{j+1}} = -p_j + \frac{\beta}{2} (1 + \rho^2) \sigma_e \tag{21d}$$

$$\{\left(\{\sigma_r\} \right)_{r = \{c_j\}}\} = -\{p_j\}$$

$$\{\left(\{\sigma_r\} \right)_{r = \{c_{j+1}\}}\} = -\{p_j\} + \frac{\{\beta\}}{2} \left(1 - \{\rho^2\} \right) \{\sigma_e\}$$

$$\{\left(\{\sigma_\theta\} \right)_{r = \{c_j\}}\} = -\{p_j\} + \{\beta\} \{\sigma_e\}$$

$$\{\left(\{\sigma_\theta\} \right)_{r = \{c_{j+1}\}}\} = -\{p_j\} + \frac{\{\beta\}}{2} \left(1 + \{\rho^2\} \right) \{\sigma_e\}$$

On peut alors changer les matériaux tout en prenant soin de respecter un ordre décroissant des duretés depuis l'âme jusqu'à la frette extérieure. Par exemple, on devra choisir du carbure de tungstène pour l'âme si l'on veut pouvoir atteindre une pression maximale de l'ordre de 5 GPa au niveau du cylindre d'expérience central⁴ [Léger, 1997]. À l'inverse, dans la mesure où il s'agit généralement de prévenir une rupture fragile toujours dangereuse (projection d'éclats), on choisira pour la frette extérieure un acier de moindre résistance mais de plus grande ductilité.

4 – Formulation de l'autofrettage

4 – 1. Comportement plastique d'un cylindre

Lorsque la pression intérieure continue à croître au-delà de la pression de début de plastification p_a définie par la relation 8a, le corps du cylindre continue à se dilater dans son ensemble; les couches intérieures subissant dès lors un écoulement plastique tandis que les couches extérieures se déforment encore élastiquement. La limite d'élasticité se trouve progressivement atteinte sur des circonférences de rayon $r=c$ de plus en plus grand, de sorte qu'une zone annulaire plastique s'est développée jusqu'à ce rayon frontière. Entre les régions plastique et élastique, il existe une pression radiale $p_{P \leftrightarrow E}$ dont on peut déterminer la grandeur. En effet, la contrainte équivalente de Tresca dans la région élastique est donnée par l'équation 7b⁵ :

$$\bar{\sigma}_T = \sigma_\theta - \sigma_r = \frac{2 b^2 c^2}{(b^2 - c^2) r^2} p_{P \leftrightarrow E} \quad \text{pour } c \leq r \leq b \quad (22)$$

$$\bar{\sigma}_T = \sigma_\theta - \sigma_r = \frac{2 \sqrt{2} \sqrt{b^2 - c^2}}{(b^2 - c^2) r^2} p_{P \leftrightarrow E}$$

et le matériau se trouve à la limite d'élasticité en $r=c$, d'où :

$$\frac{2 b^2}{b^2 - c^2} p_{P \leftrightarrow E} = \sigma_e \quad (23a)$$

$$\frac{2 \sqrt{2} \sqrt{b^2 - c^2}}{(b^2 - c^2) r^2} p_{P \leftrightarrow E} = \sigma_e$$

Dans la région plastique, l'écoulement d'un matériau supposé élasto-plastique parfait se traduit simplement par l'égalité :

$$\bar{\sigma}_T = \sigma_e \quad \text{pour } a \leq r \leq c$$

or l'équation d'équilibre d'un élément de la paroi du cylindre donne, en négligeant les termes de plus haut degré [Timoshenko, 1954] :

(⁴) Le carbure de tungstène ne peut être employé que comme noyau central soumis par les frettes à une forte contrainte de compression; la pression intérieure maximale est alors donnée par $[1 - 2/(k^2 + 1)] \sigma'_e$ où σ'_e désigne la limite à la rupture fragile en compression de ce carbure. Lorsque k est particulièrement grand, la pression de soutien nécessaire peut approcher 3GPa.

(⁵) L'hypothèse $\sigma_r \leq \sigma_z \leq \sigma_\theta$ validant l'équation 22 est valable tant que $k \leq 5,43$ pour un « cylindre fermé », $k \leq 6,19$ pour un « cylindre ouvert » ou $k \leq 5,75$ pour un cylindre en régime de déformation plane. Une comparaison entre performances et accroissement de masse montrerait que ces conditions peuvent avantageusement servir de recommandations quant au choix d'un rapport de diamètres pour un cylindre monobloc autofretté.

$$\sigma_\theta - \sigma_r - r \frac{d\sigma_r}{dr} = 0 \quad \text{d'où} \quad \frac{d\sigma_r}{dr} = \frac{\sigma_e}{r}$$

$$\int \frac{d\sigma_r}{\sigma_r} = \int \frac{dr}{r} \Rightarrow \ln \sigma_r = \ln r + C$$

équation dont l'intégration donne :

$$\sigma_r = \sigma_e \ln r + C \quad (23b)$$

$$\sigma_r = \sigma_e \ln r + C$$

La constante C d'intégration se détermine en notant que $(\sigma_r)_{r=c} = -p_{P \leftrightarrow E}$, ce qui donne finalement avec l'équation 23a :

$$\sigma_r = \left(\ln \frac{r}{c} - \frac{b^2 - c^2}{2b^2} \right) \sigma_e$$

$$\sigma_r = \left(\ln \left(\frac{r}{c} \right) - \frac{b^2 - c^2}{2b^2} \right) \sigma_e$$

La valeur p_c de la pression intérieure propre à produire un écoulement plastique dans la paroi jusqu'à $r=c$ est donc :

$$p_c = -(\sigma_r)_{r=a} = \left[\ln \frac{c}{a} + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{c^2}{b^2} \right) \right] \sigma_e \quad (24)$$

$$p_c = - \left(\ln \left(\frac{c}{a} \right) + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{c^2}{b^2} \right) \right) \sigma_e$$

4 – 2. Condition d'écoulement plastique gêné

Tant que les déformations de la zone plastique sont limitées par la présence même de la zone élastique qui l'entoure, elles restent assez petites, tout en étant supérieures à celles qui existeraient si la paroi était encore dans le domaine élastique: on parle d'« écoulement plastique gêné ». La condition sur la pression p_c nécessaire pour autofretter un cylindre tout en garantissant un tel type d'écoulement est donc⁶ :

$$p_a < p_c < p_b \quad (25)$$

où p_b désigne la valeur de la pression intérieure pour laquelle la limite d'élasticité est atteinte en $r=b$; la totalité de la paroi se trouvant alors dans le domaine plastique. En revenant à l'équation 23b, on doit alors déterminer une nouvelle constante d'intégration telle que $(\sigma_r)_{r=b} = 0$, ce qui conduit à :

$$\sigma_r = \sigma_e \ln \frac{r}{b}$$

$$\text{d'où} \quad p_b = -(\sigma_r)_{r=a} = \sigma_e \ln \frac{b}{a} = \sigma_e \ln k \quad (26a)$$

$$p_b = - \left(\ln \left(\frac{a}{b} \right) \right) \sigma_e = \sigma_e \ln \left(\frac{b}{a} \right) = \sigma_e \ln k$$

Si l'on avait considéré le critère de Mises, on aurait trouvé :

$$p_b = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_e \ln k \quad (26b)$$

$$p_b = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_e \ln k$$

⁽⁶⁾ Pour $p_i > p_b$, il y aurait écoulement plastique continu jusqu'à la rupture du cylindre, l'écrasement permettant toutefois au cylindre, via une élévation du seuil d'écoulement, de résister à une pression plus élevée que p_b . La pression maximale qu'un cylindre puisse supporter est la pression d'instabilité plastique, i.e. la pression à laquelle le gonflement de l'enceinte peut se poursuivre sans plus nécessiter d'augmentation de la pression, à moins que l'allongement du métal sous cette pression ne vienne à dépasser l'allongement réparti de l'essai en traction pure, auquel cas la pression maximale serait réduite par un phénomène de striction.

De nouveau, ce sont les résultats expérimentaux, dont certains de ceux déjà invoqués pour semblable arbitrage au paragraphe 1.3 [Crossland, 1959], qui nous semblent pertinents quant à savoir quelle hypothèse est maintenant adaptée à la détermination de la pression de plastification totale. Si l'on comparait les valeurs calculées et mesurées de p_b/σ_e en fonction de k en les reportant sur un graphe semblable à celui de la Figure 3, on constaterait que les résultats expérimentaux sont généralement situés entre les courbes correspondant aux équations 26a et 26b, de sorte qu'il convient maintenant, à l'opposé de l'adoption du critère de Mises quant à la détermination de la pression de début de plastification, de considérer le critère de Tresca, plus sécurisant, en matière de plastification totale. L'emploi de l'équation 26a n'est toutefois considéré comme valable par la plupart des expérimentateurs que pour $k \leq 4$, ce qui serait pénalisant si l'on n'approchait pas déjà là une limite raisonnable de dimensionnement⁷.

4 – 3. Condition de délestage élastique

Lorsqu'un cylindre en matériau élasto-plastique parfait (cf. courbe OABE de la Figure 8) a été soumis à $p_c > p_a$, le retour de $p_i = p_c$ (point B) à $p_i = 0$ s'accompagne d'un délestage des différentes couches du cylindre. Selon que la fin de délestage est atteinte avant (point C) ou après (point E) un niveau de contrainte égal à la limite élastique en compression (point D), le délestage est purement élastique (partie BC) ou finit par un chargement (partie DE) de sens opposé au précédent (partie AB).

On notera que le seuil élastique au délestage (partie BD) est égal au double de celui atteint lors de la pressurisation (partie OA), ce qui conduit à poser une nouvelle condition sur la pression d'autofrettage p_c pour qu'il n'y ait pas de déformation plastique au délestage :

$$p_c \leq 2 p_a \quad (27)$$

Il se peut donc que p_c , qui satisfait nécessairement à l'équation 25, ne satisfasse pas à l'équation 27. Pour $k \leq 2,22$, on montre que l'inégalité $p_b \leq 2 p_a$ est toujours vraie alors que, pour $k > 2,22$, deux cas se présentent; soit $p_a < p_c \leq 2 p_a \leq p_b$, soit $p_a < 2 p_a \leq p_c \leq p_b$.

Le premier cas montre qu'un cylindre épais peut acquérir par autofrettage un comportement élastique jusqu'à une pression égale au double de celle pour laquelle les premières déformations plastiques apparaissent.

Dans le second cas, le délestage des couches extérieures est incomplet tandis que de nouvelles déformations permanentes apparaissent dans les couches voisines de l'alésage. À partir de l'alésage et jusqu'à un rayon limite d , un nouveau domaine plastique, en compression, va donc progressivement remplacer le domaine plastique primitif. De façon pratique, on peut directement considérer la valeur p_d de la pression intérieure correspondant à un tel front de domaine; soit, en suivant un raisonnement analogue à celui ayant conduit à l'établissement de l'équation 24 pour p_c :

(⁷) Pour $k \leq 2$, on peut par contre se contenter d'utiliser la formule $p_b/\sigma_e = 2(b-a)/(b+a)$ avec une bonne approximation puisque l'écart par rapport aux valeurs calculées suivant l'équation 26a est toujours inférieur à 4%.

$$p_d = 2 \left[\ln \frac{d}{a} + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{d^2}{b^2} \right) \right] \sigma_e \tag{28}$$

$$p_d = 2 \left[\ln \left(\frac{d}{a} \right) + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{d^2}{b^2} \right) \right] \sigma_e$$

Si $p_d < p_c$, on sait alors que le nouveau domaine existe et on peut déterminer d en éliminant p entre les équations 24 et 28. La détermination de d sert à calculer les contraintes et déformations résiduelles suivant une démarche par superposition d'états.

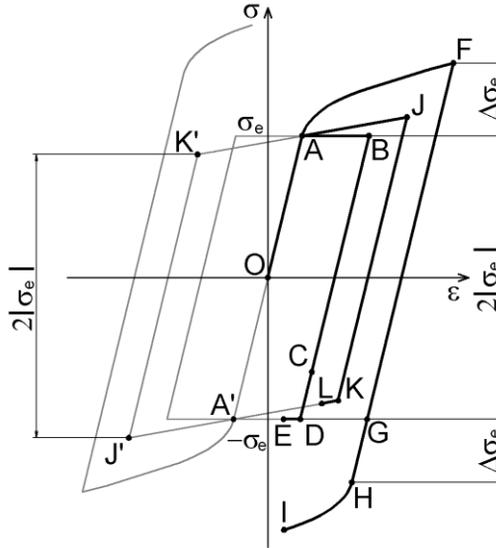


Figure 8 – Courbes de déstage pour des matériaux élasto-plastique parfait (courbe OABE) et élasto-plastiques écrouissables, avec (courbe OAJL) ou sans (courbe OAFI) « effet Bauschinger ». D'après [Épain, 1961].

Pour un matériau élasto-plastique écrouissable mais sans « effet Bauschinger » (cf. courbe OAFI de la Figure 8), les différentes couches subirait en outre un relèvement de leur limite élastique $\Delta\sigma_e$ d'autant plus accentué que leur déformation permanente serait importante (partie AF), de sorte qu'au déstage, la limite élastique en compression se trouverait encore accrue de $\Delta\sigma_e$ (point H au lieu de G). Il arrive aussi qu'on observe un « effet Bauschinger » consistant en une diminution de la limite d'élasticité initiale en compression lorsque la limite d'élasticité en traction a été dépassée, et réciproquement. Si tel est le cas, on peut le modéliser de façon simple mais approximativement correcte (cf. courbe OAJL de la Figure 8) en admettant que le gain d'élasticité en traction (partie AJ) est juste compensé par la perte d'élasticité en compression (partie KA'), ou réciproquement (parties A'J' et K'A), de sorte que le seuil élastique au déstage $2\sigma_e$ demeure constant.

Hormis l'acier doux qui présente un palier de déformation plastique à contrainte constante (cf. courbe OAB de la Figure 8), les aciers relèvent de l'un des deux derniers modèles: matériau élasto-plastique écrouissable avec ou sans « effet Bauschinger ». Il importe donc de se renseigner auprès du fournisseur ou de déterminer à l'aide d'essais de traction et de compression consécutifs si cet effet se produit ou non. Cependant, pour $c/a \ll b/a$, l'hypothèse d'un comportement élasto-plastique parfait se révèle correcte.

4 – 4. Contraintes résiduelles d'autofrettage

Après chargement à p_c puis déchargement, la paroi du cylindre reste le siège de contraintes résiduelles qui peuvent se calculer immédiatement si l'on admet que, durant le déchargement, le matériau suit la loi de Hooke. Les contraintes résiduelles indicées R correspondent alors à la différence entre les contraintes de chargement plastique indicées P et ces contraintes de déchargement élastique indicées E :

$$\sigma_R = \sigma_P - \sigma_E$$

$$\text{d'où } (\sigma_r)_R = -p_c + \sigma_e \ln k + \frac{p_c}{k^2-1} \left(\frac{b^2}{r^2} - 1 \right) \quad \text{pour } a \leq r \leq c \quad (29a)$$

$$(\sigma_r)_R = -\sigma_e \left(\frac{c^2}{r^2} - \frac{c^2}{b^2} \right) + \frac{p_c}{k^2-1} \left(\frac{b^2}{r^2} - 1 \right) \quad \text{pour } c \leq r \leq b \quad (29b)$$

$$(\sigma_\theta)_R = -p_c + \sigma_e (1 + \ln k) - \frac{p_c}{k^2-1} \left(\frac{b^2}{r^2} + 1 \right) \quad \text{pour } a \leq r \leq c \quad (29c)$$

$$\text{et } (\sigma_\theta)_R = \sigma_e \left(\frac{c^2}{r^2} + \frac{c^2}{b^2} \right) - \frac{p_c}{k^2-1} \left(\frac{b^2}{r^2} + 1 \right) \quad \text{pour } c \leq r \leq b \quad (29d)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\sigma_r}{k^2-1} \right)_R &= -\frac{p_c}{k^2-1} + \frac{\sigma_e}{k^2-1} \ln k + \frac{p_c}{(k^2-1)^2} \left(\frac{b^2}{r^2} - 1 \right) \\ \left(\frac{\sigma_r}{k^2-1} \right)_R &= -\frac{\sigma_e}{k^2-1} \left(\frac{c^2}{r^2} - \frac{c^2}{b^2} \right) + \frac{p_c}{(k^2-1)^2} \left(\frac{b^2}{r^2} - 1 \right) \\ \left(\frac{\sigma_\theta}{k^2-1} \right)_R &= -\frac{p_c}{k^2-1} + \frac{\sigma_e}{k^2-1} (1 + \ln k) - \frac{p_c}{(k^2-1)^2} \left(\frac{b^2}{r^2} + 1 \right) \\ \left(\frac{\sigma_\theta}{k^2-1} \right)_R &= \frac{\sigma_e}{k^2-1} \left(\frac{c^2}{r^2} + \frac{c^2}{b^2} \right) - \frac{p_c}{k^2-1} \left(\frac{b^2}{r^2} + 1 \right) \end{aligned}$$

La Figure 9 représente la distribution de ces contraintes suivant l'épaisseur d'une paroi.

Si l'on appliquait à nouveau une pression p_c , la distribution des contraintes résultantes s'obtiendrait en superposant aux contraintes résiduelles les contraintes résultant de ce rechargement qui sont nécessairement égales à celles du déchargement élastique, soit :

$$\sigma = \sigma_R + \sigma_E$$

La distribution de contraintes en fin de rechargement coïncide donc avec celle obtenue en fin de chargement plastique (cf. Figure 9) mais ne s'accompagne pas de nouvelle déformation permanente. Cela démontre bien que les contraintes résiduelles produites par la dilatation plastique du cylindre sont de nature à accroître la valeur de la pression intérieure que peut élastiquement supporter le cylindre.

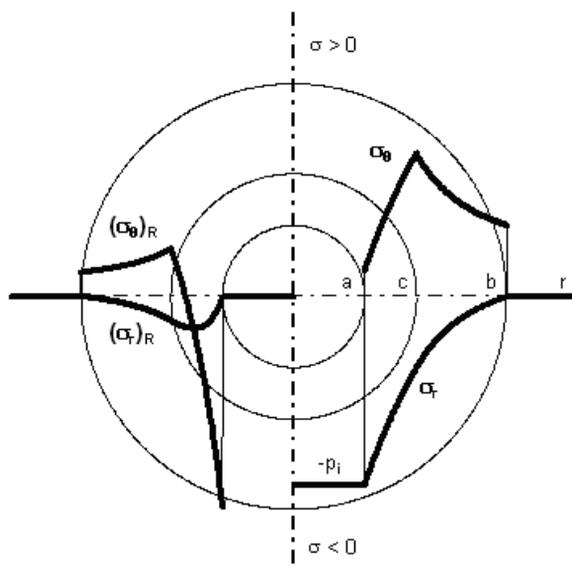


Figure 9 – Distribution des contraintes radiales et tangentielles pour une enceinte monobloc autofrettée, avant (indice R) et après l'application d'une pression intérieure.

5 – Modes de réalisation de l'autofrettage

5 – 1. Autofrettage hydraulique

Dans la mesure où la grandeur de référence d'un tel autofrettage est précisément la valeur p_c de la pression intérieure établie précédemment, il suffit de se reporter à l'équation 24 qui la détermine et pour laquelle le rayon c qui délimite la zone déformée plastiquement demeure le paramètre clé, puis aux équations 8a, 26a et 28, pour s'assurer que cette valeur satisfait bien aux équations 25 et 27.

Dans la pratique, il convient de monter une « barre d'autofrettage » remplissant autant que possible le volume intérieur du cylindre afin d'en faciliter la pressurisation (cf. Figure 10a). Pour le montage étanche de cette barre et des amenées de pression, nous renvoyons au chapitre de R. Argoud et J. Roux du présent ouvrage. Typiquement, on montera un cylindre trop long ; ce qui permettra non seulement d'ôter les extrémités mal autofrettées (de part et d'autre des joints d'étanchéité) mais aussi de disposer de surlongueurs autofrettées où seront usinées les portées d'obturateurs (cf. Figure 10b).

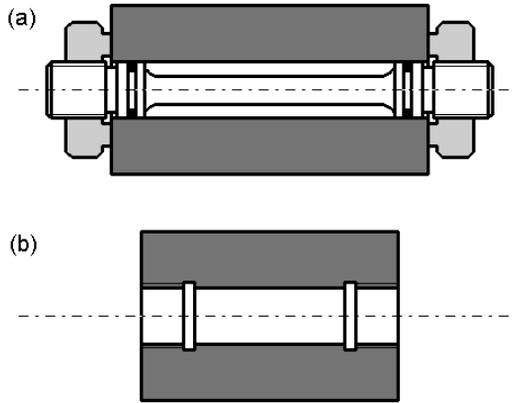


Figure 10 – Montage d'autofrettage hydraulique d'un cylindre (a) et corps d'enceinte résultant (b).

5 – 2. Autofrettage par mandrinage

Le mandrinage, qui s'apparente au frettage (un cylindre plat expansé par mandrinage peut être assimilé à un « cylindre ouvert »), nous semble constituer un moyen mieux adapté à l'autofrettage de cylindres plats (aux extrémités difficiles à obturer) que la voie hydraulique. L'opération de mandrinage consiste à exercer des pressions importantes grâce à l'enfoncement d'un mandrin conique dans l'alésage du cylindre.

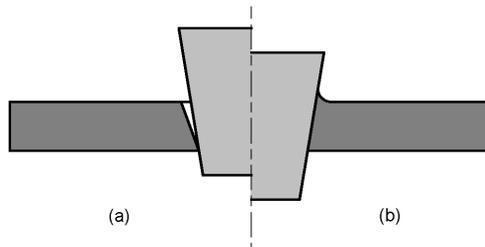


Figure 11 – Principaux défauts potentiels du mandrinage.

Pour que ce procédé soit efficace, il faut que la pression exercée soit parfaitement uniforme en tout point de l'alésage; il est donc impératif de garantir un bon état de surface des pièces et leur ajustement correct en pratiquant un rodage préalable. Un ajustement imparfait du mandrin et du cylindre provoquerait une mise en pression prématurée de la partie inférieure du cylindre (cf. Figure 11a) et donc, une répartition non uniforme de la charge sur la paroi de l'alésage. A l'opposé, on risque d'observer une déformation longitudinale non négligeable du cylindre à proximité de l'alésage (cf. Figure 11b) qui ne reflète pas nécessairement un défaut d'ajustement mais résulte intrinsèquement de la distribution des déformations radiale, tangentielle et longitudinale lorsque les rapports de leurs valeurs absolues évoluent non monotonement.

Dans une application technologique, différents critères peuvent servir à déterminer les dimensions d'alésage a et d'épaisseur h du cylindre plat tels qu'un diamètre et une épaisseur donnés de chambre (enceinte annulaire), de matrice ou de filière de mise en forme. La force à développer pour engendrer la pression d'autofrettage p_c est alors donnée par la formule suivante :

$$F_z = \frac{\tan \varphi + \tan \alpha}{\frac{1 + \tan^2 \varphi}{2\pi a h} - \frac{\tan \alpha \tan \varphi_{cs}}{\pi (b^2 - a^2)}} p_c$$

$$F_z \text{ quad} = \text{quad} \frac{\tan \varphi + \tan \alpha}{\frac{1 + \tan^2 \varphi}{2\pi a h} - \frac{\tan \alpha \tan \varphi_{cs}}{\pi (b^2 - a^2)}} p_c$$

où les coefficients de frottement entre mandrin et cylindre ou entre cylindre et support valent typiquement $\tan \varphi \approx 0,028$ et $\tan \varphi_{cs} \approx 0,1$ respectivement, tandis que $\tan \alpha$ désigne la pente du mandrin ($\approx 3\%$). Si la force à développer impose le choix d'une presse adaptée, l'autre grandeur de référence demeure la course Δh du mandrin de rayon r_m :

$$\Delta h = \frac{-u_a + u_{r_m}}{\tan \alpha}$$

$$\Delta h = \frac{-u_a + u_{r_m}}{\tan \alpha}$$

où u_a s'exprime à l'aide des équations 2c, 2e, 3b et 4a, tandis que le déplacement radial d'un mandrin en carbure de tungstène WC s'obtient par :

$$u_{r_m} = -\frac{1}{E_{WC}} \left[\frac{\nu_{WC} F_z}{\pi r_m} + (1 - \nu_{WC}) r_m p_c \right]$$

$$u_{r_m} = -\frac{1}{E_{WC}} \left[\frac{\nu_{WC} F_z}{\pi r_m} + (1 - \nu_{WC}) r_m p_c \right]$$

6 – Conclusion

En comparant les équations 8a, 18b, 20 et 24 pour $k \leq 4$, il apparaît que la portance d'une enceinte monobloc autofrettée est supérieure à celle d'enceintes frettées bibloc ou tribloc. Par contre, la portance d'une enceinte multibloc avec un nombre élevé de frettes peut tendre à coïncider avec la portance limite correspondant à l'équation 26a.

Pour des pressions relativement basses de 100 à 300 MPa, le recours à ces techniques peut déjà être synonyme d'économie de matière même si, pour des pressions comprises entre 300 et 600 MPa, le frettage se justifie technologiquement encore peu. Pour le frettage, on notera également qu'il convient de décomposer l'enceinte en éléments relativement peu épais non seulement parce que l'ensemble a une plus forte portance élastique, mais surtout parce que le contrôle des défauts localisés dans les éléments est plus sûr. Cette considération de contrôle de qualité du métal n'est pas indispensable pour les cylindres autofrettés où la pression de construction atteint une valeur très supérieure à la pression normale de service et est donc de nature à détecter les défauts locaux. Enfin, il est possible de combiner frettage et autofrettage pour la réalisation d'enceintes multibloc mais en veillant à ce que les cylindres périphériques non autofrettés ne voient jamais leur valeur de portance élastique excédée.

Il existe de nombreux autres modèles d'enceintes haute-pression visant à combiner avantageusement divers modes de soutien: support statique fluide entre les cylindres (« enceintes en cascade »), annulation des contraintes tangentielles par segmentation radiale

d'un cylindre (« enceintes segmentées »), couches extérieures bobinées, etc. Comme début de bibliographie à leur sujet, nous renvoyons vers Sherman et Stadtmüller ou Gerdeen et Fiorentino [Sherman, 1987 ; Gerdeen, 1967].

Remerciements

L'auteur tient à remercier R. Argoud et N. Dahan pour leurs conseils ainsi que N. Girodon-Boulandet pour son aide quant aux illustrations.

7 – Bibliographie

- B. Crossland, S.M. Jorgensen et J.A. Bones (1959) *The strength of thick-wall cylinders*, Journal of Engineering for Industry. <http://dx.doi.org/10.1115/1.3663014>
- R. Épain (1961) *Contribution à l'étude de la résistance des cylindres épais*, Thèse Fac. Sci. Univ. Paris.
- J.H. Faupel (1956) *Yield and bursting characteristics of heavy-wall cylinders*, Transactions of the A.S.M.E.
- J.C. Gerdeen et R.J. Fiorentino (1967) *Analysis of several high pressure container design concepts*, Proc. Inst. Mech. Engrs, 182, 3C, p. 11.
- B. Jaoul (1965) *Étude de la plasticité et application aux métaux*, Dunod, Paris.
- G. Lamé et B.P.E. Clapeyron (1833) *Mémoire sur l'équilibre intérieur des corps solides homogènes*, Mémoires présentés par divers savants à l'Académie des Sciences, 4, p. 465. <http://dx.doi.org/10.1515/crll.1831.7.145>
- J.M. Léger (1997) « Appareils pour haute pression de 1 à 10 GPa en milieu solide », Recueil des conférences du 1er Forum de Technologie des Hautes Pressions, La Londe les Maures, pp. 27-45.
- W.R.D. Manning (1963) *The design and construction of containers*, Bulleid Memorial Lectures, High Pressure Engineering, Univ. Of Nottingham, 2, p 2.
- H. Massat (1984) *Les hautes pressions fluides*, Cours de formation permanente, CNRS Meudon.
- R. von Mises (1913) *Mechanik der festen Körper im plastisch deformablen Zustand*, Göttinger Nachrichten, Math.-phys. Kl., p 582.
- N. Nikolai (1998) Communication personnelle à R. Argoud.
- W.F. Sherman et A.A. Stadtmüller (1987) *Experimental techniques in high-pressure research*, chap. 2, John Wiley & Sons, Chichester.
- S. Timoshenko (1954) *Résistance des matériaux*, van Nostrand, New York, 1, p. 213.
- H. Tresca (1868) *Mémoire sur l'écoulement des corps solides*, Mémoires présentés par divers savants à l'Académie des Sciences, 18, p. 733.