

<b>4999.</b>	$\Sigma 1329.$
1908.29 250.0 5 19.52 5 671 R 2	
.38 249.8 4 19.54 5 668 R 3	
.40 249.8 4 19.67 5 668 R 5	
1908.37 249.8 19.60	
<b>5030.</b>	$\Sigma 1338.$
1908.29 171.8 5 1.76 5 671 R 2	
.30 172.0 5 1.67 5 1067 R 3	
.31 173.3 4 1.72 5 671 R 2	
1908.30 172.4 1.71	
<b>5071.</b>	$\Sigma 1348.$
1908.29 321.0 7 2.01 4 1067 R 2	
.42 322.3 6 2.01 4 668 P 4	
1908.38 321.9 2.01	
<b>5448.</b>	$\Sigma 1439.$
1908.29 111.0 5 1067 R 2	
.30 111.3 5 2.07 5 1067 R 3	
.38 110.4 4 2.10 5 668 R 2	
.42 113.2 6 1.99 4 668 P 4	
1908.36 111.8 2.04	
<b>5529.</b>	$\Sigma 1463.$
1908.29 259.3 5 7.97 5 1067 R 2	
.30 258.1 4 7.88 6 671 R 3	
.37 258.5 4 7.87 4 473 R 4	
1908.33 258.5 7.89	
<b>5858.</b>	$\Sigma 1561.$
AB.	
1908.30 259.0 4 10.22 6 671 R 2	
.37 259.4 4 10.21 5 473 R 3	
.38 259.7 4 10.34 5 668 R 3	
1908.36 259.4 10.26	
<b>5859.</b>	$O\Sigma 237.$
1908.30 262.8 5 1.75 5 671 R 3	
.38 260.8 6 668 R 3	
.42 261.6 8 1.83 4 668 R 4	
.43 262.0 4 1.72 4 668 R 3	
1908.39 261.8 1.77	
<b>5970.</b>	$O\Sigma 241.$
1908.30 129.6 5 1.89 5 671 R 3	
.42 127.8 6 1.83 4 668 P 4	
.43 132.4 6 1.72 4 668 P 3	
1908.39 129.7 1.81	

Princeton, N. J., 1914 Mar. 5.

<b>5996.</b>	$\Sigma 1589.$
1908.29 157.0 5 2.60 5 671 R 2	
.30 157.7 5 2.61 5 1067 R 3	
.30 157.3 6 2.58 6 671 P 3	
1908.30 157.4 2.59	
<b>6284.</b>	$\Sigma 1682.$
1908.29 304.5 5 32.00 4 1067 R 2	
<b>6731.</b>	$O\Sigma 276.$
AB-C.	
1908.30 71.8 4 10.06 6 671 R 2	
<b>6795.</b>	$\Sigma 1825.$
1908.31 170.8 8 4.22 6 671 P 3	
.37 170.3 4 4.34 5 473 P 3	
.42 170.9 6 4.31 4 668 P 4	
1908.37 170.7 4.29	
<b>7212.</b>	$\Sigma 1934.$
1908.31 27.4 4 7.19 5 671 P 3	
.37 207.0 4 7.20 7 671 P 3	
.42 208.7 6 7.37 5 668 R 3	
.45 27.2 4 7.22 4 947 P 4	
.46 27.2 4 7.11 4 320 P 2	
1908.40 27.4 7.22	
<b>7214.</b>	$\Sigma 1932.$
1908.45 347.9 4 0.81 4 947 R 4	
.45 346.3 4 0.68 4 947 P 2	
.46 347.2 4 0.72 4 947 P 3	
1908.45 347.3 0.75	
<b>7222.</b>	$\beta 32.$
1908.45 15.9 4 2.84 4 947 R 3	
.45 15.7 4 2.76 5 947 R 2	
.46 15.5 4 2.80 4 947 R 3	
1908.45 15.7 2.80	
<b>7261.</b>	A 18.
1908.46 150.6 4 1.04 4 947 P 2	
.47 149.4 4 0.77 4 668 P 2	
1908.47 150.0 0.91	
<b>7263.</b>	$\Sigma 1940.$
1908.45 322.6 4 1.19 4 947 P 4	
.45 323.1 4 1.11 4 947 P 2	
.46 323.4 4 947 R 3	
.47 324.3 4 1.26 4 668 R 3	
1908.46 323.3 1.19	

<b>7298.</b>	Hu 651.
1908.47 345.3 4 1.38 4 668 P 1	
<b>7332.</b>	$O\Sigma 298.$
1908.27 189.3 2 1.40 3 320 R 1	
.29 189.1 5 1.50 5 671 R 2	
1908.28 189.1 1.47	
<b>7343.</b>	Hn 25.
1908.47 310.2 4 1.69 4 668 P 2	
<b>7345.</b>	Hu 652.
1908.45 171.5 6 0.83 4 1332 P 2	
<b>7348.</b>	A. G. 197.
1908.31 125.7 4 3.34 4 671 P 3	
.42 124.8 6 3.63 4 668 P 3	
.45 128.1 4 3.23 4 947 P 3	
1908.39 126.2 3.40	
<b>7368.</b>	$\Sigma 1967.$
1908.27 112.4 5 0.87 1 320 R 1	
<b>7377.</b>	A. G. 198.
1908.31 145.2 8 2.21 4 671 P 3	
.45 145.7 4 2.04 4 947 R 4	
.46 145.7 4 2.21 4 668 R 2	
1908.40 145.5 2.13	
<b>7381.</b>	Pritchett.
1908.45 224.3 4 4.78 4 947 R 2	
.46 226.3 4 4.69 4 668 R 2	
1908.45 225.3 4.74	
<b>7429<sup>1</sup>/<sub>2</sub>.</b>	A. G. 199.
1908.45 253.1 4 9.61 4 947 R 3	
.46 253.0 4 9.56 4 668 R 2	
1908.45 253.0 9.59	
<b>7451.</b>	H 258.
1908.46 254.6 4 16.91 4 668 R 2	
<b>7483.</b>	A. G. 200.
1908.46 211.4 4 3.44 4 668 R 2	
<b>7665.</b>	$\Sigma 2059.$
1908.29 203.4 5 1.29 5 1067 R 2	
.30 205.7 5 1.30 5 1067 R 3	
.30 202.9 4 671 P 2	
1908.30 204.2 1.30	
<b>7708.</b>	$\Sigma 2080.$
1908.29 24.0 5 3.70 5 1067 R 2	

Raymond S. Dugan.

# Das Theorem von Laplace für astronomisch geodätische Messungen. Von F. R. Helmert.

Über die Gültigkeitsgrenzen dieses Theorems hat Herr F. A. Buchwaldt in Nr. 4726 einen Artikel gebracht, worin auch mein Name unter den bisherigen Autoren, die die Sache

nicht richtig aufgefaßt haben sollen, genannt wird. Daß aber mein Rechenverfahren, das ich im Königl. Preußischen Geodätischen Institut und Zentralbureau der Internationalen

Erdmessung eingeführt habe, mangelhaft sei, wird nicht direkt gezeigt, sondern es wird ein neuer Rechnungsweg eingeschlagen, dessen theoretische und praktische Grundlagen mir jedoch Bedenken einflößen.

Herr *Buchwaldt* hat gar nicht bemerkt, daß ich mir in meinen Darlegungen über die Messungen auf der physischen Erdoberfläche für Gradmessungszwecke (im 12. Kap. der Mathem. und physikal. Theorien der höheren Geodäsie, Bd. I, S. 512 u. f., besonders S. 534–540) direkt die wirklichen Messungen auf ein Referenzellipsoid übertragen denke, was unter Vernachlässigung von Refraktionswirkungen in aller Strenge geschehen kann, wenn man entweder die Lotabweichungen gegen ein Referenzellipsoid in den Standpunkten auf der physischen Erdoberfläche als Unbekannte einführt, oder sie als näherungsweise bekannt annimmt.

Herr *Buchwaldt* nimmt dagegen an, daß die Dreieckspunkte auf dem Geoid liegen und die astronomischen Bestimmungen fürs Geoid gelten. Er weicht also hier von den tatsächlichen Verhältnissen ab, und indem er nun mit dem Geoid arbeitet, führt er eine Fläche ein, die wegen ihres Krümmungsverlaufes mathematisch gar nicht zugänglich ist. Seine Stilisierung der Fläche ist eine Willkür.

Mein Verfahren weicht diesem Mißstand aus; allerdings ist es in aller Strenge nur brauchbar, wenn genug astronomische Bestimmungen vorhanden sind, um die Lotabweichungen ableiten zu können.

Auch wird es tatsächlich zur Zeit bei unseren Rechnungen nur in 1. Annäherung durchgeführt, indem aus praktischen Gründen die genaue Reduktion der Horizontalwinkel aufs Ellipsoid unterbleibt. Doch liegen bereits so viele Erfahrungen vor, daß man bestimmt behaupten kann, die Reduktionen halten sich innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler.

Da wir in den 3 Lotabweichungsgleichungen, welche sich aus der geodätischen Übertragung von Breite, Länge und Azimut von einer Station zur andern ergeben und aus

Potsdam, 1914 Mai 19.

denen die *Laplaceschen* Gleichungen mit hervorgehen, Verbesserungen aller Rechenelemente mitführen, so ist man in der Lage zu erkennen, welchen Einfluß die vernachlässigten Reduktionen etwa haben können; außerdem würde man, wenn später eine Ausgleichung des Dreiecksnetzes mit genauer reduzierten Dreieckswinkeln ausgeführt werden würde, dann leicht die Ergebnisse dieser Ausgleichung in die Lotabweichungsgleichungen einführen können. Daß aber das *Laplacesche* Theorem auch in 1. Annäherung eine gute Annäherung gibt, geht auch bereits aus dem wiederholten Gebrauch hervor, den *Gauß*, der beste Kenner auf diesem Gebiet, bei Besprechung geodätischer Arbeiten davon macht (*Gauß* Werke, IV, S. 377–378).

Bis jetzt sind in den Dreiecksnetzen I. Ordnung die Einflüsse der Lotabweichungen kaum hervorgetreten; sie werden sich allerdings im Hochgebirge geltend machen, wie sich bei Tunnelabsteckungen in der Schweiz gezeigt hat, wo es sich aber um steile Visuren auf kürzere Entfernungen hin handelte, die in Hauptnetzen nicht vorkommen. Für das neue Gradmessungsnetz in Ecuador ist wohl auch neben der bisherigen gewöhnlichen Ausgleichung eine solche mit strengeren Reduktionen der Horizontalwinkel geplant.

Die Darlegungen des Herrn *Buchwaldt* geben mir keinen Anlaß, das bisher von mir befolgte Rechenverfahren zur Ableitung von Lotabweichungen im europäischen Dreiecksnetz abzuändern, ganz abgesehen davon, daß Herr *Buchwaldt* eigentlich ein neues Rechenverfahren gar nicht angibt.

Auf alle Einzelheiten seiner Darlegungen, denen ich mich mehrfach nicht anschließen kann, will ich nicht eingehen. Nur sei noch gesagt: Der Schlußsatz der Abhandlung *Buchwaldts* zeigt deutlich, daß er als Ziel der Bestimmungen die Ermittlung der Flächenelemente des Geoids ansieht, während ich als erstes Ziel nur die Ermittlung von Lotabweichungen für die Stationen des Dreiecksnetzes ansehe. Die Bestimmung der Flächenelemente ist Detailarbeit. Diese mit der generellen Arbeit zu verbinden, hat schon *Bessel* in Ostpreußen als undurchführbar erkannt.

F. R. Helmert.

## Beobachtungen am 203 mm-Refraktor der Kgl. Univ.-Sternwarte Breslau.

A. Planeten und Kometen. (P = F. Pavel, R = W. Rabe.)

1913 M. Z. Breslau	$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$	Vgl.	Bb.	$\alpha$ app.	$\log p\Delta$	$\delta$ app.	$\log p\Delta$	Red. ad l. app.	*
532 Herculina.										
März 16.405070	— 0 <sup>m</sup> 48 <sup>s</sup> 12	— 0' 47" 9	1,1	P	11 <sup>h</sup> 19 <sup>m</sup> 52 <sup>s</sup> 28	9.334n	+ 30° 13' 21" 7	0.542	+ 2 <sup>s</sup> 42 — 8" 2	1
17.423680	— 1 34.59	+ 5 26.2	5,5	P	11 19 5.82	9.212n	+ 30 19 35.9	0.519	+ 2.43 — 8.1	1
17.442256	— 1 35.31	+ 5 32.8	2,4	R	11 19 5.10	9.064n	+ 30 19 42.5	0.505	+ 2.43 — 8.1	1
22.398835*	— 0 6.02	+ 8 38.5	5	P	11 15 27.70	9.268n	+ 30 44 21.0	0.519	+ 2.45 — 7.0	2
22.412328*	— 0 6.32	+ 8 42.3	2	R	11 15 27.40	9.179n	+ 30 44 24.8	0.507	+ 2.45 — 7.0	2
25.394938	— 1 36.65	— 4 44.7	10,10	R	11 13 24.48	9.234n	+ 30 54 52.8	0.509	+ 2.46 — 6.5	3
28.436339	— 3 28.37	+ 2 15.4	4,4	P	11 11 32.75	8.585n	+ 31 1 53.4	0.477	+ 2.45 — 6.0	3
28.451924	— 3 29.03	+ 2 15.3	4,4	R	11 11 32.09	7.575	+ 31 1 53.3	0.474	+ 2.45 — 6.0	3
2 Pallas.										
Mai 1.457047	— 1 14.52	+ 3 36.3	3,3	P	14 47 36.83	9.099n	+ 23 47 8.5	0.615	+ 2.43 — 14.6	4
1.457047*	— 2 19.76	+ 5 22.3	3,3	P	14 47 36.76	9.099n	+ 23 47 8.8	0.615	+ 2.43 — 14.6	5