repräsentieren Relationen zwischen diesen Gegenständen. Häufig nun geschieht es, daß dieses Verhältnis zwischen Symbolik und Denken nicht genügend im Auge behalten wird und infolgedessen die Symbolik, statt dem Gedachten lediglich nachgebildet zu werden, selbst Einfluß auf das Denken gewinnt, was die Quelle vieler Unklarheiten und Irrtümer wird. Den Zustand des Geistes, bei dem dies eintritt, bezeichnet der Verfasser als Mystizismus und sucht einen solchen „Mystizismus" an einigen Stellen des Systems der Mathematik nachzuweisen. Das Buch zerfällt in drei Teile. Der erste, rein psychologischen Charakters, für das Folgende aber nicht unentbehrlich, handelt vom Verhältnis von Denken und Symbolik, insbesondere von Denken und Sprache. Der zweite Teil handelt von den imaginären Größen der Algebra und den imaginären Punkten der Geometrie. Hier gelingt dem Verfasser tatsächlich der Nachweis, daß bezüglich dieser Gegenstände in den Gedanken mancher Mathematiker der oben geschilderte Mystizismus herrscht — doch ist es wohl unbillig deshalb zu behaupten, er herrsche in der Mathematik; denn es gibt andere Darstellungen der Lehre vom Imaginären, als die vom Verfasser besprochenen, z. B. die seines Landsmannes Hamilton, gegen die die vom Verfasser erhobenen Einwände nicht gerichtet werden können. Ähnliches gilt vom dritten Teile, der von den nichteuklidischen Geometrien handelt, nur daß hier der Verfasser selbst stellenweise in Irrtümer verfällt. Er bestreitet nicht die logische Widerspruchsfreiheit der nichteuklidischen Geometrie, leugnet aber die Möglichkeit einer sie mitumfassenden allgemeinen Raumvorstellung: er will das euklidische Parallelenaxiom ersetzen durch zwei, den Größenaxiomen nachgebildete und gleich ihnen selbst evidente Richtungsaxiome. — Wir haben es in diesem Buche mit einer keineswegs leichtfertigen, in den meisten Punkten sogar sehr gewissenhaften Kritik der heutigen Mathematik zu tun, die, wenn sie auch nicht als berechtigt anerkannt wird, den zur Philosophie neigenden Mathematiker schon deshalb interessieren wird, weil sie ihm zeigt, in welchen Punkten er vom Philosophen mißverstanden wird. *Hans Hahn.*

Sulla protogenesi dei processi matematici. Von Salvatore de Cicco. Napoli, E. Pietrocola, 1910, 46 S. Preis L. 2.—.

Es handelt sich nicht, wie der Titel vielleicht vermuten ließe, um eine psychologische oder logische oder erkenntnistheoretische Diskussion der Grundlagen der Mathematik, vielmehr um metaphysische Erwägungen, die in sehr allgemeinen Wendungen vorgebracht werden und für einen Mathematiker kaum von Interesse sein können. Eine eingehendere Besprechung scheint daher an dieser Stelle nicht am Platze. *Hans Hahn.*

Leçons sur les séries de polynomes à une variable complexe. Par P. Montel (Collection de monographies sur la théorie des fonctions publiées sous la direction de M. E'. Borel). Paris, Gauthier-Villars, 1910. VIII + 128 S.

In Kap. I sind eine Reihe von mehr oder weniger bekannten Sätzen über Punktmengen und analytische Funktionen zusammengestellt; anschließend an den Weierstraßschen Doppelreihensatz wird der Satz bewiesen, daß eine in einem Bereiche D gleichmäßig geschränkte Funktionenfolge in jedem im

Innern von D liegenden Bereiche gleichmäßig konvergiert, wenn sie in einer Menge von Punkten konvergiert, die im Innern von D einen Häufungspunkt besitzt. Es folgt eine ausführliche Besprechung des Hadamardschen Satzes über die Singularitäten einer Funktion $a_0 b_0 + a_1 b_1 x + \ldots + a_n b_n x^n + \ldots$ und der an diesen Satz anknüpfenden Literatur. Kap. II bringt die Darstellung einer in einem beliebigen Bereiche regulären Funktion durch eine konvergente Polynomreihe nach Methoden von Painlevé, Hilbert, Runge und Appell. Die Hilbertsche Methode gibt Anlaß zu einem Exkurs über Interpolationsreihen; auch findet sich eine kurze Erörterung über Tchebicheffs Polynome bester Approximation. Kap. III gilt im wesentlichen den von Faber gefundenen Entwicklungen nach gewissen zu einem vorgegebenen Bereich gehörigen Polynomen, die manche Analogien zu den Potenzreihenentwicklungen zeigen. Die Entwicklungen nach Legendreschen Polynomen ergeben sich hier als besonders interessanter Spezialfall. Kap. IV handelt von Polynomreihen, die in verschiedenen Bereichen verschiedene analytische Funktionen darstellen. Es wird bewiesen: sind $D_1 D_2 \ldots, D_m$ getrennte einfach zusammenhängende Bereiche und ist $f_i(x)$ eine in D_i reguläre Funktion, so gibt es eine Polynomreihe, die in D_1 gegen $f_i(x)$, in D_2 gegen $f_2(x) \ldots$, in D_m gegen $f_m(x)$, konvergiert. Daraus wird hergeleitet, daß jede eindeutige analytische Funktion durch eine in allen ihren regulären Punkten konvergente Polynomreihe dargestellt werden kann. Endlich wird nach Runge die Existenz analytischer Funktionen mit vorgegebener natürlicher Grenze bewiesen. In Kap. V wird zuerst der von Osgood herrührende Satz bewiesen, daß eine in einem Bereiche D konvergente Folge regulärer Funktionen in jedem Teilbereiche von D Gebiete gleichmäßiger Konvergenz besitzt. Bezeichnet man einen Punkt als irregulär, wenn er keine Umgebung besitzt, in der die Folge gleichmäßig konvergiert, so ist die Menge aller irregulären Punkte dicht, perfekt und ihre Vereinigungsmenge mit dem Rande von D ist zusammenhängend. Es wird an einem Beispiele gezeigt, daß auch eine nicht gleichmäßig konvergente Folge regulärer Funktionen eine reguläre Funktion zur Grenze haben kann; es wird auf die offene Frage nach Bedingungen hingewiesen, die notwendig und hinreichend sind dafür, daß die Grenze regulärer Funktionen selbst regulär sei, sowie auf die Frage, welches die allgemeinste Funktion ist, die Grenze regulärer Funktionen ist. Den Schluß bildet der Nachweis, daß, wenn in der Umgebung eines Punktes die Funktionen $f_n(x)$ regulär sind, zwei Werte a und b nicht annehmen und wenn die Folge der $f_n(x)$ konvergiert, sie auch gleichmäßig konvergiert; ein Problem, das seither durch eine bekannte Abhandlung von Landau und Carathéodory weiter gefördert wurde.

Das Studium des Buches erfordert nur die elementarsten Kenntnisse aus der Funktionentheorie, es ist im allgemeinen klar geschrieben, wenn sich auch einzelne Ungenauigkeiten und Versehen darin finden. Jedenfalls wird der Leser darin viel Neues und Interessantes finden und sich daraus manche Anregung holen. *Hans Hahn.*

Probleme der Wissenschaft. Von Federigo Enriques; übersetzt von Kurt Grelling. (Wissenschaft und Hypothese, XI_1 und XI_2.) B. G. Teubner, 1910. 1. Teil (Wirklichkeit u. Logik),