

As simpáticas focas da Antártida

Mamíferos adaptados ao frio e ao ambiente marinho, onde buscam seu alimento, as focas são ótimas nadadoras e algumas podem mergulhar a grandes profundidades. Das 34 espécies existentes no mundo, apenas seis vivem na Antártida. As focas da região já foram muito perseguidas, por causa de sua pele ou sua gordura, mas hoje as populações estão se recuperando, protegidas por leis internacionais. Por

Edison Barbieri, Vicente Gomes e Phan Van Ngan, do Laboratório de Ecologia Polar, do Instituto Oceanográfico, da Universidade de São Paulo.



Figura 1. Apenas seis espécies – uma delas a foca-de-weddell – habitam a Antártida

Não há lugar na Terra onde a vida seja mais difícil do que na Antártida, o mais frio e mais seco dos continentes. Varridos pelo vento, seus relevos gelados incluem vales em que o ar é mais seco que no deserto do Saara e as temperaturas médias não passam dos 50° C abaixo de zero. Em tais condições a vida torna-se quase impossível para organismos não-adaptados, como o homem.

Ao contrário das regiões árticas, a Antártida não é habitada por grandes animais terrestres desde a época em que esfriou, há mais de 25 milhões de anos. Mas várias espécies de aves, como pingüins, albatrozes e petréis, e de mamíferos, como focas, vivem no continente. Atraentes e simpáticas, as focas passam parte da vida em terra, mas são consideradas animais marinhos (figura 1), pois dependem diretamente do mar. Elas evoluíram a partir de ancestrais semelhantes às lontras e são, depois das baleias, os mamíferos mais bem adaptados à vida em águas geladas.

Seu sucesso deve-se ao corpo hidrodinâmico e aos membros transformados em nadadeiras eficientes, com membranas entre os dedos. Também são bem protegidas contra perdas de calor, pois um mamífero perde mais calor na água do que fora dela. Um animal de sangue quente não sobrevive por muito tempo no mar se não tiver pêlos espessos, ou uma camada de gordura – ou os dois, como as focas.

As focas pertencem à ordem dos carnívoros e à subordem Pinnipedia (termo que significa ‘pés em forma de nadadeiras’). São conhecidas no mundo 34 espécies, distribuídas em três famílias: Odobenidae (inclui apenas a morsa, restrita à região ártica), Otariidae (as focas-de-orelha, com 14 espécies) e Phocidae (as focas verdadeiras, com 19 espécies).

Seis espécies de Pinnipedia vivem na Antártida: uma de Otariidae e cinco de Phocidae. O otarídeo (figura 2) é o lobo-marinho-antártico (*Arctocephalus gazella*). É identificado, como outros otarídeos, pela ▶

Figura 2. Os lobos-marinhos são vistos perto da estação de pesquisas brasileira



orelha externa e por membros posteriores projetados para fora do corpo, permitindo que andem e até corram em terra. As fêmeas têm quatro glândulas mamárias e amamentam as crias por quatro meses (na espécie antártica).

Os focídeos locais são a foca-leopardo (*Hydrurga leptonyx*), a foca-caranguejeira (*Lobodon carcinophagus*), a foca-de-ross (*Ommatophoca rossi*), a foca-de-weddell (*Leptonychotes weddelli*) e o elefante-marinho (*Mirounga leonina*). Maiores que os otarídeos e chamados de focas verdadeiras, os focídeos não têm orelha externa e os membros posteriores ficam quase inteiramente dentro do corpo. Em terra, arrastam o corpo de modo lento e desajeitado. As fêmeas têm só duas glândulas mamárias e os filhotes são amamentados por 20 a 50 dias, dependendo da espécie.

Adaptações muito especiais

As focas têm uma camada espessa de gordura sob a pele, e a grande rede de vasos sanguíneos dessa camada assegura trocas de calor, mantendo a temperatura do corpo tanto na água gelada quanto ao Sol, em terra (figura 3). Outros mecanismos as ajudam a armazenar oxigênio e realizar longos mergulhos: seu volume de sangue é em geral maior que o dos mamíferos terrestres e seus músculos apresentam alta con-

Figura 3. O pêlo e a camada de gordura sob a pele protegem as focas do frio antártico



centração de mioglobina, um derivado da hemoglobina capaz de reter o gás.

Em mergulho, o oxigênio é distribuído de preferência para órgãos como coração e cérebro, e para os músculos, quando nadam. Graças a essas e outras adaptações os focídeos são, em geral, capazes de mergulhar a grandes profundidades, por períodos longos. A foca-de-weddell, por exemplo, atinge 700 m de profundidade e pode permanecer submersa por mais de uma hora.

As focas não têm um órgão específico para retirar o excesso de sais do sangue, como a glândula de sal das aves marinhas.

O teor dessas substâncias é regulado pelos rins, como nos demais mamíferos, mas as focas produzem uma urina bem mais concentrada. Com isso, eliminam o excesso de sais ingerido nos alimentos na água.

A mãe foca ainda conserva água variando o alto teor de gordura em seu leite. Na foca-de-weddell, esse teor aumenta, durante a lactação, para até 57% (o dobro do teor de gordura do creme de leite), enquanto o de água diminui até 22% (um terço do da carne magra comum). Assim, a foca fornece nutrientes ao filhote e retém água: para cada grama de água perdida, a transferência de alimento é 10 vezes mais eficiente que nos mamíferos terrestres.

O lobo-marinho-antártico

Espécie gregária, o único otarídeo antártico costuma vir à terra em grupos de centenas de indivíduos, em especial na época da reprodução. A maioria da população (95%) vive na ilha Geórgia do Sul (ao sul do oceano Atlântico), mas há colônias na península Antártica e no arquipélago Juan Fernandez (no Chile). É comum observar indivíduos solitários tomando sol em praias próximas à Estação Antártica Comandante Ferraz, do Brasil, na ilha Rei George, das Shetlands do Sul.

Os machos atingem 1,8 m e 188 kg e têm pêlo mais comprido. As fêmeas não passam de 1,2 m e 40 kg e o pêlo é curto e uniforme. É um animal agressivo e ágil em terra, graças aos fortes membros que sustentam o peso do animal. Na água, as longas nadadeiras garantem grande propulsão e estabilidade. Podem mergulhar a até 45 m, por cerca de cinco minutos. Alimentam-se de krill (crustáceo semelhante ao camarão) e peixes, mas às vezes atacam pinguins. No mar, seus predadores são a baleia orca e a foca-leopardo; albatrozes podem atacar seus filhotes em terra.

A procriação começa em outubro, quando os machos adultos chegam às praias e definem, em lutas violentas, os territórios em que instalam seu harém. As fêmeas chegam em novembro ou dezembro, e dão à luz o filhote concebido no ano anterior.

Os recém-nascidos são amamentados por uma semana e cuidados por cerca de 117 dias. Após esse período, ocorre novo acasalamento e os animais se dispersam.

As cinco espécies de focídeos

A foca-leopardo (figura 4) tem esse nome por sua cor e ferocidade. A fêmea, em geral maior que o macho, alcança 4 m e até 450 kg. Habita todas as áreas em torno da Antártida, mas no verão segue o pingüim-de-adélia até seus locais de procriação. Essa foca já foi vista na Nova Zelândia, em ilhas do Pacífico Sul e até no sul do Brasil. Às vezes é vista em blocos de gelo, perto da estação antártica brasileira. Estima-se que existam entre 200 mil e 400 mil indivíduos.

É um predador solitário, com afiados caninos e fileiras de dentes de três pontas, além de adaptações que permitem engolir grandes pedaços de alimento. Alimenta-se de krill, peixes e cefalópodes (polvos e calamares), e pode atacar os filhotes de outras focas, mas é mais conhecido por ser grande devorador de pingüins: já foi achado um pingüim-imperador de 70 kg no estômago de uma fêmea de foca-leopardo. O animal retira a pele das vítimas para comer a carne: nas praias da Antártida são encontradas peles de pingüins inteiras, ainda com os pés. Entre setembro e dezembro, as fêmeas dão à luz um filhote cinza com manchas brancas, que pesa cerca de 28 kg e recebe cuidados por 30 dias. O acasalamento ocorre em janeiro.

Já a foca-caranguejeira (figura 5) mede até 2,6 m e pesa em torno de 255 kg. Vive no gelo flutuante ao redor da Antártida, mas há maior concentração em torno da península Antártica e junto ao mar de Ross. Estima-se que existam entre 30 e 70 milhões de indivíduos – metade da população de focas do mundo. São vistas nos blocos de gelo flutuantes próximos à estação brasileira. Capturam seu principal alimento, krill, usando os dentes laterais como uma espécie de filtro. Com a ajuda da língua, o animal força a água do mar a sair e esse filtro mantém as presas na boca.

Corpos dessas focas mumificados pelo ar frio e seco foram encontrados em vales antárticos, e testes de carbono-14 comprovaram que alguns têm mais de dois mil anos de idade. As fêmeas dão à luz apenas um filhote, em outubro. O grupo familiar inclui o macho, a fêmea e o filhote, que permanecem juntos na praia até o desmame, entre duas e três semanas, quando há novo acasalamento. Seus maiores predadores são a foca-leopardo e a baleia orca.

Outra espécie, a foca-de-ross, tem esse nome em homenagem ao explorador esco-



Figura 4. Predadora solitária, a foca-leopardo é grande devoradora de pingüins

cês James Clark Ross, que capturou dois exemplares em 1839. Raramente vista, vive na região de gelos consolidados, em especial no mar King Haakon VII e no mar de Ross, e permaneceu quase desconhecida por mais de 100 anos. Sua população é hoje estimada em cerca de 200 mil exemplares. É a menor das focas antárticas, com cerca de 2,5 m e de 200 a 210 kg. Tem listras cinzas nas costas e peito e ventre pálidos, e a cabeça é curta, com olhos grandes, focinho curto e boca pequena. O tórax resistente à pressão, as grandes nadadeiras posteriores e os dentes finos, curvados e agudos permitem supor que essa foca faz mergulhos profundos para capturar calamares, seu principal alimento. As fêmeas dão à luz apenas um filhote, sobre o gelo, em novembro. Seu único predador é a foca-leopardo.

A mais adaptada ao ambiente polar é, sem dúvida, a foca-de-weddell (figura 6). Seu nome homenageia o navegador britânico (nascido na Holanda) James Weddell, primeiro a descrevê-la, em 1822. Atinge pouco mais de 3 m e até 600 kg. Existem entre 250 mil e 800 mil em volta da Antártida, mas a concentração é maior no mar de Weddell, com pequenas colônias no arquipélago Órcadas do Sul e na ilha Georgia do Sul. É a espécie mais abundante nas imediações da estação brasileira. ▶



Figura 5. A foca-caranguejeira vive em bancos de gelo e tem a maior população



Figura 6. Mais adaptada ao frio, a foca-de-weddell permanece na Antártida no inverno

A pele cinza, com manchas mais claras, a ajuda a se camuflar com as pedras, quando está em terra. A espécie permanece no continente e em ilhas próximas mesmo no inverno, e usa os dentes caninos e incisivos como uma serra: girando a cabeça em semi círculo, a foca estilha o duro gelo que cobre o mar, para cavar aberturas que usa como respiradouros. São encontrados buracos de 40 a 50 cm de diâmetro em locais onde o gelo tem 1 m de espessura. A perda desses dentes é um provável fator de mortalidade dessa foca, predadas também por orcas e focas-leopardo.

No inverno, a foca-de-weddell vive e até dorme na água, onde a temperatura, em torno dos 2°C negativos, é mais ‘agradável’ que os 20° a 40°C negativos da atmosfera. A espécie comunica-se por cantos modulados, que ecoam no fundo e no ‘teto’ de gelo e são ouvidos a quilômetros de distância. Um sonar biológico permite que nade quase 2 km sob o gelo e depois ache seu respiradouro. Mergulha a mais de 700 m e por mais de uma hora, em busca de peixes, cefalópodes, krill e outras presas. Alimenta-se e acasala-se na água, e os filhotes nascem sobre o gelo, com cerca de 30 kg. A mãe só volta à água em três semanas, quando a cria já pode nadar. O recém-nascido ganha até 15 kg por semana, graças ao alto teor de gordura (60%) do leite materno.



Figura 7. O elefante-marinho macho (ao centro) protege ferozmente seu harém

O elefante-marinho tem esse nome por causa do focinho dos machos, em forma de tromba (figura 7). Esse apêndice, erguido de modo ameaçador quando o animal está irritado, amplifica os sons emitidos para assustar os adversários. Na espécie antártica, o macho chega a 4 ou 5 m e a quatro toneladas, e a fêmea, mais clara e sem tromba, atinge 2 a 3 m e até 800 kg. A espécie habita todos os mares da Antártida, as ilhas próximas e o sul da Argentina. Existem hoje cerca de 600 mil indivíduos.

As fêmeas formam colônias, dominadas por um macho que defende ferozmente seu harém. O filhote, coberto por espesso pêlo negro, nasce em setembro e outubro, com até 45 kg e 1 m. É cuidado pela mãe por cerca de 20 dias e ganha até 140 kg nesse período. O filhote nasce quase cego e incapaz de se locomover, sendo às vezes esmagado durante as lutas dos machos adultos.

Acidentes, doenças e falta de comida matam cerca de um terço das crias antes que completem um ano. Bom mergulhador, o elefante-marinho alcança 850 m de profundidade e pode permanecer até duas horas submerso, ao fugir de predadores. Alimenta-se de peixes e lulas. Quando adulto, só é atacado pela orca, mas indivíduos jovens são predados pela foca-leopardo.

Caçadas no passado, hoje protegidas

As focas antárticas foram intensamente caçadas no passado, o lobo-marinho por causa da qualidade da pele e as demais pela gordura. Após James Cook descrever as colônias desses animais nos mares do sul, em 1775, europeus e norte-americanos começaram a explorá-las nas Malvinas, na Geórgia do Sul e nas Shetlands do Sul. Por mais de dois séculos, os navios que buscavam o óleo de foca dizimaram populações inteiras desses animais, em especial lobos-marinhos e elefantes-marinhos.

A caça aos lobos-marinhos terminou em 1907, mas a história registra episódios de grande matança. Em 1822, foram mortos mais de um milhão, o que quase extinguiu a espécie. Já o elefante-marinho foi capturado até 1964, principalmente nas áreas de procriação: a gordura de um macho adulto pode fornecer até 350 litros de óleo fino. Na ilha Geórgia do Sul, essa espécie quase foi extinta. Os poucos animais restantes foram poupados porque a exploração deixou de ser lucrativa.

Hoje, todas as focas que habitam áreas a latitudes maiores que 60° Sul estão protegidas por normas internacionais, como o Tratado da Antártida, de 1961, e a Convenção da Foca Antártica, em vigor desde 1978. A proteção vem permitindo a recuperação das espécies. A legislação atual prevê ainda uma futura regulamentação de locais de completa proteção das focas da Antártida. ■

IMUNOLOGIA Soro criado pelo Instituto Butantan neutraliza veneno da lagarta *Lonomia obliqua*

Resposta rápida contra a taturana assassina

Nos últimos anos, uma lagarta de mariposa envenenou várias pessoas na região Sul e levou algumas à morte, mas em pouco tempo pesquisadores brasileiros estudaram o veneno e criaram um soro para neutralizá-lo. A solução rápida e eficiente desse sério problema de saúde pública revela a importância do sistema de pesquisa e a necessidade de constante apoio oficial para que seja mantido e aperfeiçoado.

Por **Wilmar Dias da Silva**, do *Centro de Biociências e Biotecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense*.



Figura 1. Fase larval (lagarta) da mariposa *Lonomia obliqua*, conhecida no Sul do Brasil como taturana assassina, por seu forte veneno

O aumento dos casos de envenenamentos resultantes do contato de pessoas com lagartas de mariposas, nos estados do Rio Grande do Sul, Santa Catarina e Paraná, criou, em meados de 1995, um novo problema de saúde pública. A questão chamou a atenção de cientistas da área de imunologia, já que sua solução exigiria pesquisas básicas e aplicadas que levassem ao desenvolvimento de um soro capaz de neutralizar a ação do veneno das lagartas, chamadas pela imprensa leiga de “taturanas assassinas” (figura 1).

No Instituto Butantan, os primeiros relatos sobre esses envenenamentos foram apresentados pela pesquisadora Eva Maria Kelen. Segundo as informações da época, as taturanas provocavam dor, urticária e edema no local do contato, seguidos de distúrbios nos gânglios da região próxima, hemorragias nas mucosas (e em ferimentos existentes em outras áreas do corpo) e sobretudo alterações complexas no sistema de coagulação do sangue, resultando na redução do fibrinogênio (proteína essencial no processo de coagulação) no plasma sanguíneo para níveis indetectáveis pelos métodos usuais. Esse quadro persiste por vários dias e pode levar à morte do paciente.

As tentativas de tratamento com drogas que evi-

tam a redução do fibrinogênio ou através de reposição com plasma falharam e, às vezes, até agravaram o quadro de incoagulabilidade. Síndromes semelhantes ocorreram em 1967 na Venezuela, descrita por Carmem L. Arocha-Piñango e M. Layrisse na revista *The Lancet* (v. 7.599, p. 810, 1969), e em 1983 no norte brasileiro, descrita por Habib Fraiha-Neto e outros, do Instituto Evandro Chagas, de Belém (PA). A taturana responsável por esses acidentes foi identificada como a da mariposa *Lonomia obliqua*, a mesma dos casos posteriores no Sul do Brasil (figura 2).

A evidente presença de substâncias tóxicas nas cerdas levaram os cientistas do Instituto Butantan a criar projetos para identificar os componentes responsáveis pelo envenenamento e desenvolver soros que contivessem anticorpos neutralizantes para tais componentes. Na divisão de atribuições, caberia ao Laboratório de Fisiopatologia, chefiado por Eva M. Kelen, a identificação do fator ou fatores que in-

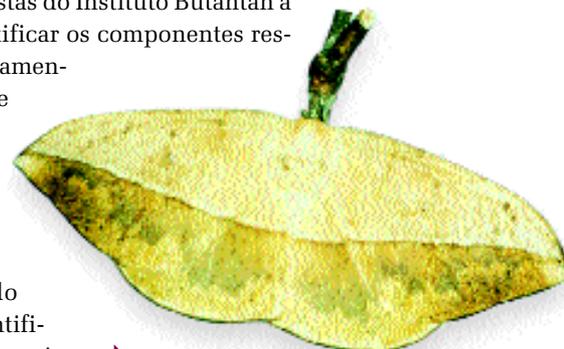


Figura 2. Fêmea de mariposa *L. obliqua*



Figura 3.
Ovos e pupa
de *L. obliqua*

duzem alterações no sistema de coagulação do sangue e ao Laboratório de Imunoquímica, então chefiado pelo autor deste trabalho, a identificação de componentes mediadores da inflamação e a busca pelos processos de produção de um soro antilonômico. Caso o antiveneno fosse obtido, seria processado pela seção de soros do Instituto, e médicos do Hospital Vital Brasil, também em São Paulo, realizariam os testes pré-clínicos.

Em pouco mais de um ano, a equipe de Eva Kelen identificou fatores que afetam o sistema de coagulação. Ao mesmo tempo, Ana Cláudia R. M. Campos, orientanda de pós-graduação, obteve em coelhos e cavalos soros ricos em anticorpos que reconhecem e neutralizam componentes tóxicos do veneno. A caracterização parcial, imunoquímica e biológica, das fosfolipases A2 (enzimas que quebram fosfolipídios, levando à formação de compostos causadores de inflamação) presentes no extrato das cerdas da lagarta e a produção do soro formaram sua tese de mestrado, defendida no Instituto de Ciências Biomédicas da Universidade de São Paulo. A qualidade da tese levou a comissão examinadora a sugerir que também fosse apresentada, com alguns dados adicionais, ao doutorado.

O desenvolvimento do soro contra o veneno de *L. obliqua* foi relatado na revista *Toxicon* (v. 34-9, p. 1.045, 1996) pelos pesquisadores participantes: o autor, Ana Cláudia R. M. Campos, Luís R. C. Gonçalves, Maria Cristina C. Silva, G. Hisako Hisako, Ivone K. Yamagushi e Eva M. Kelen. Nos testes pré-clínicos, em pacientes com a síndrome induzida pelo contato com as taturanas, o soro produzido em cavalos conseguiu normalizar os níveis de fibrinogênio e o tempo de coagulação do sangue.

Em novembro do ano passado, pesquisadores e médicos dos estados do Sul do país, reunidos no Instituto Butantan em

um seminário sobre o envenenamento por *L. obliqua*, relataram os dados mais recentes sobre o problema:

1. A mariposa está em franco processo de expansão nos estados do Sul e prefere regiões que tenham rios, lagoas ou elevado índice de chuvas.

2. Estão sendo acumulados conhecimentos sobre a biologia do inseto, para permitir a reprodução de seu ciclo de vida em laboratório (figura 3).

3. A estrutura da cerda da lagarta está sendo investigada por microscopia, tanto a ótica tradicional quanto a eletrônica de varredura.

4. O extrato das cerdas apresenta pelo menos quatro atividades biológicas: fosfolipases A2, elementos ativadores/inativadores do sistema complemento (grupo de proteínas importantes para a ação dos anticorpos) e dois componentes que atuam sobre o sistema de coagulação do sangue.

5. O número de acidentes vem aumentando proporcionalmente à expansão do inseto: há relatos de casos nos estados de São Paulo e Amapá (figura 4).

6. A introdução do soro antilonômico corrigiu em tempo curto os distúrbios da coagulação do sangue e impediu novas mortes, segundo relato dos representantes das secretarias de Saúde de Paraná, Santa Catarina e Rio Grande do Sul.

O problema causado pelas lagartas de *L. obliqua* deixa claro que o convívio dos seres vivos entre si e com o meio ambiente tem desvios imprevisíveis. No caso, esse inseto, que tinha hábitos originais silvestres, passou a freqüentar áreas próximas às residências humanas. O Instituto Butantan, instituição de pesquisa e de produção na área de imunoderivados, respondeu rapidamente à necessidade de obter uma solução, desenvolvendo o processo de produção do soro específico.

Tem-se, porém, que interrupções no fluxo de apoio à pesquisa afetem essa capacidade de resposta. Se a formação de pesquisadores, a construção de sólida infra-estrutura de pesquisa e a obtenção de respeitabilidade científica requerem a conquista de jovens talentosos para a atividade, a destruição de tudo isso é rápida: basta que não se reconheça o papel da ciência na sociedade e se retire o apoio.

O dinamismo da vida no planeta, acelerado pelas próprias conquistas da ciência, surpreende a sociedade fazendo emergir problemas que exigem soluções científicas ou tecnológicas. Sem falar do vírus HIV, precisamos obter soluções para a malária, a esquistossomose, a doença de Chagas, as diarreias provocadas pela bactéria *Escherichia coli* patogênica, a reemergência da tuberculose, os prions, alguns vírus que antes estavam 'quietos' em seu habitat, o uso ou não de plantas transgênicas, várias doenças de vegetais e outros problemas. Portanto, se o sistema de pesquisa for destruído, as conseqüências serão imprevisíveis.

FONTE: CENTRO DE INFORMAÇÕES TOXICOLÓGICAS DO RIO GRANDE DO SUL

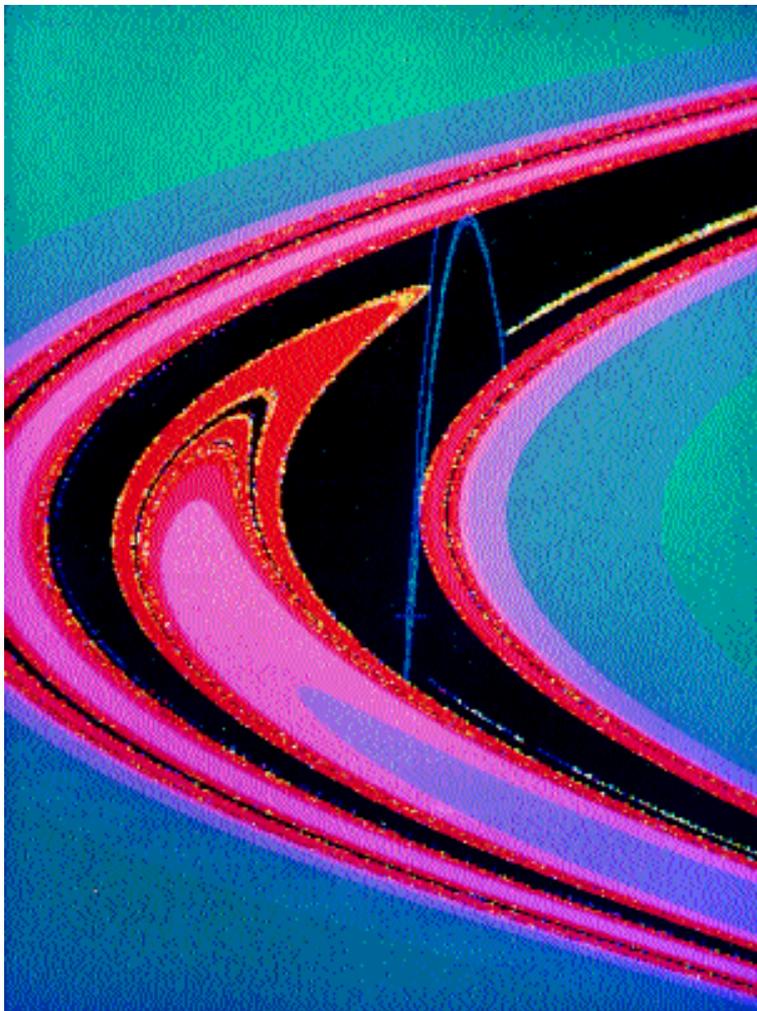


MATEMÁTICA Não há regra geral para determinar se sistemas dinâmicos são caóticos

O caos tem prova?

Alguns processos – físicos, biológicos etc. – modelados por simulações em computadores exibem comportamento imprevisível e aparentemente aleatório. Desde a descoberta do fenômeno, batizado de ‘caos’ determinístico, tornou-se um desafio provar matematicamente que as equações que descrevem tais processos realmente conduzem ao caos. Essa prova foi obtida para sistemas (de equações) específicos, mas não existe um método geral que possa ser aplicado a qualquer sistema dinâmico e permita descobrir se é ou não caótico.

Por **Newton da Costa**, do Departamento de Filosofia da Universidade de São Paulo, e **Francisco A. Doria**, do Departamento de Fundamentos da Comunicação da Universidade Federal do Rio de Janeiro.



Muitas pessoas já ouviram falar da teoria do caos, que trata do comportamento imprevisível observado em certos sistemas dinâmicos determinísticos. Antes de tratar do caos, no entanto, é preciso esclarecer que sistemas estamos considerando.

Um sistema é dinâmico quando as grandezas que o descrevem variam (ou, digamos, movem-se) ao longo do tempo. E um sistema assim é determinístico se, dado o ‘ponto de partida’ (as condições iniciais) do movimento, as equações do sistema permitem descrever com precisão a trajetória seguida.

Um sistema determinístico é caótico se, tomando-se duas trajetórias quaisquer desse sistema, com pontos de partida tão próximos quanto se queira,

tais trajetórias (apesar de muito próximas na origem) evoluem de modo totalmente independente e, em geral, afastam-se. São caóticos, em outras palavras, os sistemas determinísticos nos quais um erro muito pequeno, cometido ao ser fixado o ponto de partida, cresce rapidamente, em progressão geométrica, tornando-se logo um erro gigantesco, em comparação com o erro inicial.

É como se alguém programasse ir do Rio de Janeiro a Manaus e, por causa de um pequeno erro na partida, fosse parar no pólo Sul. Assim, o conhecimento de uma trajetória não revela nada sobre as que têm um ponto de partida vizinho.

Esse fenômeno foi descoberto pelo norte-americano Edward Lorenz em 1962, ao simular numeri-

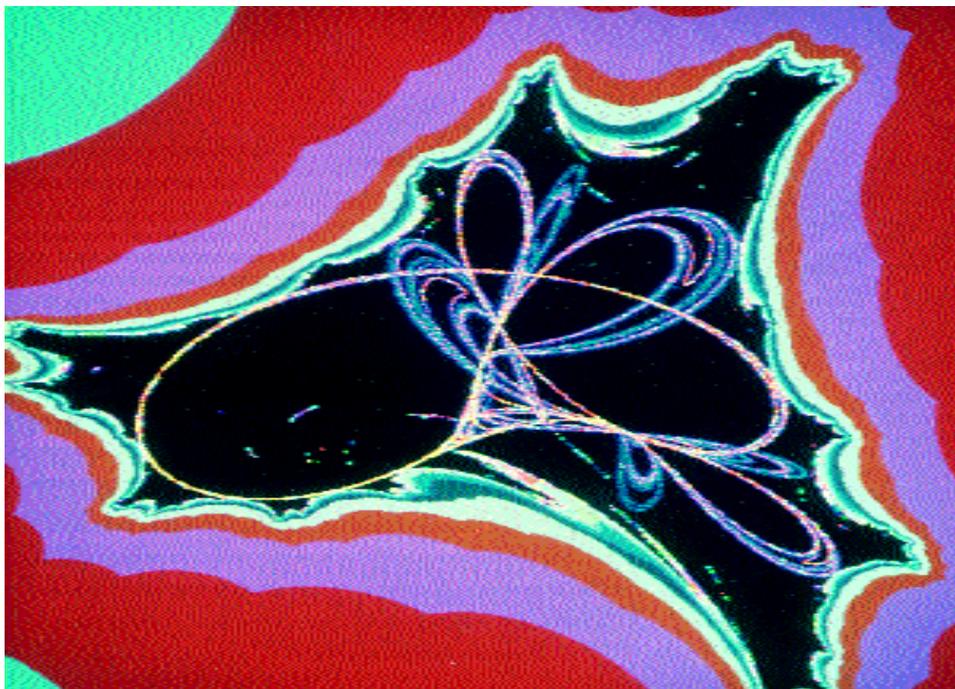
camente as soluções de um sistema de equações diferenciais – uma versão muito simplificada das equações da hidrodinâmica aplicadas à meteorologia. Nos anos seguintes surgiram outros exemplos de caos determinístico: em astronomia, o sistema do francês Michael Hénon, e em ecologia de populações, os exemplos do australiano Robert May e do norte-americano Mitchell Feigenbaum. Todos obtidos a partir de simulações numéricas, nas quais o comportamento caótico podia ser esperado.

Sistemas provavelmente caóticos

A observação do fenômeno em diferentes sistemas dinâmicos fez com que se tentasse ‘provar’ matematicamente a existência do caos, mas logo verificou-se que essa era uma tarefa muito difícil. Apenas em 1975 os físicos Tien-Yien Li e James Yorke, da Universidade de Maryland, obtiveram as condições para caos em sistemas ‘iterados’ unidimensionais (com apenas uma variável). Sistemas iterados são aqueles cuja solução depende de uma seqüência de equações nas quais o objeto de cada uma é o resultado da equação imediatamente anterior.

O sistema de Hénon resistiu até 1992, quando Michael Benedicks e Lennart Carleson obtiveram a prova de que é caótico. Em 1995, Marian Mrozek confirmou que o sistema de Lorenz é caótico, usando uma prova computacional – prova que, por ter partes muito longas, é feita com a ajuda de um computador. Verificou-se que é muito difícil provar a existência do caos em um sistema, e que a prova de um caso específico aparentemente não serve para outros, ainda que semelhantes.

Representações visuais de equações caóticas



Tal dificuldade levou o matemático Morris Hirsch, da Universidade da Califórnia (em Berkeley), a formular em 1983 o chamado ‘problema de decisão para o caos’: “Um importante desafio aos matemáticos consiste em obter um modo geral de determinar quais sistemas dinâmicos são caóticos e quais não o são. Idealmente deveríamos partir da forma das equações do sistema.”

Esse problema foi resolvido por dois matemáticos brasileiros – os autores deste artigo – em 1990 (a solução foi publicada em 1991).

Complicações em torno das provas

Uma prova matemática é um argumento com estrutura bem definida. Como no exemplo: “Está chovendo. Se está chovendo, vai esfriar. Logo, vai esfriar.” Ou nesse outro: “A é B e B é C. Logo, A é C.” A estrutura do primeiro chama-se *modus ponens*, enquanto o segundo exibe uma ‘propriedade transitiva’. Provas só têm sentido dentro de ‘sistemas axiomáticos’, ou seja, sistemas baseados em certos pontos de partida (axiomas). A partir desses axiomas, e usando argumentos cuidadosamente descritos, são deduzidos os ‘teoremas’ da teoria.

Um sistema axiomático forte o suficiente para abranger toda a matemática atual é o de Zermelo-Fraenkel, desenvolvido nas primeiras décadas deste século por vários matemáticos, em especial o alemão Ernst Zermelo e o israelense Abraham Fraenkel.

Só que, em 1931, o austríaco Kurt Gödel (1906-1978) demonstrou que sistemas como o de Zermelo-Fraenkel, se forem consistentes (sem contradições internas), são incompletos (contêm afirmações que não podem ser provadas nem desprovadas). Pior: em consequência do que Gödel mostrou, sabe-se que é impossível demonstrar a consistência de Zermelo-Fraenkel usando o próprio sistema. Para isso é necessário um sistema mais ‘forte’.

O problema de Hirsch e o fenômeno de Gödel

Em 1988, lançamos a conjectura de que o problema de Hirsch seria insolúvel e provavelmente relacionado ao fenômeno de Gödel. Isso quer dizer, em primeiro lugar, que não existiria uma receita geral, uma ‘fórmula’ (em termos técnicos, um ‘algoritmo’) para separar sistemas caóticos de não-caóticos. Em segundo lugar, que existiria um sistema X com o qual poderíamos formar a sentença ‘ X

é caótico' e essa sentença, assim como sua negação, seriam indemonstráveis.

A prova dessa conjectura foi obtida em 1990. Como fizemos isso? Mostramos de início que em matemática existem certas expressões muito simples, em alguns casos (quase) apenas aritméticas, cujos valores não podem ser calculados. Pode ser impossível, por exemplo, responder à pergunta: "A expressão numérica $q(n)$ é igual a 0 ou 1?"

Chegar a essas expressões mais simples foi o passo crucial da prova, e até elas o percurso foi complicado. Dependemos inclusive da solução de um (o décimo) dos problemas lançados em 1900 pelo matemático alemão David Hilbert (1862-1943), e também de certas técnicas de computação algébrica desenvolvidas nos anos 60 e 70.

Do problema de Hilbert ao resultado

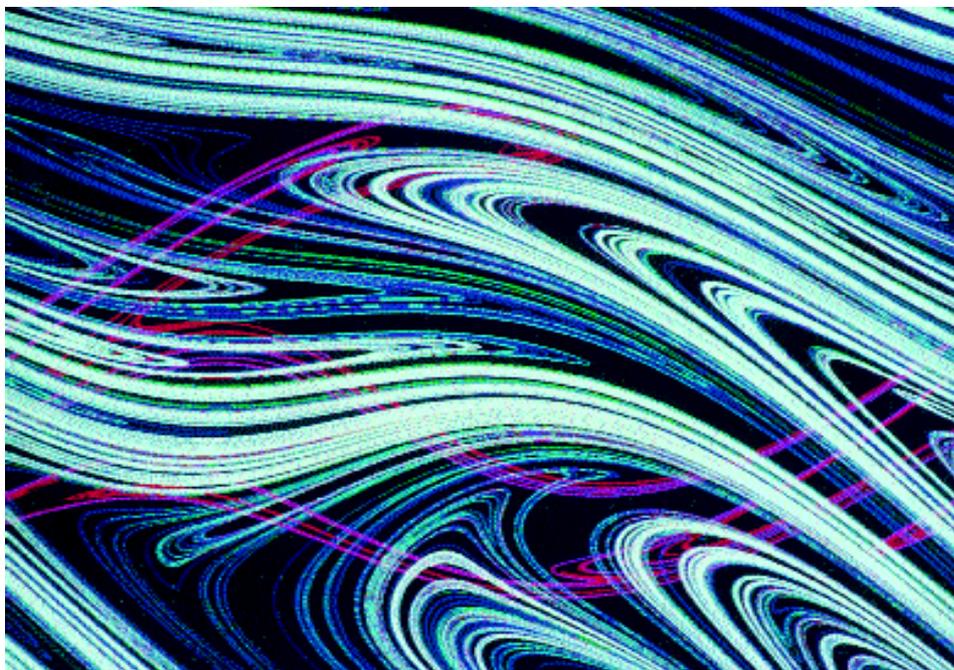
Nosso raciocínio foi o seguinte:

Desde que o matemático inglês Alan Turing (1912-1954) descreveu, em 1936, modelos idealizados de aparelhos de cálculo (base teórica da construção dos atuais computadores), sabemos que existem 'máquinas universais', capazes de simular qualquer computação. Todo computador concreto é, em tese, uma máquina universal, supondo-se que sua memória RAM possa ser expandida indefinidamente.

Da solução do problema de Hilbert, obtida em 1970 pelo russo Iuri Matyashevich a partir dos trabalhos dos norte-americanos Martin Davies e Julia Robinson, sabemos que a toda máquina universal corresponde uma 'equação diofantina universal' (um tipo de equação algébrica), que terá soluções se e somente se a máquina universal correspondente concluir algum cálculo. Em caso contrário a máquina nunca pára, entra em um *loop* infinito.

Das equações diofantinas passamos às equações algébricas usuais através do processo denominado 'transformação de Richardson'. Assim, foi possível representar a máquina universal através de uma equação algébrica que envolve polinômios, senos, cossenos e o número p .

Isso permitiu converter as propriedades da máquina universal em expressões comuns da linguagem da física, a análise clássica. Reproduzimos, em especial, as muitas propriedades não-computáveis da máquina universal de Turing dentro da teoria dos



sistemas caóticos. Com isso, obtivemos o seguinte resultado:

"Não há nenhuma 'receita' geral (algoritmo) para determinar, dadas as equações de um sistema dinâmico, se este é caótico ou não, para qualquer definição de caos. No âmbito da teoria axiomática dos conjuntos, se essa teoria for consistente, então haverá um sistema X tal que as sentenças ' X é caótico' e ' X não é caótico' são indemonstráveis."

Uma prova com muitas aplicações

O resultado obtido é muito mais geral do que parece, aplicando-se a outras propriedades dos objetos matemáticos. Um exemplo: como saber se certo número real é 'algébrico' (está entre as soluções de alguma equação algébrica de coeficientes inteiros, como $x^2 - 3x + 2 = 0$) ou 'transcendente' (não-algébrico)? Isso é impossível, no caso geral. Ou seja, não há uma receita geral para saber isso.

Uma aplicação interessante, obtida também pelos autores em 1994, tem a ver com o mundo real da economia: os economistas Kenneth Arrow e Gérard Debreu mostraram, em 1952, que para mercados competitivos sempre existirão preços de equilíbrio, que levam ao ajuste de oferta e procura. Só que quase nunca é possível calcular tais preços de equilíbrio. Não há um modo geral para saber se o mercado chegou ou não ao equilíbrio. Isso esvazia as pretensões de muita ideologia econômica vigente.

Atualmente, essa prova matemática do caos também vem influenciando o desenvolvimento de uma teoria da computação mais 'forte' que a atual, o que poderá levar a desdobramentos importantes em diversas áreas do conhecimento. ■