

VIII. Ueber die Magnetisirungsfunktion von Eisenringen; von G. vom Hofe.

(Inauguraldissertation, für die Annalen bearbeitet vom Hrn. Verfasser.)

(Hierzu Taf. V Fig. 9.)

I. Nach der Poisson'schen Theorie der magnetischen Induction besteht zwischen den magnetischen Momenten M von Eisenkörpern und der magnetisirenden Kraft u eine Beziehung, die gegeben ist durch die Gleichung:

$$M = k \cdot u.$$

Der Factor k , der das Verhältniss der Magnetisirung zur magnetisirenden Kraft ausdrückt, heisst die Magnetisirungszahl. Dieselbe hat die physikalische Bedeutung, dass sie gleich ist dem magnetischen Moment, welches ein sehr dünner Stab von der Einheit des Volumens unter der magnetischen Scheidungskraft Eins annimmt.

Die von Poisson als constant angenommene Grösse sollte nur von der Natur der Körper und von secundären Einwirkungen, z. B. von der Temperatur, abhängig sein. Jedoch zeigten spätere Untersuchungen, dass zwischen magnetischem Moment und magnetisirender Kraft eine Proportionalität nicht stattfindet, dass vielmehr für kleinere Werthe von u das magnetische Moment rascher, für grössere langsamer als die magnetisirende Kraft wächst. Es folgt daraus, dass k nicht constant, sondern eine Function der magnetisirenden Kraft ist. Infolge dieser Abhängigkeit von k sind die Poisson'schen Fundamentalgleichungen im allgemeinen nicht mehr richtig. Kirchhoff ¹⁾ hat nun unter Annahme der Abhängigkeit der Grösse k die Poisson'schen Gleichungen verallgemeinert und später eine Ableitung gegeben zur Berechnung von k an Ringen. ²⁾

Er führte k als eine Function der magnetisirenden Kraft in seine Rechnungen ein. Wir wollen die Function wegen ihrer Abhängigkeit von der Scheidungskraft u mit $f(u)$ bezeichnen. Indem ich betreffs der Arbeiten, die über diesen Gegenstand handeln, auf G. Wiedemann ³⁾ verweise, sei hier

1) Kirchhoff, Crelle's Journ. 48. p. 370. 1853.

2) Kirchhoff, Pogg. Ann. Ergbd. 5. p. 1. 1870.

3) G. Wiedemann, Lehre von der Electricität. 3. p. 432. 1883.

nur einiges über die an Ringen angestellten Untersuchungen gesagt. Der erste, der die von Kirchhoff für Ringe gegebene Theorie geprüft hat, war Stoletow.¹⁾ Derselbe hat nur einen Ring mit quadratischem Querschnitt zu seiner Untersuchung gewählt. Rowland²⁾, dessen Untersuchungen sehr umfangreich sind, hat Ringe mit rundem Querschnitt und von verschiedener Eisensorte gewählt und gezeigt, dass die Function $f(u)$ in ihrem Verlauf von der Eisensorte abhängig ist, während Stoletow nur allgemein ihre Abhängigkeit von der Scheidungskraft zeigt. Baur³⁾ hat bei seinen Untersuchungen an Ringen sein Augenmerk besonders auf den Einfluss der Temperatur auf den Verlauf von $f(u)$ gerichtet. Es ist also nirgends die Frage erörtert, ob die Function $f(u)$ bei gleicher Eisensorte von der Form des Eisenkörpers abhängig sei. Kirchhoff nimmt allerdings in seiner Theorie an, dass die Gestalt des Körpers ohne Einfluss sei auf den Verlauf von $f(u)$, es ist diese Annahme jedoch nicht ohne weiteres gerechtfertigt. Viele Vorgänge bei der Magnetisirung, wie z. B. der Einfluss der Temperatur und die magnetische Nachwirkung deuten darauf hin, dass bei derselben auch Molecularkräfte als thätig angenommen werden müssen. Ist das aber der Fall, so wird im allgemeinen auch die Gestalt des Eisenkörpers von Einfluss auf die Magnetisirung sein. Es dürfte daher nicht uninteressant sein, auch den Verlauf von $f(u)$ nach dieser Seite hin zu untersuchen.

Nachfolgende Darstellung enthält die Resultate der Beobachtungen, die von mir im physikalischen Institute der Universität Greifswald in Bezug hierauf angestellt sind. Zu diesem Zwecke liess ich drei Ringe anfertigen mit verschiedenem Querschnitt, aber von derselben Eisensorte. Die Herstellung geschah bei allen Ringen in gleicher Weise; nachdem sie fertig geschmiedet waren, wurden sie bis zur Rothgluth erwärmt und dann unter Bedeckung langsam abgekühlt, sodass angenommen werden darf, die Ringe seien in Bezug auf ihr

1) Stoletow, Pogg. Ann. 146. p. 442. 1872.

2) Rowland, Phil. Mag. 46. p. 140. 1878.

3) Baur, Wied. Ann. 11. p. 394. 1880.

magnetisches Verhalten sowohl untereinander als auch jeder für sich überall gleich.

Die Ringe wiegen je ungefähr 700 g. Die Querschnitte der Ringe sind ziemlich inhaltsgleich, aber der Form nach verschieden.

Ring *A* hat quadratischen Querschnitt, *B* und *C* rechteckigen, so zwar, dass bei *B* die längere Seite des Rechtecks in der Richtung des Radius, bei *C* in der Rotationsaxe liegt. Die Dimensionen der Ringe sind mit einem Kathetometer genau bestimmt worden. In der folgenden Tabelle sind der äussere Durchmesser d_1 , der innere d_2 , die Höhe h und das specifische Gewicht s übersichtlich für die drei Ringe zusammengestellt, als Längeneinheit sind Millimeter angenommen.

	d_1	d_2	h	s
<i>A</i>	162,55	134,55	13,90	7,720
<i>B</i>	198,63	118,70	4,68	7,724
<i>C</i>	156,60	147,25	39,53	7,748

Jeden Ring habe ich zunächst mit Papier belegt und mit Band bewickelt. Dann wurden dieselben je in drei verschiedenen Windungslagen, die unter sich noch isolirt wurden, mit einem Drahte von 1 mm Dicke (Primärdraht) umwickelt, auf diesen Draht wurde ein zweiter Draht (Secundärdraht) in mehreren Windungen gelegt. Ein durch den Primärdraht gehender Strom erzeugt dann in dem geschlossenen Secundärdrahte einen momentanen Strom, wenn die Richtung des Primärstromes plötzlich umgelegt wird. Der Integralwerth E der inducirten electromotorischen Kraft nach absolutem, electromagnetischen Maass ausgedrückt, ist nach der von Kirchhoff gegebenen Theorie:

$$(1) \quad E = 2nn'i\{4\pi f(n)M + P\}.$$

Das erste Glied des Ausdrucks rührt von den durch das Ummagnetisiren des Eisens inducirten Strömen her, das zweite von der directen Voltainduction der beiden Drähte.

Es bedeuten darin:

n und n' die Zahlen der Windungen des primären und secundären Drahtes;

i die Intensität des Hauptstromes nach absolutem Maasse gemessen;

M ein über den Querschnitt des Eisenkerns ausgedehntes Integral von der Form $\int dS/\varrho$, wo dS ein Flächenelement jenes Querschnitts, ϱ die Entfernung dieses Elements von der Rotationsaxe des Ringes ist;

P ein ähnliches Integral, bezogen auf die Fläche einer Primärwindung;

$f(u)$ ist die Magnetisirungsfunktion des Eisens, und das Argument u , auf das sich $f(u)$ bezieht, ist der Mittelwerth der Scheidungskraft. Dieselbe ist $= 2ni/\varrho$ für einen Punkt (ϱ) des Ringes, folglich:

$$(2) \quad u = \frac{2niM}{S},$$

wo S die ganze Fläche des Eisenquerschnitts ist.

Kennen wir also die Form und Dimensionen des Ringes und der Primärwindungen, sowie die Zahl dieser und des secundären Drahtes, so lässt sich für jedes nach absolutem Maasse auszudrückende u die Function $f(u)$ berechnen, sobald man nur das Verhältniss von E/i ebenfalls in absolutem Maasse gemessen hat.

II. Der Grundgedanke meiner Bestimmungsmethode ist folgender:

Wie wir gesehen haben, kommt es darauf an, den Quotienten E/i , also das Verhältniss der inducirten electromotorischen Kraft zu dem inducirenden Strome zu messen, oder auch, da $J \cdot W = E$ ist, auf den Quotienten J/i , wo W der Widerstand in der Leitung ist, die der Inductionsstrom durchläuft. Sind S die Anzahl der Scalentheile, um die das Galvanometer, an dem die Beobachtung mit Fernrohr und Scala geschah, beim Inductionstoss ausschlägt, so ist, da die Stromstärken den Ausschlägen proportional sind:

$$J = \delta \cdot S.$$

Für den constanten Strom gilt, wenn s die Scalentheile bei constanter Ablenkung, die ähnliche Gleichung:

$$i = \kappa \cdot s.$$

Es kommt also bei Bestimmung von J/i auf den Quotienten δ/κ besonders an; derselbe wurde nach drei in Abschnitt III angegebenen Methoden bestimmt. Die Anord-

nung des Experiments geschah in folgender Weise. Der Hauptstrom ging über einen Commutator, den Primärdrath des Ringes und einen Widerstandskasten zu den beiden Enden eines Drahtes b , der als Verzweigungsdrath diente, die von b ausgehende Zweigleitung war über eine Wippe zum Galvanometer gelegt, der Secundärdrath war ebenfalls zu der Wippe geführt. Es konnte nun bei passender Stellung der Wippe das eine mal der in der Zweigleitung fließende Theil des Hauptstromes, also auch dieser selbst gemessen werden, das andere mal der im Secundärdrahte entstehende Inductionsstrom. Ich habe bei der Erzeugung des Inductionsstromes durchweg die Stromumkehrung angewandt; hierbei werden die Resultate weniger vom remanenten Magnetismus beeinträchtigt als beim Schliessen und Oeffnen des Stromes. Es wurde für den Inductionsstrom immer das Mittel aus acht Beobachtungen genommen, der Hauptstrom wurde zweimal vor dem Inductionsstrom gemessen und einmal nachher, um etwaige Aenderungen des Hauptstromes feststellen zu können, die dann natürlich die vorherige Bestimmung des Inductionsstromes ungültig machten.

III. 1. Die Bestimmung des Quotienten δ/κ geschah erstens mittelst der Schwingungsmethode. Sind S und s die Ausschläge für einen Stromstoss und einen constanten Strom, so ist:

$$J = \left\{ \frac{\sqrt{\lambda^2 + \pi^2}}{T \cdot \gamma} e^{\frac{\lambda}{\pi} \arctg \frac{\pi}{\lambda}} \right\} S, \quad i = \frac{\lambda^2 + \pi^2}{T^2 \gamma} s,$$

also:

$$\frac{J}{i} = \frac{T}{\sqrt{\lambda^2 + \pi^2}} e^{\frac{\lambda}{\pi} \arctg \frac{\pi}{\lambda}} \frac{S}{s}.$$

T ist die Schwingungsdauer der Nadel, λ bedeutet das logarithmische Decrement, dasselbe wurde bestimmt aus dem ersten Ausschlage s_1 und der constanten Ablenkung s_0 nach der Formel:

$$s_1 = s_0 (1 + e^{-\lambda}).$$

In der Gleichung für J/i bedeutet der Factor von S/s die Grösse δ/κ . Dieselbe konnte also mittelst der Schwingungsdauer und des Decrements λ bestimmt werden.

Diese Bestimmung ist jedoch etwas umständlich und ausserdem mit Sicherheit nur da anzuwenden, wo sich die Schwingungsdauer genau ermitteln lässt. Da ich ein Gal-

vanometer mit kurzer Schwingungsdauer benutzte, wie sie jetzt immer allgemeiner in Gebrauch kommen, so sah ich mich nach anderen zweckmässigeren Methoden um.

Ich bestimmte ferner δ/π mit Hülfe eines Condensators. Ist C die Capacität eines Condensators und E die Electricitätsmenge, die den halben Stromstoss im Galvanometer veranlasst, wenn der Condensator entladen wird und die entgegengesetzte Ladung erhält, so ist:

$$J = C \cdot E,$$

nach früherem ist auch: $J = \delta \cdot S$.

Geschieht die Messung der absoluten Stromstärke mittelst einer Stromverzweigung, wie in unserem Falle, so ist:

$$i = \frac{E \cdot b}{ab + bc + ac} = \pi \cdot s$$

nach früherem.

a ist der Widerstand des Hauptstromkreises,

b ist der Widerstand des Verzweigungsdrahtes,

c ist der Widerstand der Zweigleitung, in dem das Galvanometer aufgestellt ist. Ist b sehr klein, so geht die Formel über in:

$$i = \frac{E \cdot b}{ac} = \pi \cdot s.$$

Diese Formel gab hinreichende Genauigkeit.

Nach obigem ist: $E = \frac{\pi \cdot s \cdot a \cdot c}{b}$,

$$J = C \cdot E = \frac{C \cdot \pi \cdot s \cdot ac}{b} = \delta \cdot S,$$

daraus folgt:

$$\frac{\delta}{\pi} = \frac{C \cdot ac}{b} \cdot \frac{s}{S}.$$

Die Messung geschah nun auf folgende Weise. Es wurde die Verzweigung bei b aufgehoben und ein Mikrofaraad, also $C = 10^{-16}$ eingeschaltet. Durch Umlegen eines Commutators entstand ein Stromstoss, der im Galvanometer einen Ausschlag hervorbrachte. Die Hälfte dieses Ausschlages ist S ; dann wurde der Condensator geschlossen und die Verzweigung wieder hergestellt, um so den constanten Strom zu messen. Die Reduction des an der Scala beobachteten Ausschlags geschah nach der Tabelle von F. Kohlrausch.¹⁾

Den Widerstand von b bestimmte ich so, dass einmal

1) F. Kohlrausch, Leitfaden d. prakt. Physik 1884. Tab. 21a.

ein Draht von bekanntem Widerstande als Verzweigung genommen wurde, das andere mal b . Durch Vergleichung der durch die beiden Zweigleitungen gehenden Stromstärken konnte b gefunden werden. Es war:

$$b = 0,00445 \text{ Ohm.}$$

Der als bekannt vorausgesetzte Widerstand war $0,1$ Ohm.

3. Die dritte Bestimmung von δ/κ war folgende: Wird ein Holzring, dessen Dimensionen vorher genau bestimmt waren, mit Draht umwickelt und auf diesen ein Inductionsdraht gewunden, so muss beim jedesmaligen Umlegen des durch den ersten Draht gehenden Stromes ein Inductionsstoss entstehen, der analog der Kirchhoff'schen Formel für Eisenringe den Werth hat:

$$J = \frac{2nn'i}{W} \int \frac{dS}{q},$$

oder, wenn h die Höhe des Ringes ist:

$$J = \frac{2nn'ih}{W} \int \frac{dq}{q}, \quad F = 2nn'h \int \frac{dq}{q},$$

also:

$$J = \frac{F \cdot i}{W} = \delta \cdot S.$$

Bei vorhandener Stromverzweigung ist nach früherer Bezeichnung:

$$i = \frac{c}{b} \cdot \kappa \cdot s, \quad \text{daher} \quad J = \frac{F}{W} \cdot \frac{c}{b} \cdot \kappa \cdot s = \delta \cdot S,$$

$$\frac{\delta}{\kappa} = \frac{s}{S} \cdot \frac{F}{W} \cdot \frac{c}{b}.$$

Mit Hülfe dieser Methode liess sich δ/κ am bequemsten bestimmen, da sie die gleiche Anordnung wie die Beobachtungen am Eisenringe verlangte. F konnte ein für allemal genau aus den Dimensionen des Holzringes und den Windungen berechnet werden; n , die Anzahl der Primärwindungen, war 450, $n' = 531$. Es war ferner der äussere Radius der Primärwindungen 12,045 cm, der innere 9,905 cm, die Höhe derselben 4,12 cm. Hieraus berechnete sich:

$$F = 385204.$$

Es empfahl sich daher, diese Methode wegen ihrer Einfachheit zur Controlirung der Beobachtungen an den verschiedenen Tagen anzuwenden; somit wurden alle Aenderungen, die etwa am Galvanometer oder in der Umgebung

stattgefunden hatten, täglich berücksichtigt, da sie in einer Aenderung von δ/κ zu erkennen waren.

Wie gross die Uebereinstimmung der Werthe für δ/κ , gefunden nach den drei Methoden, war, mag an einigen Werthen gezeigt werden.

Der Werth von δ/κ war bestimmt nach:

Methode 1)	0,7617
„ 2)	0,7631
„ 3)	0,7604.

Bei vergrösserter Schwingungsdauer fand ich für dasselbe Galvanometer:

nach Methode 1)	1,3244
„ „ 2)	1,3196
„ „ 3)	1,3211.

Es mag noch darauf hingewiesen werden, dass die Methoden 2 und 3, miteinander verbunden, uns ein sehr einfaches Mittel an die Hand geben, um die Capacität eines Condensators zu bestimmen. Die Berechnung von $f(u)$ war nach Bestimmung von δ/κ mit Hülfe der sonstigen Betrachtungen sehr leicht.

Als Einheiten bei sämtlichen Berechnungen gelten cm, g, sec. Die Stromstärke i des Hauptstromes wurde mit einer Tangentenbussole von bekanntem Reductionsfactor bestimmt, die Kenntniss derselben war nöthig zur Bestimmung des Arguments u von $f(u)$.

IV. Im Folgenden sind auf Tabelle I, II und III die für die Ringe A , B und C gefundenen Werthe von $f(u)$ angegeben, die erste Verticalreihe gibt die Argumente u , die zweite die zugehörigen $f(u)$. Die Tabelle IV gibt Untersuchungen an, die ich an einem Ring anstellte, der ursprünglich als Versuchsmaterial dienen sollte, sich aber als unbrauchbar erwies. Eine im hiesigen chemischen Institute angestellte Untersuchung des Ringes ergab grosse Beimengung von Kohle und etwas Mangan. Die Tabelle dürfte wegen ihres ganz abweichenden Verhaltens von $f(u)$ auch ein gewisses Interesse haben, das Maximum von $f(u)$ wird nur äusserst langsam erreicht und liegt an einer ganz anderen Stelle wie sonst, während es gewöhnlich in der Nähe von $u = 3$ auftritt, zeigt es sich hier erst bei $u = 12,6$.

Tabelle I.

Nr.	u	$f(u)$	Nr.	u	$f(u)$	Nr.	u	$f(u)$
1	0,460	34,37	9	3,961	166,8	17	16,80	63,10
2	0,671	39,73	10	4,582	158,7	18	20,72	52,54
3	0,876	47,82	11	5,074	150,6	19	25,85	42,94
4	1,251	90,62	12	5,676	145,9	20	30,32	37,99
5	1,773	154,5	13	6,282	137,1	21	38,38	30,47
6	2,173	172,5	14	7,492	121,2	22	45,29	26,21
7	3,058	178,4	15	10,10	96,62	23	53,13	22,63
8	3,572	174,2	16	13,65	75,39			

Tabelle II.

Nr.	u	$f(u)$	Nr.	u	$f(u)$	Nr.	u	$f(u)$
1	0,522	31,99	11	2,080	129,0	21	10,62	91,61
2	0,627	33,33	12	2,504	147,8	22	11,98	83,89
3	0,719	35,92	13	2,966	156,7	23	13,58	69,91
4	0,896	41,34	14	3,148	158,7	24	15,23	62,87
5	1,297	63,36	15	3,515	158,3	25	17,01	57,53
6	1,424	73,39	16	3,798	156,9	26	19,59	51,01
7	1,579	88,29	17	4,516	150,9	27	25,71	40,93
8	1,673	97,51	18	6,284	130,5	28	32,89	32,94
9	1,794	108,2	19	7,139	119,2	29	45,23	24,56
10	1,940	119,9	20	7,936	111,8			

Tabelle III.

Nr.	u	$f(u)$	Nr.	u	$f(u)$	Nr.	u	$f(u)$
1	0,457	37,51	13	2,585	196,4	25	8,634	113,8
2	0,605	41,76	14	2,770	202,3	26	9,659	104,4
3	0,796	49,03	15	3,193	194,1	27	10,82	95,30
4	1,011	59,51	16	3,405	192,4	28	12,29	85,47
5	1,197	75,14	17	3,730	187,2	29	14,29	75,68
6	1,385	103,0	18	4,005	182,0	30	16,09	68,06
7	1,514	123,7	19	4,385	175,9	31	22,33	50,81
8	1,598	129,9	20	4,791	168,1	32	24,81	46,49
9	1,618	136,0	21	5,404	157,2	33	28,61	40,73
10	1,945	170,3	22	6,655	137,2	34	34,12	34,61
11	2,088	183,1	23	7,529	126,1	35	39,43	30,47
12	2,375	193,2	24	7,782	123,1	36	46,41	26,12

Tabelle IV.

Nr.	u	$f(u)$	Nr.	u	$f(u)$	Nr.	u	$f(u)$
1	1,598	5,683	6	6,368	12,20	11	13,59	17,10
2	2,295	6,292	7	7,754	14,35	12	13,92	16,74
3	2,841	6,696	8	9,882	16,62	13	15,57	16,68
4	3,726	7,584	9	11,36	16,86	14	19,24	14,24
5	4,699	9,036	10	12,61	17,30			

Die in den Tabellen I, II und III gegebenen Werthe sind berechnet nach der von Kirchhoff gebildeten Formel; jedoch ist dieselbe eigentlich nur dann richtig, wenn die Aenderungen, die der Radius ρ in dem Ringe erfährt, gegen seine Grösse klein sind, der Ring also unendlich dünn ist.

Kirchhoff führt die Formel nicht für endliche Ringe aus, sondern sagt nur, die electromotorische Kraft des vom ganzen Ringe herrührenden Stromes sei gleich der Summe der electromotorischen Kräfte jedes einzelnen unendlich dünnen Ringes, wie aber diese Summenformel zur Rechnung brauchbar zu machen ist, wird nicht erwähnt. Da die magnetisirende Kraft u sich mit dem Radius des Ringes, und somit auch $f(u)$ ändert, muss bei der Summirung die Function mit unter das Integralzeichen gesetzt werden, die Kirchhoff'sche Gleichung wird demnach, auf endliche Ringe angewandt, so zu schreiben sein:

$$E = 2nn'i \left\{ 4\pi \int f(u) \cdot \frac{dS}{\rho} + P \right\}.$$

Die folgenden Tabellen sind aus den früheren hiernach umgerechnet worden. Für die Einzelheiten der Rechnungsmethode verweise ich auf meine Dissertation. Die zu u gehörende Magnetisirungszahl ist jetzt $f_1(u)$.

Tabelle I_a.

u	$f_1(u)$	Nr.
0,6	37,647	1. 2. 3.
0,8	43,104	2. 3. 4.
1,0	61,015	3. 4. 6.
1,2	83,804	3. 4. 5.
3,0	179,405	6. 7. 8.
4,0	166,185	8. 9. 10.
6,0	141,255	12. 13. 14.
10,0	98,208	14. 15. 16.
15,0	72,934	16. 17. 18.
20,0	54,640	17. 18. 19.

Tabelle II_a.

u	$f_1(u)$	Nr.
0,7	34,49	1. 3. 4.
0,8	37,20	2. 3. 4.
1,0	43,01	3. 4. 5.
1,5	74,87	5. 7. 9.
1,5	75,71	6. 8. 9.
2,5	147,38	10. 12. 13.
2,5	147,31	11. 12. 13.
2,5	154,56	12. 13. 14.
3,2	160,81	13. 14. 15.
4,0	158,07	14. 16. 17.
6,0	139,74	17. 18. 19.
10,0	96,95	20. 21. 23.
15,0	70,26	22. 24. 25.
20,0	51,45	24. 26. 27.

Tabelle III_a.

u	$f_1(u)$	Nr.	u	$f_1(u)$	Nr.
0,6	41,59	1. 2. 3.	3,0	197,23	14. 15. 16.
1,1	65,41	4. 5. 6.	4,0	182,11	17. 18. 19.
1,5	122,28	6. 7. 8.	6,0	147,68	20. 21. 22.
2,0	175,91	10. 11. 12.	10,0	100,65	26. 27. 28.
2,5	194,45	12. 13. 14.	16,0	68,44	29. 30. 31.
2,7	201,08	13. 14. 15.			

Die in den Tabellen I_a, II_a, III_a und IV angegebenen Werthsysteme sind in Tafel I graphisch dargestellt, indem $f(u)$ als Function von u aufgefasst ist.

Nach der von Kirchhoff erweiterten Poisson'schen Theorie hätte bei der Gleichheit des Materials erwartet werden müssen, dass für alle drei Ringe zu demselben u auch ein gleicher Werth von $f_1(u)$ gehöre. Die Uebereinstimmung trifft jedoch bei schwächeren Kräften nicht ein. $f_1(u)$ fällt für den Ring C , der reifenförmig war, am grössten aus, für B , der plattenförmig war, am kleinsten, und erst bei grösser werdendem u verschwinden die Abweichungen mehr und mehr. Die grösste Abweichung zeigt der sogenannte Wendepunkt; für den Ring A , der in der Form und Grösse dem von Stoleto w untersuchten ziemlich gleich kommt, liegt derselbe bei 180, während Stoleto w denselben bei 175 findet. Die magnetischen Momente sind für den Wendepunkt ziemlich verschieden. Für Ring A ist dasselbe 538,2, für B 514,56, für C 542,92. Es steht also auch hier, wie bei dem Verlaufe von $f_1(u)$, der Ring A in der Mitte, was um so weniger merkwürdig ist, als A auch insofern zwischen B und C steht, dass die Aenderungen des Radius ρ bei B grösser und bei C kleiner sind, als bei A , die Differenz des äusseren und inneren Radius ist bei A 14 mm, bei B 39,965 mm, bei C 4,675 mm.

Die Erscheinung lässt sich wohl folgendermassen erklären. Bei gleicher Stromstärke ist u um so grösser, je kleiner ρ ist. Denken wir uns nun jeden Ring in unendlich viele Elementarringe zerlegt, sodass ρ_n in demselben als constant angesehen werden kann, es wird dann die Magnetisirung im kleinsten Ringe am grössten sein, im grössten am kleinsten, wenn die Stromstärke der magnetisirenden Kraft überall dieselbe ist. Halten wir die Vorstellung drehbarer Molecularmagnete fest, so werden im kleinsten Ringe die Mole-

cüle am meisten in die Richtung der Tangente gedreht sein, also den kleinsten Winkel mit ihr bilden. Die Molecüle des benachbarten Ringes werden einen etwas grösseren Winkel mit der Tangente bilden, die des äussersten Elementarringes den grössten. Die Molecularmagnete sind also in den einzelnen Elementarringen nicht parallel miteinander, es kommen daher Componenten gegenseitiger Abstossung zur Geltung, die die Winkel der Molecularmagnete mit den Tangenten zu verändern suchen. Jemehr Elementarringe sich in dieser Weise beeinflussen, um so grösser muss der Unterschied der in die Erscheinung tretenden und der wirklich stattgefundenen Magnetisirung sein. Es ist hiernach einleuchtend, dass der Ring *B* das kleinste magnetische Moment zeigen muss, dagegen *C*, als der aus den wenigsten Elementarringen bestehende, das grösste, was auch der Fall ist.

Ein Gesetz für die Beziehungen aufzustellen, die stattfinden zwischen den Werthen von $f_1(u)$ für *A*, *B*, *C* und den Dimensionen derselben, scheint mir vorläufig nicht möglich, fehlt uns doch die Kenntniss der Hauptsache, nämlich wie die Dimensionen ihren Einfluss auf magnetische Erscheinungen bethätigen, ob durch Molecularkräfte oder durch magnetische Kräfte. Wahrscheinlich ist, dass die Poisson-Kirchhoffsche Theorie insofern einer Ergänzung bedarf, als sie die Moleculeinwirkungen bei der Theorie der magnetischen Induction nicht in genügender Weise berücksichtigt.

Die Erscheinung des permanenten Magnetismus verlangt unabweislich die Annahme von mechanischen Molecularkräften, welche die gedrehten Molecüle theilweise in der abgelenkten Lage festhalten. Wären nur magnetische Kräfte zwischen ihnen thätig, so müssten sich die Molecüle, unter der Voraussetzung freier Beweglichkeit, nach dem Verschwinden der magnetisirenden Kraft stets wieder so ordnen, dass sie nach aussen keine Wirkung ausüben. Der Körper müsste also nach der Magnetisirung ebenso unmagnetisch sein, wie vorher. Ebenso verlangt die von Warburg und Auerbach eingehend untersuchte magnetische „Nachwirkung“ die Annahme von mechanischen Kräften, die umsomehr in die Erscheinung treten, je geringer die Scheidungskraft ist.

Phys. Inst. der Univ. Greifswald, April 1889.