

## Экономико-математическое моделирование макроэкономических показателей региона с использованием программно-вычислительного комплекса

Кетова Каролина Вячеславовна, доктор физико-математических наук, профессор;  
Касаткина Екатерина Васильевна, кандидат физико-математических наук, доцент;  
Вавилова Дайана Дамировна, аспирант, ассистент  
Ижевский государственный технический университет им. М.Т. Калашникова

В статье представлен разработанный программно-вычислительный комплекс, который позволяет оперативно осуществлять анализ и прогноз макроэкономических показателей региональной социально-экономической системы. В качестве макроэкономических показателей региона рассмотрены валовый региональный продукт, производственный капитал, человеческий капитал, а также объемы инвестирования в эти показатели. Программно-вычислительный комплекс содержит базу статистических данных макроэкономических показателей Приволжского федерального округа, а также блок визуализации результатов моделирования и прогнозирования. По результатам исследований формируется системный аналитический отчет о социально-экономическом положении региона.

**Ключевые слова:** макроэкономические показатели, экономико-математическое моделирование, прогнозирование, социально-экономическая система, регион, программно-вычислительный комплекс.

Обеспечение устойчивости развития региональных социально-экономических систем является приоритетным направлением политики в РФ [1]. Для реализации такой политики необходим математический анализ текущего состояния экономической системы и ее оперативный прогноз. Социально-экономические процессы достаточно сложны для моделирования и прогнозирования вследствие постоянного присутствия элементов неопределенности в экономике [2]. Поэтому применение методов математического моделирования и прогнозирования их показателей в настоящее время является весьма актуальным [3,4]. Информационные технологии позволяют оперативно осуществлять все необходимые расчеты. Исходя из этих соображений, авторами был разработан программно-вычислительный комплекс (ПВК) «Моделирование и прогнозирование макроэкономических показателей социально-экономической системы региона», который включает базу данных социально-экономических параметров Приволжского федерального округа (ПФО), аналитическую подсистему, в которой реализованы математические модели анализа и прогноза социально-экономических параметров, а также блок визуализации полученных результатов. ПВК позволяет в оперативном режиме сформировать аналитический отчет о состоянии и развитии экономики региона.

В ПВК реализована методика экономико-математического моделирования и прогнозирования динамики макроэкономических показателей региона. Методика построена по работам [3-5]. К основным макроэкономическим показателям в настоящей работе отнесены факторы производственного процесса в экономике региона, а именно, производственный капитал (ПК) региональной системы и человеческий капитал (ЧК). Также макроэкономический показатель – это валовый региональный продукт (ВРП) как ежегодный итоговый результат функционирования экономики при наличии вышеперечисленных факторов производства ПК и ЧК. К макроэкономическим показателям отнесем и ежегодные объемы инвестиций в ПК, ЧК и ВРП.

ПК представляет собой основные производственные фонды региона, выраженные в денежном эквиваленте. Они пополняются благодаря инвестициям. Основное уравнение, по которому осуществляется прогноз величины и динамики ПК, имеет вид:

$$\frac{dK(t)}{dt} = I(t) - \eta K(t), \quad K(t = t_0) = K_0, \quad (1)$$

где  $K(t)$  – ПК в момент времени  $t$ ;  $I(t)$  – инвестиции в ПК в момент времени  $t$ ;  $\eta$  – коэффициент выбытия ПК;  $t_0$  – начальный момент времени.

ЧК представляет собой совокупность капитала трех видов: капитал образования, капитал здоровья и капитал культуры. Сам ЧК и его составляющие выражены, в соответствии с [6], в денежном эквиваленте. ЧК пополняется за счет бюджетных и частных инвестиций в здравоохранение, образование и культуру. Уравнение динамики ЧК имеет вид:

$$\frac{dH(t)}{dt} = \bar{\varepsilon} J(t) - \chi H(t), \quad H(t = t_0) = H_0, \quad (2)$$

где  $H(t)$  – ЧК в момент времени  $t$ ;  $J(t)$  – инвестиции в ЧК в момент времени  $t$ ;  $\chi$  – выбытие ЧК;  $\bar{\varepsilon}$  – средняя за период доля населения, участвующая в производстве.

Величины коэффициентов выбытия ПК и ЧК ( $\eta$ ,  $\chi$ ), а также экономически активная доля населения  $\bar{\varepsilon}$  – это показатели, которые оцениваются на основе статистического материала по экономике региона.

Формула для расчета ВРП имеет вид:

$$Y(t) = A[K(t)]^\alpha [H(t)]^\beta, \quad (3)$$

где  $Y(t)$  – ВРП в момент  $t$ ;  $A, \alpha, \beta = const$  – оцениваемые по статистике экономики региона параметры. Функция (3) представляет собой производственную функцию региональной экономической системы, вид которой определен в работах [3,4].

ПВК «Моделирование и прогнозирование макроэкономических показателей социально-экономической системы региона» состоит из 3-х блоков:

- база статистических данных по ПФО,
- аналитическая подсистема, содержащая математические модели для расчетов,
- блок визуального представления результатов.

На официальном сайте статистики и Федерального казначейства РФ [7,8] содержится информация об объемах инвестиций в ПК, объемах инвестиций в ЧК, о величине ПК, о распределении ПК по сроку эксплуатации, о численности населения, о распределении населения по возрастным группам по территории республики, а также статистика о величине ВРП регионов. Эта информация за период 2000–2018 годы для ПФО была включена в базу данных ПВК.

В ПВК реализована возможность корректировки и включения в статистическую базу новой информации по макроэкономическим показателям, получение необходимой информации для пользователя в данный момент времени осуществляется на языке SQL-запросов [9].

Другой блок ПВК демонстрирует аналитическую подсистему, которая разработана в среде программирования Microsoft Visual Studio [10]. В аналитической подсистеме ПВК реализованы математические модели прогнозирования объемов инвестирования в факторы производства, моделирование и прогнозирование структурной динамики факторов производства, построение прогнозной динамики ПК и ЧК региональной экономики, осуществлена оценка параметров производственной функции региона, а также построен прогноз ВРП.

Основные математические модели анализа и прогноза макроэкономических показателей, которые реализованы в аналитической подсистеме ПВК: модели регрессионного и авторегрессионного анализа, метод главных компонент [11], нейросетевые модели [12]. В аналитическом блоке ПВК большое внимание уделено выбору адекватной модели прогнозирования. Для этого имеющаяся за период 2000–2018 годы база данных разделяется на два множества: обучающее и тестовое множество, на котором проводится ретропрогноз по всем предложенным моделям. Выбор лучшей модели для краткосрочного прогноза осуществляется на основе оценки качества ретропрогноза с использованием показателей: среднеквадратичная ошибка  $\sigma$  в соответствии с формулой (4), коэффициент корреляции  $r$  по формуле (5) и средняя относительная погрешность  $\bar{\delta}$  по формуле (6):

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{N^{test}} (y_t - y_t^{mod})^2}{N^{test} - 1}}, \quad t \in \Omega^{test}; \quad (4)$$

$$r = \frac{\sum_{t=1}^{N^{test}} (y_t - \bar{y})(y_t^{mod} - \bar{y}^{mod})}{N^{test} S_y S_{y^{mod}}}, \quad (5)$$

$$\text{где } S_y = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{N^{test}} (y_t - \bar{y})^2}{N^{test} - 1}}, \quad S_{y^{mod}} = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{N^{test}} (y_t^{mod} - \bar{y}^{mod})^2}{N^{test} - 1}}; \quad t \in \Omega^{test};$$

$$\bar{\delta} = \frac{1}{N^{test}} \sum_{t=1}^{N^{test}} \left| \frac{y_t - y_t^{mod}}{y_t} \right| \cdot 100\%, \quad t \in \Omega^{test}. \quad (6)$$

В формулах (4)-(6)  $y_t$  – статистическое значение макроэкономического показателя в момент времени  $t$ ;  $\bar{y}$  – среднее статистическое значение макроэкономического показателя за период;  $N^{test}$  – количество значений в тестовом множестве  $\Omega^{test}$ ;  $y_t^{mod}$  – модельное значение показателя в момент времени  $t$ ;  $\bar{y}^{mod}$  – среднее модельное значение показателя за период.

Математические модели, реализованные в ПВК, зарегистрированы в [13]. Методы нейросетевого моделирования и прогнозирования присутствуют в [14].

Блок визуализации расчетов ПВК включает в себя итоговые таблицы по проведенным расчетам моделирования и прогнозирования макроэкономических показателей региона, графики прогноза объемов инвестирования в факторы производства; графики прогноза структурной динамики факторов производства; диаграммы прогнозной динамики ПК и ЧК региональной экономики; график производственной функции региона; диаграммы прогнозирования ВРП.

Приведем некоторые элементы ПВК. На рисунках 1,а, 2,а, 3,а представлены результаты моделирования и прогнозирования динамики ПК, ЧК и ВРП соответственно. Результаты расчета приведены в сопоставимых ценах 2018 года. На рисунках 1,б, 2,б, 3,б приведено сравнение величины исследуемого макроэкономического

показателя для одного из районов ПФО – Удмуртской Республики (УР) в сравнении с другими районами округа в виде картограмм.

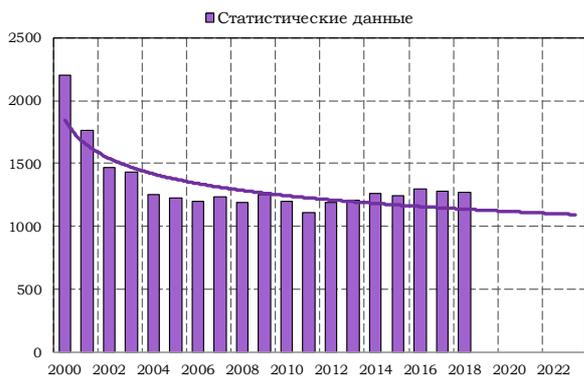


Рис. 1,а. Динамика ПК УР



Рис. 1,б. Картограмма ПК ПФО для 2018 года

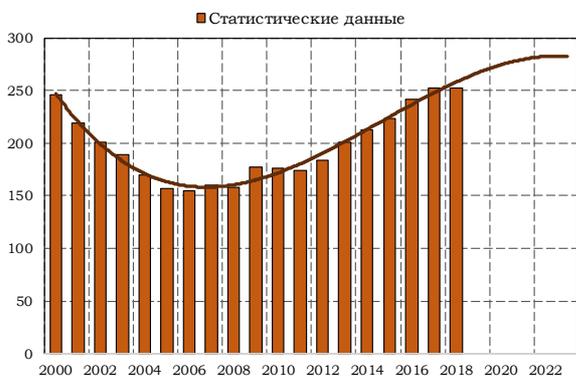


Рис. 2,а. Динамика ЧК УР



Рис. 2,б. Картограмма ЧК ПФО для 2018 года

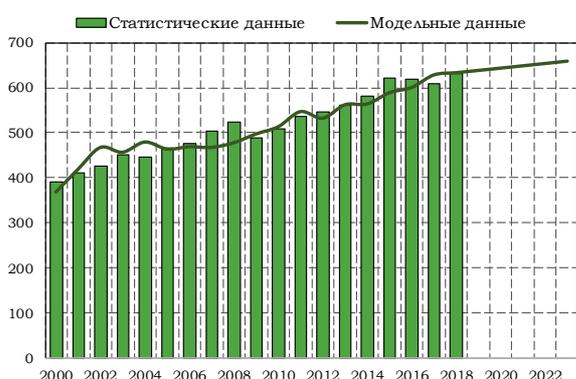


Рис. 3,а. Динамика ВРП УР



Рис. 3,б. Картограмма ВРП ПФО для 2018 года

Анализ показал, что происходит снижение ПК УР. Для ее социально-экономической системы средний за период 2000–2018 годы коэффициент выбытия производственных фондов  $\eta$  составляет 0,118.

Для ЧК УР характерна обратная тенденция. Норма выбытия ЧК  $\chi$ , рассчитанная за период 2000–2018 годы, принимает значение 0,032. Доля населения региона  $\bar{E}$ , участвующая в производственном процессе УР, рассчитанная по статистическим данным за период 2000–2018 годы, составляет 0,739.

До 2025 года прогнозируется тенденция ежегодного снижения ПК в среднем на 4,5% и ежегодное увеличение ЧК в среднем на 5%.

За период 2000-2018 год наблюдался рост ВРП УР в среднем на 2,3% в год. В последние годы наблюдается замедление темпов роста до 0,5% в год.

Рассмотрим для примера производственную функцию УР, которая была построена в ПВК по формуле (3) по данным ПК и ЧК за период 2000-2018 годы. Она имеет вид  $Y(t) = 0,84 [K(t)]^{0,35} [H(t)]^{0,65}$ . Коэффициент эластичности по ПК  $\alpha = 0,35$ , коэффициент эластичности по ЧК  $\beta = 0,65$ . Интерпретация коэффициентов эластичности по каждому из факторов: рост затрат на ПК на 1% соответствуют росту ВРП на 0,35%; а рост затрат на ЧК на 1% – росту ВРП на 0,65%. Экономическая система УР работает в условиях дефицита фактора ЧК.

Таким образом, были реализованы методы анализа и прогнозирования социально-экономических параметров региональной системы на основе современных информационных технологий. Разработан программно-вычислительный комплекс «Моделирование и прогнозирование параметров социально-экономической системы региона», который позволяет оценивать и прогнозировать динамику основных макроэкономических параметров. ПВК позволяет в оперативном режиме формировать аналитический отчет о состоянии и развитии экономики региона, который подкрепляется визуализацией результатов расчетов.

### Литература:

1. Программа «Цифровая экономика Российской Федерации», утвержденная распоряжением Правительства РФ от 28.07.2017г. №1632-р. [Электронный ресурс]. URL: <http://static.government.ru/media/files/9gFM4FHj4PsB79I5v7yLVuPgu4bvR7M0.pdf> (дата обращения 06.01.2020).
2. Зиновьев А.Г., Поддубнова С.А. О некоторых аспектах оценки качества измерений и измерительных инструментов в социально-экономических исследованиях / Евразийское научное объединение, № 3, 2020, С. 194-197. [Электронный ресурс]. URL: [https://www.elibrary.ru/download/elibrary\\_42433906\\_12857491.pdf](https://www.elibrary.ru/download/elibrary_42433906_12857491.pdf) (дата обращения 14.03.2020).
3. Кетова К.В. Математические модели экономической динамики. – Ижевск: Изд-во ИжГТУ, 2013. – 281 с.
4. Шадова З.Х., Шапсигов А.Х., Лигидов Р.М., Тхамитлокова Ю.О., Энес С.З.
5. Влияние цифровизации на рынок труда / Евразийское научное объединение, №3, 2020, С. 277-279. [Электронный ресурс]. URL: [https://www.elibrary.ru/download/elibrary\\_42433935\\_56558358.pdf](https://www.elibrary.ru/download/elibrary_42433935_56558358.pdf) (дата обращения 14.03.2020).
6. Кетова К.В. Разработка методов исследования и оптимизация стратегии развития экономической системы региона. Автореф. дис. ... д-ра физ.-мат. наук. Ижевск, 2008.
7. Кетова К.В., Касаткина Е.В., Насридинова Д.Д. Прогнозирование динамики инвестиционных процессов / Вестник Ижевского государственного технического университета имени М.Т. Калашникова. – Ижевск: ИжГТУ, №3 (59) 2013. – С.150-154.
8. Кетова К.В., Русяк И.Г., Романовский Ю.М. Математическое моделирование человеческого капитала // Компьютерные исследования и моделирование. 2019. – Т. 11. №2. – С. 329-342. doi:10.20537/2076-7633-2019-11-2-329-342.
9. Федеральная служба государственной статистики [Электронный ресурс] / Официальный сайт Федеральной службы государственной статистики. – Режим доступа: <http://www.gks.ru> (дата обращения: 12.01.2020).
10. Отчетность об исполнении консолидированного бюджета РФ, Министерство Финансов Российской Федерации, Федеральное казначейство (Казначейство России) [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.roskazna.ru/reports/cb.html> (дата обращения: 12.01.2020).
11. Грофф Джеймс Р., Пол Н. Вайнберг, Эндрю Дж. Оппель SQL: The Complete Reference. – Москва: Изд-во Вильямс, 2018. – 960 с.
12. Сидорина Т. Самоучитель Microsoft Visual Studio C++ и MFC – СПб.: Изд-во «БХВ-Петербург», 2009. – 848 с.
13. Колемаев В.А. Эконометрика: учебник. – М.: ИНФРА-М, 2017. –160 с. – [Электронный ресурс]. URL: <http://znanium.com/catalog/product/768143> (дата обращения: 20.11.2019).
14. Vavilova D.D., Ketova K.V., Kasatkina E.V. Application of genetic algorithm for adjusting the structure of multilayered neural network for prediction of investment processes // В сборнике: «Технические университеты: интеграция с европейскими и мировыми системами образования», Материалы VIII Международной конференции. В 2-х томах. – 2019. – С. 223-233.
15. Кетова К.В., Касаткина Е.В., Насридинова Д.Д. Программа структурной оптимизации прогнозных нейросетевых моделей. Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ 2014618038. Заявка № 2014615568 от 10.06.2014.
16. Вавилова Д.Д. Программа нейросетевого моделирования и прогнозирования инвестиционных процессов. Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ 2019667497. Заявка №2019666706 от 16.12.2019.