

L'ENTROPIE ANALOGIQUE RELATIVE  
 COMME MESURE DE LA DIVERSITE DES COMPLEXES INDUSTRIELS\*

J. Elie Brochier et Michel Livache

La Typologie Analytique a toujours tendu à expliciter, définir et quantifier ses diverses concepts et, singulièrement depuis 1974 (LAPLACE 1974), à unifier son approche mathématique des problèmes. La Théorie des Probabilités et la Théorie de l'Information ont permis de fructueuses percées jusqu'au coeur des mécanismes organisationnels des complexes industriels.

Le concept d'entropie que nous présentons est issu tout comme celui du Lien (LAPLACE 1979-1980) de la Théorie de l'Information.

Depuis longtemps, bien sûr, les préhistoriens se sont rendus compte que des complexes sont plus pauvres en types d'objets façonnés que d'autres. Un Aurignacien, par exemple, qui ne compte presque exclusivement que des grattoirs, des racloirs et des burins est de ce point de vue plus pauvre qu'un Gravettien comptant lui des burins, grattoirs, pointes à dos, lames à dos tronquées, racloirs et denticulés en nombre appréciable. On pouvait donc sentir que des industries sont plus spécialisées, moins diverses que d'autres. C'est le sentiment que Max Escalon de Fonton exprimait d'une manière cocasse, disant des "Montadiens" fabricants de denticulés et de racloirs, qu'ils étaient des ascètes alors qu'ils savaient bien tailler autre chose (1).

---

\* Mots clés : Typologie Analytique, Information, Entropie, Diversité, Séquences structurales.

(1) "Comme beaucoup de civilisations du Paléolithique Supérieur, le Montadien a des origines fort obscures. Il n'appartient pas au groupe des Périgordiens, mais plutôt à celui des Aurignaciens. Il se pourrait que le Montadien et l'Aurignacien aient une origine commune. Le Montadien est toujours très denticulé et le nombre des outils-types est restreint. Cependant, dans l'ensemble de cet outillage très frustre, on voit toujours quelques rares outils très bien faits. On a l'impression que les Montadiens s'étaient volontairement dépouillés des formes évoluées et spécialisées. Ce dépouillement pourrait être le reflet d'une vie très "traditionnelle", qui ferait penser à une vie ascétique, d'où tout le superflu est banni. Il ne s'agit, en tout cas, pas d'une dégénérescence ou d'une incapacité, car ils savaient faire parfois de très beaux burins ou autres outils". (ESCALON 1958).

## I. FORMULATION

Par définition et par analogie avec la notion thermodynamique d'entropie on appellera entropie du système, formé de  $n$  catégories constituantes, la valeur de l'équation de Shannon-Weaver (SHANNON-WEAVER 1949) :

$$H = - \sum_{i=1}^n p_i \cdot \ln p_i \quad (1)$$

où  $p_i$  est la fréquence de la  $i^{\text{ème}}$  catégorie (donc  $\sum p_i = 1$ ) et, lorsque l'effectif de l'échantillon est grand, sa probabilité d'apparition.

$H$  est maximum quand les  $n$  catégories ont la même fréquence.

$p_i$  est alors égal à  $1/n$  d'où :

$$H_{\max} = \ln n \quad (2)$$

On définit l'entropie relative en rapportant  $H$  à  $H_{\max}$  :

$$H_r = \frac{H}{H_{\max}} \quad (3)$$

Pour nous l'entropie est d'autant plus grande que le nombre de catégories bien représentées est plus grand. Inversement, elle est d'autant plus basse qu'un plus petit nombre de catégories est dominant.

## II. EXEMPLE NUMERIQUE

Calculons l'entropie  $H$  de l'échantillon "Gramari 3c" réparti suivant les catégories ordinales :

	S	A	SE	B	P	
Effectifs :	413	171	28	23	0	$N = 635$
$p$ :	.650	.269	.044	.036		

$$H = [(.650 \times \ln.650) + (.269 \times \ln.269) + (.044 \times \ln.044) + (.036 \times \ln.036)]$$

$$= 0,890 \text{ nits}^*$$

\*nom de l'unité lorsqu'on emploie  $\ln$ , bits serait le nom de l'unité pour les  $\log_2$  et Haztley pour les  $\log_{10}$ .

$$H_{\max} = \ln 5, \text{ car nous avons 5 catégories.}$$

$$= 1,609 \text{ nits}$$

$$0,890$$

$$H_r = \frac{0,890}{1,609} = .553, \text{ nous employons cette notation puisque } H_r \text{ est la fré-}$$

quence de l'entropie observée par rapport à l'entropie maximale.

Nous n'aurions pas présenté cet indice de diversité s'il n'avait été porteur de sens, cohérent, complémentaire des techniques euristiques employées en Typologie Analytique.

## III. L'ENTROPIE RELATIVE EN ARTICULATION STRATIGRAPHIQUE

Soit la séquence évolutive, de l'Allerod au Boréal, des deux gisements de Gramari (G.) et de l'Abri Gauthier (AG.) à Méthamis-Vaucluse. Le calcul de l'entropie est effectuée sur 14 catégories typologiques ( $H_{\max} = 2,639$ ).

AG	G7	G3c	G3b2	G3b1	G3a3	G3a1
.733	.621	.627	.592	.596	.505	.481

Nous remarquons la décroissance régulière de l'entropie. L'évolution s'accomplit par spécialisation croissante, par domination de certaines catégories qui doivent correspondre à des structures industrielles différenciées (Livache 1974).

#### IV. L'ENTROPIE ET LES SEQUENCES STRUCTURALES

Par définition une séquence structurale est différenciée lorsque des catégories sont dominantes et séparées des catégories adjacentes par des discontinuités. Une séquence structurale est indifférenciée lorsque les catégories adjacentes ne sont pas séparées par des discontinuités.

L'analogie semble évidente entre la valeur de l'entropie et le degré de différenciation des séquences structurales.

AG (LR (D (LD) (T (PD) G Gm = A) B Bc = P = Cr)  
 33 22 17 13 5 4 3 2 0 N = 410  
 Hr = .733

G3c LR D /// T /// (LD B (PD (A G DT) Bc Gm = P) F = Cr  
 227 203 96 32 23 13 12 11 9 7 2 0 N = 635  
 Hr = .627

G3b2 D / LR /// (T (LD (PD B) G) DT = P = A Bc = Cr = Gm = F)  
 100 63 20 17 8 7 5 2 0 N = 226  
 Hr = .592

G3b1 D LR /// (LD T (B G = A) DT = P Bc = PD Cr = F = Gm)  
 80 72 17 14 8 5 2 1 0 N = 207  
 Hr = .596

G3a3 LR D /// (T LD B G = DT Bc = P PD = Gm = F = A = Cr)  
 63 46 9 6 3 2 1 0 N = 133  
 Hr = .505

G3a1 LR /// D /// T / (B A LD = G Bc = DT PD = Gm = F = P = Cr)  
 114 62 18 5 4 3 2 0 N = 213  
 Hr = .481

La comparaison des séquences structurales aboutit à la même conclusion que celle de l'étude de l'entropie. Nous avons bien de G3c à G3a1 une spécialisation, par le passage d'une structure à deux groupes dominants majeurs et un groupe dominant mineur, à une structure à un groupe dominant majeur et un dominant mineur en passant par leur intermédiaire une structure à deux groupes dominants majeurs. La spécialisation s'opère au bénéfice des LR.

L'exemple est pédagogique puisque nous nous confrontons à un cas particulier, celui du niveau G7. La séquence est indifférenciée et l'entropie faible (l'expérience nous a montré que la valeur .733 est un indice de différence), ces deux résultats peuvent paraître antinomique. Techniquement le petit effectif de l'échantillon ne permet pas d'obtenir les discontinuités (Khi-deux) dans la séquence structurale G7. Inversement le grand effectif de l'échantillon induirait un maximum de 13 discontinuités pour 14 catégories de la séquence structurale.

L'entropie ne tient pas compte de l'effectif et apporte de ce fait un autre point de vue.

Il est à remarquer qu'une séquence structurale calculée avec un petit échantillon et qui ne comporte pas de discontinuités est aussi peu significative qu'une séquence structurale calculée avec un très grand effectif et qui comporte le maximum de discontinuités possibles.

Dans la première occurrence l'entropie n'est pas plus fiable que la séquence structurale. Dans la seconde elle mesure l'état de différenciation réel non déductible par la séquence structurale. Elle révèle que des catégories dominent ou non mais elle ne les dénomme pas. Elle reste donc le complément indispensable de la séquence.

Nous illustrons les constatations précédentes par un exemple réel.

Soubeyras niveau 4 : LD /// B /// G (T PD D LR DT = Bc) (Cr) Gm = A F = P)  
152 71 24 20 18 15 13 10 7 1 0

Séquence bien différenciée, mais N = 342

Abri Gauthier : (LR (D (LD) (T (DT) PD) G Gm = A) B Bc = P = Cr)  
33 22 17 13 8 5 4 3 2 0

Séquence non différenciée, mais N = 110

Pour Soubeyras 4, Hr = .672, et pour Abri Gauthier, Hr = .733. Contrairement aux séquences structurales l'entropie montre Soubeyras 4 moins différencié que l'Abri Gauthier. La simple variation des effectifs "défigure" la séquence structurale.

## V. CONCLUSION

L'entropie qui délecte les fluctuations de la diversité, de la spécialisation des complexes industriels est un élément supplémentaire non négligeable de l'arsenal des techniques utilisables en Typologie Analytique. Il semble que les cas soient nombreux pour lesquels les variations de l'entropie sont orientées.

La méthode de la Typologie Analytique cherche à décrire l'écheveau des données de l'analyse. Ses techniques sont des révélateurs (dans le sens photographique du terme) d'organisation non décelables de prime abord. En organisant des données, ces techniques produisent des données. Le sens que l'on cherche à leur attribuer est le domaine de l'interprétation. Gardons nous, alors, des conclusions hâtives, surtout si elles semblent tomber sous le sens, le sens du préhistorien du XXe siècle.

## BIBLIOGRAPHIE

- ESCALON DE FONTON M., 1958 - Quelques civilisations méditerranéennes du Paléolithique Supérieur au Mésolithique. Mémoires de la S.P.F., tome V, pag. 128.
- GUILLAUME A., 1977 - Introduction à la géologie quantitative. Masson Ed. 200 p.
- KLOPPER P.H., 1972 - Habitats et territoires des animaux. Gauthier-Villars Ed., 151 p.
- LAPLACE G., 1974 - De la dynamique structurale ou la Typologie Analytique. Rivista di Scienze Preistoriche, t. XXIX, fasc. 1, pp. 3-71.
- LAPLACE G., 1979-1980 - Le "lien" comme mesure de l'information dans un tableau de contingence. Dialektiké, Cahiers de Typologie Analytique 1979-1980, pp. 1-13.

- LIVACHE M., 1974 - Les familles sérielles de complexes industriels et leurs homomorphies en Typologie Analytique. Dialektik6, Cahiers de Typologie Analytique 1974, page 19.
- MAC ARTHUR R.H., 1965 - Patterns of species diversity. Biolog. Revs., t. 40, p. 510-533.
- MILLER R.L., KHAN J.S., 1965 - Statistical analysis in the geological sciences. J. Wiley and Sons Ed., 470 p.
- POOLE R.W., 1974 - An introduction to quantitative ecology. Mc Graw-Hill Ed., 532 p.
- RIVIERE A., 1977 - Méthodes granulométriques, techniques et interprétations. Masson Ed., 170 p.
- SHANNON C.E., WEAVER W., 1949 - The mathematical theory of communication. University of Illinois Press.

PROGRAMME POUR HP 67.

01 f LBL E		
02 DSP 3		
03 ENTER		
04 f LN		On introduit les fréquences des catégories : .xxx
05 X		puis faire E après chaque fréquence. On lit sur x
06 CHS		Hr qui se cumule en STO 1.
07 STO + 1		
08 RCL 1		
09 R/S		
10 f LN		
11 ÷		
12 R/S	→	donne Hr
13 0		
14 STO 0		
15 STO 1		Encore une impulsion sur R/S les STO 0 et 1 sont mis
16 h RTN		à zéro ; on peut passer à une nouvelle série.

Utilisation :

- Introduire la fréquence puis faire E (sauf 0)  
s'affichent les H cumulées.
- Introduire le nombre de catégories puis faire R/S  
s'affiche Hr.
- appuyer encore sur R/S le programme est initialisé.

PROGRAMME POUR HP 41.

01 LBL, ENTRO	37 1/X	
02 LBL A	38 RCL 00	
03 0	39 X	
04 STO 00	40 HR=	
05 STO 01	41 ARCL X	
06 FIX 3	42 AVIEW	
07 LBL 01	43 STOP	
08 STOP	44 LBL E	
09 ENTER	45 ENTER	
10 LN	46 LN	
11 X	47 X	
12 STO - 00	48 STO + 00	
13 1	49 1	
14 STO + 01	50 STO - 01	
15 RCL 01	51 RCL 01	
16 GTO 01	52 GTO 01	
17 LBL B	53 END	
18 RCL 00		
19 H=	- initialiser par A.	
20 ARCL X	- introduire les fréquences non nulles par R/S	
21 AVIEW	successifs.	
22 STOP	- B donne H.	
23 LBL C	- C donne Hr si aucune fréquence n'est nulle.	
24 RCL 01	- D donne Hr après avoir demandé (N?) le nombre de	
25 LN	catégories (lancer par R/S).	
26 1/X	- E : sous programme de correction des erreurs.	
27 RCL 00	Introduire à nouveau la fréquence fausse et faire E.	
28 X		
29 HR=		
30 ARCL X		
31 AVIEW		
32 STOP		
33 LBL D		
34 N?		
35 PROMPT		
36 LN		