

## ANÁLISE HARMÔNICA DAS TEMPERATURAS MÍNIMAS E MÁXIMAS MÉDIAS MENSAIS PARA O ESTADO DO RIO GRANDE DO SUL

*Milena Machado João<sup>1</sup>, Gilberto Barbosa Diniz<sup>2</sup>, João Baptista da Silva<sup>3</sup>*

<sup>1</sup>Engenheira Civil, Licenciada em Física, Mestra em Ciências, Professora do Instituto Federal Sul-rio-grandense (IFSul), Pelotas, RS, Brasil.

[milenamj@pelotas.ifsul.edu.br](mailto:milenamj@pelotas.ifsul.edu.br)

<sup>2</sup>Meteorologista, Doutor em Meteorologia, Professor adjunto da Faculdade de Meteorologia, Centro de Pesquisas e Previsão Meteorológicas/UFPeL.

[gilberto@ufpel.edu.br](mailto:gilberto@ufpel.edu.br)

<sup>3</sup>Engenheiro Agrônomo, Livre Docente, Doutor em Ciências, Professor Titular (Aposentado) do Instituto de Física e Matemática da UFPeL, Bolsista do CNPq.

[jbs39@terra.com.br](mailto:jbs39@terra.com.br)

### RESUMO

Neste trabalho constituíram-se modelos matemáticos referentes às temperaturas mínimas e máximas médias mensais, para três localidades do Estado do Rio Grande do Sul. Foi aplicada a técnica da análise harmônica para a identificação dos harmônicos existentes e sua importância na composição dos modelos. Utilizou-se dados de 85 anos, de 1918 a 2002, para a análise harmônica e composição dos modelos, e 5 anos, de 2003 a 2007, para verificar a capacidade dos modelos na previsão de novos conjuntos de valores. Os resultados das análises realizadas indicaram um bom desempenho dos modelos para representar a variação entre os dados mensais de temperaturas mínimas e máximas e, também, como previsores confiáveis do comportamento de novos conjuntos destas variáveis.

**Palavras chaves:** Regressão Periódica, Tendência Linear, Iraí, Santana do Livramento, Pelotas, Previsão.

## HARMONIC ANALYSIS OF THE MONTHLY MINIMUM AND MAXIMUM TEMPERATURE IN THE STATE OF RIO GRANDE DO SUL

### ABSTRACT

In this work, mathematical models have been built to refer minimum and maximum temperature monthly averages, for three meteorological stations of the State of Rio Grande do Sul. For that goal, harmonic analysis technique has been applied for the identification of existing harmonics and their importance in the composition of the models for each station. Data corresponding to an 85-year period, from 1918 to 2002, have been used for the harmonic analysis and composition of the models, and a 5-year period, from 2003 to 2007, for to verify the capacity of the models in the forecast of new groups of values. The analyses carried through have indicated a good performance of the models to represent the variation among the monthly data of minimum and maximum temperatures and, also as a forecast reliable of the behavior of new groups of these variable.

**Key words:** Periodic Regression, Linear Trend, Iraí, Santana do Livramento, Pelotas, Forecast.

### 1. INTRODUÇÃO

A Análise Harmônica ou Análise de Fourier é uma técnica utilizada para o estudo de fenômenos periódicos ou quase periódicos. Ela permite decompor uma série de dados ordenados no tempo em componentes independentes chamadas harmônicas. Uma grande e larga classe de aplicações dessa metodologia científica são encontradas em pesquisas nos mais diversos ramos do conhecimento.

Bliss (1958) justificou o uso da análise harmônica a dados com tendências cíclicas, tanto no campo da Biologia como da Climatologia. Salientou, a necessidade de verificação da homogeneidade de variâncias e da normalidade dos dados previamente à análise harmônica.

Amaral (1968) utilizou a análise harmônica para estudo de dados mensais de precipitação em Pelotas-RS, de 1900 a 1951, e Morro Velho-MG, período de 1855 a 1951. O autor constatou que em Pelotas-RS, município sujeito à influência marítima e a frentes polares, a síntese das ondas é composta pelas ondas anual, semestral e quadrimestral. Diferentemente, em Morro Velho-MG, como é típico de um clima tropical continental a variação entre os meses corre por conta da onda anual com 99,3%. Para Morro Velho-MG, Amaral precisou efetuar uma transformação dos dados originais, através da equação  $Z=X^{0,351}$ , com o objetivo de homogeneizar as variâncias e normalizá-los.

No mundo inteiro, uma preocupação geral sobre a variabilidade do tempo e do clima cresce nos últimos anos, desta maneira, estudos dessa natureza, tornam-se relevantes, principalmente a construção de modelos que nos permitam o conhecimento do regime de temperatura, pois além de se tratar de um elemento climático que influencia diretamente as diversas atividades humanas é uma ferramenta essencial para tomada de decisões.

Este trabalho tem como objetivo estabelecer, através da análise harmônica, modelos que possam representar o comportamento das temperaturas máxima e mínima médias mensais, e verificar se os modelos estabelecidos permitem estimar adequadamente valores futuros destas variáveis.

## 2. MATERIAL E MÉTODOS

### 2.1 DADOS

Foram utilizados, dados de médias mensais de temperaturas máxima e mínima medidas nas estações meteorológicas de Iraí, Santana do Livramento e Pelotas, no período de 1918 a 2007, (90 anos de dados). Para cada estação meteorológica estudada, foram utilizados dados de 85 anos, de 1918 a 2002, para a análise harmônica e composição dos modelos e 5 anos, de 2003 a 2007, para verificar a adequabilidade dos modelos matemáticos, sugeridos pelos estudos, como previsor de valores futuros destas variáveis.

Os dados foram obtidos junto ao Instituto Nacional de Meteorologia – INMET (8<sup>o</sup> Distrito de Meteorologia – Porto Alegre) do Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento (MAPA).

## 2.2 TRANSFORMAÇÃO DOS DADOS

As médias das temperaturas máxima e mínima, que serviram de base para o trabalho, foram inicialmente ajustadas para meses de trinta dias, e a seguir submetidos a testes para verificar sua homogeneidade de variâncias e normalidade, procedimentos indicados por Bliss (1958) e Amaral (1968).

Considerado que o comportamento de um evento climatológico ao longo do tempo pode resultar da ação de três componentes: a tendência, vários componentes periódicos ou cíclicos e a aleatoriedade, foi necessário, antes de aplicar a técnica da análise harmônica, verificar também se existia tendência na série temporal, se existir tendência o coeficiente angular da reta ajustada aos dados é significativo e, neste caso, a tendência deverá ser eliminada antes de se proceder a análise harmônica. Assim, a parte restante da série de eventos consistirá então das componentes periódicas e casuais (série quase periódica).

## 2.3 ANÁLISE HARMÔNICA

A equação utilizada para realizar a análise de Fourier ou análise harmônica dos dados de temperaturas máxima e mínima para as localidades selecionadas do Estado do Rio Grande do Sul, foi obtida de Baptista da Silva (1977):

$$Y_t = a_0 + a_1 \text{sen}(wt + A_1) + a_2 \text{sen}(2wt + A_2) + \dots + a_k \text{sen}(kwt + A_k) \quad 1$$

Onde:

$a_0$  = valor médio

$a_1, a_2, a_3, \dots, a_k$  = amplitudes das harmônicas

$A_1, A_2, A_3, \dots, A_k$  = ângulos fase das harmônicas

$K$  = k-ésima ordem da onda senoidal (da harmônica)

$w = 360 / T = 2\pi / T =$  frequência angular

$t =$  tempo ( $t = 0, 1, 2, \dots, T-1$ )

$T =$  subdivisões do período fundamental = período da função original

Os parâmetros do modelo apresentados na equação (1) são as amplitudes  $a_k$  e os ângulos fase  $A_k$ . Desenvolvendo a equação (1) através da relação:

$$\text{sen}(a + b) = \text{sen}(a)\cos(b) + \text{sen}(b)\cos(a)$$

e, usando as transformações dos parâmetros  $A_k$  e  $a_k$  em  $p_k$  e  $q_k$ , de acordo com a representação gráfica da figura 1, dadas por:

$$p_1 = a_1 \text{sen} A_1 \dots \dots \dots q_1 = a_1 \cos A_1$$

$$p_2 = a_2 \text{sen} A_2 \dots \dots \dots q_2 = a_2 \cos A_2$$

$$p_k = a_k \text{sen} A_k \dots \dots \dots q_k = a_k \cos A_k$$

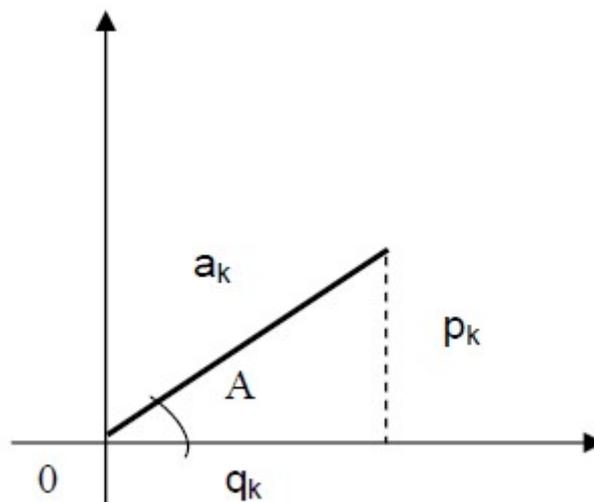


Figura 1 – Representação gráfica de  $A_k$ ,  $a_k$ ,  $p_k$  e  $q_k$ .

Fazendo-se  $a_0 = p_0$ , obtém-se:

$$Y_t = p_0 + q_1 \text{sen } wt + p_1 \cos wt + q_2 \text{sen } 2wt + p_2 \cos 2wt + q_k \text{sen } kwt + p_k \cos kwt$$

Agrupando-se os  $p_k$  e  $q_k$  e considerando-se uma série finita de  $N$  dados, obtém-se na forma sintetizada a análise harmônica da série que é constituída, portanto, de uma série finita de somas de senos e co-senos. A previsão do valor do elemento climático para cada mês será, obtida pela soma algébrica, na forma:

$$Y_t = p_0 + \sum_{k=1}^m [p_k \cos(kwt) + q_k \text{sen}(kwt)]$$

Onde “m” é a maior ordem de harmônica para uma série finita de dados assumindo valores de  $m=T/2$ , quando T é par e  $m=(T-1)/2$ , quando T for impar. Sendo T o período fundamental. Esse período é igual ao comprimento da série ( $T=N$ ). Em nosso caso, (temperaturas médias mensais) o período T igual a 12 meses, ou seja, o mês será considerado como unidade de tempo. Assim, a variação anual da temperatura máxima e mínima média mensal será decomposta em 6 ( $m=T/2$ ) ondas senoidais de períodos 12, 6, 4, 3, 2,4 e 2 meses.

Os coeficientes  $p_0$ ,  $p_k$  e  $q_k$  serão calculados pelas equações:

$$p_0 = \bar{Y}$$

$$p_k = \frac{1}{6} \sum_{t=0}^{t=11} \left[ Y_t \cos\left(\frac{\pi}{6} kt\right) \right]$$

$$q_k = \frac{1}{6} \sum_{t=0}^{t=11} \left[ Y_t \text{sen}\left(\frac{\pi}{6} kt\right) \right]$$

Com  $K = 1, 2, 3, 4, 5$ . e ainda

$$p_{(6)} = \frac{1}{12} \sum_{t=0}^{t=11} Y_t \cos(\pi t)$$

$$q_{(6)} = 0$$

Após serão determinadas a amplitude ( $a_k$ ) de cada harmônica e a fração da variação total explicada por cada harmônica ( $\text{var}_k$ ), pelas seguintes equações:

$$a_k = \sqrt{p_k^2 + q_k^2}$$

$$\text{Var}_k = \frac{a_k^2}{2\sigma^2}$$

onde  $\sigma^2$  representa a variância da série.

Se todas as harmônicas forem computadas e então adicionadas à média, o resultado é exatamente o dado original do evento analisado. Mas nem sempre é necessário a utilização de todas as harmônicas porque, em geral, as primeiras já

explicam a maior proporção da variação total dos dados. A seleção das ondas utilizadas na composição do modelo foi feita de modo que cada modelo está composto por um número de ondas adequado para garantir uma boa representatividade dos dados,  $r^2 \geq 90\%$ , sem excessiva complexidade.

## 2.4 TESTE t.

Os modelos, para previsão da série de temperaturas médias mensais mínimas e máximas, foram testados quanto ao desempenho através do teste “t”, envolvendo os indicadores estatísticos RMSE ( root mean square error) e MBE (mean bias error). A estatística “t”, usada por Togrul e Togrul (2002), é assim definida:

$$t = \sqrt{\frac{(n-1)MBE^2}{RMSE^2 - MBE^2}} \quad 2$$

Onde:

$$RMSE = \sqrt{\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_i^2\right)}$$

$$MBE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_i$$

Sendo,  $n$  o número de dados e  $d_i$  a diferença entre o valor estimado pelo modelo e o valor observado.

Os valores estimados pelo modelo serão significativos, ou seja, o modelo ajusta-se aos dados, quando o valor de “t” calculado for menor que o valor de “t” tabelado, para  $n-1$  graus de liberdade, no nível de significância escolhido.

## 3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

### 3.1 HOMOGENEIDADE DE VARIÂNCIAS E NORMALIDADE DOS DADOS

Através do teste de Cochran, verificou-se que para as estações de Iraí e Pelotas, o teste foi não significativo ao nível de 5%, ou seja, as variâncias podem ser consideradas homogêneas. Para a estação de Santana do Livramento o teste

mostrou-se significativo ao nível de 5%, tanto para as série de temperaturas mínimas quanto para a série de temperaturas máximas. Desta forma, procedeu-se uma transformação dos dados para esta estação. As transformações sugeridas pelos estudos, visando a homogeneidade de variâncias, foi  $Z = 0,1Y^{1,51}$  para a série de temperaturas mínimas médias mensais e  $Z = Y^{0,5}$  para a série de temperaturas máximas médias mensais.

A normalidade dos dados foi verificada através do teste de Shapiro-Wilk (SHAPIRO, 1990). Os resultados nos permitiram considerar estas séries aproximadamente normais, visto que na maioria dos meses a normalidade foi alcançada.

## 3.2 ESTACIONARIEDADE

Para a tendência linear, verificou-se que o grau de significância do coeficiente de regressão linear, ao nível de 5%, foi altamente significativo, para as séries de temperaturas mínimas médias mensais, havendo portanto a necessidade de eliminá-la para obter uma série estacionária, requisito necessário a aplicação da análise harmônica. Para eliminá-la, foi aplicado o método da regressão. As equações da regressão linear estimada para as três estações selecionadas, foram:

a) Iraí  $Y = 0,003x + 11,965$

b) Santana do Livramento  $Z = 0,0007x + 4,326$

c) Pelotas  $Y = 0,0021x + 11,752$

De acordo com os coeficientes angulares de cada equação de regressão linear verifica-se que em 1080 meses (90 anos) a temperatura mínima média mensal apresentou um acréscimo de  $3,24^{\circ}\text{C}$  na estação de Iraí,  $0,76^{\circ}\text{C}$  em Santana do Livramento (valores transformados correspondente a  $1,36^{\circ}\text{C}$  nos valores originais) e de  $2,27^{\circ}\text{C}$  em Pelotas.

Para as séries temporais das temperaturas máximas médias mensais verificou-se que o coeficiente de regressão linear não foi significativo, ao nível de

5%, o que nos permitiu considerar as três séries estacionárias. As equações de regressão linear estimadas para as três estações selecionadas, foram

a) Iraí  $Y = 0,0007x + 26,271$

b) Livramento  $Z = -0,0001x + 4,902$

c) Pelotas  $Y = -0,0001x + 22,862$

Assim, as atuais séries das temperaturas mínimas e máximas médias mensais apresentam as propriedades de homogeneidade de variâncias, normalidade e estacionariedade, condições necessárias, segundo Bliss (1958), Amaral (1968), Baptista da Silva (1977) e Morettin (2004), para a aplicação da análise harmônica.

### 3.3 ANÁLISE HARMÔNICA

As análises harmônicas das médias das temperaturas mínima e máximas médias mensais para o período de 1918 a 2002, foram realizadas conforme descrito no item 2.3. Sendo o período fundamental  $T$  de 12 meses e a frequência angular  $w$  igual a  $2\pi/T = 0,5236$  e  $m = 6$  a ordem da maior harmônica a ser estimada.

#### 3.3.1 ANÁLISE HARMÔNICA DAS TEMPERATURAS MÍNIMAS MÉDIAS MENSAIS

Sendo  $P_o$  a média geral da temperatura mínima média mensal, tem-se que:

Para a Estação de Iraí:  $P_o = \bar{Y}_t = 11,951 \text{ } ^\circ\text{C}$

Para a Estação de Livramento:  $P_o = \bar{Z}_t = 4,319 \text{ } ^\circ\text{C}$

Para a Estação de Pelotas:  $P_o = \bar{Y}_t = 11,756 \text{ } ^\circ\text{C}$

Os resultados dos parâmetros  $p_k$  e  $q_k$ , das amplitudes  $a_k$  e os valores das frações da variação total explicada por cada harmônica  $Var_k$ , para cada estação estudada, são apresentados nas tab. 1, 2 e 3.

**Tabela 1 – Valores dos coeficientes resultantes da análise harmônica das médias da temperatura mínima média mensal de Iraí –RS, período de 1918 a 2002.**

k =	1	2	3	4	5	6
$P_k$	5,027	-	-	-	-	-
$Q_k$	0,504	0,815	0,380	0,124	0,293	0,000
$a_k$	5,052	0,815	0,382	0,249	0,307	0,132
$Var_k$	0,962	0,025	0,005	0,002	0,004	0,001
$Var_k(\text{acum.})$	0,962	0,987	0,993	0,995	0,999	0,999

**Tabela 2 – Valores dos coeficientes resultantes da análise harmônica das médias da temperatura mínima média mensal de Santana do Livramento –RS, período de 1918 a 2002.**

k =	1	2	3	4	5	6
$P_k$	2,723	0,245	-	-	-	-
$Q_k$	0,368	0,408	0,214	0,128	0,128	0,000
$a_k$	2,748	0,476	0,214	0,161	0,173	0,063
$Var_k$	0,957	0,029	0,006	0,003	0,004	0,000
$Var_k(\text{acum.})$	0,957	0,986	0,992	0,995	0,999	1,000

**Tabela 3 – Valores dos coeficientes resultantes da análise harmônica das médias da temperatura mínima média mensal de Pelotas –RS, período de 1918 a 2002.**

k =	1	2	3	4	5	6
$P_k$	5,184	0,014	-0,007	-0,135	-0,168	-0,144
$Q_k$	0,827	0,837	0,342	0,200	0,204	0,000
$a_k$	5,250	0,837	0,342	0,241	0,264	0,144
$Var_k$	0,965	0,025	0,004	0,002	0,002	0,001
$Var_k(\text{acum.})$	0,965	0,990	0,994	0,996	0,999	0,999

### 3.3.2 MODELOS

De acordo com as tab. 1, 2 e 3 a primeira harmônica, ou a onda fundamental, de período  $T = 12$ , explica 96% da variação total, porém não é comum ocorrer em Meteorologia modelos construídos de uma única onda (Brooks & Carruthers, 1953, citado por Baptista da Silva 1991). Assim, os modelos para descrever o comportamento da componente determinística, da série temporal das temperaturas mínimas médias mensais, para as estações selecionadas, foram construídos utilizando-se a primeira e a segunda harmônica, as quais juntas, explicam 99% da variação total dos dados.

Na tentativa de verificar a adequabilidade dos modelos para novos conjuntos de observações, que não participaram de suas estimativas (período de 2003 a 2007), calcularam-se os coeficientes de determinação entre os valores estimados pelos modelos e aqueles observados na média dos últimos 5 anos (série sem tendência). Os coeficientes de determinação,  $r^2$ , foram de 0,93 (Iraí), 0,96 (Livramento) e 0,98 (Pelotas) indicando um bom ajuste dos modelos para a previsão da componente determinística da série temporal.

Na versão final dos modelos, acrescentou-se a estimativa da tendência, que foi eliminada dos dados na busca da estacionariedade exigida pela análise harmônica e, realizou-se, quando necessário, a transformação inversa. Assim, as equações dos modelos para as séries temporais da temperatura mínima média mensal, serão:

Para Iraí:

$$Y_t = 11,951 + 5,027 \cos(0,5236t) + 0,504 \sin(0,5236t) - 0,009 \cos(1,0472t) + 0,815 \sin(1,0472t) + 0,003(1020 + h)$$

Para Santana do Livramento:

$$Z_t = 4,319 + 2,723 \cos(0,5236t) + 0,368 \sin(0,5236t) + 0,245 \cos(1,0472t) + 0,408 \sin(1,0472t) + 0,0007(1020 + h)$$

Para Pelotas:

$$Y_t = 11,756 + 5,184 \cos (0,5236t) + 0,827 \sin (0,5236t) + 0,014 \cos (1,0472t) + 0,837 \sin (1,0472t) + 0,0021(1020 + h)$$

Onde:

$h$  = número de meses a frente do modelo (dezembro de 2002 = 1020).

$t$  = variando de 0 a 11 conforme o mês da previsão (janeiro  $t = 0$ , fevereiro  $t = 1$ , março  $t = 2$  e, assim, sucessivamente).

$$Z_t = 0,1 Y_t^{1,51}$$

Os valores estimados pelos modelos, foram comparados com os valores mensais referentes aos últimos 5 anos (2003 a 2007), e apresentados nas Fig. 2, 3 e 4, onde se pode verificar que a concordância entre os valores estimados e os valores observados foi bastante satisfatória.

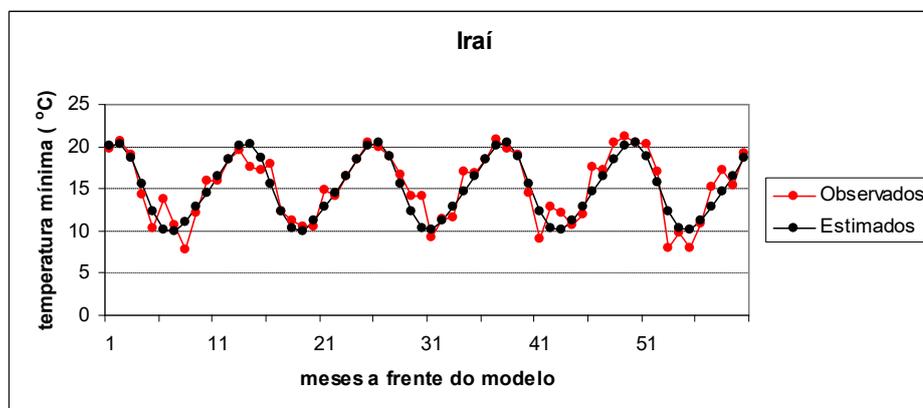


Figura 2- Valores observados das temperaturas mínimas médias mensais (°C) na estação de Iraí-RS (pontos vermelhos) e valores estimados pelo modelo (pontos pretos), para o período de 2003/2007.

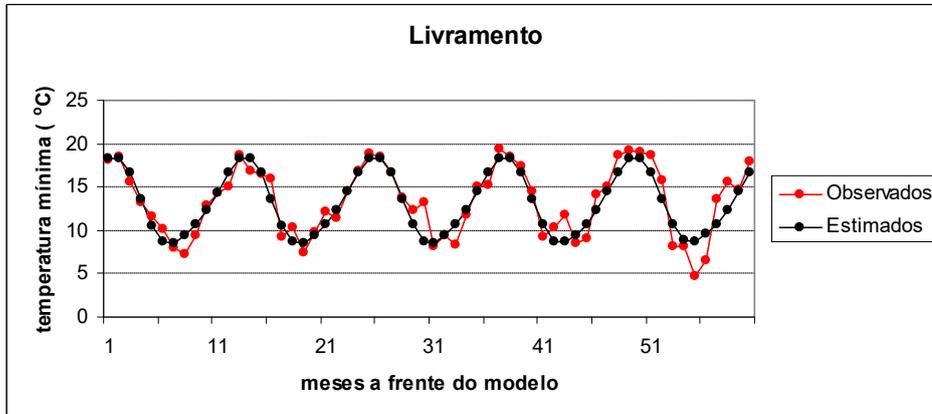


Figura 3- Valores observados das temperaturas mínimas médias mensais (°C) na estação de Livramento-RS (pontos vermelhos) e valores estimados pelo modelo (pontos pretos), para o período de 2003/2007.

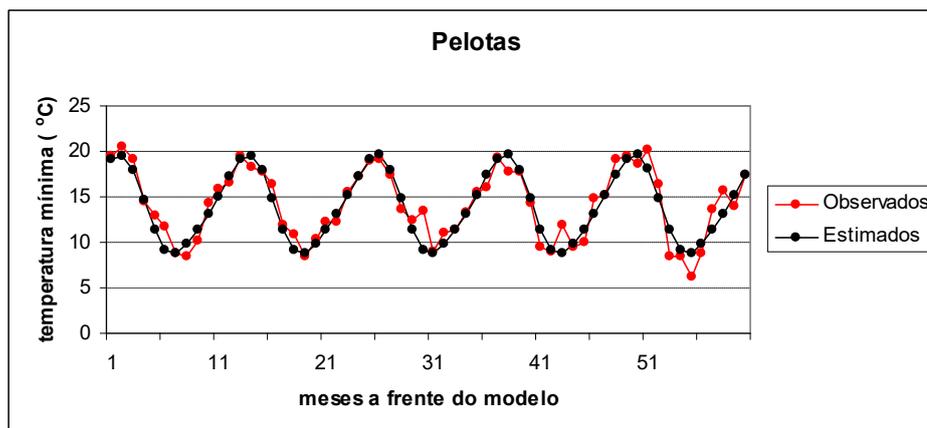


Figura 4- Valores observados das temperaturas mínimas médias mensais (°C) na estação de Pelotas-RS (pontos vermelhos) e valores estimados pelo modelo (pontos pretos), para o período de 2003/2007.

Os coeficientes de determinação,  $r^2$ , entre os valores estimados pelos modelos e aqueles observados na média mensal, dos últimos 5 anos, foram de 0,82 (Iraí), 0,84 (Livramento) e 0,87 (Pelotas). Considerando-se que os modelos foram ajustados para um conjunto de dados (1918 a 2002) e que os novos valores observados correspondem a um período distinto daquele (2003 a 2007) pode-se aceitar como muito bom o ajuste dos modelos (previsão).

### 3.3.3 TESTE t

O valor de t tabelado, para 59 graus de liberdade ao nível de 5 % (teste bilateral) é igual a 2,00. Portanto, conforme tab. 4, conclui-se que o valor de t é não significativo, indicando que os modelos se ajustaram adequadamente aos dados observados, podendo ser utilizados na previsão.

Tabela 4 –Valores dos parâmetros RMSE e MBE e do teste t, para as localidades de Iraí, Santana do Livramento e Pelotas.

	RMSE	MBE	t
IRAÍ	1,644	0,187	0,882
LIVRAMENTO	1,573	0,189	0,928
PELOTAS	1,386	0,202	1,129

### 3.3.4 ANÁLISE HARMÔNICA DAS TEMPERATURAS MÁXIMAS MÉDIAS MENSAIS

Sendo  $P_0$  a média geral da temperatura máxima média mensal, tem-se que:

Para a Estação de Iraí:  $P_0 = \bar{Y}_t = 26,632 \text{ } ^\circ\text{C}$ .

Para a Estação de Livramento:  $P_0 = \bar{Z}_t = 4,840 \text{ } ^\circ\text{C}$ .

Para a Estação de Pelotas:  $P_0 = \bar{Y}_t = 22,778 \text{ } ^\circ\text{C}$ .

Nas tab. 5, 6 e 7 encontram-se os resultados dos cálculos dos parâmetros  $p_k$  e  $q_k$ , das amplitudes  $a_k$  e os valores das frações da variação total explicada por cada harmônica  $\text{Var}_k$ .

Tabela 5 – Valores dos coeficientes resultantes da análise harmônica das médias da temperatura máxima média mensal de Iraí-RS, período de 1918 a 2002.

k =	1	2	3	4	5	6
$P_k$	5,807	0,100	0,214	0,396	0,208	0,216
$Q_k$	0,118	0,925	0,169	0,344	0,531	0,000
$a_k$	5,808	0,931	0,273	0,525	0,570	0,216
$\text{Var}_k$	0,954	0,024	0,002	0,008	0,009	0,001
$\text{Var}_k(\text{acum.})$	0,954	0,978	0,980	0,988	0,997	0,999

**Tabela 6 – Valores dos coeficientes resultantes da análise harmônica das médias da temperatura máxima média mensal de Santana do Livramento–RS, período de 1918 a 2002.**

k =	1	2	3	4	5	6
$P_k$	0,686	- 0,007	0,005	- 0,033	- 0,022	- 0,018
$Q_k$	0,029	0,072	0,005	0,043	0,047	0,000
$a_k$	0,686	0,072	0,007	0,054	0,052	0,018
$Var_k$	0,976	0,011	0,000	0,006	0,006	0,001
$Var_k(\text{acum.})$	0,976	0,987	0,987	0,993	0,999	0,999

**Tabela 7 – Valores dos coeficientes resultantes da análise harmônica das médias da temperatura máxima média mensal de Pelotas–RS, período de 1918 a 2002.**

k =	1	2	3	4	5	6
$P_k$	5,508	0,084	- 0,020	- 0,274	- 0,206	- 0,207
$Q_k$	1,119	0,660	0,143	0,377	0,476	0,000
$a_k$	5,621	0,665	0,145	0,466	0,519	0,207
$Var_k$	0,968	0,014	0,001	0,007	0,008	0,001
$Var_k(\text{acum.})$	0,968	0,982	0,982	0,989	0,997	0,999

### 3.3.5 Modelos

De acordo com as tab. 5, 6 e 7 a primeira harmônica, ou a onda fundamental, de período  $T=12$ , explica mais de 96% da variação total, porém os modelos foram feitos utilizando-se a primeira e a segunda harmônica, procedimento indicado por Brooks & Carruthers (1953 citado por Baptista da Silva, 1991).

Desta forma, as equações dos modelos estimados para um ano médio serão:

Para a estação de Iraí:

$$Y_t = 26,632 + 5,807\cos(0,5236t) - 0,118\sin(0,5236t) - 0,100\cos(1,0472t) + 0,925\sin(1,0472t)$$

Para a estação de Santana do Livramento:

$$Z_t = 4,840 + 0,686 \cos (0,5236t) + 0,029 \sin (0,5236t) - 0,007 \cos (1,0472t) + 0,072 \sin (1,0472t)$$

Onde:

$$Z_t = Y_t^{0,5}$$

Para a estação de Pelotas:

$$Y_t = 22,778 + 5,508 \cos (0,5236t) + 1,119 \sin (0,5236t) + 0,084 \cos (1,0472t) + 0,660 \sin (1,0472t)$$

Nas Fig. 5, 6 e 7 estão os gráficos referentes aos valores observados (média dos 85 anos) que serviram para a modelagem, os valores estimados pelo modelo e a previsão, média dos últimos 5 anos (2003 a 2007), que não participaram do processo de modelagem. Observa-se uma excelente concordância entre os pontos e a curva.

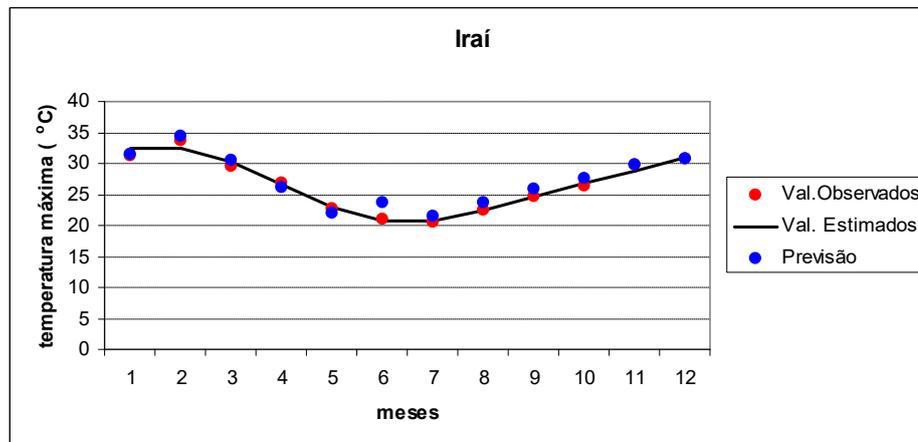


Figura 5 – Valores médios mensais de temperatura máxima (°C) em Iraí para o período de 1918 a 2002, que serviram para a modelagem (pontos vermelhos), valores estimados pelo modelo (linha contínua), e valores médios para o período de 2003 a 2007 (pontos azuis).

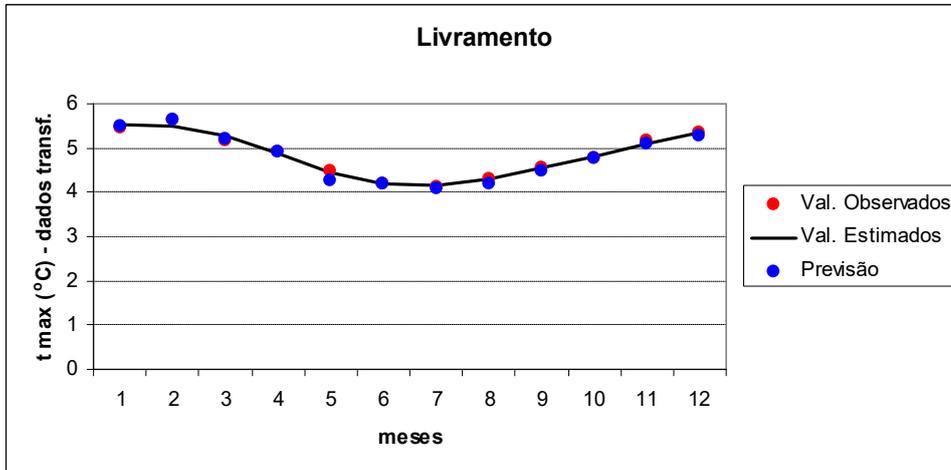


Figura 6 – Valores médios mensais de temperatura máxima (°C) em Santana do Livramento para o período de 1918 a 2002, que serviram para a modelagem (pontos vermelhos), valores estimados pelo modelo (linha contínua), e valores médios para o período de 2003 a 2007 (pontos azuis). Dados transformados.

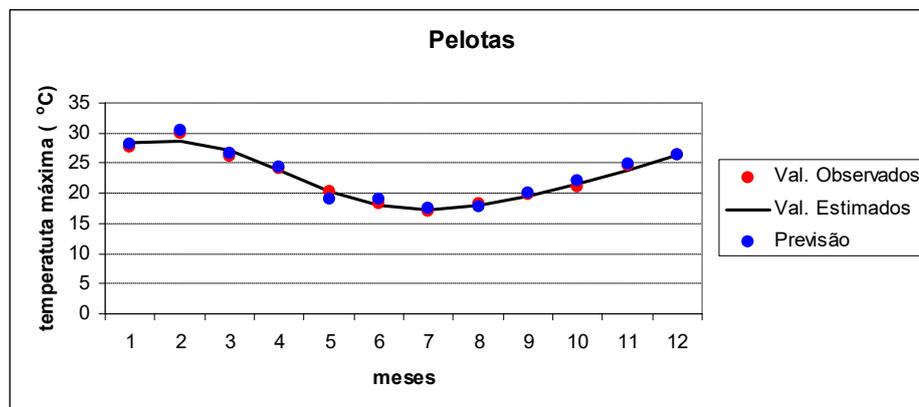


FIGURA 7 – Valores médios mensais de temperatura máxima (°C) em Pelotas para o período de 1918 a 2002, que serviram para a modelagem (pontos vermelhos), valores estimados pelo modelo (linha contínua), e valores médios para o período de 2003 a 2007 (pontos azuis).

O coeficiente de determinação,  $r^2$ , indicando a parte da variação entre os dados da previsão (média dos últimos 5 anos) explicada pelo modelo, foi de 0,93 (Iraí), 0,98 (Livramento) e 0,97 (Pelotas). Considerando-se que o modelo foi ajustado para um conjunto de dados (1918 a 2002) e que os novos valores observados corresponde a um período distinto daquele (2003 a 2007), pode-se aceitar como muito boa esta representatividade do modelo (> 90%).

### 3.3.6 TESTE t

O valor de **t** tabelado, para 11 graus de liberdade ao nível de 5 % (teste bilateral) é igual a 2,20. Portanto, conclui-se que o valor de **t** é não significativo, indicando que os modelos se ajustaram adequadamente aos dados observados, podendo ser utilizados na previsão, de acordo com a tab.11:

**Tabela 11 –Valores dos parâmetros RMSE e MBE e do teste t, para as localidades de Iraí, Livramento e Pelotas**

	RMSE	MBE	t
IRAÍ	1,267	-0,624	1,88
LIVRAMENTO	0,092	0,042	1,67
PELOTAS	0,809	-0,250	1,08

## 4. CONCLUSÕES

Concluimos que a análise harmônica, das temperaturas máximas e mínimas médias mensais, dos últimos 85 anos, para as estações escolhidas de Iraí, Santana do Livramento e Pelotas, destacou o primeiro harmônico como mais importante, na explicação da variação total dos dados, com máximo (verão) e mínimo (inverno) bem definidos. Embora a alta representatividade da onda anual, optou-se por manter duas ondas nos modelos, de modo a atender a recomendação de alguns autores, quanto ao uso de modelos com dados meteorológicos.

Os modelos propostos pela análise harmônica podem ser considerados como adequados para representar a variação entre os dados mensais de temperaturas mínimas e máximas e, também, como previsores confiáveis do comportamento de novos conjuntos destas variáveis.

## 5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] AMARAL, Edilberto. Análise harmônica. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Rio de Janeiro - RJ, n.3, p.7-43, 1968.
- [2] BAPTISTA DA SILVA, João. **Análise harmônica das precipitações pluviométricas pentadais (Pelotas-RS, 1900/51)**. 1977. 216f. Tese de Livre Docência, Universidade Federal de Pelotas, Pelotas.
- [3] BAPTISTA DA SILVA, et al. Análise harmônica das temperaturas mínimas em Pelotas,RS. **Revista Brasileira de Meteorologia**; Vol 6(1), p455-470, 1991.
- [4] BLISS, C. I. Periodic Regression in biology and climatology. **Connecticut Agricultural Experiment Station**, New Haven, n.615, 55p, 1958.
- [5] MORETTIN, P. A. ; TOLOI, C. M. C. **Análise de Séries Temporais**. Edgar Blücher, São Paulo, SP, 2004.
- [6] SHAPIRO, S. S. **How to test Normality and other Distributional Assumptions**. V.3 ASQC Quality Press, 92p, 1990.
- [7] TOGRUL, I. T., TOGRUL,H., Global solar radiation over Turkey: comparison of predicted and measured data. **Renewable Energy**, Turkey, v.25, p.55-67, 2002.