FEIR 30: Comparación paramétrica de medias

Aurora González Vidal[1]

Curso 2014–15

[1]Servicio Apoyo a la Investigación. Universidad Murcia

Presentación

Tipo de problema

- Comparar grupos
- Un ejemplo: comparar ratones de laboratorio.
  - Variable dependiente: longitud del cola
  - Variable independiente (*factor*) : tipo de ratón
- Tipos de factores:
  - Entre sujetos: *sexo*, *localidad*, ...
  - Intra sujetos: *tiempo 0–tiempo 1*, *antes–después*, ...

Tests paramétricos y no paramétricos

- Paramétricos: se utilizan cuando conocemos la distribución de nuestros datos (unos pocos parámetros la describen bien)
- No paramétricos: no requieren conocimiento de la distribución (otros supuestos)

Comparación de dos medias

t-test

- Test para comparar dos grupos: ***t*-test**
- Tipos:
  - t-test dependiente: Control preclase y postclase
  - t-test independiente: Comparación de localidades
  - t-test de una muestra: Comparación con un valor

Conjunto de datos para trabajar

```
medida <- c( 3, 1, 2, 3, 1, 6, 2, 4, 1, 2,
             6, 5, 1, 3, 5, 4, 2, 3, 4, 5 )
grupo  <- c( 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0,
             1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1 )
df     <- data.frame( grupo, medida )
head( df )
```

```
##   grupo medida
## 1     0      3
## 2     0      1
## 3     0      2
## 4     0      3
## 5     0      1
## 6     0      6
```

```
df$grupo <- factor(df$grupo)
```

t-test dependiente (*paired*)

- Llamados también t-test para datos pareados.
- Los mismos sujetos son medidos en dos condiciones diferentes
- Ejemplo: cada sujeto realiza dos test de matemáticas
- Supuestos: normalidad

```
shapiro.test( df$medida[ df$grupo == 0 ] )
shapiro.test( df$medida[ df$grupo == 1 ] )
```

t-test dependiente. Hipótesis a contrastar

- Hipótesis nula: *"no hay diferencia entre las medias de dos poblaciones de las cuales tenemos dos muestras"*
- Hipótesis alternativa *"sí la hay"*

Matemáticamente:

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$
$$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$$

```
fitDep <- t.test( df$medida[ df$grupo == 1 ],
        df$medida[ df$grupo == 0 ],
        alternative= "two.sided", conf.level = 0.95,
        paired = TRUE )
```

t-test dependiente. Hipótesis a contrastar

- Desigualdad de medias:

$$H_0 : \mu_1 \leq \mu_2$$
$$H_1 : \mu_1 > \mu_2$$

```
La opción es: alternative="greater"
```

$$H_0 : \mu_1 \geq \mu_2$$
$$H_1 : \mu_1 < \mu_2$$

```
La opción es: alternative="less"
```

- Lo que queremos contrastar va a ser la hipótesis alternativa.

t-test independiente (*unpaired*)

- Cada sujeto pertenece a un único grupo
- Ejemplo: hombres y mujeres son sometidos al mismo test de matemáticas
- Supuestos: normalidad e igualdad de varianzas (homocedasticidad o HOV)

```
var.test( d$medida[ df$grupo == 0 ],
          df$medida[ df$grupo == 1 ] )
```

t-test independiente. Hipótesis a contrastar

- Hipótesis nula: *"no hay diferencia entre las medias de dos poblaciones de las cuales tenemos dos muestras"*
- Hipótesis alternativa *"sí la hay"*

Matemáticamente:

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$
$$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$$

```
fitIndep <- t.test( df$medida[ df$grupo == 0 ],
        df$medida[ df$grupo == 1 ],
        alternative= "two.sided", conf.level = 0.95,
        paired = FALSE, var.equal = TRUE )
```

t-test para una muestra

- Hay un único grupo y queremos contrastar su media
- Ejemplo: residuos químicos en una cosecha de uva.
- Supuestos: normalidad

```
shapiro.test( df[ , 2 ] )
```

t-test para una muestra. Hipótesis a contrastar

- Hipótesis nula: *"la media de la población de la cual tenemos una muestra es 3"*
- Hipótesis alternativa *"no lo es"*

Matemáticamente:

$$H_0 : \mu = 3$$
$$H_1 : \mu \neq 3$$

```
t.test( df$medida, mu = 3, conf.level = 0.95 )
```

t-test para una muestra. Hipótesis a contrastar

- También se puede constrastar que sea mayor que cierta media (μ_0) y menor

$$H_0 : \mu \leq \mu_0$$
$$H_1 : \mu > \mu_0$$

$$H_0 : \mu \geq \mu_0$$
$$H_1 : \mu < \mu_0$$

- Lo que se desea contrastar será la hipótesis alternativa (H_1)

Tamaño del efecto de un *t*-test

- Efecto significativo $\stackrel{?}{=}$ aceptar H_1
- ¿Cuánto difieren las medias?
- p valor vs tamaño del efecto

Tamaño del efecto

- Cómo es de grande este efecto se mide con la d de Cohen y la r de Pearson

Efecto	d de Cohen	r de Pearson
t- test dep	$d = \frac{\lvert M \rvert}{SD}$	No se puede emplear
t- test indep	$d = \frac{\lvert \mu_1 - \mu_2 \rvert}{\sqrt{\frac{(n_1-1)s_1^2+(n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}}}$	$r = \sqrt{\frac{t^2}{t^2+gl}}$

Efecto	Pequeño	Mediano	Grande
d de Cohen	0.2	0.5	0.8
r de Pearson	0.1	0.3	0.5

Tamaño del efecto de un t-test. d de Cohen test dependiente.

- Cohen:

```
s <- sd(   df[ df$grupo == 0, 2 ] -
             df[ df$grupo == 1, 2 ] )
M <- abs(mean( df[ df$grupo == 0, 2 ] -
                 df[ df$grupo == 1, 2 ] ))
d <- M / s
```

IC:

```
library("MBESS")
ci.sm( Mean = M, SD = s,
       N = 10, conf.level = 0.95 )
```

Tamaño del efecto de un t-test independiente

- Pearson:

Con la función `tes()` del paquete `compute.es` se obtienen, entre otros, la r de Pearson y la d de Cohen para un t-test independiente con sus respectivos intervalos de confianza. Sus argumentos son el estadístico t que lo llamamos escribiendo `fitIndep[[1]]` en este caso y el tamaño de cada grupo.

```
tes( fitIndep[[1]], 10, 10 )
```

Ejercicio

Comparamos dos muestras aleatorias de 10 personas que viven en el campo y de 10 personas que viven en la ciudad en un test que mide su autoestima (escala cuantitativa de 0 a 10 puntos).

CAMPO: 8, 7, 6, 8, 7, 5, 6, 4, 9, 9

CIUDAD: 8, 6, 5, 6, 5, 4, 4, 4, 6, 4

1. ¿Podemos afirmar que ambas muestras difieren significativamente en autoestima?
2. ¿Podemos afirmar que la autoestima de quienes viven en el campo es significativamente mayor que la de quienes viven en la ciudad?

Comparación de dos o más medias

Conjunto de datos para trabajar

```
df <- read.table( "files/ejemplo.csv", sep = ";",
                        head = TRUE )

head(df)
```

```
##   id genero raza m0 m1 m3
## 1  1      1    3 35 25 16
## 2  2      2    1 37 23 12
## 3  3      2    1 36 22 14
## 4  4      1    2 34 21 13
## 5  5      2    3 60 43 22
## 6  6      1    3 54 46 26
```

Conjunto de datos para trabajar

- Identificar factores
- Convertirlos en factores

```
df$raza    <- factor( df$raza )
df$genero <- factor( df$genero )
```

Un factor entre sujetos(con dos o más niveles)

ANOVA de una vía

- Razón de ser
- Datos que vamos a utilizar: **`raza`** y **`m0`**
- Supuestos:
  - Independencia de las observaciones
  - Homocedasticidad
  - Normalidad

ANOVA de una vía. Independencia de las observaciones

Dos observaciones son independientes cuando una no depende de la otra. El resultado de la primera observación no influye en el resultado de la siguiente.

Este supuesto es el maś importante. Su violación va a invalidar las conclusiones del análisis porque produce errores en el cálculo de las varianzas y, por tanto, en los intervalos de confianza y las pruebas de hipótesis deducidas.

ANOVA de una vía. Homocedasticidad

La igualdad de varianzas entre los grupos (niveles del factor) se mide con la función

```
fit2 <- bartlett.test( df$m0 ~ df$raza )
```

- ANOVA es robusto con respecto a la homocedasticidad cuando los datos son **balanceados**.
- Alternativa: test de Welch

ANOVA de una vía. Normalidad

La distribución de los datos debe aproximarse a la de una normal. Una de las herramientas para comprobarlo es el test **Sahpiro-Wilk**.

```
fit4 <- shapiro.test( df$m0 )
```

Anova es robusto con este supuesto.

ANOVA de una vía. Hipótesis

La hipótesis nula H_0 es que no hay diferencia entre las medias y la alternativa, H_1 que al menos una de las medias difiere del resto.

```
fit1E <- aov( m0 ~ raza, data=df )
```

Para leer bien los resultados se utiliza la función

```
summary(fit1E)
```

ANOVA de una vía. Resultados

- valor F

$$F = \frac{\text{varianza explicada}}{\text{varianza inexplicada}}$$

- p valor

Si es menor que 0.05 se rechaza a la hipótesis nula, es decir, el factor tiene un efecto significativo en el experimento.

ANOVA de una vía. Tamaño del efecto

$$\eta^2 = \frac{SC_{efecto}}{SC_{total}}$$

Efecto	Pequeño	Mediano	Grande
η^2	0.01	0.06	0.14

$$\eta^2 = \frac{844.8}{844.8 + 870.3} = 0.492$$

Comunicar los resultados ANOVA de una vía

Se necesitan:

- grados de libertad con los que el estadístico F ha sido calculado y el valor de F
- el juicio del p-valor
- el tamaño del efecto (η^2)

$$\boxed{\text{Hay un efecto significativo de la raza en el test,}}$$

$$\boxed{\mathrm{F}(2{,}15) = 7.28,\ p < 0.05,\ \eta^2 = 0.492.}$$

Cuando no hay homocedasticidad. . . test de Welch

```
fit <- oneway.test( m0 ~ raza, data=df )
fit
```

Después del ANOVA

Cuando nos encontramos con el p valor inferior al nivel de significación:

- Contrastes *post hoc* o no planificados: sin idea previa
  - Menos de 6 niveles
    - Bonferroni
    - Holm
  - 6 o más niveles
    - LSD Fisher
    - HSD Tukey
- Comparaciones planificadas: con idea previa

Contrastes *post hoc*. Menos de 6 niveles. Bonferroni

Impone a cada comparación un nivel de significación igual a $\frac{\alpha}{k}$.
En particular: $\alpha = \frac{0.05}{3} = 0.017$.

```
pairwise.t.test(df$m0, df$raza, p.adj = "bonferroni")
```

Contrastes *post hoc*. Menos de 6 niveles. Holm

Compara secuencialmente el p-valor con una significación que se reduce para cada test. En particular: $\alpha_1 = \frac{0.05}{3} = 0.017$, $\alpha_2 = \frac{0.05}{2} = 0.025$, $\alpha_3 = \frac{0.05}{1} = 0.05$.

```
pairwise.t.test(df$m0, df$raza, p.adj = "holm")
```

Contrastes *post hoc.* 6 o más niveles

- LSD Fisher

```
pairwise.t.test(df$m0, df$raza, p.adj = "none")
```

- HSD Tukey

```
fit1E <- aov( m0 ~ raza, data = df )
TukeyHSD( fit1E )
```

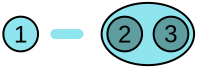
Comparaciones planificadas

- Sospechamos que la raza 1 va a diferir mucho de las razas 2 y 3 pero entre ellas no difieren significativamente.
- El análisis se hará por grupos: el primer grupo (que contiene a la raza 1) se analiza contra el segundo grupo (que contiene a las razas 2 y 3).
- Para diferenciar quién pertence a cada grupo se asignan pesos a cada nivel

Comparaciones planificadas. Asignación de pesos

- A un grupo se les asignan pesos positivos y al otro negativos
- La suma de todos los pesos de un constraste debe ser cero
- Un nivel tiene un peso igual al número de niveles que aparecen en el otro grupo

Contraste = (−2,1,1)



Comparaciones planificadas. Código

```r
mat <- c( -2,  1, 1 )
contrasts( df$raza ) <- mat
fit<-aov( m0 ~ raza, data = df)
summary( fit, split=list( raza = list( "C1" = 1) ) )
```